Contrôle de cours

Fonctions de référence

Durée du contrôle : 1h
Ce sujet comporte 2 pages
La calculatrice est autorisée

Exercice 1 (R.O.C., temps conseillé : 10 min) :

Après avoir rappelé la définition de la fonction inverse et son ensemble de définition, vous montrerez que cette fonction est décroissante sur cet ensemble. Finalement, tracer la courbe représentative de la fonction inverse

Exercice 2 (Etude d'une fonction, temps conseillé : 15-18 min) :

On étudie la fonction

$$f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 12x + 16}}$$

1. Calculer les racines du trinôme $g : x \mapsto 2x^2 - 12x + 16$
2. En déduire le tableau de signe de g
3. En déduire finalement le domaine de définition de f
4. On admet que g est décroissante sur $]-\infty, 3[$ et croissante sur $]3, +\infty[$. Etudier ainsi le sens de variation de $x \mapsto \sqrt{g(x)}$
5. Donner le sens de variation de f
6. Calculer $f(-1)$ et $f(5)$
7. Représenter graphiquement f

Exercice 3 (Valeur absolue, temps conseillé : 10 min) :

1. Rappeler la définition de la valeur absolue
2. Montrer que pour tout a et b réels,
$$|a \times b| = |a| \times |b|$$
3. On considère la fonction h définie par $h : x \mapsto x^2 - 4x + 4$. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$|h(x)| = h(x)$$
Indication : on pourra utiliser la forme factorisée de f

Exercice 4 (Intersection de deux droites, temps conseillé : 17-20 min) :

On considère les fonctions

$$f(x) = ax + b$$

$$g(x) = cx + d$$

On s'intéresse à l'intersection de leurs droites représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

1. Montrer, en donnant des exemples, qu'il y a trois situations possibles :
   - Pas de point en commun
   - Un unique point en commun
   - Une infinité de point en commun

2. Montrer que si (x, y) est un point d'intersection, alors

$$(a - c)x = d - b$$

On rappelle qu'un point (x_1, y_1) appartient à la courbe représentative de $x \mapsto \alpha x + \beta$ si et seulement si $y_1 = \alpha x_1 + \beta$

3. On suppose tout d'abord $a - c = 0$.
Si $d = b$, que se passe-t-il ? dans quel cas est-on ? comment l'expliquer vous ?
Si $d \neq b$, que se passe-t-il ? dans quel cas est-on ? que dire de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$?

4. On suppose maintenant $a - c \neq 0$. Montrer alors que l'unique point d'intersection des deux droites est

$$\left(\frac{d-b}{a-c}, \frac{ad-bc}{a-c}\right)$$

$\star\star\star$

FIN DU SUJET