基礎数学Ⅱ　春休み宿題

【1】全体集合Uを20以下の自然数の集合とする。Uの部分集合
　$A=\{x|x$は4の倍数$\}$
　$B=\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
について，次の値を求めよ。

(1)　$n(A)$

(2)　$n(A\cap B)$

(3)　$n(A\cup B)$

(4)　$n(\overline{A})$

【2】1から200までの自然数のうち，次の数の個数を求めよ。

(1)　5で割り切れるかまたは8で割り切れる数

(2)　5でも8でも割り切れない数

【3】2つのさいころA, Bを投げるとき，目の和が5または6になる場合の数を求めよ。

【4】A町からB町へ通じる道が3本，B町からC町へ通じる道が5本，C町からD町へ通じる道が4本ある。A町からB, C町を経てD町へ行く行き方は何通りあるか。

【5】次の値を求めよ。

(1)　${}_5\mathrm{P}_2$

(2)　${}_3\mathrm{P}_3$

(3)　${}_6\mathrm{C}_3$

(4)　${}_{30}\mathrm{C}_{28}$

【6】色の異なる旗が5枚ある。
このとき

(1)　5枚から3枚を選び，1列に並べて信号をつくるとき，何通りの信号がつくれるか。

(2)　5枚から3枚を選ぶ選び方は何通りあるか。

【7】6個の数字1, 2, 3, 4, 5, 6を1列に並べて6桁の整数をつくるとき，5と6が隣り合う整数はいくつあるか。

【8】A, B, C, Dの4人でじゃんけんをするとき，4人のかみ，いし，はさみの出し方は何通りあるか。

【9】8人が手をつないで輪をつくるとき，何通りの輪ができるか。

【10】女子10人，男子6人の陸上部員の中から，試合に出場する女子3人，男子3人の合計6人の選手を決める方法は何通りあるか。

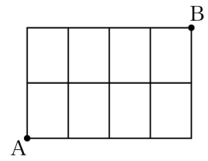
【11】男子12人，女子2人の中から4人を選ぶとき，女子が2人とも選ばれる方法は何通りあるか。

【12】色がすべて異なる6本の花があるとき，次の問に答えよ。

(1)　3本ずつA, Bの2人に贈る方法は何通りあるか。

(2)　3本ずつの花束を2つつくる方法は何通りあるか。

【13】ある町には，右の図のような道がある。この町のA地点からB地点までの最短経路は何通りあるか。



【14】トランプのハートのカード13枚の中から1枚を引くとき，2か3のカードを引く確率を求めよ。

【15】2個のさいころを同時に投げるとき，目の和が9となる確率を求めよ。

【16】10本のくじの中に当たりくじが3本ある。この中から同時に2本引くとき

(1)　2本とも当たりくじである確率を求めよ。

(2)　1本当たり，1本はずれる確率を求めよ。

【17】女子2人，男子6人の8人によるリレーを行うために，くじで走る順番を決めるという。このとき，スタートとアンカーに女子が選ばれる確率を求めよ。

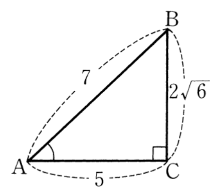
【18】ジョーカーを除く52枚のトランプの中から3枚のカードを同時に引くとき，3枚とも同じマークである確率を求めよ。

【19】1から50までの番号を1つずつ書いた50枚の札の中から1枚を引くとき，10で割り切れない番号の札を引く確率を求めよ。

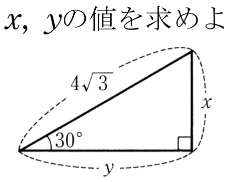
【20】1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の9個の数字を1つずつ書いた9枚のカードの中から，3枚のカードを使って3桁の整数をつくるとき，少なくとも1枚は偶数のカードが使われている確率を求めよ。

【21】1人が2枚の硬貨を同時に投げるとする。A, Bの2人が硬貨を投げるとき，AもBも表が2枚出る確率を求めよ。

【22】下の図において，$\sin A$, $\cos A$, $\tan A$の値を求めよ。



【23】下の図において，x, yの値を求めよ。



【24】次の三角比を45°以下の角の三角比で表せ。

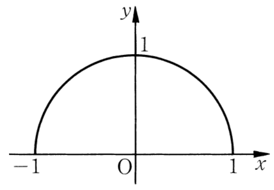
(1)　$\sin 68^\circ$

(2)　$\cos 51^\circ$

【25】次の表をうめよ。

θ	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$					
$\cos\theta$					
$\tan\theta$					

【26】$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす角θを求めよ。



【27】Aが鋭角で$\cos A = \dfrac{5}{6}$のとき，$\sin A$, $\tan A$の値を求めよ。

【28】△ABCにおいて，$a=6$, $A=120^\circ$, $C=45^\circ$のとき，cと外接円の半径Rを求めよ。

【29】△ABCにおいて，次の問に答えよ。

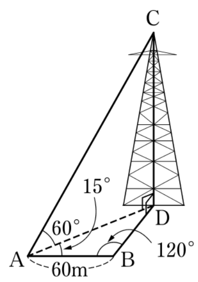
(1)　$b=4$, $c=7$, $A=60^\circ$のとき，aを求めよ。

(2)　$a=13$, $b=7$, $c=15$のとき，Aを求めよ。

【30】△ABCにおいて，$b=6$, $c=9\sqrt{3}$, $A=60^\circ$のとき，面積Sを求めよ。

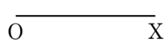
【31】$a=9$, $b=5$, $c=6$のとき，△ABCの面積Sを求めよ。

【32】右の図で，
$\angle \mathrm{CAD}=60^\circ$
$\angle \mathrm{DAB}=15^\circ$
$\angle \mathrm{DBA}=120^\circ$
$\mathrm{AB}=60\,\mathrm{m}$
であるとき，鉄塔の高さCDを求めよ。
ただし，$\sqrt{2}=1.41$とする。

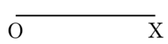


【33】次の角の回転を表す動径を図示せよ。
また，その角を$\alpha + 360^\circ \times n$（$n$は整数）の形で表すとき，$\alpha$を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \alpha < 360^\circ$とする。

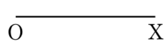
(1)　375°



(2)　1200°

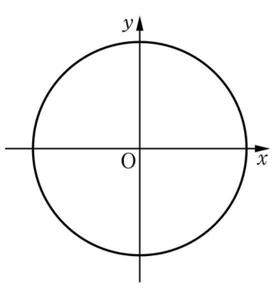


(3)　-780°

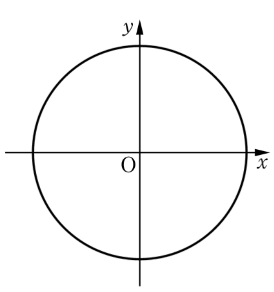


【34】θが次の角のとき，$\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$の値を求めよ。

(1)　$\dfrac{11}{3}\pi$



(2)　$-\dfrac{11}{6}\pi$



【35】θが第3象限の角で，$\sin\theta = -\dfrac{3}{4}$のとき$\cos\theta$, $\tan\theta$の値を求めよ。

【36】θが第4象限の角で，$\tan\theta = -3$のとき，$\sin\theta$, $\cos\theta$の値を求めよ。

【37】次の値を求めよ。

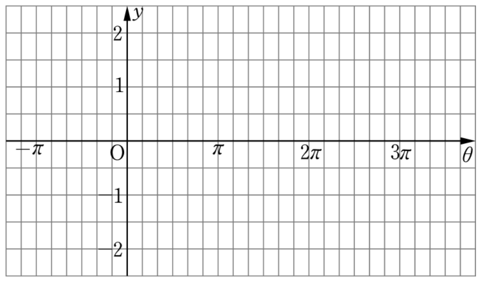
(1)　$\sin\left(-\dfrac{5}{4}\pi\right)$

(2)　$\cos\dfrac{17}{3}\pi$

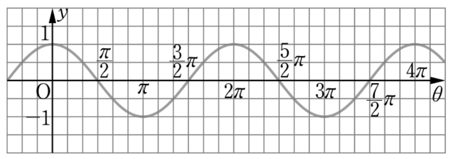
(3)　$\tan\left(-\dfrac{19}{6}\pi\right)$

【38】半径5の扇形の面積が5πであるとき，この扇形の弧の長さを求めよ。

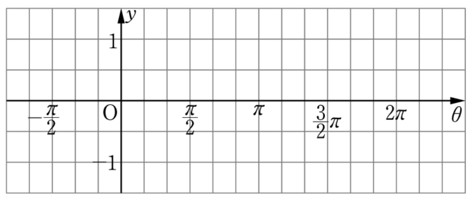
【39】関数$y=-2\sin\theta$のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。



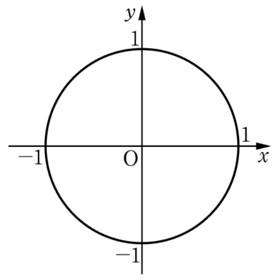
【40】関数$y=\cos\dfrac{1}{3}\theta$のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。



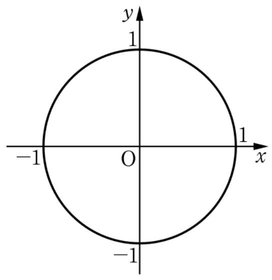
【41】関数$y=\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right)$のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。



【42】$0 \leqq \theta < 2\pi$のとき，方程式$\cos\theta + \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0$を満たす$\theta$の値を求めよ。



【43】$0 \leqq \theta < 2\pi$のとき，不等式$\sin\theta \leqq -\dfrac{1}{2}$を満たす$\theta$の値の範囲を求めよ。



【44】$195^\circ=135^\circ+60^\circ$を用い，$\sin 195^\circ$，$\cos 195^\circ$の値を求めよ。

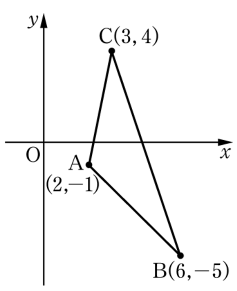
【45】$\sin\alpha=\dfrac{3}{4}$，$\sin\beta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$のとき，$\sin(\alpha+\beta)$の値を求めよ。ただし，$\alpha,\beta$は第2象限の角とする。

【46】αが第1象限の角で，$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$のとき，$\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$の値を求めよ。

【47】次の式を$r\sin(\theta+\alpha)$の形に変形せよ。ただし，$r>0$, $-\pi<\alpha\leqq\pi$とする。

$3\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta$

【48】3点A$(2,\ -1)$, B$(6,\ -5)$, C$(3,\ 4)$を頂点とする△ABCがある。



(1)　辺ABの長さを求めよ。

(2)　辺ABの中点Mの座標を求めよ。

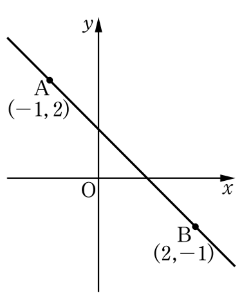
(3)　辺ABを3：1に内分する点Pの座標を求めよ。

(4)　辺BCを1：2に外分する点Qの座標を求めよ。

(5)　△ABCの重心Gの座標を求めよ。

(6)　点Aに関して，点Cと対称な点Dの座標を求めよ。

【49】2点A$(-1,\ 2)$, B$(2,\ -1)$がある。

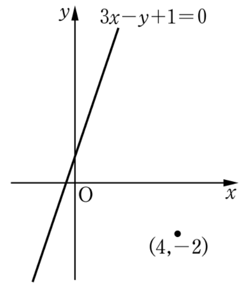


(1)　直線ABの傾きを求めよ。

(2)　直線ABの方程式を求めよ。

(3)　原点と直線ABの距離を求めよ。

【50】点$(4,\ -2)$を通り，直線$3x-y+1=0$に平行な直線の方程式を求めよ。また，垂直な直線の方程式を求めよ。



【51】次の円の方程式を求めよ。

(1)　点$(3,\ -1)$を中心とする半径2の円

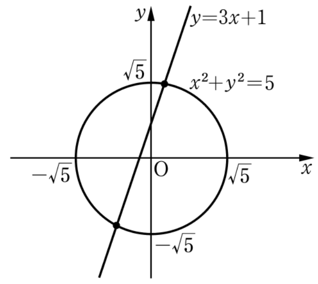
(2)　中心が原点で，点$(3,\ 4)$を通る円

【52】次の方程式が表す円について，その中心の座標と半径を求めよ。

$x^2+y^2+10x-4y+25=0$

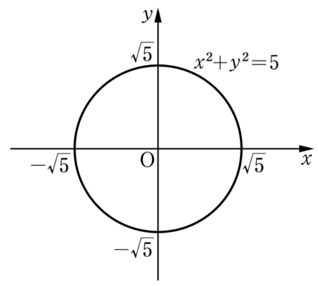
【53】次の円と直線の共有点の座標を求めよ。

$x^2+y^2=5,\ y=3x+1$



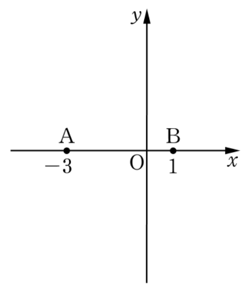
【54】円$x^2+y^2=5$がある。

(1)　この円と直線$2x-y+3=0$との共有点の個数を調べよ。



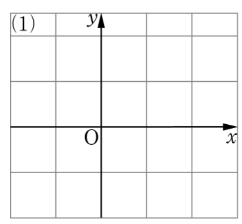
(2)　この円の周上の点$(-1,\ 2)$における接線の方程式を求めよ。

【55】2定点A$(-3,\ 0)$, B$(1,\ 0)$から等距離にある点Pの軌跡を求めよ。

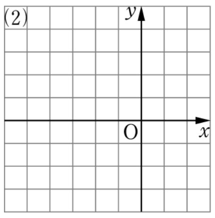


【56】次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1)　$x+y-1>0$



(2)　$(x+2)^2+(y-1)^2\leqq 9$



【57】次の放物線の焦点と準線を求め，その概形をかけ。

(1)　$y^2=-12x$

(2)　$x^2=6y$

(3)　$y^2-5x=0$

【58】次の放物線の方程式を求めよ。

(1)　焦点$(-4,\ 0)$，準線$x=4$

(2)　焦点$\left(\frac{7}{4},\ 0\right)$，準線$x=-\frac{7}{4}$

(3)　焦点$(0,\ 5)$，準線$y=-5$

(4)　焦点$\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$，準線$y=\frac{1}{2}$

【59】定点$(1,\ 0)$と直線$x=-1$とから等距離にある点Pの軌跡の方程式を求めよ。

【60】定点$(0,\ -2)$と直線$y=2$とから等距離にある点Pの軌跡の方程式を求めよ。

【61】次の楕円の頂点と焦点の座標を求め，その概形をかけ。

(1)　$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

(2)　$x^2+\frac{y^2}{3}=1$

(3)　$4x^2+5y^2=20$

【62】次の条件を満たす楕円の方程式を求めよ。

(1)　4点$(4,\ 0)$，$(-4,\ 0)$，$(0,\ 3)$，$(0,\ -3)$を頂点とする楕円

(2)　2点$(2,\ 0)$，$(-2,\ 0)$を焦点とし，長軸の長さが8の楕円

(3)　2点$(0,\ 3)$，$(0,\ -3)$を焦点とし，点$(2,\ 0)$を通る楕円

【63】円$x^2+y^2=9$上の点Pからx軸に垂線PHを引くとき，線分PHを1：2の比に内分する点Qの軌跡の方程式を求めよ。

【64】次の双曲線の頂点と焦点の座標，および漸近線の方程式を求め，その概形をかけ。

(1)　$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

(2)　$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=-1$

【65】次の条件を満たす双曲線の方程式を求めよ。

(1)　2点$(2,\ 0)$，$(-2,\ 0)$からの距離の差が2

(2)　2点$(0,\ 3)$，$(0,\ -3)$を頂点とし，点$\left(1,\ 3\sqrt{2}\right)$を通る。

【66】2点$\left(\sqrt{5},\ 0\right)$，$\left(-\sqrt{5},\ 0\right)$を焦点とし$y=\frac{1}{2}x$，$y=-\frac{1}{2}x$を漸近線とする双曲線の方程式を求めよ。

【67】双曲線$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$と焦点を共有し，焦点からの距離の差が4である双曲線の方程式を求めよ。

【68】楕円$x^2+\frac{y^2}{4}=1$と直線$x+y+1=0$との共有点の座標を求めよ。

【69】双曲線$x^2-y^2=3$と直線$y=2x-3$との共有点の座標を求めよ。

【70】放物線$y^2=4x$と直線$y=x+k$が2点を共有するような定数kの値の範囲を求めよ。

【71】双曲線$2x^2-3y^2=6$と直線$y=x+k$が共有点をもたないような定数kの値の範囲を求めよ。

【72】楕円$4x^2+y^2=2$と直線$y=2x+k$との共有点の個数は，定数kの値によってどのように変わるか。

【73】20本のくじの中に当たりくじが6本ある。この中から同時に3本引くとき，次の確率を求めよ。

(1)　3本とも当たりくじである確率

(2)　当たりくじが2本，はずれくじが1本である確率

【74】太郎，花子を含む7人が1列に並んで写真を撮るとき，次の確率を求めよ。

(1)　太郎と花子が左端に2人並ぶ確率

(2)　太郎と花子が隣り合う確率

【75】20本のくじの中に当たりくじが4本ある。この中から同時に2本のくじを引くとき，少なくとも1本が当たる確率を求めよ。

答・解説

【1】

(1)　**5**

(2)　**2**

(3)　**10**

(4)　**15**

【2】

(1)　**60個**

(2)　**140個**

【3】
9通り

【4】
60通り

【5】

(1)　**20**

(2)　**6**

(3)　**20**

(4)　**435**

【6】

(1)　**60通り**

(2)　**10通り**

【7】
240個

【8】
81通り

【9】
5040通り

【10】
2400通り

【11】
66通り

【12】

(1)　**20通り**

(2)　**10通り**

【13】
15通り

【14】
$\dfrac{2}{13}$

【15】
$\dfrac{1}{9}$

【16】

(1)　$\dfrac{1}{15}$

(2)　$\dfrac{7}{15}$

【17】
$\dfrac{1}{28}$

【18】
$\dfrac{22}{425}$

【19】
$\dfrac{9}{10}$

【20】
$\dfrac{37}{42}$

【21】
$\dfrac{1}{16}$

【22】

$\sin A=\dfrac{2\sqrt{6}}{7}$, $\cos A=\dfrac{5}{7}$, $\tan A=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

【23】
$x=2\sqrt{3}$, $y=6$

【24】

(1)　$\cos 22^\circ$

(2)　$\sin 39^\circ$

【25】

θ	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	0	$-\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	0

【26】
30°, 150°

【27】

$\sin A=\dfrac{\sqrt{11}}{6}$, $\tan A=\dfrac{\sqrt{11}}{5}$

【28】
$c=2\sqrt{6}$, $R=2\sqrt{3}$

【29】

(1)　$\sqrt{37}$

(2)　60°

【30】

$\dfrac{81}{2}$

【31】

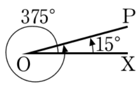
$10\sqrt{2}$

【32】

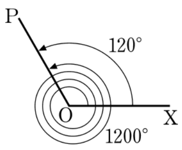
126.9 m

【33】

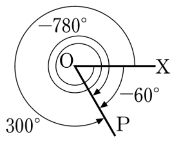
(1)　15°



(2)　120°



(3)　300°



【34】

(1)　$\sin\dfrac{11}{3}\pi=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\dfrac{11}{3}\pi=\dfrac{1}{2}$，$\tan\dfrac{11}{3}\pi=-\sqrt{3}$

(2)　$\sin\left(-\dfrac{11}{6}\pi\right)=\dfrac{1}{2}$，$\cos\left(-\dfrac{11}{6}\pi\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\left(-\dfrac{11}{6}\pi\right)=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

【35】

$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，$\tan\theta=\dfrac{3}{\sqrt{7}}$

【36】

$\sin\theta=-\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

【37】

(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(2)　$\dfrac{1}{2}$

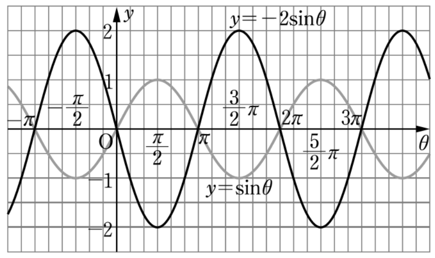
(3)　$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

【38】

2π

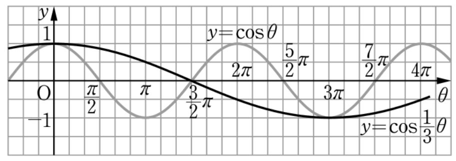
【39】

周期　2π



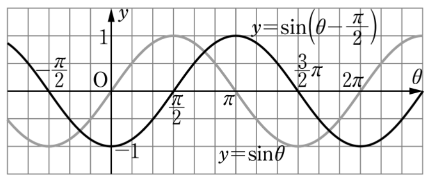
【40】

周期　6π



【41】

周期　2π



【42】

$\theta=\dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{7}{6}\pi$

【43】

$\dfrac{7}{6}\pi\leqq\theta\leqq\dfrac{11}{6}\pi$

【44】

$\sin195^\circ=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$，$\cos195^\circ=-\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

【45】

$-\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{14}}{8}$

【46】

$\sin2\alpha=\dfrac{7\sqrt{15}}{32}$，$\cos2\alpha=\dfrac{17}{32}$

【47】

$2\sqrt{3}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)$

【48】

(1)　$AB=4\sqrt{2}$

(2)　M$(4,\ -3)$

(3)　P$(5,\ -4)$

(4)　Q$(9,\ -14)$

(5)　G$\left(\dfrac{11}{3},\ -\dfrac{2}{3}\right)$

(6)　D$(1,\ -6)$

【49】

(1)　-1

(2)　$y=-x+1$

(3)　$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【50】

平行であるときは　$y=3x-14$

垂直であるときは　$y=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{3}$

【51】

(1)　$(x-3)^2+(y+1)^2=4$

(2)　$x^2+y^2=25$

【52】

中心$(-5,\ 2)$，半径2

【53】

$(-1,\ -2)$，$\left(\dfrac{2}{5},\ \dfrac{11}{5}\right)$

【54】

(1)　2個

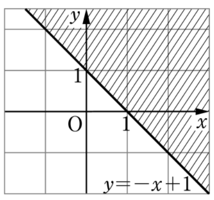
(2)　$-x+2y=5$

【55】

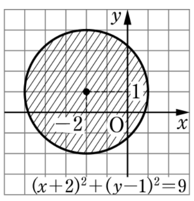
直線$x=-1$

【56】

(1)　右の図の斜線部分である。ただし，境界線は含まない。



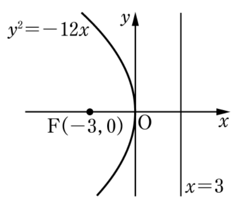
(2)　右の図の斜線部分である。ただし，境界線を含む。



【57】

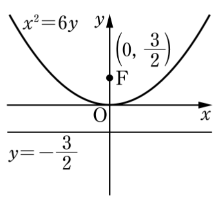
(1)　焦点は$(-3,\ 0)$，準線は$x=3$

概形は右の図



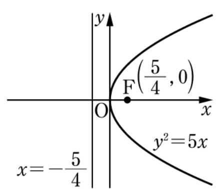
(2)　焦点は$\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$，準線は$y=-\dfrac{3}{2}$

概形は右の図



(3)　焦点は$\left(\dfrac{5}{4},\ 0\right)$，準線は$x=-\dfrac{5}{4}$

概形は右の図



【58】

(1)　$y^2=-16x$

(2)　$y^2=7x$

(3)　$x^2=20y$

(4)　$x^2=-2y$

【59】

$y^2=4x$

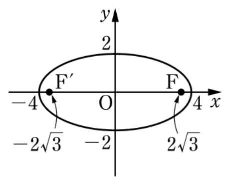
【60】

$x^2=-8y$

【61】

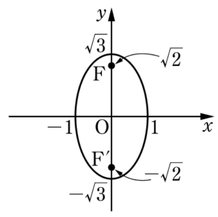
(1)　頂点は$(4,\ 0)$，$(-4,\ 0)$，$(0,\ 2)$，$(0,\ -2)$

焦点は$(2\sqrt{3},\ 0)$，$(-2\sqrt{3},\ 0)$



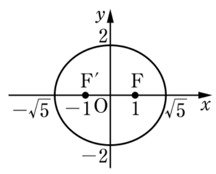
(2)　頂点は$(1,\ 0)$，$(-1,\ 0)$，$(0,\ \sqrt{3})$，$(0,\ -\sqrt{3})$

焦点は$(0,\ \sqrt{2})$，$(0,\ -\sqrt{2})$



(3)　頂点は$(\sqrt{5},\ 0)$，$(-\sqrt{5},\ 0)$，$(0,\ 2)$，$(0,\ -2)$

焦点は$(1,\ 0)$，$(-1,\ 0)$



【62】

(1)　$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$

(2)　$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$

(3)　$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{13}=1$

【63】

$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

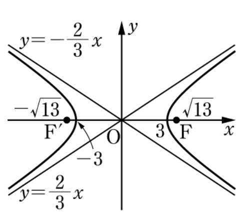
【64】

(1)　頂点は$(3,\ 0)$，$(-3,\ 0)$

焦点は$(\sqrt{13},\ 0)$，$(-\sqrt{13},\ 0)$

漸近線の方程式は$y=\dfrac{2}{3}x$，$y=-\dfrac{2}{3}x$

概形は右の図

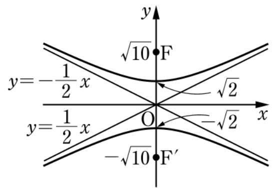


(2)　頂点は$(0,\ \sqrt{2})$，$(0,\ -\sqrt{2})$

焦点は$(0,\ \sqrt{10})$，$(0,\ -\sqrt{10})$

漸近線の方程式は$y=\dfrac{1}{2}x$，$y=-\dfrac{1}{2}x$

概形は右の図



【65】

(1)　$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$

(2)　$x^2-\dfrac{y^2}{9}=-1$

【66】

$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$

【67】

$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$

【68】

$\left(\dfrac{3}{5},\ -\dfrac{8}{5}\right)$，$(-1,\ 0)$

【69】

$(2,\ 1)$

【70】

$k<1$

【71】

$-1<k<1$

【72】

$-2<k<2$のとき　2個

$k=2,\ -2$のとき　1個

$k<-2,\ 2<k$のとき　0個

【73】

(1)　$\dfrac{1}{57}$

(2)　$\dfrac{7}{38}$

【74】

(1)　$\dfrac{1}{21}$

(2)　$\dfrac{2}{7}$

【75】

$\dfrac{7}{19}$