、 有 限 集 合 的 基 数 
根 据 集 合 运 算 的 定 义 ， 显 然 以 下 各 式 成 立 。 
（ 1 ） 若 几 B 不 相 交 ， 则 #(AuB)=#A+#B0 
max(#A, (B) 孓 # (B) k#A + #BO 
（ 2 ） 
（ 5 ） 若 匚 B ， 则 （ 1 ） 孓 # B ； （ 2 ） # （ B 一 啕 
（ 6 ） 若 匚 U ， 则 # 才 ： # U 一 。 

通 常 用 带 或 不 带 标 号 的 大 写 字 母 来 标 记 集 合 ， 用 带 或 不 带 标 
号 的 小 写 字 母 标 记 元 素 。 若 个 体 “ 是 集 合 的 元 素 ， 则 记 作 
“ “ e ” ； 若 “ 不 是 集 合 的 元 素 ， 则 记 作 “ “ 亿 ” 
几 个 常 见 的 集 合 的 表 示 符 号 ： 
N ： 所 有 正 整 数 的 集 合 。 
z ： 所 有 自 然 数 即 非 负 整 数 的 集 合 。 
所 有 整 数 的 集 合 。 
1 ： 
N ： 从 1 到 ， 这 个 正 整 数 的 集 合 。 
Q ： 所 有 有 理 数 的 集 合 。 
R ： 所 有 实 数 的 集 合 。 
c ： 所 有 复 数 的 集 合 。 
p ： 所 有 素 数 的 集 合 。 
在 ： 从 0 到 m 一 1 ， 这 m 个 非 负 整 数 的 集 合 。 

2 · 量 词 间 转 化 （ 量 词 否 定 ） 的 等 值 式 
乛 vx ） ． 4 （ x ） 

А(х) v В ) <Э 3хА(х) v В 
А(х) л В ) <Э 3хА(х) л В А (х) В ) МХА (х) В 
В А(х) ) В ВхА(х) 

(1) О лВ(х) ) л УхВ(х) 
А(х) v В(х) ) ВхД(х) v 3хВ(х) 

(2) 3х(А(х) л В(х) ) 3хА(х) л 3хВ(х) 
VxA(x) vxB(x) vB(x) ) 

5. 
(1) 
(2) 
(3) 
(4) 
(5) 
3хА(х) -» УхВ(х) А(х) -» В(х) ) 
А(х) -» В(х) ) VxA(x) -» УхВ(х) 
А(х) -» В(х) ) 3хА(х) -» ВхВ(х) 
А(х) —» В(х) ) <Э УхА(х) —» ВхВ(х) 
А(х) е В(х) ) VxA(x) е VxB(x) 

6 · 两 个 量 词 间 的 排 列 次 序 
相 同 量 词 间 的 次 序 可 以 任 意 调 动 ， 不 同 量 词 间 的 次 序 不 能 随 意 
调 动 ： 
VxVyA(x,J ， ） ． ， V ， ） 
（ 1 ） 
彐 b y) ． 彐 b ， （ x ， y) 
（ 2 ） 
VxVyA(x,J ， ） 0 彐 b ， V ， ） 
（ 3 ） 
（ 4 ） 
Vx3yA(x,y) 0 y) 
（ 5 ） 
， 士」（螞JD 0 彐 b y) 
（ 6 ） 
（ 7 ） 3yVxA(x,y) 0 Vx3yA(x ， y) 
3xVyA(x,y) 0 ， 士」（x ， y) 
（ 8 ） 

1. US (Universal Specification, 
VxA(x) A(y) 

2. ES (Existential Specification, 
3xA(x) A(c) 

3. UG (Universal Generalization, RI-b) 
A(y) VxA(x) 

4. EG (Existential Generalization, 
A(c) 3xA(x) 

编 号 
E17 
公 式 
P Q 0 •P v Q 
P 。 Q 0 (P ^ Q) v ()P ^ —Q) 
P (Q R) 0 伊 ^ Q) R 
P 。 Q 0 (P Q) ^ (Q P) 
P Q 0 —Q •P 
-a(P 。 Q) 0 P —Q 
-a(P Q) 0 P ^ •Q 
蕴 含 等 值 式 
等 值 等 值 式 
前 提 合 并 式 
等 值 等 值 式 
蕴 含 等 值 式 
等 值 否 定 等 值 式 
蕴 含 否 定 等 值 式 

五 、 基 本 的 蕴 含 式 
设 p ， Q ， R 是 命 题 变 元 ， 下 表 中 列 出 了 17 个 最 基 本 的 蕴 含 式 。 
它 们 都 能 按 照 定 义 直 接 证 明 。 
编 号 蕴 含 式 
17 
18 
P ^ Q 0 P 
P ^ Q 0 Q 
P 0 P v Q 
Q 0 P v Q 
AP 0 P Q 
Q 0 P Q 
-a(P Q) 0 P 
-a(P Q) 0 —Q 
化 简 式 
化 简 式 
附 加 式 
附 加 式 
附 加 式 变 形 
附 加 式 变 形 
化 简 式 变 形 
化 简 式 变 形 

编 号 
112 
113 
114 
I 巧 
蕴 含 式 
P ^ 伊 Q) 0 Q 
•Q ^ 伊 Q) 0 •P 
•P ^ (P v Q) 0 Q 
(P Q) ^ (Q R) 0 P R 
(P 。 Q) ^ (Q 。 R) 0 P 。 R 
(P ^ Q) ^ 伊 R) ^ (Q R) 0 R 
(P v Q) ^ 伊 R) ^ (Q R) 0 R 
P Q 0 (P v R) (Q v R) 
P Q 0 (P ^ R) (Q ^ R) 
假 言 推 理 
拒 取 式 
析 取 三 段 论 
蕴 涵 三 段 论 
等 值 三 段 论 
合 取 构 造 二 难 
析 取 构 造 二 难 
前 后 件 附 加 
前 后 件 附 加 

永 真 公 式 
永 假 公 式 的 主 析 取 范 式 是 一 个 空 公 式 ， 用 0 表 示 。 

永 假 公 式 的 主 合 取 范 式 包 含 所 有 2 “ 个 最 大 项 。 
永 真 公 式 的 主 合 取 范 式 是 一 空 公 式 ， 用 1 表 示 。 

（ 1 ） 
（ 2 ） 
（ 3 ） 
（ 4 ） 
（ 5 ） 
p 在 上 自 反 
当 且 仅 当 
p 在 上 反 自 反 当 且 仅 当 
p 在 上 对 称 
当 且 仅 当 
p 在 上 反 对 称 当 且 仅 当 
p 在 上 传 递 
当 且 仅 当 
匚 p 
n ： 
= P 
np 一 1 匚 
P ． P 匚 P 

2 · 
关 系 矩 阵 的 方 法 
P 
1 
2 
3 
4 
1 
1 
0 
0 
0 
2 
1 
1 
0 
0 
3 
1 
0 
1 
0 
4 
1 
1 
0 
1 
2 
1 
2 
3 
4 
1 
1 
0 
0 
0 
2 
1 
1 
0 
0 
3 
1 
0 
1 
0 
4 
1 
1 
0 
1 
若 p 疋 自 反 的 ， 则 关 系 矩 阵 的 主 对 角 线 上 的 所 有 元 素 均 为 1 。 
若 p 疋 反 自 反 豹 ， 则 关 系 矩 阵 的 主 对 角 线 上 所 有 元 素 均 为 0 。 
若 p 疋 对 称 豹 ， 则 关 系 矩 阵 关 于 主 对 角 线 对 称 。 
若 p 疋 反 对 称 豹 ， 则 在 关 系 矩 阵 中 ， 关 于 主 对 角 线 对 称 的 元 
不 同 时 为 1 ， 即 i 幻 时 ， 与 这 两 个 数 中 至 多 一 个 是 1 ， 
旦 允 许 两 个 均 为 0 。 
若 p 疋 可 传 递 的 ， 则 在 M2 中 1 所 在 的 位 置 ， M 中 相 应 的 位 
上 都 是 1 （ 因 为 匚 

自 反 性 
集 合 表 示 匚 
关 系 矩 阵 主 对 角 
线 元 素 
全 是 1 
关 系 图 每 个 结 
点 都 有 
单 边 环 
4 · 判 别 法 小 结 
] 关 系 的 性 质 在 关 系 矩 阵 和 关 系 图 中 的 特 点 
如 果 两 个 结 点 如 果 两 个 结 点 
之 间 有 边 ， 则 之 间 有 边 ， 则 
一 定 是 一 对 方 一 定 是 一 条 有 
反 自 反 
主 对 角 线 
上 的 元 素 
全 是 0 
任 何 结 点 
都 没 有 单 
边 环 
对 称 性 
P=P 
矩 阵 是 对 称 矩 
阵 
向 相 反 的 边 
（ 无 单 边 
反 对 称 性 
np 一 1 匚 
当 i 幻 时 ， “ 
与 ， ， 中 至 多 着 
一 不 为 1 （ 可 
以 全 为 0 ） 
向 边 （ 无 双 向 
传 递 性 
对 M2 中 1 所 
在 的 位 置 ， M 
中 相 应 的 位 置 
都 是 1 
若 有 由 指 
向 的 边 ， 
以 及 由 指 
向 的 边 ， 
则 有 一 条 由 
指 向 的 边 

] 复 合 函 数 g 了 是 复 合 关 系 丆 。 这 样 记 是 为 了 和 数 学 中 复 合 
函 数 的 习 惯 写 法 相 一 致 。 

定 义 3 一 9 设 有 集 合 几 B, 如 果 存 在 一 个 双 射 函 数 歹 凵 •B, 
则 称 ， 4 与 B 有 相 同 的 基 数 ， 或 称 ， 4 与 B 等 势 ， 记 作 ． 4 、 B 。 

对 于 任 意 整 数 i 和 正 整 数 m, 记 号 resm(l) 表 示 i 被 m 除 后 
所 得 的 非 负 余 数 。 例 勿 
res3(22) ： 1 ， res3(—22) ： 2 。 

定 义 4 一 13 设 Sl 分 S2 是 从 代 数 系 统 后 ： < Sl ； * 1 ， 。 、 1 > 到 
> 的 同 态 。 
2 ， 2 ， 2 ， 2 
(1) 如 果 是 内 射 ， 则 称 方 是 从 垢 到 的 单 （ 一 ） 同 态 。 
（ 2 ） 如 果 是 满 射 ， 则 称 是 从 后 到 琢 的 满 同 态 。 
陶 如 果 是 双 射 ， 则 称 乃 是 从 后 到 的 同 构 。 

故 <G; * > 是 一 阿 贝 尔 群 ， 但 它 不 是 循 环 群 ， 一 般 称 这 个 群 为 
Klein 四 元 君 羊 

定 理 8 一 7 若 图 G ： （ 琢 是 哈 密 尔 顿 图 ， 则 对 于 的 任 意 一 个 
非 空 子 集 & 有 G 一 孓 。 

定 理 8 一 8 设 G 是 具 有 “ 个 结 点 的 图 ， 如 果 G 中 每 对 不 相 邻 结 点 
度 数 之 和 大 于 或 等 于 “ 一 1 ， 则 G 中 存 在 哈 密 尔 顿 路 。 

定 理 8 一 9 设 G 是 具 有 ” （ “ 3 ） 个 结 点 的 图 ， 如 果 G 中 每 对 不 
相 邻 结 点 度 数 之 和 大 于 或 等 于 “ ， 则 G 是 哈 密 尔 顿 图 。 

定 理 8 一 10 设 G 是 具 有 “ （ “ 3 ） 个 结 点 的 图 ， 如 果 G 中 每 个 结 
点 度 数 大 于 或 等 于 ” ／ 2 ， 则 G 是 哈 密 尔 顿 图 。 

定 理 8 一 17 设 G 是 一 连 通 平 面 图 ， 则 有 摊 一 m + K ： 2 。 其 中 “ ， 
m ， 分 别 是 图 的 结 点 数 、 边 数 和 面 数 （ 包 括 无 限 面 ） 。 

定 理 8 一 18 设 G 是 一 (non) 的 连 通 平 面 图 ， m 之 2 ， 
m 孓 3 一 6 

推 论 设 G 是 一 （ ” ， 的 连 通 平 面 图 ， m 之 2 ， 若 G 是 二 部 图 ， 
m 孓 2 一 4 ． 

定 理 8 一 24 设 T 是 一 棵 完 全 m 元 树 ， 树 叶 结 点 数 为 “ ， 分 枝 结 
占 数 为 ／ ， 卿 m 一 1) / ： “ 一 1 。 

定 理 8 一 25 设 T 是 一 棵 二 元 树 ， “ 0 表 示 树 叶 结 点 数 ， “ 2 表 示 出 
度 为 2 的 结 点 数 ， 则 “ 0 ： ” 2 + 1 。 

定 理 8 一 26 完 全 二 元 树 有 奇 数 个 结 点 。 