N1 Одномерная линейная регрессия

$$\{x_i, y_i\}_{i=1}^{N}$$

$$a(x) = w_0 + w_1 x$$

$$Q(a, X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(w_0 + w_1 x_i - y_i)^2 \longrightarrow \min_{w_0, w_1}$$

1) $$\frac{\partial Q}{\partial w_0} = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}(w_0 + w_1 x_i - y_i) = 0.$$

$$\sum_{i=1}^{N}(w_0 + w_1 x_i - y_i) = 0$$

$$w_0 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - w_1 x_i) = \vec{y} - w_1\vec{x}, \text{ где } \vec{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i, \quad \vec{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$Q(a, X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\vec{y} - w_1\vec{x} + w_1 x_i - y_i\right)^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\vec{y} + w_1(x_i - \vec{x}) - y_i\right)^2$$

2) $$\frac{\partial Q}{\partial w_1} = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}(\vec{y} + w_1(x_i - \vec{x}) - y_i)(x_i - \vec{x}) = 0.$$

$$\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[(x_i - \vec{x})(\vec{y} - y_i) + w_1(x_i - \vec{x})^2\right] = 0.$$

$$w_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\vec{x} - x_i)(\vec{y} - y_i)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \vec{x})^2}$$

$$w_0 = \vec{y} - \frac{\vec{x}\sum_{i=1}^{N}(\vec{x} - x_i)(\vec{y} - y_i)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \vec{x})^2} = \frac{\vec{y}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \vec{x})^2 - \vec{x}\sum_{i=1}^{N}(\vec{x} - x_i)(y - y_i)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \vec{x})^2}$$

В силу необходимого условия loc extr; если задача бз огранич. имеет extr, то это минимум.