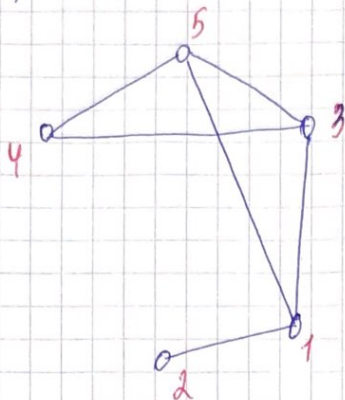Дмитриева Анастасия , БПМ172

Ⓘ

1) плотность

$$\rho = \frac{2E}{N(N-1)}$$

$N = 5, \quad E = 6$

$$\rho = \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

2) диаметр

диаметр — максимальный из кратчайших путей

$\Rightarrow D = 3$

3) транзитивность

$$T = \frac{3 N_\Delta}{\sum_i \frac{k_i (k_i - 1)}{2}} = \frac{3 \cdot 2}{\frac{1}{2}(6 + 0 + 6 + 2 + 6)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

4) центр-ть по посредничеству вер. 1

$$C_B(1) = \frac{2}{(N-1)(N-2)} \sum_{\substack{j \neq k \\ 1}} \frac{\sigma_{jk}(1)}{\sigma_{jk}}$$

σ_{jk} — кол-во крат.ч. путей между вер. j и k

$\sigma_{jk}(1)$ — кол-во крат. путей между вер. j и k, проход. через вер. 1

$$C_B(1) = \frac{2}{4 \cdot 3} \cdot (1 + 1 + 1) = \frac{2 \cdot 3}{12} = \frac{1}{2}$$

5) центр-ть по посредничеству вер 4

$$C_B(4) = \frac{2}{(N-1)(N-2)} \sum_{\substack{j \neq k \\ 4}} \frac{\sigma_{jk}(4)}{\sigma_{jk}}$$

Нет кратчайших путей через вершину 4

$\Rightarrow C_B(4) = 0$

б) вершины с наиб. знач. центр-ти по близости?

$$C_C(i) = \frac{N-1}{\sum_j d_{ij}}$$

$$C_C(1) = \frac{4}{(1+1+2+1)} = \frac{4}{5}$$

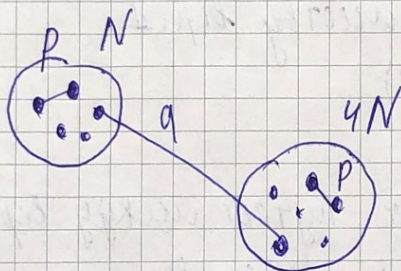$$C_C(2) = \frac{4}{(2+3+1+1)} = \frac{4}{7}$$

$$C_C(3) = \frac{4}{1+2+1+1} = \frac{4}{5}$$

$$C_C(4) = \frac{4}{2+3+1+1} = \frac{4}{7}$$

$$C_C(5) = \frac{4}{1+2+1+1} = \frac{4}{5}$$

Ответ: 1, 3, 5

Ⅱ $N \gg 1$

1) Ср. степень вер. большого собщ?

$$\langle k \rangle = (4N-1)p + qN$$

Степени подчиняются биномиальн. распр-ию

2) Ср. степень вер. малого собщ?

$$\langle k \rangle = (N-1)p + 4Nq$$

3) Коэф. кластер. вершины большого собщ?

$$C_i = \frac{2N_\triangle^i}{k_i(k_i-1)}, \quad C_i = \frac{\triangle}{\wedge} = \frac{p^3 \cdot C_n^3}{p^2 \cdot C_n^3} = p$$
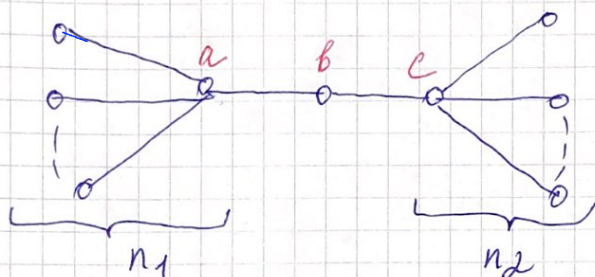
ч) ср. значение модулярности?
больного сооб.

$$M_c = \frac{L_c}{L} - \left(\frac{k_c}{2L}\right)^2 \quad , \quad L - \text{всио ребер} \quad L = 5Np + 5Nq = 5N(p+q)$$

$$M_c = \frac{4Np}{5N \cdot p + 5N \cdot q} - \left(\frac{k_c}{2(5Np + 5Nq)}\right)^2$$

$$k_c = \sum_{j \in C} k_j = \left((4N-1)p + Nq\right) \cdot 4N$$

$$M_c = \frac{4Np}{5N(p+q)} - \left(\frac{4N\left((4N-1)p + Nq\right)}{10N(p+q)}\right)^2$$

$$\text{Ⅲ}$$

$$n = n_1 + n_2 + 1$$

Центр-ти по посред. вершины a, в, с.

$$C_B(i) = \frac{2}{(N-1)(N-2)} \sum_{\substack{j,k \\ j \neq i}} \frac{\sigma_{jk}(i)}{\sigma_{jk}}$$

$$C_B(a) = \frac{2}{(n_1+n_2)(n_1+n_2-1)} \cdot \left[\overbrace{(n_1-1)(n_2+1)}^{\text{кол-во сосед. с правой частью}} + \overbrace{\frac{(n_1-1)(n_1-2)}{2}}^{\text{с серединой}}\right]$$

$$C_B(в) = \frac{2}{(n_1+n_2)(n_1+n_2-1)} \cdot n_1 \cdot n_2$$

$$C_B(c) = \frac{2}{(n_1+n_2)(n_1+n_2-1)} \cdot \left[\overbrace{(n_2-1)(n_1+1)}^{\text{сосед. с левой}} + \overbrace{\frac{(n_2-1)(n_2-2)}{2}}^{\text{с серединой}}\right]$$