Домашнее задание

Казаков Никита M3206

08.09.2020

1 №3

$$\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n}-\sqrt{n+1})$$

$$1-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{4}+...+\sqrt{n-2}-\sqrt{n-1}+\sqrt{n-1}-\sqrt{n}=1-\sqrt{n}$$

$$\lim_{n\to\infty}(1-\sqrt{n})=-\infty \Rightarrow \text{ряд расходится}$$

2 №13

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1.1)^n$$

Не выполняется необходимый признак сходимости ряда: $\lim\limits_{n\to\infty}(-1.1)^n \neq 0 \Rightarrow$ ряд расходится

3 №14

$$\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{3^n+7^n}{21^n})$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{3^n+7^n}{3^n7^n})=\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{1^n+\frac{7^n}{3^n}}{7^n})=\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{1^n}{7^n}+\frac{1^n}{3^n})=\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{1}{7^n})+\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{1}{3^n})$$

Сумма двух сумм бесконечно убывающих геом. прогрессий

$$\frac{3}{2}+\frac{7}{6}=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$$

4 №15

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{5^n+2^n}{10^n}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{5^n+2^n}{5^n2^n}$$

Упрощаем аналогично №14

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{5^n}$$

Сумма двух сумм бесконечно убывающих геом. прогрессий

$$2+\frac{5}{4}=\frac{13}{4}$$

5 №16

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2*3^n+3*2^{n-1}}{6^n}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2*3^n+3*2^{n-1}}{3^n2^n}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2+\frac{2^{n-1}}{3^{n-1}}}{2^n}=\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2}\frac{1}{3^{n-1}})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3^{n-1}}=$$

$$2+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2}(3+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^{n-1}})$$

Подсчитаем суммы двух бесконечно убывающих геом. прогрессий

$$2+2+\frac{1}{2}(3+\frac{3}{2})=2+2+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=\frac{25}{4}$$

6 №17

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^{n+1}-4*5^n}{15^{n-1}}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^{n+1}-4*5^n}{3^{n-1}5^{n-1}}$$

Упрощаем аналогично №16

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{9}{5^{n-1}}-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{20}{3^{n-1}}=9\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{5^{n-1}}-20\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3^{n-1}}$$

Подсчитаем суммы двух бесконечно убывающих геом. прогрессий

$$9\frac{25}{4}-20\frac{9}{2}=9\frac{25}{4}-20\frac{18}{4}=\frac{225}{4}-\frac{360}{4}=-\frac{135}{4}$$

7 №18

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}-2^n}{10^{2n-1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}-2^n}{5^{2n-1}2^{2n-1}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{-n+2}-\frac{2^n}{5^{2n-1}}}{2^{2n-1}}=\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{25}{2^{2n-1}}-\frac{2}{2^n5^{2n-1}})=\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{50}{2^{2n}}-\frac{10}{2^n5^{2n}})=$$

$$50\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{2n}}-10\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n5^{2n}}$$

Подсчитаем суммы двух бесконечно убывающих геом. прогрессий

$$50\frac{1}{19}-10\frac{10}{49}=\frac{2450}{931}-\frac{190}{931}=\frac{2260}{931}$$