

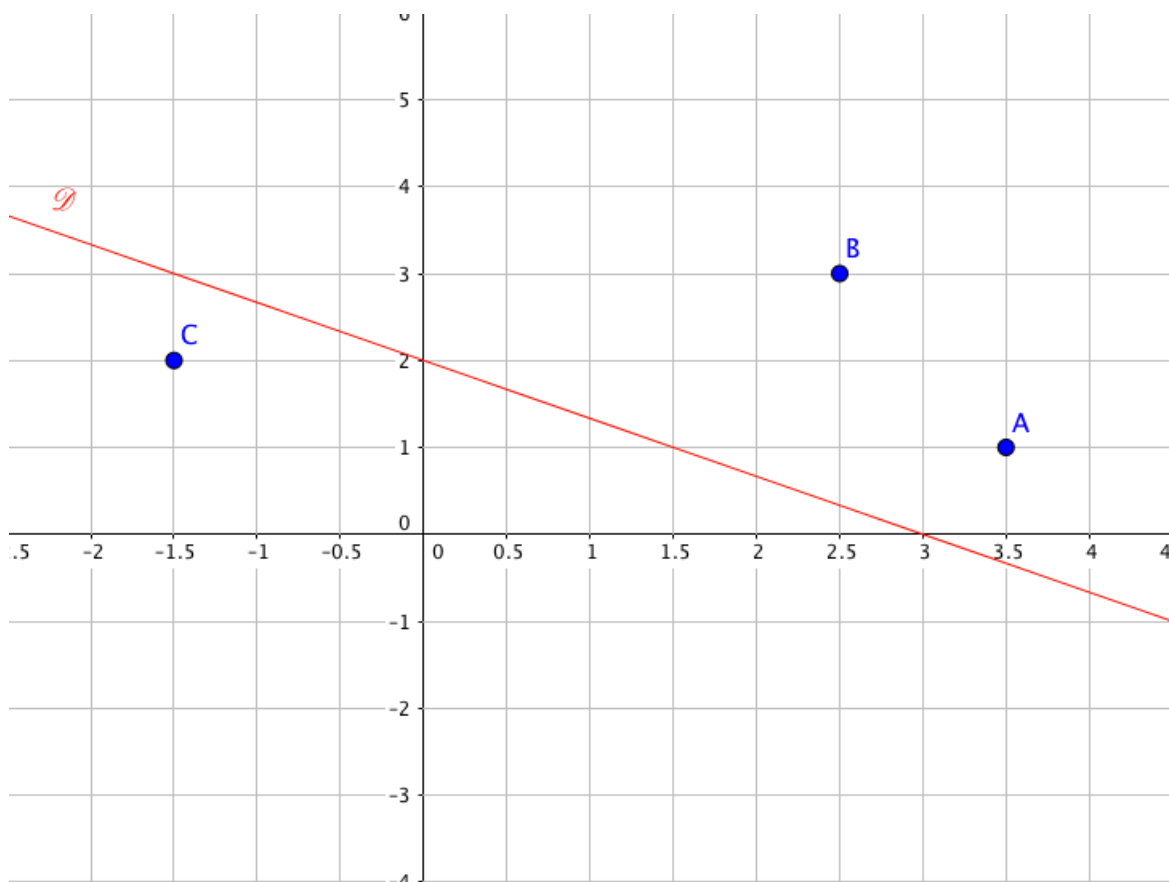
Contrôle de cours

Géométrie plane et trigonométrie

Durée du contrôle : 45 min
Ce sujet comporte 2 pages
La calculatrice est autorisée

Exercice 1 (R.O.C., temps conseillé : 10 min) :

Redémontrer la condition de colinéarité de deux vecteurs

Exercice 2 (temps conseillé : 20 min) :

1. Donner les coordonnées des points A, B, C
2. Donner les coordonnées du point I milieu de $[A, B]$
3. Donner les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB}
4. Trouver un vecteur directeur de \mathcal{D}
5. Etablir une équation cartésienne de la droite \mathcal{D}
6. Trouver les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme

Exercice 3 (Coordonnées polaires, temps conseillé : 25 min) :

1. Rappeler, sans démonstration, le théorème de décomposition selon 2 vecteurs non colinéaires

2. Soit $\theta \in \mathbb{R}$, on note

$$\begin{aligned}\vec{u}_\theta &= \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} \\ \vec{v}_\theta &= \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Montrer que \vec{u}_θ et \vec{v}_θ ne sont pas colinéaires

3. Soit $\vec{w} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Dédurre des questions 1 et 2 qu'il existe λ et μ tels que

$$\vec{w} = \lambda \vec{u}_\theta + \mu \vec{v}_\theta$$

4. En déduire le système

$$\begin{cases} x &= \lambda \cos(\theta) &- \mu \sin(\theta) & (1) \\ y &= \lambda \sin(\theta) &+ \mu \cos(\theta) & (2) \end{cases}$$

5. Montrer alors, en réalisant $\cos(\theta) \times (1) + \sin(\theta) \times (2)$ puis $-\sin(\theta) \times (1) + \cos(\theta) \times (2)$, on obtient

$$\begin{cases} \lambda = x \cos(\theta) + y \sin(\theta) \\ \mu = y \cos(\theta) - x \sin(\theta) \end{cases}$$

6. Représenter \vec{u}_θ et \vec{v}_θ dans le cas $\theta = \frac{\pi}{4}$

7. Décomposer $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ selon \vec{u}_θ et \vec{v}_θ dans le cas $\theta = \frac{\pi}{4}$. (On rappelle ici que $\cos(\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$)

8. A quoi correspond le cas $\theta = 0$?

FIN DU SUJET