Creator - @tikhon_kananchuk
Coauthor @VOBA_04

## Список заданий:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7.2 | 7.13 | 12.4 | 12.19 | 16.5 |   |
| 7.3 | 7.14 | 12.5 | 12.22б | 16.6 | 16.21 |
| 7.6 | 7.25 | 12.6 | 12.22в | 16.8 | 16.25 |
| 7.7 | 7.28 | 12.11 | 12.23 внутри | 16.8 | 16.32а |
| 7.12 | 7.39 | 12.13 | 12.23 снаружи | 16.9 | 16.32б |

– Все четко, списывай

– Списывай с умом (Там почему-то ответ не сходится)


– Задача 16.20 ну в целом уник не так уж и нужен... (шучу,там есть решение, но его хер поймешь)

# 7.2

7.2 Дано

$A_v$ $A_a$

$A - ?$ $\omega - ?$

Решение

Ур-е колебательного движения

$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

Возьмем производные для нахождения уравнений скорости и ускорения

$v(t) = x'(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

$a(t) = x''(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

Для амплитудных точек:

$A_v = A\omega_0$ $\quad A_a = A\omega_0^2$

$\omega = \dfrac{A_a}{A_v}$; $\quad A = \dfrac{A_v^2}{A_a}$

Ответ: $\omega_0 = \dfrac{A_a}{A_v}$; $\quad A = \dfrac{A_v^2}{A_a}$

**7.3**

7.3 Дано

$T$, $x_1 = \frac{A}{2}$

$x_2 = -\frac{A}{2}$

$\tau - ?$

Решение

В соответствии с ур-ем гармонических колебаний:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t)$$

Подставим значения $x_1$, $x_2$

$$\begin{cases} \frac{A}{2} = A\cos(\omega_0 t_1) \Rightarrow t_1 = \frac{\arccos(0,5)}{\omega_0} & (1) \\ -\frac{A}{2} = A\cos(\omega_0 t_2) \Rightarrow t_2 = \frac{\arccos(-0.5)}{\omega_0} & (2) \end{cases}$$

Учтем, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и подставим в (1), (2)

$$t_1 = \frac{\pi T}{3\, 2\pi} = \frac{T}{6}, \quad t_2 = \frac{2\pi T}{3 \cdot 2\pi} = \frac{T}{3}$$

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{T}{3} - \frac{T}{6} = \frac{T}{6}$$

Ответ: $\frac{T}{6}$

**7.6**

7.6 Дано

$T, A, x$

$v - ?$

Решение

В соотв. с ур-ем гармонических колебаний

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t)$$

$$x = A\cos(\omega_0 t_1) \Rightarrow t_1 = \frac{\arccos\left(\frac{x}{A}\right)}{\omega_0}$$

Возьмем производную для получения ур-я скорости:

$$v(t) = x'(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

В момент времени $t_1$:

$$v(t_1) = -A\omega_0 \sin\left(\frac{\omega_0 \arccos\left(\frac{x}{A}\right)}{\omega_0}\right)$$

Учтем, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$:

$$v(t_1) = -A \cdot \frac{2\pi}{T} \sin\left(\arccos\left(\frac{x}{A}\right)\right)$$

Ответ: $v = -\frac{2A\pi}{T} \sin\left(\arccos\left(\frac{x}{A}\right)\right)$

**7.7**

7.7 Дано
$\omega, A_a, x$

$\vartheta - ?$

Решение

В соотв-вии с ур-ем гармонич. колебаний

$x(t) = A\cos(\omega_0 t)$ (1)

Возьмем производные для нахождения ур-й скорости и ускорения.

$\vartheta(t) = x'(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t)$ (2)

$a(t) = x''(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t)$

Тогда $A_a = A\omega^2 \Rightarrow A = \frac{A_a}{\omega^2}$ (3)

Найдем $t$, подставив (3) в (1)

$t = \frac{\arccos\left(\frac{x\omega_0^2}{A_a}\right)}{\omega_0}$ (4)

Подставим (4) в (2)

$\vartheta = -A\omega \sin\left(\arccos\left(\frac{x\omega_0^2}{A_a}\right)\right)$

$= -\frac{A_a}{\omega}\sin\left(\arccos\left(\frac{x\omega^2}{A_a}\right)\right)$

**7.12 – (ответ лучше расписать с найденными значениями, без ti)**

7.12 Дано

$x = 5\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$

$x_1 = 0$

$x_2 = A$

$x_3 = \frac{A}{2}$

$\tau_1 - ?$ $\tau_2 - ?$

$\tau_3 - ?$

Решение

В соответствии с ур-ем гармонич. колебаний

$x(t) = A\cos(\omega_0 t)$

Подставим значения из условия:

1) $x_1 = 5\sin\left(\frac{\pi t_1}{2}\right) \Rightarrow t_1 = \frac{2\arcsin\left(\frac{x_1}{5}\right)}{\pi}$

2) $x_2 = 5\sin\left(\frac{\pi t_2}{2}\right) \Rightarrow t_2 = \frac{2\arcsin\left(\frac{x_2}{5}\right)}{\pi}$

3) $x_3 = 5\sin\left(\frac{\pi t_3}{2}\right) \Rightarrow t_3 = \frac{2\arcsin\left(\frac{x_3}{5}\right)}{\pi}$

$\tau_1 = t_2 - t_1$

Ответ: $\tau_2 = t_3 - t_1$ где $t_i = \frac{2\arcsin\left(\frac{x_i}{A}\right)}{\pi}$

$\tau_3 = t_2 - t_3$

# 7.13

7.13 Дано

$x_1 = 4\cos 4t$

$x_2 = 3\cos(4t + \frac{\pi}{2})$

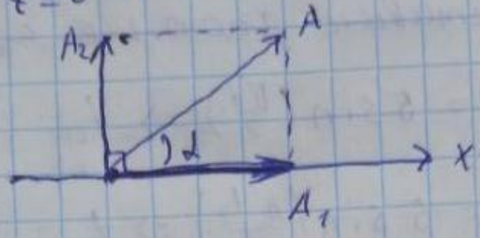
---

$\omega$-? $A$-? $\alpha$-?

Решение

Для сложения колебаний воспользуемся методом векторных диаграмм.

Изобразим в-ры в момент времени $t = 0$




$\omega = \omega_1 = \omega_2 = \omega$

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

$tg\,\alpha = arctg\,\frac{A_2}{A_1}$

# 7.14

7.14 Дано

$x_1 = 30\cos\frac{\pi t}{3}$

$x_2 = 30\cos\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$

$x_p(t)$ - ?

Решение

Для сложения колебаний воспользуемся методом векторных диаграмм

Изобразим в-ра в момент времени $t = 0$

$\omega_p = \omega_1 = \omega_2$


По правилу сложения в-в и теореме косинусов:

$$A_p = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(30-0)} = 58$$

$$\varphi_p = \frac{\varphi_{01} + \varphi_{02}}{2} = \frac{\pi}{12}$$

Ответ: $x(t) = 58\cos\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{12}\right)$

**7.25**

7.25 Дано

$\tau = 4{,}8 \cdot 10^2$

$\Delta E = 99\%$

$\beta - ?$

Решение

Ур-е амплитуды затухающих колебаний:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t} \Rightarrow \ln \frac{A_1}{A_0} = -\beta t \quad (1)$$

Энергия гармонических колебаний

$$E = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m\omega_0^2 A_1^2}{2} \cdot \frac{2}{m\omega_0^2 A_2^2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

В условии задачи:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_1}{E_1 - \frac{\Delta E E_1}{100}} = \frac{E_1}{E_1\left(1 - \frac{\Delta E}{100}\right)} = \frac{1}{\frac{100-\Delta E}{100}} =$$

$$= \frac{100}{100-\Delta E} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

Из (1) $$\beta = -\frac{\ln \frac{A_1}{A_0}}{\tau} = -\frac{\ln \sqrt{\frac{100}{100-\Delta E}}}{\tau}$$

Ответ: $$\beta = -\frac{\ln \sqrt{\frac{100}{100-\Delta E}}}{\tau}$$

**7.28**

7.28 Дано

$A_0, A_1$

$N, T$

$\beta$ - ? $\lambda$ - ?

Решение

Ур-е амплитуды затухающих колебаний

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t} \Rightarrow \ln\frac{A_1}{A_0} = -\beta t$$

В условиях задачи $t = NT$

$$\ln\frac{A_1}{A_0} = -\beta N T \Rightarrow \beta = -\frac{\ln\frac{A_1}{A_0}}{NT}$$

Логарифмический декремент затухания

$$\lambda = \beta T = -\frac{\ln\frac{A_1}{A_0}}{NT} T = -\frac{\ln\frac{A_1}{A_0}}{N}$$

Ответ: $\beta = -\frac{\ln\frac{A_1}{A_0}}{NT}$; $\lambda = -\frac{\ln\frac{A_1}{A_0}}{N}$

**7.39**

7.39 Дано

$\Delta r$, $\nu$, $\vartheta$

---

$\Delta\varphi$

Решение

Ур-е волны имеет вид:

$$y(x,t) = A\sin(\omega t + kx)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число

Разность фаз $\Delta\varphi = kx$

Составим и решим систему ур-й:

$$\begin{cases} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \varphi = kx \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi x}{\lambda}, \text{ то есть } \Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$$

Зная, что $\lambda = \frac{\vartheta}{\nu}$; $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x\,\vartheta}{\nu}$

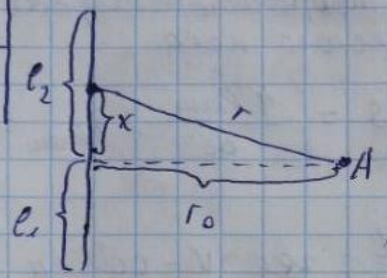
В условии задачи $\Delta x = \Delta r$

Ответ: $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta r\,\vartheta}{\nu}$

## 12.4

12.4
$l_1, l_2$
$r_0$, $\tau$

Решение




Заряд стержня определяется ф-ой: $dq = \tau dx$

Приращение потенциала $d\varphi$ на участке $dx$ в точке A опр-ся формулой $d\varphi = \frac{dq}{r} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\tau dx}{4\pi r \varepsilon_0}$

Как видно из рисунка, $r = \sqrt{r_0^2 + x^2}$,

Проинтегрируем

$$\int_0^{\varphi} d\varphi = \int_{-l_1}^{l_2} \frac{\tau dx}{\sqrt{r_0^2 + x^2}} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left|x + \sqrt{r_0^2 + x^2}\right| \Big|_{l_1}^{l_2} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{l_2 + \sqrt{r_0^2 + l_2^2}}{-l_1 + \sqrt{r_0^2 + l_1^2}}$$

## 12.5

12,5 Дано
$d$, $\varphi$

$N$ – ?

Решение

Суммарный заряд шара: $q = eN$

Потенциал на пов-ти: $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$$\varphi = \frac{eN}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2eN}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{eN}{2\pi\varepsilon_0 d}$$

Откуда $N = \frac{2\pi\varepsilon_0 d\varphi}{e}$

Ответ: $N = \frac{2\pi\varepsilon_0 d\varphi}{e}$

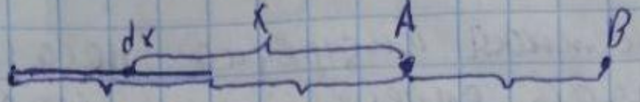
**12.6**

12,6 Дано

$\tau$, $\ell$

$\Delta\varphi$ - ?

Решение




Заряд стержня определяется ф-ой:

$$dq = \tau dx$$

Потенциал, создаваемый участком $dx$ в точке:

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{x} = \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

Интегрируем:

$$\int_0^{\varphi_1} d\varphi = \int_{\ell}^{2\ell} \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

$$\varphi_1 = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \ln x \Big|_{\ell}^{2\ell} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln 2$$

Аналогично для точки B:

$$\varphi_2 = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln x \Big|_{2\ell}^{3\ell} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{3}{2}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{4}{3}$$

Ответ: $\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{4}{3}$

## 12.11

12.11 Дано

$\varphi = \bar{a}\,\bar{r}$

$\bar{E}$ - ?

Решение

Зная уравнение связи напряженности и потенциала $\bar{E} = -\nabla\varphi$, где $\nabla$ - градиент

Распишем $\bar{a}$ в базисе: $\bar{a} = a_x\bar{i} + a_y\bar{j} + a_z\bar{k}$

Так же $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$

Тогда $\varphi = \bar{a}\,\bar{r} = a_x x + a_y y + a_z z$

$\nabla\varphi$ по определению: $\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\bar{k}$

В условие задача: $\nabla\varphi = a_x\bar{i} + a_y\bar{j} + a_z\bar{k}$

Видим, что $\nabla\varphi = a$, зная, что $\bar{E} = -\nabla\varphi$

$\bar{E} = -\bar{a}$

Ответ: $\bar{E} = -\bar{a}$.

## 12.13

12.13

Дано

$\varphi = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

Решение

Зная ур-е связи напряженности и потенциала:

$\bar{E} = -\nabla\varphi$, где $\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\bar{k}$

Найдем частные производные:

$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$; $\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$; $\frac{\partial\varphi}{\partial z} = -\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$

Тогда $\bar{E} = \frac{x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$

$$E = \sqrt{\frac{x^2+y^2+z^2}{(x^2+y^2+z^2)^3}} = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$$

**12.19**

12.19

Дано

$r$

$\varphi = ar^2 + b$

---

$\rho(x)$ - ?

Решение

Зная, что $\operatorname{div} \bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ и воспользовавшись теоремой Гаусса для электростат. поля, составим систему

$$\begin{cases} \operatorname{div} \bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1) \\ \bar{E} = -\nabla \varphi \end{cases}$$

Вычислим $\nabla \varphi$

$$\nabla \varphi = 2ax\,\bar{i} + 2ay\,\bar{j} + 2az\,\bar{k}$$

$\operatorname{div} E$ по определению:

$$\operatorname{div} \bar{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = -2a - 2a - 2a = -6a$$

Подставив в (1) имеем:

$$-6a = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \rho = -6a\varepsilon_0$$

Ответ: $-6a\varepsilon_0$

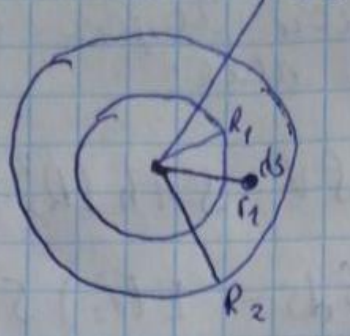
**12.22б**

12.22 Дано

$\rho, R_1, R_2$

$E - ?$

Решение




б) Воспользуемся теоремой Гаусса для электростатического поля

$\oint E(r)\, dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$, где $q = \rho V$

Объем, по которому распределен заряд

$V = \pi r_1^2 h - \pi R_1^2 h$

Следовательно $q = \rho \pi h (r_1^2 - R_1^2)/\varepsilon_0$

$\oint E(r) dS = E(\bar{r}_1) \oint dS = E(\bar{r}_1) S$, где $S$ – площадь боковой пов-ти цилиндра:

$S = 2\pi r_1 h$

Подставив, получим

$E(\bar{r}_1) \cdot 2\pi r_1 h = \rho \pi h (r_1^2 - R_1^2)/\varepsilon_0$

$E(r_1) = \frac{\rho h}{2\varepsilon_0}\left(r_1 - \frac{R_1^2}{r}\right)$

# 12.22в

12.22 Дано

$\rho, R_1, R_2$

$E - ?$

Решение


в) Воспользуемся теоремой Гаусса для электростатического поля:

$\oint \bar{E}\, d\bar{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ где $q = \rho V = \rho \pi h (R_2^2 - R_1^2)$

$\oint E(\bar{r}_2)\, d\bar{S} = E(\bar{r}_2) \oint dS = E(\bar{r}_2) S$, где $S$ – площадь боковой пов-ти цилиндра, радиуса $r_2$

$S = 2\pi r_2 h$

Подставив, получим

$$E(\bar{r}_2) \cdot 2\pi r_2 h = \frac{\rho \pi h (R_2^2 - R_1^2)}{\varepsilon_0}$$

Откуда: $E(\bar{r}_2) = \frac{\rho (R_2^2 - R_1^2)}{2 \varepsilon_0 r}$.

**12.23(внутри и снаружи)**

12.23 Дано

$R$, $\rho = ar$

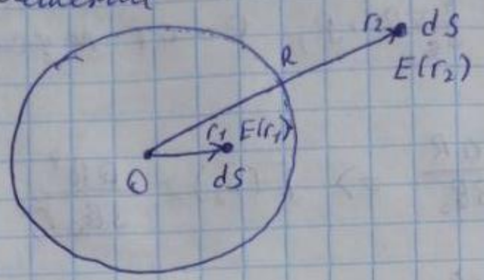
$\varepsilon = 1$

---

$E_{внутр}$

$E_{внеш}$ - ?

Решение




1) внутри: Воспользуемся теоремой Гаусса для электростатического поля

$$\Phi_e = \oint \bar{E}(r_1)\,dS = \frac{q_{внеш}}{\varepsilon_0}, \quad q_{внеш} = \rho V$$

Тогда:

$$\oint \bar{E}(r_1)\,dS = \frac{\rho V}{\varepsilon_0}$$, где $V$ - объем шара

$$\oint \bar{E}(r_1)\,dS = \bar{E}(\bar{r}_1)\oint dS = E(r_1) S_1$$, где $S_1$ - площадь пов-ти шара, радиусом $r_1$

$$E(\bar{r}_1) S_1 = E(\bar{r}_1)\cdot 4\pi r_1^2$$

Подставив, имеем:

$$4\pi r_1^2 \cdot E(\bar{r}_1) = \frac{a r_1}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi r_1^3$$

$$E(\bar{r}_1) = \frac{a r_1^2}{3\varepsilon_0}$$

2) снаружи: Воспользуемся теоремой Гаусса для электростатического поля:

$$\oint E(\bar{r})\,dS = \frac{q_{вн}}{\varepsilon_0}$$, где $q_{внеш} = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$

$$\oint E(\bar{r}_2)\,dS = E(\bar{r}_2) S$$, где $S$ - площадь пов-ти сферы, радиусом $r_2$

$$E(\bar{r}_2)\cdot 4\pi r_2^2 = \frac{4}{3\varepsilon_0}\pi R^3\cdot\rho$$, $\rho = ar$ по условию

$$E(\bar{r}_2)\cdot r_2^2 = \frac{R^3\cdot aR}{3\varepsilon_0} \Rightarrow E(\bar{r}_2) = \frac{aR^4}{3\varepsilon_0 r_2^2}$$

**16.5**

16.5 Дано

$r_0$ $q=e$

---

$B$ - ?

Решение

Магнитная индукция поля движ. заряда определяется формулой:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}$$


В условии задачи:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q v r \sin 90^\circ}{r^3} = \frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2} \quad (1)$$

Запишем II З.Н. для электрона

$$F_{кл} = m_e a_ц; \quad \frac{ke^2}{r_0^2} = m_e a_ц;$$

$$\frac{ke^2}{r_0^2} = \frac{m_e v^2}{r_0} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{e^2 k}{m_e r_0}} = e\sqrt{\frac{k}{m_e r_0}} \quad (2)$$

Подставив (2) в (1) имеем:

$$B = \frac{\mu_0 q}{4\pi r_0^2}\cdot e\sqrt{\frac{k}{m_e r_0}}$$

Ответ: $B = \frac{\mu_0 e^2}{4\pi r_0^2}\sqrt{\frac{k}{m_e r_0}}$

**16.6**

16.6

$R, \sigma, \omega$

$B - ?$

Решение


Магнитная индукция поля движущегося заряда определяется формулой:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{dq[v, r]}{r^3}$$

Учтем, что $\sigma = \frac{dq}{dS} \Rightarrow dq = \sigma dS$

Для узкого участка $dS$:

$$\left.\begin{array}{l} dB = \dfrac{\mu_0 \omega \sigma dS}{4\pi r^2} \\ dS = 2\pi r dr \end{array}\right\} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 \omega \sigma dr}{2}$$

Найдем интеграл для всего круга

$$\int_0^B dB = \int_0^R \frac{\mu_0 \omega \sigma dr}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 \omega \sigma}{2} \int_0^R dr$$

$$B = \frac{\mu_0 \omega \sigma R}{2}$$

**16.8**

16,8

$R_1, R_2$

$\omega, q$

$B - ?$

Решение


Магнитная индукция поля движ. заряда определяется формулой:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3}$$, для узкого кольца:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dq[\vec{v},\vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{dq\,v}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dq\,\omega}{r}$$

Введем $\sigma = \frac{dq}{dS} \Rightarrow dq = \sigma dS$, где $dS = 2\pi r\,dr$

Тогда $d\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma \omega\, dr}{2}$

Вычислим интеграл для всего круга:

$$\int_0^B dB = \int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0\sigma\omega\, dr}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0\sigma\omega}{2} R\Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{\mu_0\sigma\omega}{2}(R_2-R_1)$$

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{q}{\pi(R_2^2-R_1^2)}$$

Ответ: $B = \frac{\mu_0\omega q}{2\pi(R_2+R_1)}$

**16.9**

16.9 Дано

$\tau, \omega$

$B - ?$

Решение



Магнитная индукция поля движ. заряда опр формулой

$$B = \frac{\mu_0 q [v, r]}{4\pi r^3}$$

Для узкого кольца:

$$dq = \tau 2\pi r \sin\theta \, dz$$

В то же время

$$\sin\theta = \frac{dl}{dz}; \quad dz = \frac{dl}{\sin\theta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dl = dz \sin\theta$$

$$d\theta = \frac{dl}{2} = \frac{dz \sin\theta}{2}$$

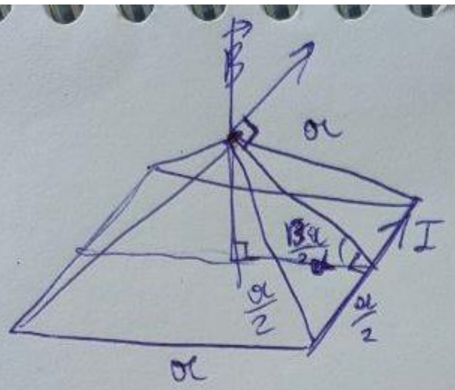
$$dB = \frac{\mu_0 \cdot \tau \cdot \omega \, d\theta}{2}$$

Интегрируя:

$$\int_0^B dB = \frac{\mu_0 \tau \omega}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \Rightarrow$$

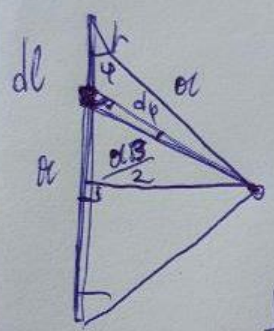
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \tau \omega \pi}{2}$$

**16.20 (друг, я в тебя верю 💪💪💪💪)**




$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I r^2 d\varphi}{4\pi r^3 \sin\varphi} \quad \times \sin\varphi$$

$$dl = \frac{r\,d\varphi}{\sin\varphi} \qquad r = \frac{a\sqrt{3}}{2\cdot\sin\varphi}$$




$$B_0 = \int \frac{\mu_0 I \cdot 8 \cdot \sin^3\varphi \cdot r\,d\varphi \cdot r\sin\varphi}{4\pi \cdot a^3 3\sqrt{3} \cdot \sin\varphi} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\sin\varphi_0}^{\sin\varphi_0} \frac{2\sin\varphi \cdot d\varphi}{a\sqrt{3}} =$$

$$\sin\varphi_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos\varphi_0 = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\mu_0 I \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2\pi a\sqrt{3}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{3}}$$

$$|\vec{B}_0| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{3}}$$

$$\left(\cos\varphi = \frac{1\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$B = 4\cdot B_0 \cdot \cos\varphi = \frac{4\cdot\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{2\mu_0 I}{3\pi a}$$

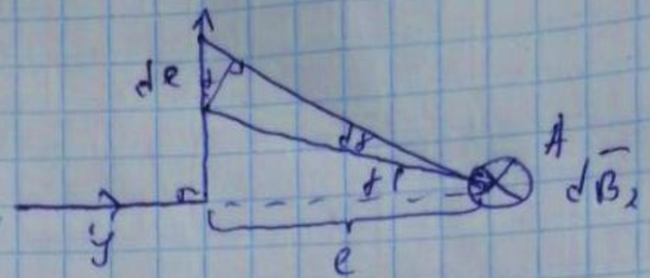
**16.21**

16.21 Дано

$\mathcal{Y}, l$

$B - ?$

Решение




$\bar{B}_1 = 0$ т.к. $\bar{l} \parallel \bar{\mathcal{Y}}$

По закону Био-Савара-Лапласа

$$d\bar{B}_2 = \frac{\mu_0 \mathcal{Y}}{4\pi} \cdot \frac{[d\bar{l}, \bar{r}]}{r^3}$$

$$r = \frac{l}{\cos\gamma};$$

Учтем, что $d\gamma \to 0 \Rightarrow \sin d\varphi \approx d\varphi$

$$d\gamma = \frac{dl \cos\gamma}{2}$$

Интегрируя:

$$B_2 = \int_0^{+\infty} \frac{\mu_0 \mathcal{Y}}{4\pi r^3} \cdot r \sin\left(\gamma + \frac{\pi}{2}\right) dl =$$

$$= \int_0^{+\infty} \frac{\mu_0 \mathcal{Y}}{4\pi r} \cos\gamma \sin\left(\gamma + \frac{\pi}{2}\right) dl =$$

$$= \frac{\mu_0 \mathcal{Y}}{4\pi l}$$

# 16.25

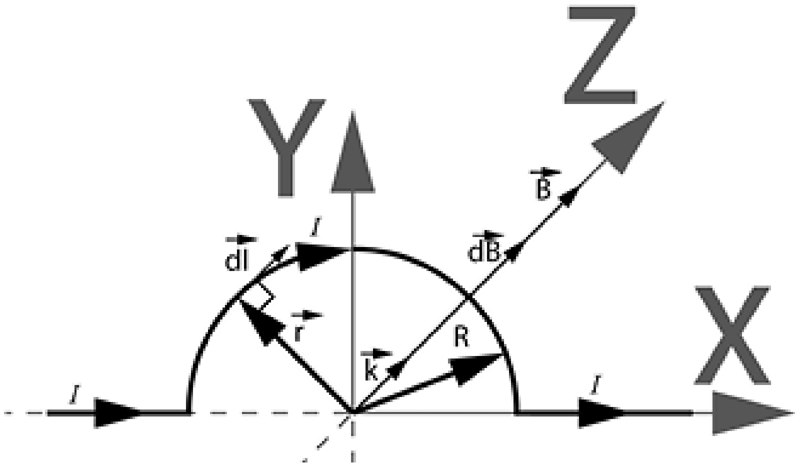
16.25

Прямой длинный провод на одном из участков переходит в полуокружность радиусом R. По проводу проходит ток $I$. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля в центре полуокружности.

| Дано: | Решение: |
|---|---|
| Пр.дл.пров., $R, I$ | *Разобьём проводник на три участка: 1, 2, 3 – до полуокружности, полуокружность, после полуокружности.* |
| $\vec{B}$–? | |

Примечания:

1. Мы «идём по проводнику» от о до половины длины окружности: $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$




*По закону Био́ — Сава́ра — Лапла́са:*

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[\overrightarrow{dl},\vec{r}]}{r^3}; dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl$$

*Для участков 1 и 3:* $\overrightarrow{dl} \parallel \vec{r} \to [\overrightarrow{dl},\vec{r}] = 0,$ иначе говоря

$$\sin\alpha = \sin 0° = 0 - const \to \overrightarrow{dB} = 0 \to \vec{B}_1 = \vec{B}_3 = 0$$

*Для участка 2:*

$$\sin\alpha = \sin 90° = 1 - const, r = R - const \to$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}dl; B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\int_0^{\frac{2\pi r}{2}} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}l\Big|_0^{\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\cancel{\pi}}\frac{I}{r^2}\cancel{\pi}r = \frac{\mu_0 I}{4r}$$

*Направление* $\vec{B}$ *можно определить по правилу правой руки (правого винта):*

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4r}\vec{j}$$

Ответ: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4r}\vec{j}.$

## 16.32

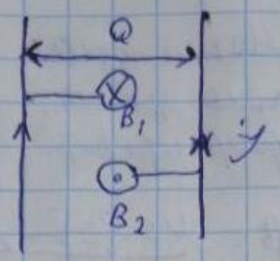
16.32 Дано

$a$, $I$

$B$ - ?

Решение

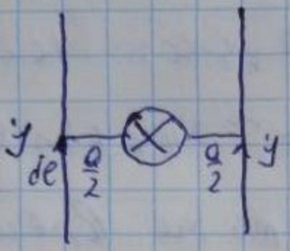
а)




Поскольку в-ра $B_1$ и $B_2$ разнонаправлены и равны по модулю,

$\bar{B} = \bar{B}_1 + \bar{B}_2 = 0$

б)




По закону Био-Савара-Лапласа

$$d\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[r, dl]}{r^3}$$

В условии задачи: $dB_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2}$

Интегрируя, получим

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}$$

$$\bar{B} = \bar{B}_1 + \bar{B}_2 = 2B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2}$$