

Contrôle de cours

Dérivation

Durée du contrôle : 1h
Ce sujet comporte 2 pages
La calculatrice est autorisée

Exercice 1 (R.O.C., temps conseillé : 10 min) :

Rappeler la définition de la dérivabilité en un point et de la valeur de la dérivée en un point (si elle existe). Rappeler ensuite les formules de dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient, puis le lien entre extrema et zéros de la dérivée

Exercice 2 (Calculs de dérivée, temps conseillé : 10 min) :

Pour les 3 fonctions : donner le domaine de définition et montrer qu'elles sont dérivables sur un ensemble à préciser. Exprimer ensuite la dérivée

1.

$$f : x \mapsto 3x^4 + 4x^2 + 3$$

2.

$$g : x \mapsto \frac{x^3 + \sqrt{x}}{(x+4)^2}$$

3.

$$h : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

sur $[1, +\infty[$

Exercice 3 (Etude de deux fonctions, temps conseillé : 20 min) :

On définit les fonctions f et g par

$$f : x \mapsto x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

$$g : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 1}$$

1. Donner l'ensemble de définition de f
2. Montrer que f est dérivable sur son ensemble de définition
3. Donner sa dérivée f'
4. Etablir le tableau de signe de f'
5. En déduire le tableau de variation de f
6. Rechercher les extrema de f
7. Tracer la courbe représentative de f
8. Donner l'ensemble de définition de g
9. Donner le tableau de variation de g et trouver ses extrema

Exercice 4 (Tableau de variation d'un trinôme, temps conseillé : 20 min) :

On considère le trinôme défini par

$$f : x \mapsto ax^2 + bx + c$$

avec $a \neq 0$

1. Montrer que f est dérivable et donner sa dérivée. Comment appelle-t-on ce type de fonction ?
2. Etablir le tableau de variation de f (on distinguera les cas $a > 0$ et $a < 0$)
3. Montrer que f admet un maximum (resp. un minimum) en $x = -\frac{b}{2a}$ dans le cas $a > 0$ (resp. $a < 0$)

FIN DU SUJET