二分搜尋

黃 敦 紀

```python
n = 8 # 總共有幾個數字
lookfor = int (input ())
sequence = list (map (int, input().split()))

i = 0
while i < 8:
    if sequence [i] == lookfor:
        break
    else:
        i = i + 1

print (i)
```

二分搜尋效能分析

	一個一個依序找 要查幾次？	二分搜尋 要查幾次
8 個	8	8 → 4 → 2 → 1: **3** 次 個候選項
16 個	16	16 → 8 → 4 → 2 → 1: **4** 次
32 個	32	32 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1: **5** 次
***n* 個**	*n*	**?** 次

2019 (C) Elton Huang

```python
n = 8  # 總共有幾個數字
lookfor = int (input ())
sequence = list (map (int, input ().split ()))
[redacted]
if [redacted]:
    print ([redacted])
else:  # 如果找不到
    print (-1)
```

8. 下面哪組資料若依序存入陣列中，將無法直接使用二分搜尋法搜尋資料？

(A) a, e, i, o, u

(B) 3, 1, 4, 5, 9

(C) 10000, 0, -10000

(D) 1, 10, 10, 10, 100

3. 給定一整數陣列 a[0]、a[1]、…、a[99]且 a[k]=3k+1，以 value=100 呼叫以下兩函式，假設函式 **f1** 及 **f2** 之 **while** 迴圈主體分別執行 n1 與 n2 次 (i.e. 計算 **if** 敘述執行次數，不包含 **else if** 敘述)，請問 n1 與 n2 之值為何？ 註： (low + high)/2 只取整數部分。

```
int f1(int a[], int value) {
   int r_value = -1;
   int i = 0;
   while (i < 100) {
      if (a[i] == value) {
         r_value = i;
         break;
      }
      i = i + 1;
   }
   return r_value;
}
```

```
int f2(int a[], int value) {
   int r_value = -1;
   int low = 0, high = 99;
   int mid;
   while (low <= high) {
      mid = (low + high)/2;
      if (a[mid] == value) {
         r_value = mid;
         break;
      }
      else if (a[mid] < value) {
         low = mid + 1;
      }
      else {
         high = mid - 1;
      }
   }
   return r_value;
}
```

105 年 3 月 5 日
程式設計觀念題

3. 給定一整數陣列 a[0]、a[1]、…、a[99]且 a[k]=3k+1，以 value=100 呼叫以下兩函式，假設函式 **f1** 及 **f2** 之 **while** 迴圈主體分別執行 n1 與 n2 次 (i.e. 計算 **if** 敘述執行次數，不包含 **else if** 敘述)，請問 n1 與 n2 之值為何？ 註： (low + high)/2 只取整數部分。

```
int f1(int a[], int value) {
   int r_value = -1;
   int i = 0;
   while (i < 100) {
      if (a[i] == value) {
         r_value = i;
         break;
      }
      i = i + 1;
   }
   return r_value;
}
```

```
int f2(int a[], int value) {
   int r_value = -1;
   int low = 0, high = 99;
   int mid;
   while (low <= high) {
      mid = (low + high)/2;
      if (a[mid] == value) {
         r_value = mid;
         break;
      }
      else if (a[mid] < value) {
         low = mid + 1;
      }
      else {
         high = mid - 1;
      }
   }
   return r_value;
}
```

(A) n1=33, n2=4

(B) n1=33, n2=5

(C) n1=34, n2=4

(D) n1=34, n2=5

解　答

3. 給定一整數陣列 a[0]、a[1]、…、a[99]且 a[k]=3k+1，以 value=100 呼叫以下兩函式，假設函式 **f1** 及 **f2** 之 **while** 迴圈主體分別執行 n1 與 n2 次 (i.e. 計算 **if** 敘述執行次數，不包含 **else if** 敘述)，請問 n1 與 n2 之值為何？ 註： (low + high)/2 只取整數部分。

```
int f1(int a[], int value) {
   int r_value = -1;
   int i = 0;
   while (i < 100) {
      if (a[i] == value) {
         r_value = i;
         break;
      }
      i = i + 1;
   }
   return r_value;
}
```

```
int f2(int a[], int value) {
   int r_value = -1;
   int low = 0, high = 99;
   int mid;
   while (low <= high) {
      mid = (low + high)/2;
      if (a[mid] == value) {
         r_value = mid;
         break;
      }
      else if (a[mid] < value) {
         low = mid + 1;
      }
      else {
         high = mid - 1;
      }
   }
   return r_value;
}
```

(A) n1=33, n2=4
(B) n1=33, n2=5
(C) n1=34, n2=4
(D) n1=34, n2=5

「資料結構」

- 資料在記憶體空間怎麼根據個別的意義和彼此的關係安放

「(演、運) 算法」

- 程式怎麼設計

什麼事先做、什麼後做、如何抓取、改變、存放資料，
根據什麼樣的情況做幾次

這一連串的流程設計

算法的分析

O (...)

台中女中程式解題系統

Green Judge, An Online Judge System for TCGS

| Login | Re

HOME | Problems | Status | Rank | Forum | Contest

a045: 質數判斷

對於一個正整數 N 來說，如果它的因數只有 1 和 N 本身，沒有其他的因數，則我們稱它為「質數」。現在給你一個正整數，請你判斷它是不是質數。

Input：

輸入一個正整數 N。

Output：

若 N 為質數，則輸出 YES，否則輸出 NO。

Sample Input：

輸入1:
5

輸入2:
9

Sample Output

輸出1:
YES

輸出2:
NO

Hint：

可用 sqrt(n) 求 √n 的值。

請 #include <cmath> 或 #include <math.h>

因數檢查從 2 到根號 n 就可以了

如果 n 有一個因數比根號 n 大，那這因數一定會是某個小於根號 n 的數 m 的倍數，即 m 也是 n 的因數，而 m 在根號 n 之前就檢查過了

例如：100 的因數 50, 20, 10, 5, 2

```cpp
//  Copyright © 2020 Elton Huang. All rights reserved.
//

#include <iostream>
using namespace std;

bool prime (int n) {
    // 特例
    if (n <= 1)
        return false;
    else if (n <= 3)
        return true;

    // 檢查 6k + 2, 6k + 4, 6k + 3, 6k + 0
    else if (n % 2 == 0 || n % 3 == 0)
        return false;

    else {
        // 檢查 6k + 5, 6k + 1
        for (int i = 5; i*i <= n; i = i + 6) // i <= sqrt (n)
            if (n % i == 0 || n % (i + 2) == 0)
                return false;
        // 也沒有 6k + 5, 6k + 1 形式的因數
        return true;
    }
}

int main () {
    int n;
    while (cin >> n) // 處理連續測資
        cout << (prime (n) ? "YES" : "NO") << endl; // if (prime (n))
                                                    //     cout << "YES" << endl;
                                                    // else
                                                    //     cout << "NO" << endl;
    return 0;
}
```

問題：判斷質數	時間複雜度
解法：檢查因數 從 2 到 n - 1	O (n)
解法：檢查因數從 2 到 sqrt (n)	O (sqrt (n))

問題：在排好序的陣列搜尋元素	時間複雜度
解法：循序搜尋	O (n)
解法：二分搜尋	O (log (n))

不過，要能二分搜尋之前要先將資料排序，
排序的時間複雜度是 O ($n \times \log_2 n$)

	一個一個依序找 要查幾次？	二分搜尋 要查幾次
n 個	*n*	$log_2 n$ (次)
一次		
8 個		
1024 個	1024 時間單位	100 時間單位

假設有 1024 筆資料

$n = 1024 = 2^{10}$

而查找的操作需要做 4096 次

即 2^{12} 次

2020 (C) Elton Huang

$n = 1024 = 2^{10}$

$4096 = 2^{12}$ 次操作

排序的時間複雜度是 O ($n \times \log_2 n$)

	循序搜尋	二分搜尋
前置作業	0 (不需前置作業)	排序一次 $1024 \times \log_2 1024 == 2^{10} \times 10 < 2^{14}$ 假設一次排序需要 12 個時間單位 總共需要 $< 2^{14} \times 12$ 個時間單位
對於 1024 筆資料， 最糟比對幾次？ 假設比對 1 次需要 1024 筆	$1024 == 2^{10}$ 1 時間單位 2^{10} 時間單位	$\log_2 1024 == 10 < 2^4$ 5 個時間單位 $< 2^4 \times 5$ 時間單位
但是搜尋的操作共 $4096 = 2^{12}$ 次	共 4096×2^{10} 時間單位 == 2^{22} 時間單位	共 $< 4096 \times 2^4 \times 5$ 時間單位 $== 2^{16} \times 5$ 時間單位
加上前置作業	共需 2^{22} 時間單位	共需 $< 2^{14} \times 12 + 2^{16} \times 5$ 時間單位

2020 (C) Elton Huang

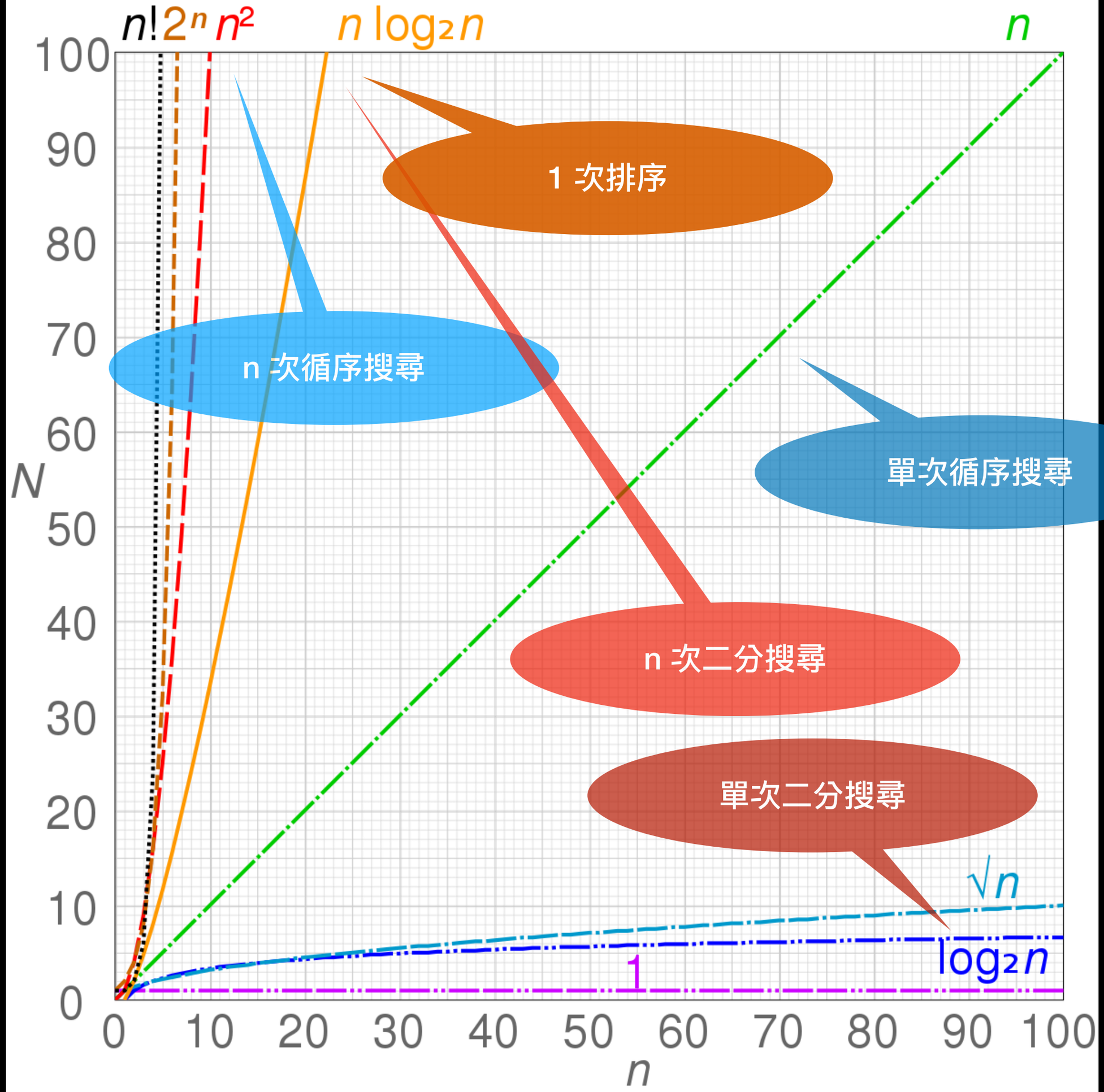
$n = 1024 = 2^{10}$

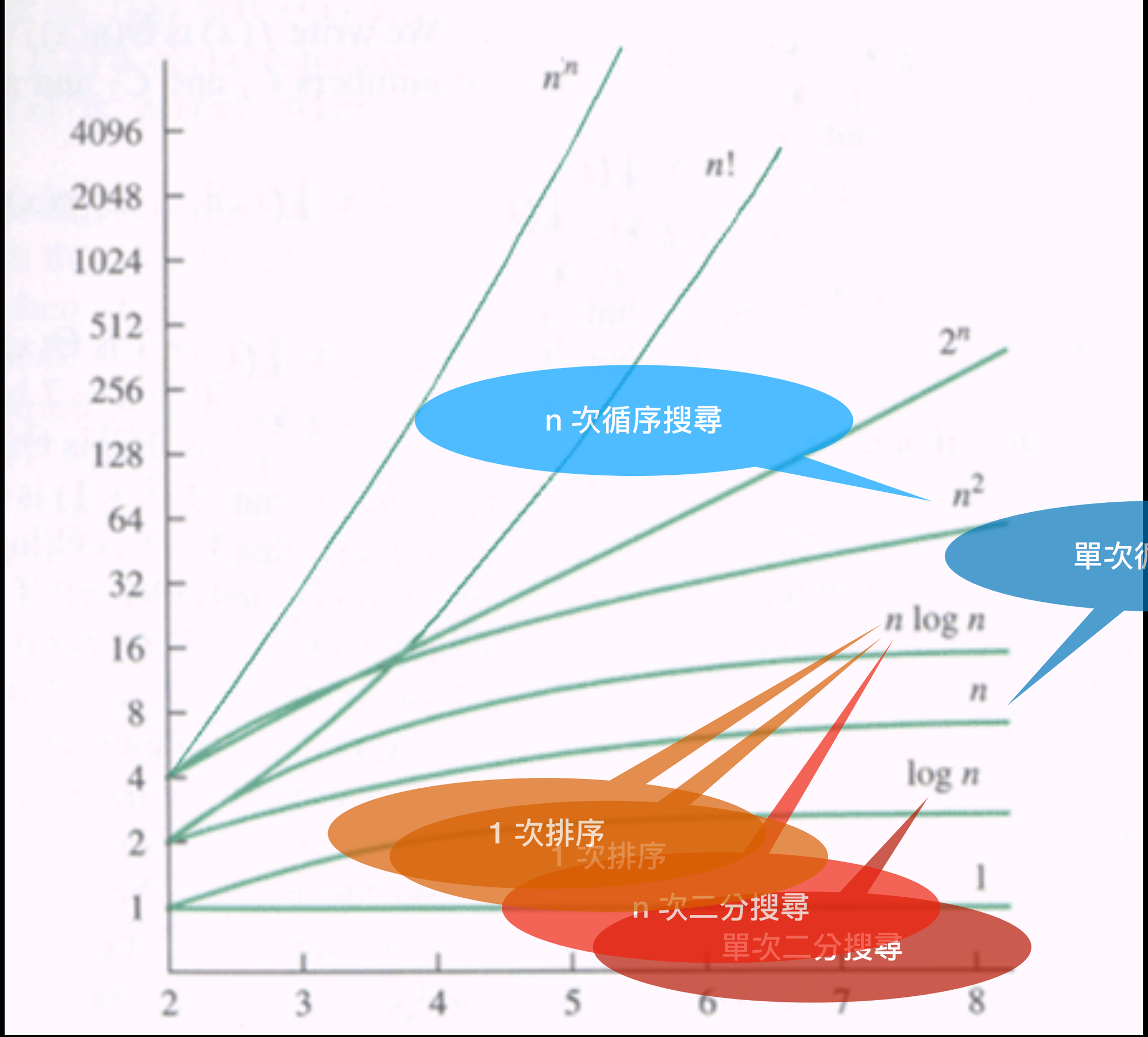
$4096 = 2^{12}$ 次操作

排序的時間複雜度是 O ($n \times \log_2 n$)

	循序搜尋	二分搜尋
前置作業	0 (不需前置作業)	排序一次 $1024 \times \log_2 1024 == 2^{10} \times 10 < 2^{14}$ 假設一次排序需要 12 個時間單位 總共需要 $< 2^{14} \times 12$ 個時間單位
對於 1024 筆資料， 最糟比對幾次？ 假設比對 1 次需要 1024 次	$1024 == 2^{10}$ 1 時間單位 2^{10} 時間單位	$\log_2 1024 == 10 < 2^4$ 5 個時間單位 $< 2^4 \times 5$ 時間單位
但是搜尋的操作共 $4096 = 2^{12}$ 次	共 4096×2^{10} 時間單位 == 2^{22} 時間單位	共 $< 4096 \times 2^4 \times 5$ 時間單位 $== 2^{16} \times 5$ 時間單位
加上前置作業	共需 2^{22} 時間單位	共需 $< 2^{14} \times 12 + 2^{16} \times 5$ 時間單位

2020 (C) Elton Huang


n!
2ⁿ
n²
n log₂n
n
1 次排序
n 次循序搜尋
單次循序搜尋
n 次二分搜尋
單次二分搜尋
√n
log₂n
1
N
n
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


4096
2048
1024
512
256
128
64
32
16
8
4
2
1
2
3
4
5
6
7
8
n^n
$n!$
2^n
n^2
$n \log n$
n
$\log n$
1
n 次循序搜尋
單次循序搜尋
1 次排序
1 次排序
n 次二分搜尋
單次二分搜尋

APCS
大學程式設計先修檢測

105 年 10 月 29 日
程式設計觀念題

7. 若 n 為正整數，右側程式三個迴圈執行完畢後 a 值將為何？

```
int a=0, n;
   …
for (int i=1; i<=n; i=i+1)
    for (int j=i; j<=n; j=j+1)
      for (int k=1; k<=n; k=k+1)
         a = a + 1;
```

(A) $n(n+1)/2$

(B) $n^3/2$

(C) $n(n-1)/2$

(D) $n^2(n+1)/2$

17. 給定右側函式 **F()**，**F()**執行完所回傳的 **x** 值為何？

(A) $n(n+1)\sqrt{\lfloor \log_2 n \rfloor}$

(B) $n^2(n+1)/2$

(C) $n(n+1)\lfloor \log_2 n + 1 \rfloor/2$

(D) $n(n+1)/2$

```
int F (int n) {
   int x = 0;
   for (int i=1; i<=n; i=i+1)
      for (int j=i; j<=n; j=j+1)
         for (int k=1; k<=n; k=k*2)
            x = x + 1;
   return x;
}
```