Contrôle de cours

Statistiques

Durée du contrôle : 1h
Ce sujet comporte 2 pages
La calculatrice est autorisée

Exercice 1 (R.O.C., temps conseillé : 10 min) :

La variance d'une série statistique se calcule par

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 n_i$$

Pour obtenir la formule de König-Huygens, on développe le carré :

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 n_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2-2x_i\overline{x}+\overline{x}^2)n_i =$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 n_i = \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i^2 n_i - \sum_{i=1}^{n}2x_i\overline{x}n_i + \sum_{i=1}^{n}\overline{x}^2 n_i$$

$$V(x) = \overline{x^2} - 2\overline{x}^2 + \overline{x}^2$$

$$V(x) = \overline{x^2} - \overline{x}^2$$

Exercice 2 (Caractère discret, temps conseillé : 15 min) :

1. Le caractère prend ici un nombre fini de valeurs (il ne prend pas ses valeurs dans un intervalle)
2. L'effectif total de cette série statistique est $10+8+7+3+2+3+5+9+11+13+15=86$

$$\boxed{n=86}$$

3. Voici le tableau des fréquences

N (*)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence	$\frac{10}{86}$	$\frac{8}{86}$	$\frac{7}{86}$	$\frac{3}{86}$	$\frac{2}{86}$	$\frac{3}{86}$	$\frac{5}{86}$	$\frac{9}{86}$	$\frac{11}{86}$	$\frac{13}{86}$	$\frac{15}{86}$

et on peut donner valeurs approchées

N (*)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence	$0,1162$	$0,0930$	$0,0814$	$0,0348$	$0,0232$	$0,0348$	$0,0581$	$0,1046$	$0,1279$	$0,1512$	$0,1748$

4. On donne des valeurs approchées (calcul non détaillés) :

$$\boxed{\overline{x}=5,84}$$

$$\boxed{Me=Q_2=7}$$

$$\boxed{Q_1=2}$$

$$\boxed{Q_3=9}$$

$$\boxed{Q_3-Q_1=7}$$

$$\boxed{e=10-0=10}$$

$$\boxed{v(x)=13,03}$$

$$\boxed{\sigma = 3,61}$$

L'écart inter-quartiles (resp. la variance et l'écart type) servent à mesurer les écarts à la médiane (resp. la moyenne). La médiane coupe la série en deux : il a autant d'élèves qui ont validé plus de 7 capacités que d'élèves qui ont validé moins de 7 et les quartiles coupent la série en 4

5. Histogramme de la série :

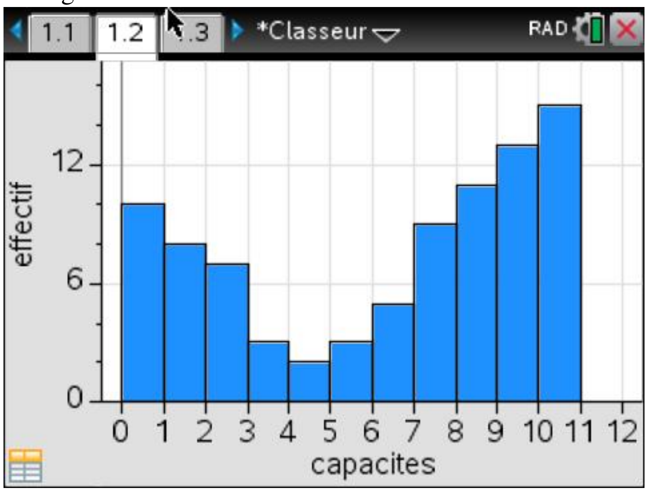


Diagramme en boîte

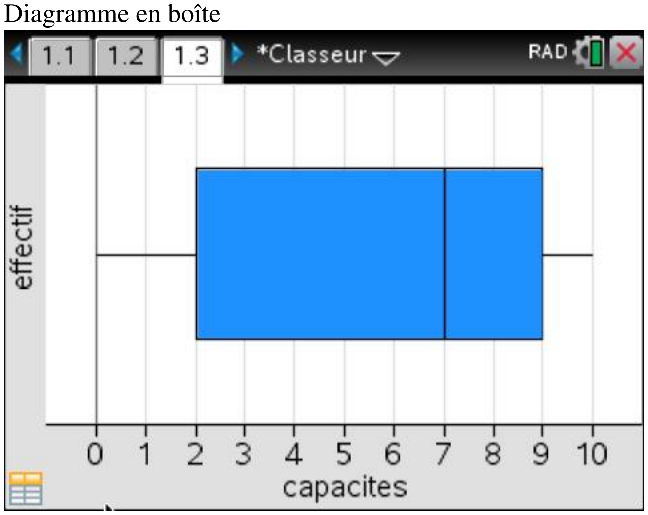
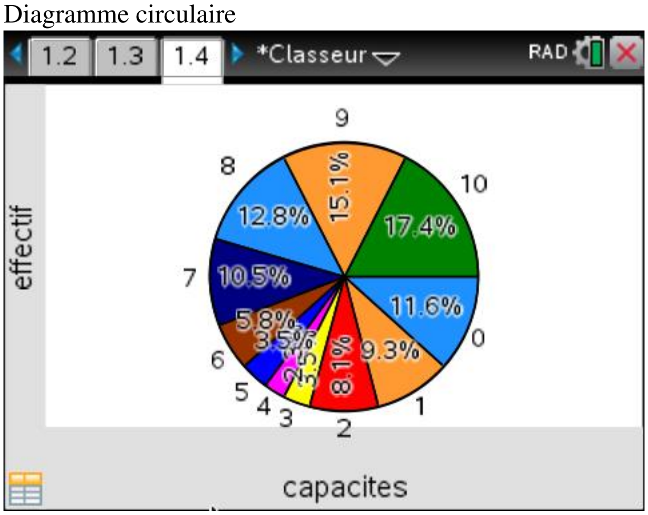


Diagramme circulaire



6. L'histogramme permet déjà d'avoir une idée de pourquoi on parle d'élèves hétérogènes. De plus un important

écart-interquartiles devant la médiane et un important écart-type devant la moyenne assure une répartition vers les notes extrêmes.

Exercice 3 (Caractère continu, temps conseillé : 15 min) :

1. Pour la première série, on utilise la fait que la somme des effectifs doit être égal à l'effectif total. Pour le deuxième, on utilise la fait que la somme des fréquences est égale à 1 : ainsi les coefficients à compléter sont

$$\boxed{212}$$

$$\boxed{0,0641}$$

2. Les résultats sont approchés :

$$\boxed{\overline{x} = 11,94}$$

$$\boxed{Q_1 = 10}$$

$$\boxed{M_e = Q_2 = 12}$$

$$\boxed{Q_3 = 14}$$

$$\boxed{Q_3 - Q_1 = 4}$$

$$\boxed{e = 30}$$

$$\boxed{V(x) = 19}$$

$$\boxed{\sigma = 4,36}$$

Histogramme :

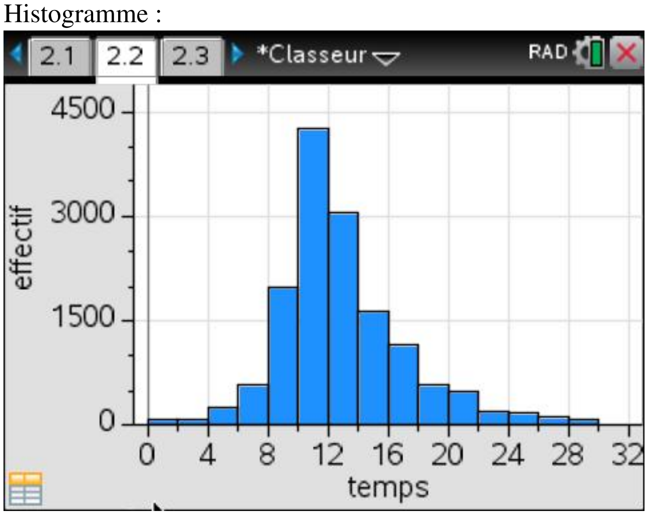
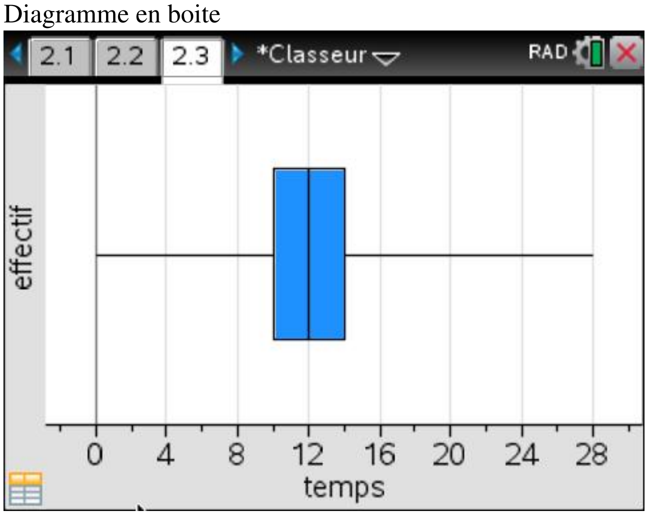


Diagramme en boite



3. Les résultats sont approchés

$$\boxed{\overline{x} = 16,32}$$

$$\boxed{\sigma = 4,23}$$

4. En moyenne, les jeunes entre 18 et 25 ans passent plus de temps sur internet. Remarquons un faible écart de l'écart type entre les 2 séries : les jeunes se répartissent de la même manière autour de leur moyenne

Exercice 4 (Quelques nouveaux outils, temps conseillé : 20 min) :

1. Les résultats sont approchés

$$\boxed{\mathring{x} = 0.99892}$$

$$\boxed{\widetilde{e} = 0,00792}$$

$$\boxed{C_V = 36,5}$$

$$\boxed{\lambda_x = -0,0129}$$

$$\boxed{Y_x = 0}$$

$$\boxed{\mathscr{F}_x = 0,04}$$

2. Moyenne géométrique : autre moyen de faire la moyenne.
Ecart arithmétique : calcule l'écart à la moyenne; assimilable à l'écart type
Critère de dispersion : sert à voir l'étalement de la série en comparant l'écar type devant la moyenne (la multiplication par 100 est pour faire ressembler ça à un pourcentage)
Critère d'asymétrie de Pearson : quantifie l'asymétrie en comparant la moyenne et la médiane : dans le cas de série statistique symétrique, la moyenne est égale à la médiane et le coefficient est alors nul
Coefficient de Yule : quantifie les écarts entres quartiles et médiane
Coefficient d'aplatissement de Yule : il faut voir ça avec un histograme je pense

3. Pour tout a et b, on a

$$(a-b)^2 \geq 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 4ab \geq 4ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$$

$$(a+b)^2 \geq 4ab$$

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

⋆ ⋆ ⋆

FIN DU SUJET