

Contrôle de cours

Echantillonnage

Durée du contrôle : 1h
 Ce sujet comporte 3 pages
 La calculatrice est autorisée

Exercice 1 (R.O.C., temps conseillé : 10 min) :

Rappeler le principe d'échantillonnage, ses objectifs et ce qu'il permet de faire. Dans le cas d'un échantillon de $n \geq 25$ personnes, le caractère C apparaissant avec une proportion $0, 2 \leq p \leq 0, 8$, donner l'intervalle de fluctuation à 95%

Exercice 2 (temps conseillé : 10 min) :

On admet que dans la population française, le caractère "avoir le baccalauréat" est un caractère qui apparait avec une proportion 0,71 (tous baccalauréats confondus). On tire au hasard 98 765 personnes dans la population française. Parmi ces personnes 69 234 personnes avaient un baccalauréat. Cet échantillon est-il représentatif de la population?

Exercice 3 (Algorithmique, temps conseillé : 20 min) :

1. Ecrire un algorithme qui, à un entier n saisi par l'utilisateur, renvoie le nombre $n!$. On admet qu'on peut l'utiliser dans les prochains algorithmes à l'aide de

`factorielle(n)`

2. Ecrire un algorithme qui, à deux entiers n et k saisis par l'utilisateur, renvoie le nombre $\binom{n}{k}$. On admet qu'on peut l'utiliser dans les prochains algorithmes à l'aide de

`binom(k, n)`

3. Ecrire un algorithme qui, à deux entiers n et k et à un nombre p dans $[0, 1]$ saisis par l'utilisateur, renvoie $P(X = k)$ où $X \sim \mathcal{B}(n, p)$. On admet qu'on peut l'utiliser dans les prochains algorithmes à l'aide de

`PBinom(n, p, k)`

4. Ecrire un algorithme qui, à deux entiers n et k et à un nombre p dans $[0, 1]$ saisis par l'utilisateur, renvoie $P(x \leq k)$ où $X \sim \mathcal{B}(n, p)$. On admet que l'on peut l'utiliser dans les prochains algorithmes par

`PInfBinom(n, p, k)`

5. Ecrire un algorithme qui, à un entier n et à deux nombres p et p_0 dans $[0, 1]$ saisis par l'utilisateur, renvoie le premier k tel que $P(X \leq k) \geq p_0$ où $X \sim \mathcal{B}(n, p)$. On admet que l'on peut l'utiliser dans les prochains algorithmes à l'aide de

`LimSupBinom(n, p, p0)`

6. Que représente

`LimSupBinom(n, p, 0.975)`

par rapport à l'échantillonnage

Exercice 4 (temps conseillé : 20 min) :

On possède un paquet de carreaux contenant 3 cartes de coeur et 7 cartes de carreau. On tire 100 cents fois une carte dans ce paquet et on mélange entre chaque tirage. On note X le nombre de cartes de coeur tirées

1. Quelle est la loi de X ?
2. A l'aide des données issues d'un tableau, déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %

k	P(X=k)	P(X ≤ k)
1	1,3862042184106E-014	1,41854898350685E-014
2	2,94073323477106E-013	3,08258813312175E-013
3	4,11702652867949E-012	4,42528534199166E-012
4	4,2787668565919E-011	4,72129539079107E-011
5	3,52081387056705E-010	3,99294340964616E-010
6	2,38912369788478E-009	2,7884180388494E-009
7	1,37496506694594E-008	1,65380687083088E-008
8	6,85027238710565E-008	0,000000085
9	3,00107171244629E-007	3,85147963823994E-007
10	1,17041796785405E-006	1,55556593167805E-006
11	4,10406300416356E-006	5,65962893584161E-006
12	1,30450574060913E-005	1,87046863419329E-005
13	0,000037845	5,65496880475166E-005
14	0,0001007913	0,000157341
15	0,0002476586	0,0004049995
16	0,0005638655	0,000968865
17	0,0011940681	0,0021629332
18	0,0023597061	0,0045226392
19	0,0043645691	0,0088872083
20	0,0075756449	0,0164628532
21	0,0123683999	0,0288312531
22	0,0190344855	0,0478657386
23	0,0276650287	0,0755307673
24	0,0380394144	0,1135701817
25	0,0495599228	0,1631301045
26	0,0612691353	0,2243992397
27	0,0719669208	0,2963661606
28	0,0804120187	0,3767781792
29	0,0855615568	0,462339736

30	0,0867838648	0,5491236008
31	0,0839843852	0,633107986
32	0,0776105703	0,7107185563
33	0,0685392049	0,7792577612
34	0,0578839504	0,8371417116
35	0,0467796824	0,883921394
36	0,0361985637	0,9201199577
37	0,0268344565	0,9469544142
38	0,0190665875	0,9660210017
39	0,0129904223	0,979011424
40	0,0084901688	0,9875015928
41	0,0053248446	0,9928264374
42	0,0032057738	0,9960322112
43	0,0018531715	0,9978853827
44	0,0010288712	0,9989142539
45	0,0005487313	0,9994629853
46	0,0002811822	0,9997441674
47	0,0001384545	0,9998826219
48	6,55186260738236E-005	0,9999481405
49	2,97985587974241E-005	0,9999779391
50	1,30262271314454E-005	0,9999909653
51	5,47320467707791E-006	0,9999964385
52	2,21033265805069E-006	0,9999986489
53	8,57918875361995E-007	0,9999995068
54	0,00000032	0,9999998268
55	1,14707520626632E-007	0,9999999415
56	3,95038655219267E-008	0,999999981
57	1,30689479922164E-008	0,9999999941
58	4,15244899260077E-009	0,9999999982
59	1,26684884520023E-009	0,9999999995

60	3,71005733237211E-010	0,9999999999
61	1,04263906296172E-010	1
62	2,81080116051892E-011	1
63	7,26601660542306E-012	1
64	1,80028536429009E-012	1
65	4,27320482073252E-013	1
66	9,71182913802845E-014	1
67	2,11216753108508E-014	1
68	4,39295347851729E-015	1
69	8,73133610636977E-016	1
70	1,65717195488243E-016	1
71	3,00091500884141E-017	1
72	5,18015090811911E-018	1
73	8,51531656129169E-019	1
74	1,3315456398931E-019	1
75	1,97829637926975E-020	1
76	2,78895166250435E-021	1
77	3,72550129314125E-022	1
78	4,70805108473894E-023	1
79	5,61901214453472E-024	1
80	6,32138866260156E-025	1
81	6,68930017206515E-026	1
82	6,64268483985564E-027	1
83	6,17392394754225E-028	1
84	5,35493403613358E-029	1
85	4,3199467854523E-030	1
86	3,22919610208229E-031	1
87	2,22703179453951E-032	1
88	1,40997142836105E-033	1
89	8,14750745120352E-035	1
90	4,26774199824946E-036	1
91	2,00992558787259E-037	1
92	8,4267066572298E-039	1
93	3,10661996579901E-040	1
94	9,91474457169896E-042	1
95	2,68369026000874E-043	1
96	5,99038004466237E-045	1
97	1,05868277667082E-046	1
98	1,38894241837279E-048	1
99	1,20254754837471E-050	1
100	5,1537752073202E-053	1

3. Qu'aurait renvoyé

$\text{LimSupBinom}(100, 0.3, 0.975)$

?

4. Est ce que $P(x \leq k)$ est vraiment égal à 1 à partir de $k = 61$. A quoi est dû ce phénomène ?

5. Lors d'un essai, Max a tiré 41 cartes coeurs. Qu'en pensez vous ?

FIN DU SUJET