

# Måling af differentiell ledningsevne

September 24, 2025

## 1 Elektrisk modstand

Det er ikke altid man tænker over det, men begrebet elektrisk modstand har i virkeligheden to betydninger. Den ene betydning er, at modstanden er den spænding der påkræves for at få en given strøm til at flyde gennem et system, kendt som Ohms lov:

$$R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

hvis vi på et given tidspunkt måler 2.45 V og 1.24 mA, er modstanden i denne situation 1.98 k $\Omega$ .

En anden betydning af ordet modstand er den ekstra spænding det påkræves at øge strømstyrken med en given mængde:

$$R_{diff} = \frac{dU}{dI} \quad (2)$$

Traditionelt taler man dog typisk om differentiell ledningsevne frem for differentiell modstand og opskriverfor normalt udtrykket som:

$$\Delta G = \frac{dI}{dU} \quad (3)$$

hvor  $G$  er betegnelsen for ledningsevne, altså  $1/R$ .

I tilfældet af en klassisk ohmsk modstand, er de to værdier identiske og man er derfor ikke altid opmærksom på de to betydninger, men for mange andre komponenter er dette ikke tilfældet. I har allerede mødt et simpelt eksempel, nemlig en diode som vi også vil benytte som model i dagens øvelse.

### 1.1 Opgave

Lav en grov skitse af hvordan I forventer at  $I/V$ -kurven og  $dI/dV$ -kurven ser ud for henholdsvis en ohmsk modstand og en idéel diode.

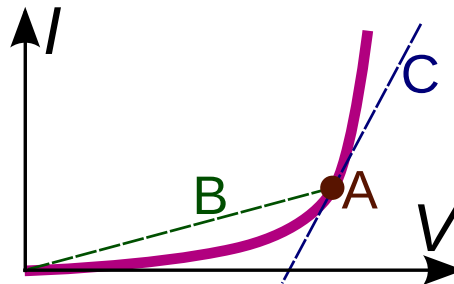


Figure 1: Illustration af de to betydninger af begrebet modstand. I Punktet  $A$  vil ligning 1 give modstanden  $R = \frac{V_A}{I_A}$  og hældningen af linjen B vil være lig med ledningsevnen,  $G = \frac{I_A}{V_A}$ . Ligning 2 vil give modstanden  $R_{diff} = \frac{dV_A}{dI_A}$  og hældningen af linjen C vil tilsvarende være  $\Delta G = \frac{dI_A}{dV_A}$ . [1]

## 1.2 Udstyr

PC, Keysight 33500B funktionsgenerator, Agilent 34401A digitalt multimeter, et oscilloskop (til illustration og fejlfinding), en ohmsk modstand til shunt for strømmåling, en ohmsk modstand til test, LED'er til test, samt funlebræt og diverse ledninger.

Målingerne implementeres i Python - dette er dog en øvelse måling af differentiell ledningsevne, ikke i Python, og I får derfor udleveret programmet som vil være tilgængeligt på computerne, og kan også findes på Github:

<https://github.com/nanomade/Exercises10870/tree/main/DifferentialConductance>

## 2 Målemetoder

Den differentielle ledningsevne har ofte både praktisk og videnskabelig interesse og spørgsmålet om hvordan man bedst måler den er derfor yderst relveant. Et antal forskellige metoder eksisterer, og vi vil i denne øvelse afprøve tre af de mest brugte.

### 2.1 Øvelse

Byg kredsløbet i figur 2 DUT er en ofte benyttet forkortelse for 'Device Under Test' og dækker i dette tilfælde over en ohmsk modstand og en eller flere dioder som skal testes.

Normalt vil man anvende forholdsvis specialiseret måleudstyr til de forskellige metoder, det har vi ikke til rådighed i dag, og vi kommer derfor til at indgå et par kompromiser for at komme i mål; vi anvender det samme udstyr til alle tre metoder og det benyttede kredsløb er derfor det samme tilmede forskellige

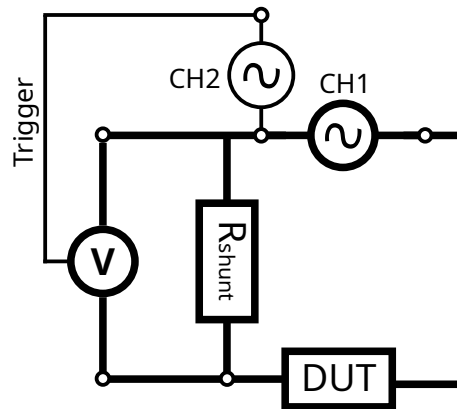


Figure 2: Målekredsen som skal bruges til alle målinger. Selvom der kun er ret få ledninger, er det alligevel formentlig lettest at lægge opstillingen ud på et fumlebræt. Bemærk trigger-kablet som skal forbindes til bagsiden af multimeteret. Der undskyldes for misbruget af kanal 2 til trigger-signalet, som i en idéel verden bør gå via 'Sync' terminalen.

øvelser, forskellen ligger i hvordan målinger foretages. Desuden må vi nøjes med at måle en enkelt spænding, nemlig den over  $R_{shunt}$  som giver strømmen i kredsen. Vi har naturligvis også brug for at kende spændingen over den målte komponent, men her må vi i dag nøjes med at anvende differencen mellem  $U_{shunt}$  og det valgte setpunkt for spændingskilden  $U_{tot}$ . Vi finder derfor i software  $U_{DUT} = U_{tot} - U_{shunt}$ , i en professionel opstilling vil man ikke foretage denne beregning, men måle  $U_{DUT}$  direkte.

## 2.2 Differentiation af IV-kurven

Den mest oplagte metode til måling af  $dI/dV$  - er ikke helt overraskende at måle IV-kurven og derefter differentiere den numerisk. Dette er forholdsvis enkelt og nok stadig den mest brugte metode. Metoden har den store fordel, at man automatisk får IV-kurven med i købet, hvilket ofte er en fordel. Ulempen er, at numerisk differentiation uundgåeligt introducerer en hel del støj og det er derfor til tider vanskeligt at få rigtig gode målinger. Det er desuden vigtigt at have tilstrækkeligt mange målepunkter, da differencen mellem målepunkter ellers blive en dårlig approximation til ægte differentiation.

### 2.2.1 Øvelse

I det udleverede program, anvend funktionen `iv_curve(v_from, v_to, stepsize)` til at måle IV-kurven for henholdsvis en ohmsk modstand og en eller flere LED'er. Programmet producerer en IV-kurve som I skal differentiere numerisk.

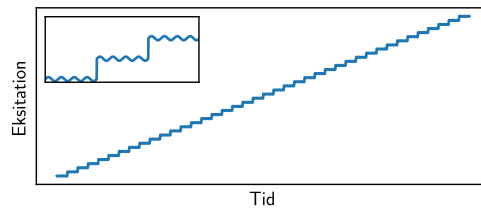


Figure 3: Illustration af test-signalet i DC+AC metoden. Spændingen stiger som i DC-metoden lineært, men i dette tilfælde overlejres en lille AC spænding.

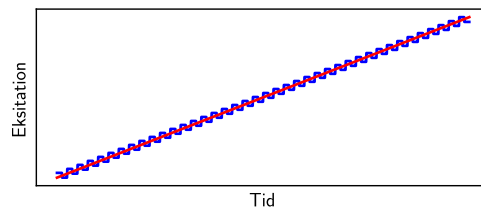


Figure 4: Illustration af test-signalet i DC+Delta metoden. Spændingen stiger som i DC-metoden lineært, men i dette tilfælde overlejres en pulserende DC spænding.

## 2.3 Måling af AC-respons med DC-offset

En anden metode er at overlejre den lineære kurve med et lille AC-signal. Hvis vi har en målemetode som er ufølsom for DC vil responset på AC signalet give en direkte måling af den differentielle ledningsevne forudsat at signalet er små nok til at IV-kurven er approximativt lineær i det relevante område. Traditionelt anvendes en såkaldt Lock-In forstærker til at måle AC-signalet, men vi har ikke disse til rådighed i klasseset, og vi må derfor nøjes med AC-funktionen på multimeteret.

### 2.3.1 Øvelse

I det udeliveredede program, anvend funktionen `dc_plus_ac_measurement(v_from, v_to, ac_amp)` til at måle  $dI/dV$ -kurven for henholdsvis en ohmsk modstand og en eller flere LED'er. Eksperimentér med størrelsen af AC-amplituden og find fordele og ulemper med ved store og små værdier.

## 2.4 DC+Delta-metoden

Den sidste (og historisk nyeste) metode, er et snedigt trick som blev foreslået af instrumentproducenten Keithley for nogle år siden. Her erstattes AC signalet med et pulserende DC-signal, som på skift ligger under og over den underliggende

rampe. Metoden er beskrevet i detaljer i [2], og lyder mere kompliceret end den er. Den store fordel ved metoder, at DC målinger typisk er bedre (for en given pris af ens måleinstrument) end AC målinger, men at man stadig får den 'direkte' måling af den differentielle ledningsevne uden behov for numerisk differentiering.

#### 2.4.1 Øvelse

I det udleverede program, anvend funktionen `delta_mode_measurement(v_from, v_to, step_size, delta_value)` til måle  $dI/dV$ -kurven for henholdsvis en ohmsk modstand og en eller flere LED'er. Eksperimentér med størrelsen af AC-amplituden og find fordele og ulemper med ved store og små værdier.

### 3 Sammenligning

I har nu prøvet en række forskellige metoder til udmåling af den samme differentielle ledningsevne. Se på jeres målinger fra de forskellige metoder og sammenlign fordele og ulemper. Var det samme metode som gav de bedste resultater for den ohmske modstand og for dioderne?

#### 3.1 Øvelse

Nu hvor I har opnået erfaring med måleteknikkerne, skal forsøge at dykke lidt mere ned i detaljerne i målingerne. Vælg derfor enten en teknik eller en komponent:

- Vælger I en teknik skal I forsøge at optimere denne teknik så godt som muligt på så mange af de udleverede komponenter som muligt.
- Vælger I en komponent, skal I forsøge at anvende alle tre teknikker og for hver af dem opnå en så god måling som muligt. I er her hjulpet af, at I grundet de forholdsvis simple komponenter, har en ret god forventning til hvordan målinger 'bør' se - så heldigt er man ikke altid.

### References

- [1] [https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical\\_resistance\\_and\\_conductance](https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_resistance_and_conductance)
- [2] An Improved Method for Differential Conductance Measurements, Adam Daire, Keithley Whitepaper  
[https://download.tek.com/document/2610%20Diff%20Conductance\\_WP.pdf](https://download.tek.com/document/2610%20Diff%20Conductance_WP.pdf)