Катастрофы. (д/з)

① $\dot{x} = h + rx - x^2$
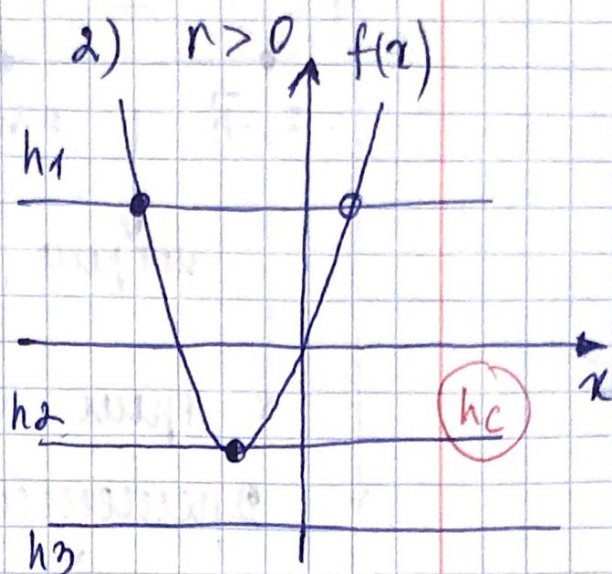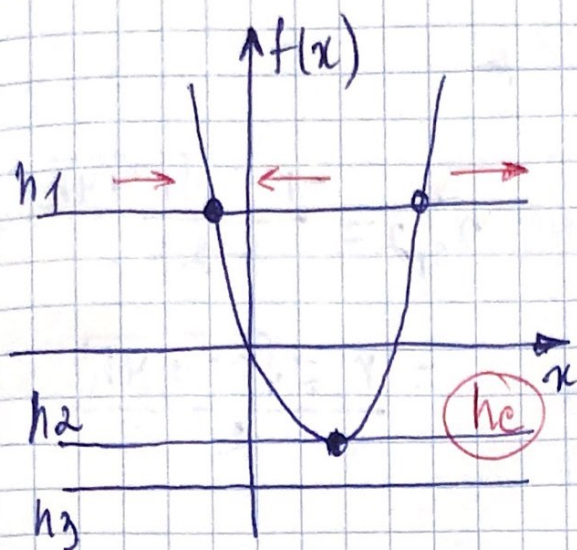
при $h = 0$: $\dot{x} = rx - x^2$ — транскритич.
бифуркация

1) $r \leq 0$
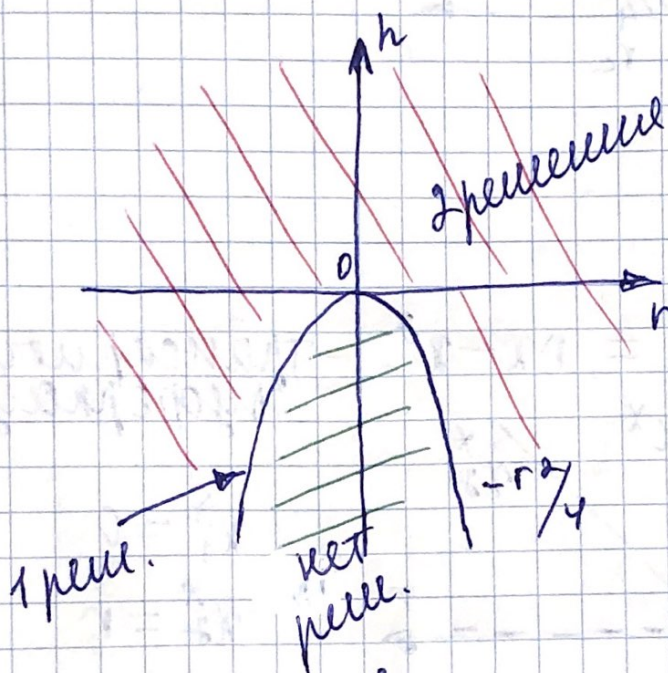
стац. реш: $\quad h + rx - x^2 = 0$

$$rx - x^2 = -h$$

$$x^2 - rx = h$$

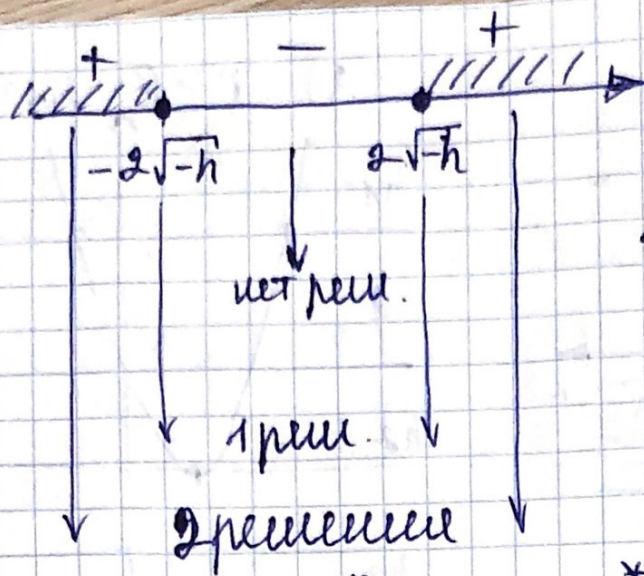т. касания: $2x - r = 0 \Rightarrow x = \dfrac{r}{2}$

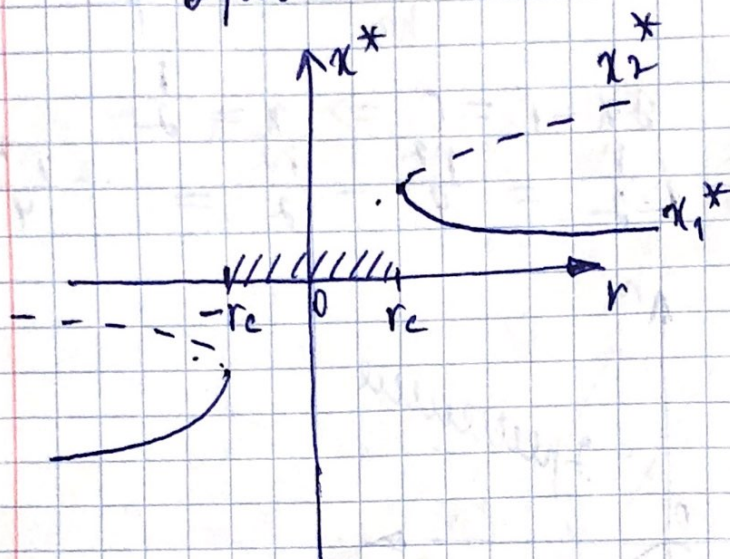$$h_c = \left(\dfrac{r}{2}\right)^2 - r \cdot \dfrac{r}{2} = \dfrac{r^2}{4} - \dfrac{r^2}{2} = -\dfrac{r^2}{4}$$

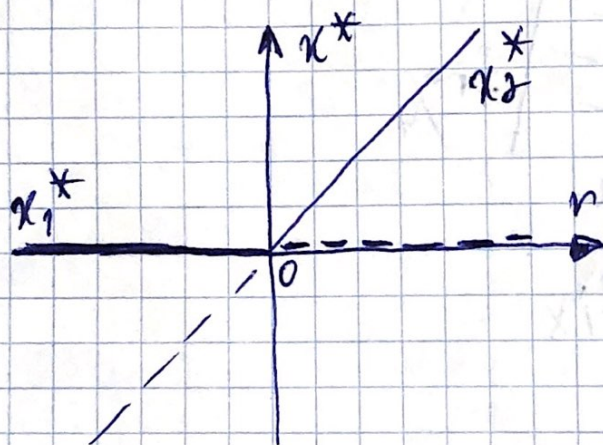
1) $h < 0$ —   fix

$-x^2 + rx + h = 0$

$\varnothing = r^2 + 4h = r^2 - (-4h) = (r - 2\sqrt{-h})(r + 2\sqrt{-h}) \geqslant 0$

$$+ \quad - \quad +$$

$$-2\sqrt{-h} \qquad 2\sqrt{-h}$$

нет реш.

1 реш.

2 решения

$$x^*_{1,2} = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 4h}}{-2} =$$

$$= \frac{r \mp \sqrt{r^2 + 4h}}{2}$$

2) $h = 0$: $\quad \dot{x} = rx - x^2$ — транскритич.
бифуркация
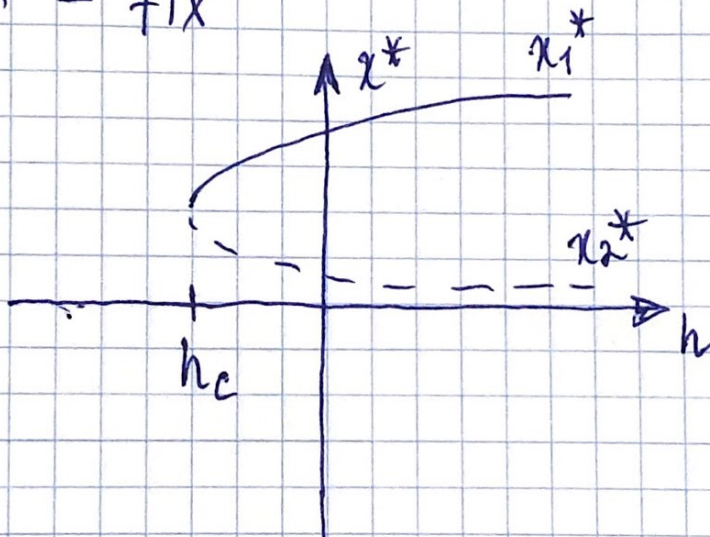

$$x^*_1 = 0$$
$$x^*_2 = r$$

3) $h > 0$ — fix

$\mathcal{D} = r^2 + 4h > 0$ — всегда $\exists$ решение

$$x_{1,2}^* = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 4h}}{-2} = \frac{r \mp \sqrt{r^2 + 4h}}{2}$$
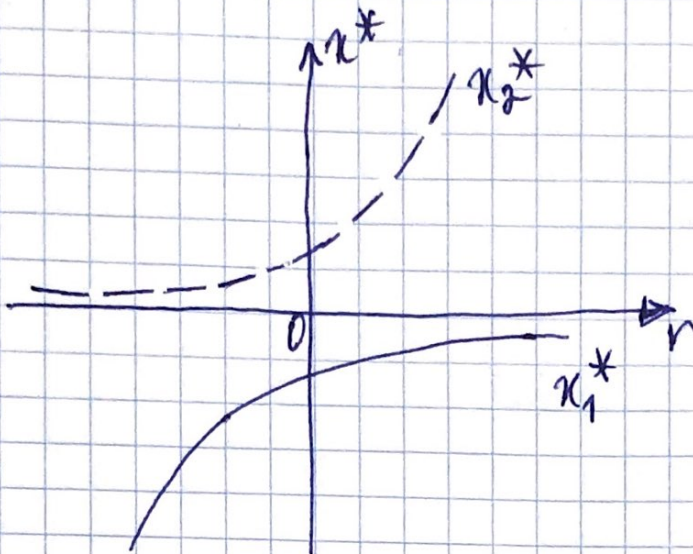
4.) r — fix

② $\dot{x} = rx + hx^2 - x^3$

при $h = 0$: $\dot{x} = rx - x^3$ — бифуркация типа суперкрит. вилка

стац. решения:

$$rx + hx^2 - x^3 = 0$$

$$x(r + hx - x^2) = 0$$

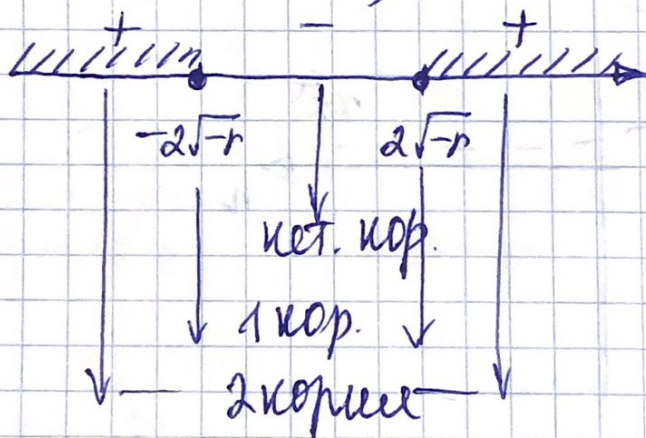$x_1^* = 0$ — корень всегда

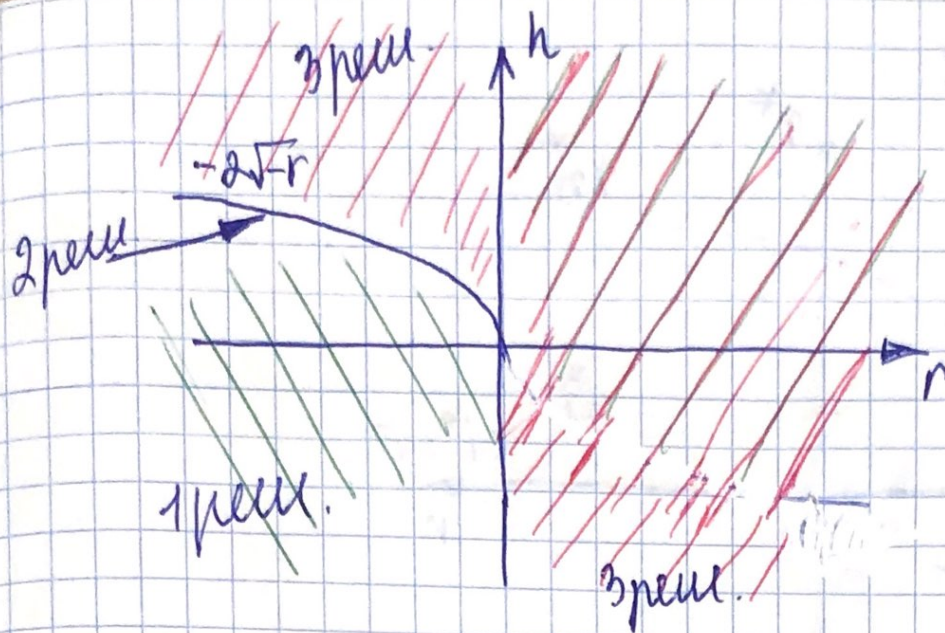$$-x^2 + hx + r = 0$$

$$D = h^2 + 4r \geq 0$$

1) если $r \geq 0$: $D > 0$ — 2 корня

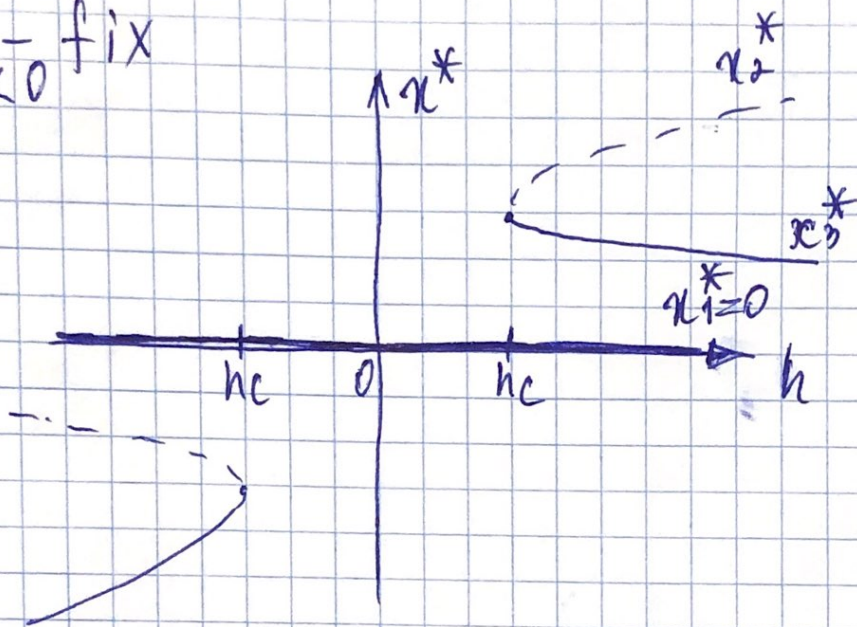$$x_{2,3}^* = -\frac{h \pm \sqrt{h^2 + 4r}}{-2} = \frac{h \mp \sqrt{h^2 + 4r}}{2}$$

2) если $r < 0$: $h^2 - (-4r) \geq 0$

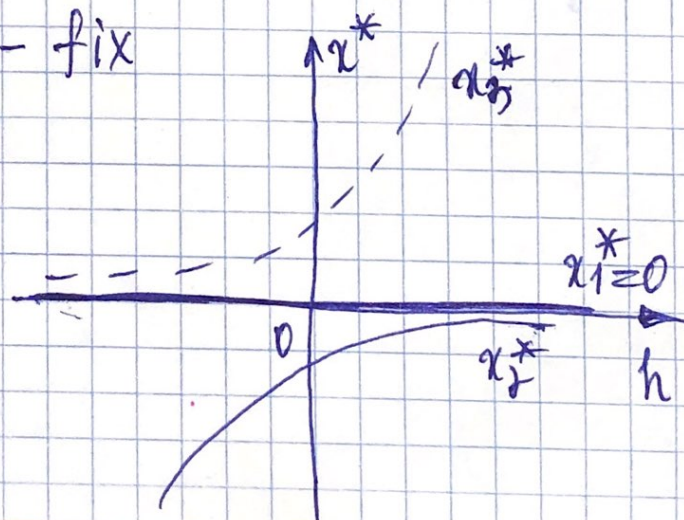$$(h - 2\sqrt{-r})(h + 2\sqrt{-r}) \geq 0$$

Зреш.

$-2\sqrt{-r}$

2реш.

1реш.

Зреш.

1) $\underset{r<0}{r-}$ fix

x^*

x_2^*

x_3^*

$x_1^* = 0$

h_c 0 h_c h

2) $r \geq 0$ — fix

x^*

x_3^*

$x_1^* = 0$

0

x_2^* h

3) h – fix

$$x^*$$

$$x_3^*$$

$$x_2^*$$

$$x_1^* = 0$$

$$r_c \qquad 0 \qquad r$$