1. Definiciones y parámetros de las antenas

Intensidad de radiación Se define como $U \stackrel{\text{def}}{=} \langle |\boldsymbol{P}| \rangle r^2$ donde $\boldsymbol{P}$ es el vector de poynting.

Directividad Se define como

$$D(\theta, \phi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\text{promedio}}} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{\text{entregada a la antena}}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{efectiva}}$$

donde U es la intensidad de radiación.

Ganancia Es la directividad de la antena pero teniendo en cuenta las pérdidas. Se satisface $G = \eta D$.

Área efectiva Se define como

$$A_{\text{ef}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{W_R}{\langle |\boldsymbol{P}| \rangle}$$

donde W_R es la potencia en la salida de la antena y $\boldsymbol{P}$ el vector de poynting en donde está ubicada la antena. Lo que mide A_{ef} es, de alguna forma, la ventana de potencia que la antena es capaz de atrapar.

Longitud efectiva No sé bien cuál es la definición pero se satisface que

$$\ell_{\text{ef}} = -\frac{V}{|\boldsymbol{E}|}$$

donde V es la diferencia de potencial en los bornes de la antena (a circuito abierto) y $\boldsymbol{E}$ el campo eléctrico incidente. También hay una fórmula que es

$$\ell_{\text{ef}} = \frac{1}{I_0} \int_{-\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} I(z)\, dz$$

donde I_0 no sé bien qué es. Creo que esta fórmula es para un dipolo.

2. Dipolo

2.1. Dipolo corto

Es cuando $L < \frac{\lambda}{10}$. Se aproxima una corriente lineal $I(z) \approx \frac{2I_0}{L}\left(\frac{L}{2} - |z|\right)$. La resistencia de radiación queda (no cierran unidades)

$$R_{\text{rad}} = 20\pi^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

El área efectiva es

$$A_{\text{ef}} = 1{,}5 \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

2.2. Dipolo

La corriente es

$$I(z) = I_m \sin\left(\beta \left[\frac{L}{2} - |z|\right]\right)$$

La intensidad de radiación queda

$$U = \frac{I_m^2}{8\pi^2} Z_{00} \underbrace{\left[\frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2}_{F(\theta)}$$

entonces la directividad queda

$$D = \frac{2\, F(\theta)\rfloor_{\text{máx}}}{\int_0^\pi F(\theta) \sin\theta\, d\theta}$$

La resistencia de radiación es

$$R_{\text{rad}} = 60\,\Omega \int_0^\pi \frac{\left(\cos\left(\frac{\beta L}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)\right)^2}{\sin\theta}\,d\theta$$

y la resistencia de pérdidas es

$$R_{\text{perd}} = \frac{L}{2\pi a\sqrt{\lambda}}\sqrt{\frac{\pi c\mu}{\sigma}}\left(1 - \operatorname{sinc}\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right)\right)$$

2.3. Dipolo de media onda

Es uno de los más usados, tiene lo siguiente

$$D = 1{,}64$$

3. Monopolo

Cuando el plano de tierra es un conductor ideal entonces se comporta como medio dipolo. Esto hace que

$$\begin{aligned} Z_{\text{in monopolo}} &= \frac{V_{\text{monopolo}}}{I_{\text{monopolo}}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}V_{\text{dipolo}}}{I_{\text{dipolo}}} \\ &= \frac{Z_{\text{in dipolo}}}{2} \end{aligned}$$

Entonces es evidente que $R_{\text{rad monopolo}} = \frac{R_{\text{rad dipolo}}}{2}$.

Directividad

Con la directividad lo que ocurre es

$$\begin{aligned} D_{\text{monopolo}} &= \frac{4\pi\ F(\theta)\rfloor_{\text{máx}}}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} F(\theta)\sin\theta\,d\theta\,d\phi} \\ &= \frac{4\pi\ F(\theta)\rfloor_{\text{máx}}}{\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta)\sin\theta\,d\theta\,d\phi} \\ &= 2D_{\text{dipolo}} \end{aligned}$$

Se tiene que

$$D = \begin{cases} 3 & \text{Monopolo corto} \\ 4{,}8 & \text{Monopolo } \lambda/2 \\ 1 & \text{Monopolo elemental (me parece que está mal)} \end{cases}$$

Resistencia de pérdidas

La fórmula queda

$$R_{\text{perd}}^{\text{monop}} = \frac{h}{2\pi a\sqrt{\lambda}}\sqrt{\frac{\pi c\mu}{\sigma}}\left(1 - \operatorname{sinc}\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right)\right)$$

donde

Área efectiva

Se tiene que

$$A_{\text{efectiva}} = \begin{cases} 3\dfrac{\lambda^2}{4\pi} & \text{Monopolo corto} \\ 4{,}8\dfrac{\lambda^2}{4\pi} & \text{Monopolo } \lambda/2 \\ 3\dfrac{\lambda^2}{4\pi} & \text{Monopolo elemental} \end{cases}$$

3.1. Ondas de superficie

Este tema lo pongo dentro de monopolo porque es donde más se aplica.

La onda de superficie tiene un campo que está dado por

$$E_{\text{superficie}} = \frac{\sqrt{W_T D \, 30\,\Omega}}{R} A\, A_1$$

donde A es el factor de atenuación debido a las pérdidas en la tierra y A_1 es el factor de atenuación por difracción en la tierra esférica. El factor A se expresa (Van Der Pol)

$$A = \frac{2 + 0{,}3\rho}{2 + \rho + 0{,}6\rho^2} - \left(\sin(b)\sqrt{\frac{\rho}{2}} e^{-\frac{5}{8}\rho}\right)$$

donde ρ es la distancia numérica (adimensional) (?) y b la constante de fase en grados. No creo que tome esto.

$$A_1 = e^{-A_2 \frac{R}{R_H}}$$

donde $A_2 \in [0{,}1, 0{,}3]$ es un coeficiente empírico y $R_H = \frac{8\times 10^4\ \text{m}}{f^{1/3}[\text{ MHz}]}$.

4. Ecuación de Friss

Es un balance de potencias en un enlace inalámbrico. La ecuación es

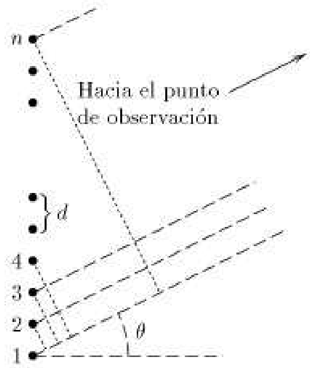
$$W_R = W_T G_T G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 |\hat{\boldsymbol{\rho}}_T \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}}_R|^2 \left(1 - |\Gamma_T|^2\right)\left(1 - |\Gamma_R|^2\right)$$

donde W_i son las potencias, G_i las ganancias, $\hat{\boldsymbol{\rho}}_i$ el versor que apunta en la dirección que emite la antena y Γ_i los coeficientes de reflexión en las líneas que conectan las antenas a los circuitos. El término $\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2$ se conoce como atenuación de espacio libre.

5. Conjuntos lineales

Son conjuntos de elementos idénticos distribuidos en forma uniforme a lo largo de una recta. Se aproxima

$$\text{Aproximaciones} \rightarrow \begin{cases} r \approx r_0 - d\cos\phi & \text{Fase} \\ r \approx r_0 & \text{Módulo} \end{cases}$$



El campo eléctrico en un punto muy lejano es

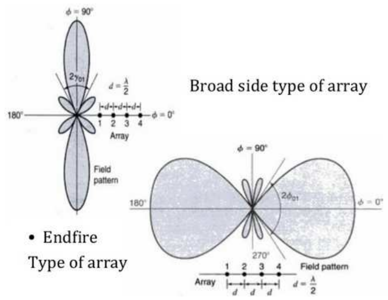
$$E_T = E_0 \frac{\sin\frac{N\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}} \qquad \psi = \beta d\cos\phi + \alpha$$

donde E_0 es el campo de cada elemento, N el número de elementos, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, ϕ es lo que en la fotito figura como θ, d la separación entre los elementos y α la diferencia de fase entre la corriente que alimenta a cada elemento.

El diagrama de radiación normalizado es

$$\text{Array factor} \rightarrow \text{AF}(\phi) = \frac{E_T}{E_0} = \frac{1}{N}\frac{\sin\frac{N\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}$$

Modificando el valor de α se puede modificar el diagrama de radiación. Dos casos extremos son *endfire* y *broadside* como se muestra a continuación:



El máximo principal de radiación se encuentra para $\frac{N\psi}{2} = 0$ o bien

$$\text{Máximo principal} \to \psi = 0 \iff \cos\phi = -\frac{\alpha}{\beta d}$$

entonces

$$\text{Endfire} \to \quad \alpha = \pm\beta d$$
$$\text{Broadside} \to \quad \alpha = 0$$

Los ceros están en $\frac{N\psi}{2} = n\pi$ con un número entero distinto de 1. Esto es

$$\text{Ceros} \;\to \frac{N\psi}{2} = n\pi \iff \cos\phi = \frac{n\frac{2\pi}{N} - \alpha}{\beta d}$$

De forma similar se pueden calcular los anchos de los lóbulos que son

$$\text{Anchos de los lóbulos} \to \begin{cases} \dfrac{4\pi}{N} & \text{Principal} \\ \dfrac{2\pi}{N} & \text{Secundarios} \end{cases}$$

Se define el *side lobe level* o SLL como

$$\text{SLL} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\text{máximo secundario mayor}}{\text{máximo principal}}$$

lo cual da una idea de la diferencia que existe entre el máximo principal y los demás. Lo que queremos (para aumentar la directividad) es que el SLL $\to 0$.

5.1. Hansen Woodyard (para *endfire*)

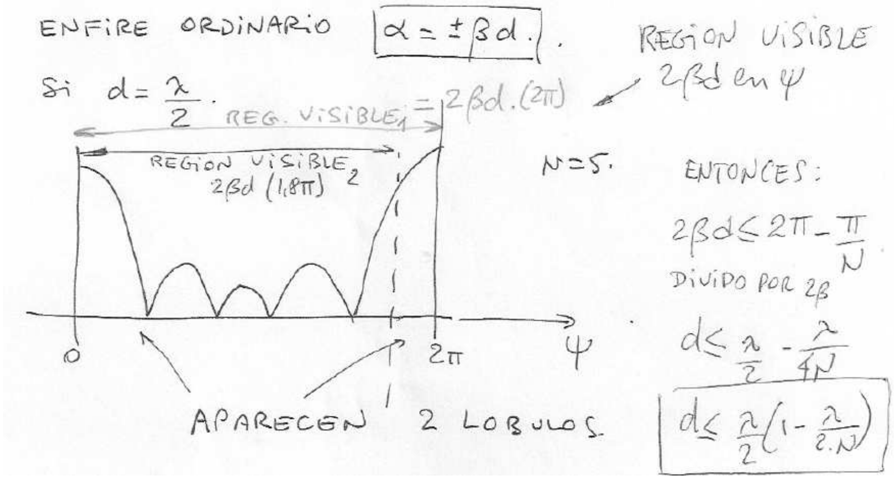
En un *endfire* ordinario se tiene que $\alpha = \pm\beta d$. El método Hansen Woodyard consiste en aumentar α en pequeñas cantidades de modo tal que el lóbulo principal se vuelva más angosto y aumente la directividad. Es decir

$$\text{Hansen Woodyard} \to \alpha = \pm(\beta d + \delta)$$

Lo más común es hacer $\delta \approx \frac{\pi}{N}$. Para que el lóbulo de atrás no sea más grande que el de adelante se debe cumplir que $\alpha < \pi$.

5.2. Reducción de zona visible

Para que el lóbulo de atrás sea más chico que el de adelante lo que se hace es reducir d, lo cual reduce la "región visible".



Esto surge de $\psi = \beta d \cos\phi + \alpha$. Entonces como $-1 \leq \cos\phi \leq 1$ termina quedando

$$\alpha - \beta d \leq \psi \leq \alpha + \beta d$$

entonces si se modifica el valor de d se modifica la ventana de ψ que se utiliza, como se muestra en la figura anterior.

5.3. Regla de multiplicación de diagramas

Cuando el arreglo está formado por elementos que tienen un diagrama de radiación dado por $F(\theta, \phi)$ entonces el diagrama total es el producto

$$\text{diagrama de radiacinó total} = F(\theta, \phi)\,\mathrm{AF}(\phi)$$