

Задача 2

$$v_1 = (1, 1, 2), \quad v_2 = (1, 1, 1)$$
$$K(v, v') = \exp(-\gamma |v - v'|^2)$$

- 1) Как от γ зависит длины векторов в евклидовом пространстве?

$$\|\varphi(v_1)\| = \sqrt{K(v_1, v_1)} = \sqrt{\exp(-\gamma |v_1 - v_1|^2)} = 1$$

$$\|\varphi(v_2)\| = \sqrt{K(v_2, v_2)} = \sqrt{\exp(-\gamma |v_2 - v_2|^2)} = 1$$

Ответ: длины векторов в евклид. пр-ве не зависят от γ и равны 1.

- 2) Как от γ зависит угол между векторами в евклидовом пространстве?

$$\cos \alpha = \frac{\langle \varphi(v_1), \varphi(v_2) \rangle}{\|\varphi(v_1)\| \cdot \|\varphi(v_2)\|}$$

α - угол между векторами в евклид. пр-ве

$$\langle \varphi(v_1), \varphi(v_2) \rangle = K(v_1, v_2) = \exp(-\gamma |v_1 - v_2|^2)$$

$$\cos \alpha = \frac{\exp(-\gamma |v_1 - v_2|^2)}{1 \cdot 1} = \exp(-\gamma |v_1 - v_2|^2)$$

1) Если $\gamma = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0^\circ \Rightarrow$ вектора совпадают

2) Если $\gamma \rightarrow \infty \Rightarrow \cos \alpha \rightarrow 0 \Rightarrow$ вектора ортогональны