Contrôle de cours (correction)

Echantillonage

Exercice 1 (R.O.C., temps conseillé : 10 min) :

Voir le cours pour le principe et les objectifs. L'intervalle est alors

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}, p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

Exercice 2 (temps conseillé : 10 min) :

On recherche l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% :

$$\left[0,71 - \frac{1}{\sqrt{98765}}, 0,71 + \frac{1}{\sqrt{98765}}\right]$$
$$= [0,706818; 0,713182]$$

De plus

$$f = \frac{69234}{98765} = 0,700997$$
$$f \notin [0,706818; 0,713182]$$

donc l'échantillon n'est pas représentatif de la population.

Exercice 3 (Algorithmique, temps conseillé : 20 min) :

1. Algorithme de la factorielle

```
VARIABLES
n EST_DU_TYPE NOMBRE
res EST_DU_TYPE NOMBRE
k EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  SAISIR n
  res PREND_LA_VALEUR 1
  POUR k ALLANT_DE 2 A n
    DEBUT_POUR
    res PREND_LA_VALEUR res * k
    FIN_POUR
  AFFICHER res
FIN_ALGORITHME
```

2. Algorithme des nombres binomiaux

```
VARIABLES
n EST_DU_TYPE NOMBRE
k EST_DU_TYPE NOMBRE
res EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  SAISIR n
  SAISIR k
  res PREND_LA_VALEUR factorielle(n)/(factorielle(k)*factorielle(n-k))
  AFFICHER res
FIN_ALGORITHME
```

3. Algorithme de $P(X = k)$

```
VARIABLES
p EST_DU_TYPE NOMBRE
n EST_DU_TYPE NOMBRE
k EST_DU_TYPE NOMBRE
res EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
```

```
    SAISIR n
    SAISIR p
    SAISIR k
    res PREND_LA_VALEUR binom(k,n)*pow(p,k)*pow(1-p,n-k)
    AFFICHER res
FIN_ALGORITHME
```

4. Algorithme de $P(X \leq k)$

```
VARIABLES
n EST_DU_TYPE NOMBRE
p EST_DU_TYPE NOMBRE
k EST_DU_TYPE NOMBRE
i EST_DU_TYPE NOMBRE
res EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    SAISIR n
    SAISIR p
    SAISIR k
    res PREND_LA_VALEUR 0
    POUR i ALLANT_DE 0 A k
        DEBUT_POUR
        res PREND_LA_VALEUR res + PBinom(n,p,k)
        FIN_POUR
    AFFICHER res
FIN_ALGORITHME
```

5. Algorithme borne sup

```
VARIABLES
n EST_DU_TYPE NOMBRE
p EST_DU_TYPE NOMBRE
p0 EST_DU_TYPE NOMBRE
k EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    SAISIR n
    SAISIR p
    k PREND_LA_VALEUR 0
    TANT_QUE (PInfBinom(n,p,k) < p0) FAIRE
        DEBUT_TANT_QUE
        k PREND_LA_VALEUR k+1
        FIN_TANT_QUE
    AFFICHER k
FIN_ALGORITHME
```

6. `LimSupBinom(n,p,0.975)`

   représente la borne supérieur de l'intervalle de fluctuation

Exercice 4 (temps conseillé : 20 min) :

1. X suit la loi binomiale de paramètre 100 et $\frac{3}{10}$

$$\boxed{X \sim \mathscr{B}(100, 0.3)}$$

2. On cherche a le plus grand entier tel que $P(X \leq a) < 2.5\%$: c'est $a = 20$. On cherche b le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 97.5\%$ C'est $b = 39$. Ainsi l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est

$$\left[\frac{21}{100}, \frac{39}{100}\right]$$

3. `LimSupBinom(100,0.3,0.975)`

   aurait renvoyé 39

4. Non. C'est dû à des erreurs de calcul de la machine

5. $41 \notin [21, 39]$. Il y avait en fait 5% de chance que Max tire un nombre de cartes qui n'était pas dans $[21, 39]$

$\star\star\star$

FIN DU SUJET