

# Фрактальные фотонные кристаллы

Л. Б. Матюшкин  
[leva.matyushkin@gmail.com](mailto:leva.matyushkin@gmail.com)  
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

13 ноября 2015 г.

Рассмотрены оптические свойства многослойных структур на основе диоксидов кремния и титана, толщины слоев которых соотносятся между собой как элементы канторова множества. Исследовано влияние правил разбиения пространства структуры на спектры пропускания.

## Введение

Современные технологии синтеза тонких пленок, такие как метод атомно-слоевого осаждения (ALD), позволяют создавать структуры с прецизионной точностью до единиц и даже десятых долей нм. При этом толщины структур, технологически задаваемые количеством циклов осаждения, могут изменяться в широком интервале размеров. Это создает предпосылки для создания структур с фрактальными отношениями толщин слоев, в частности оптических структур.

Структуру классического фотонного кристалла можно представить в виде чередующихся слоев материалов с низким и высоким значением показателя преломления — обозначим их  $S$  (*silica*) и  $T$  (*titania*).

## 1 Модель структуры

Моделирование проводилось с учетом известных законов дисперсии показателей преломления наиболее популярной пары материалов — оксида кремния  $\text{SiO}_2$  и оксида титана  $\text{TiO}_2$ , взятых из базы данных <http://refractiveindex.info/>. Соответствующие зависимости имеют вид:

$$n_{\text{SiO}_2} = \sqrt{1 + \frac{0.6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0684043^2} + \frac{0.4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0.1162414^2} + \frac{0.8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 9.896161^2}}$$

$$n_{TiO_2} = \sqrt{5.913 + \frac{0.2441}{\lambda^2 - 0.0803}}$$

При моделировании также учитывалась среда, в которой находится структура (в наиболее распространенном случае воздух):

$$n_{air} = 1 + \frac{0.05792105}{238.0185 - \lambda^{-2}} + \frac{0.00167917}{57.362 - \lambda^{-2}}$$

Так как приведенные зависимости были получены для различных интервалов длин волн, мы рассматривали общую часть этих интервалов — 0,4–1,5 мкм. Для удобства отображения спектров мы использовали принятые в спектроскопии координаты волнового числа  $k = 1/\lambda$ .

## 2 Влияние правила замены

С позиций фрактальной геометрии структуру классического фотонного кристалла  $STSTSTS \dots$  можно рассматривать как частный случай принципа самоподобия, когда при замене  $S \rightarrow STS$  не происходит скейлинга элемента  $T$ . Представим, что в структуре чередующихся слоев произошел скейлинг, соответствующий замене  $T \rightarrow TTT$ :

$$\begin{aligned} S \rightarrow STS \rightarrow STSTTTSTS \rightarrow \\ \rightarrow STSTTTSTSTTTTTTTTTTTSTSTTTSTS \rightarrow \dots \end{aligned}$$

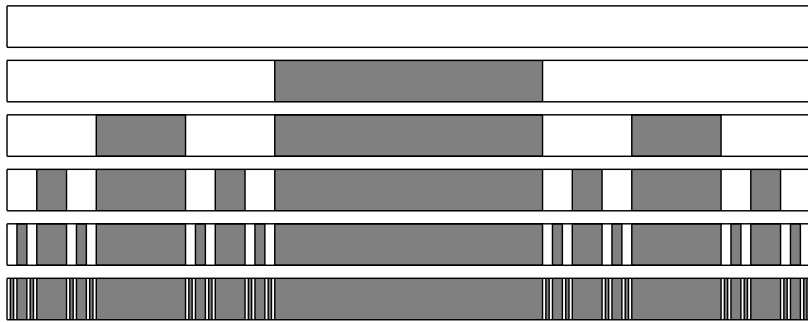


Рис. 1: Структура фрактального ФК на различных итерациях  $C_i : S \rightarrow STS, i = 0 \dots 5$

Считая, что между слоями повторяющихся материалов нет границы раздела, можно сопоставить каждому такому множеству однотипных

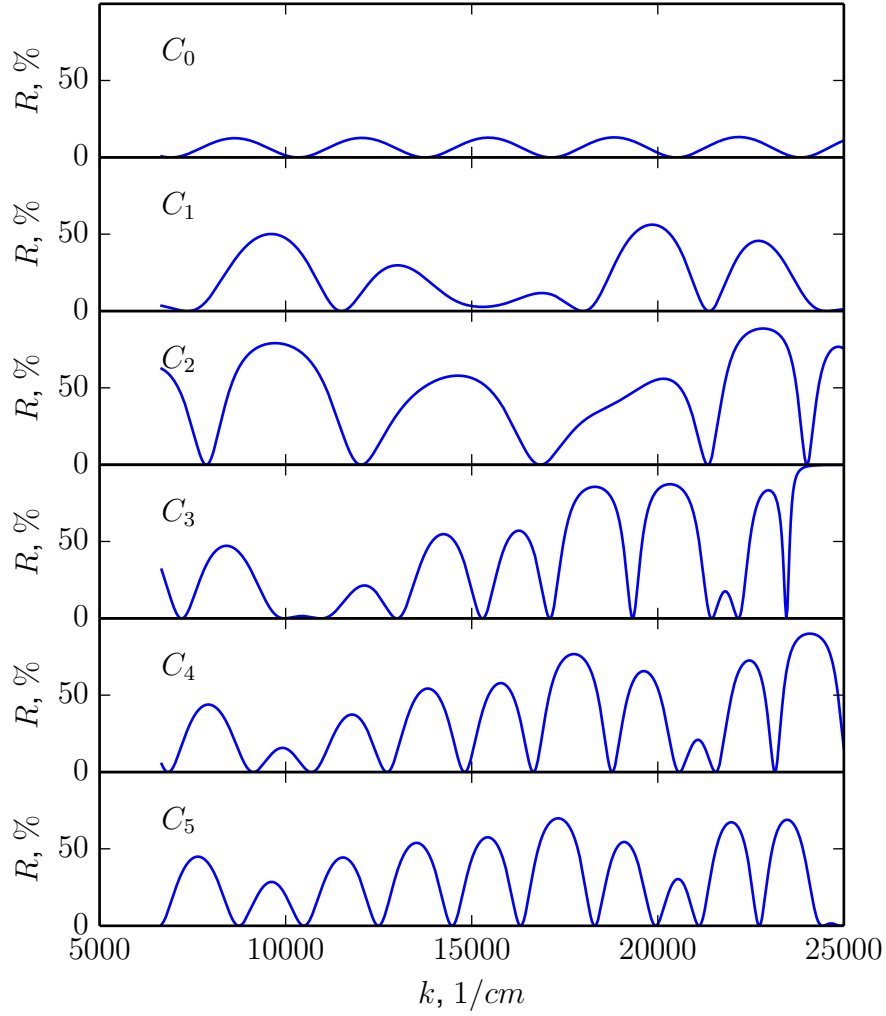


Рис. 2: Спектры отражения фрактального ФК  $C_i : S \rightarrow STS$

символов пропорциональные толщине материалов, ставя в соответствие общей толщине структуры длину строки символов (Рис. 1). При одной и той же толщине структуры повторение описанной процедуры приводит к быстрому уменьшению толщины самых тонких слоев структуры. В описанном случае толщина самого малого элемента уменьшается как  $h/3^n$ , где  $h$  — толщина структуры в целом,  $n$  — номер итерации.

Стоит заметить, что количество слоев с учетом описанного правила повторяющихся элементов нарастает медленнее — как  $2^{n+1}-1$ , что важно с практической точки зрения получения таких структур.

В большинстве случаев мы исходили из возможности получения слоев с точностью 1 нм и общей толщиной структуры 1 мкм. Для таких ограничений максимальное количество имеющих физический смысл итераций составляет 4–5, что соответствует чередованию  $\sim 30$ –60 слоев. Поэтому в расчете не рассматривается большее количество итераций.

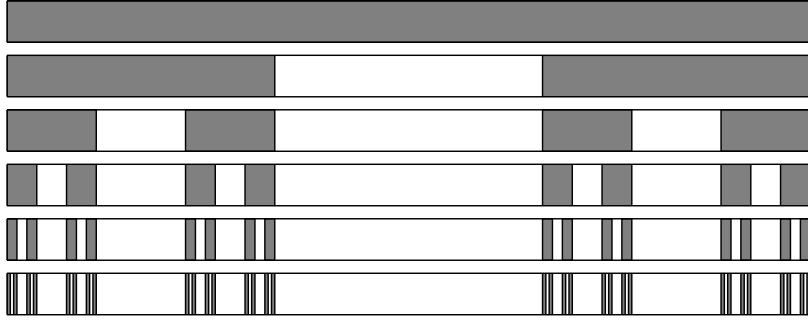


Рис. 3: Структура фрактального ФК на различных итерациях  $C_i : T \rightarrow TST, i = 0 \dots 5$

## 2.1 Сравнение с классическим фотонным кристаллом

Можно заметить, что структура  $C_1$  соответствует обычной очередности в фотонном кристалле из трех слоев (? как назвать), а структура  $C_2$  повторяет структуру классического фотонного кристалла из 9 слоев за исключением средней части, и т. д. В рамках фрактальной геометрии можно рассматривать структуру фотонного кристалла как использование правила, когда одновременно выполняются замены:

$$C_i : S \rightarrow STS, T \rightarrow TST.$$

Соответствующие структуры представлены на Рис. 5.

## 2.2 Изменение центральной вставки

В случае изменения исходного правила  $STS \rightarrow STTS$  (то есть при увеличении внутренней вставки), происходит существенное изменение спектра. В этом случае слои оптически менее плотного материала удаляются

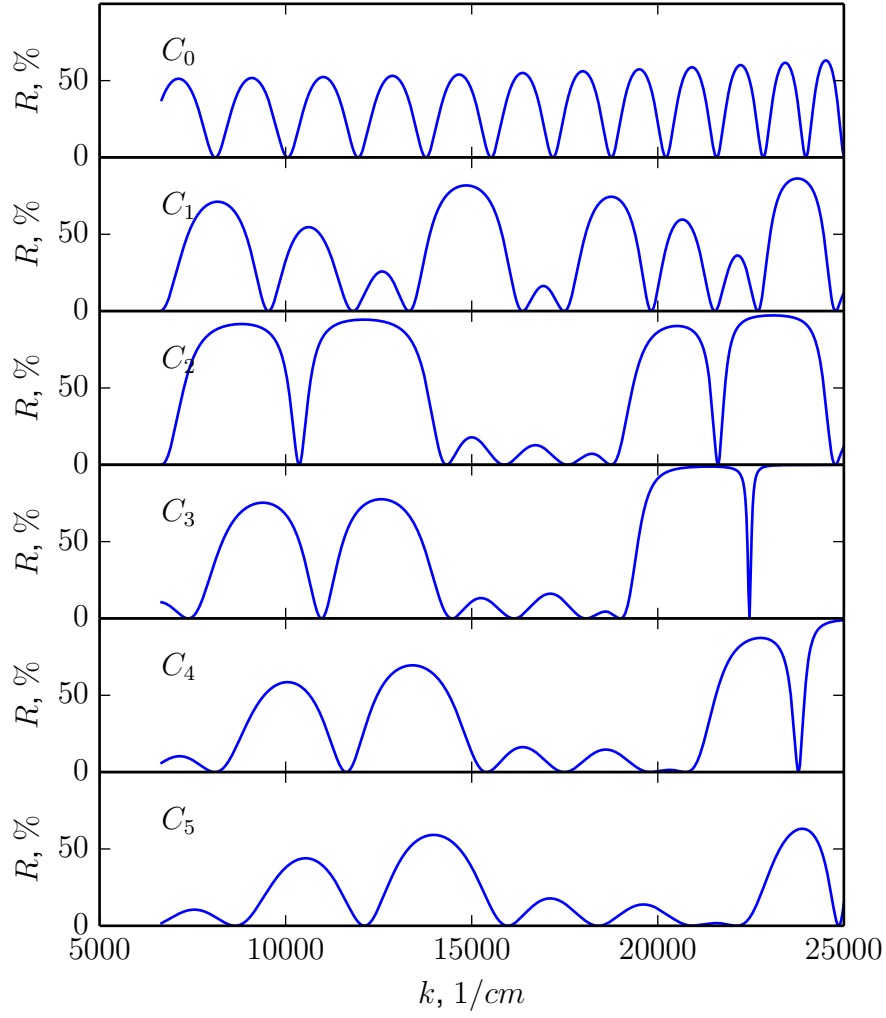


Рис. 4: Спектры отражения фрактального ФК  $C_i : T \rightarrow TST$

друг от друга за счет фрактального повторения более широкой вставки оптически плотного материала:

$$S \rightarrow STTS \rightarrow STTSTTTTTTTTSTTS \rightarrow \dots$$

Количество чередующихся слоев остается по-прежнему  $2^{n+1} - 1$ .

На Рис. 8 можно видеть, что структура  $C2$  для  $TSS$  может использоваться как структура фильтра.

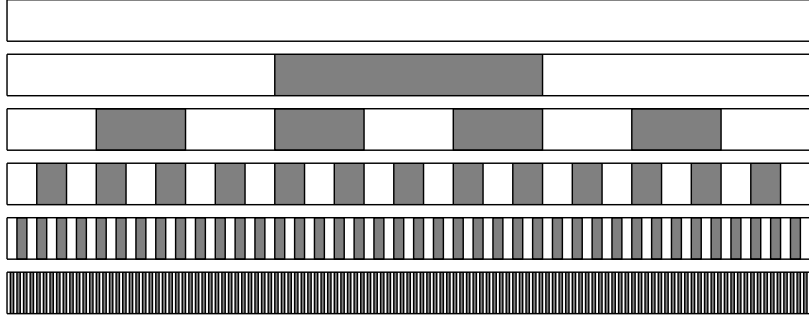


Рис. 5: Структура классического ФК на различных итерациях  $C_i : S \rightarrow STS, T \rightarrow TST$

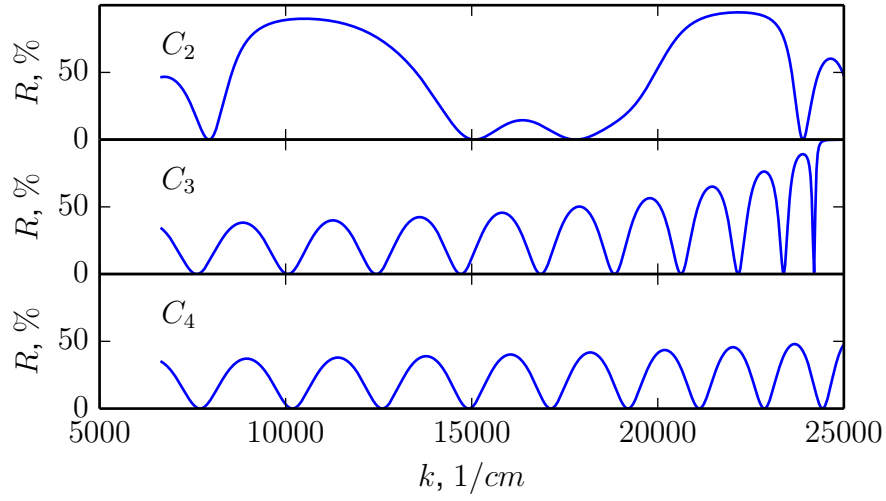


Рис. 6: Спектры отражения классического ФК  $C_i : S \rightarrow STS, T \rightarrow TST$

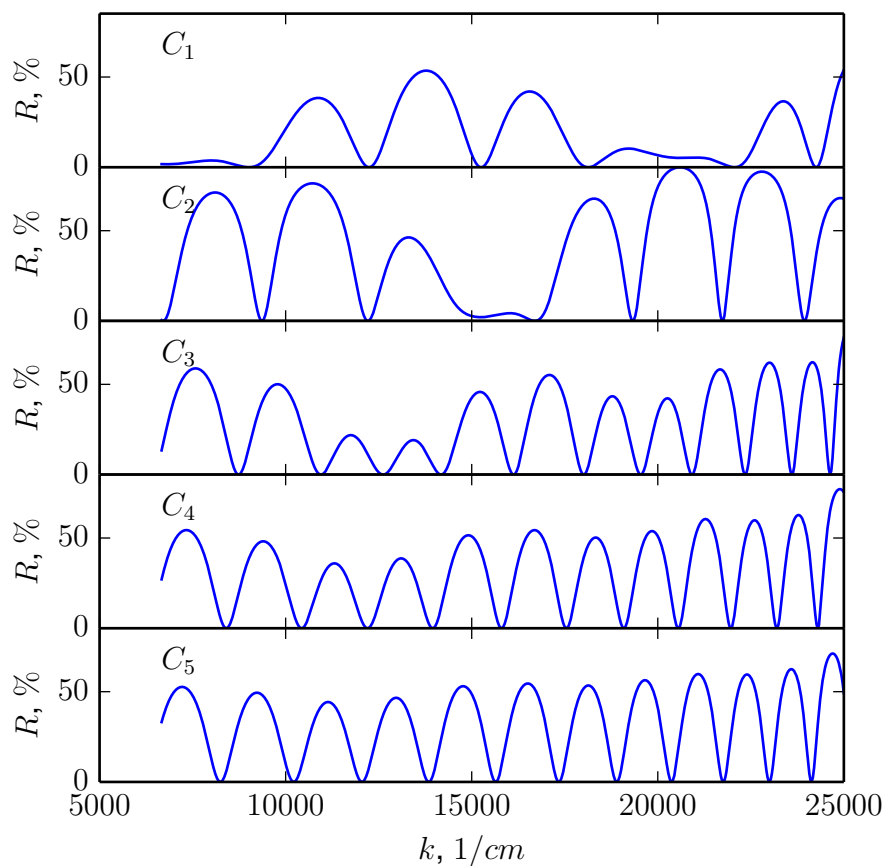


Рис. 7: Спектры отражения фрактального ФК при изменении центральной вставки  $C_i : S \rightarrow STTS$

### 2.3 Правило попеременной замены

## 3 Влияние размера структуры

### 3.1 Соотнесение

### 3.2 Усиление эффекта повтором

### 3.3 Половинчатые структуры

Рассмотрим как повлияет на спектр использование половины исходной структуры.

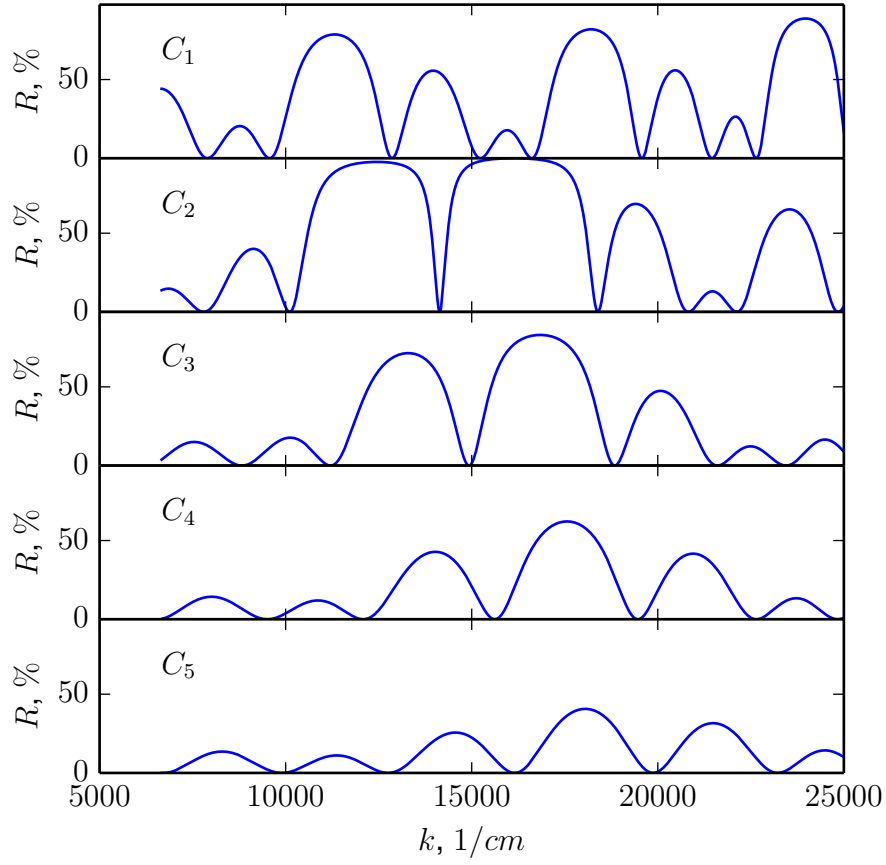


Рис. 8: Спектры отражения фрактального ФК при изменении центральной вставки  $C_i : T \rightarrow TSST$

## 4 Заключение