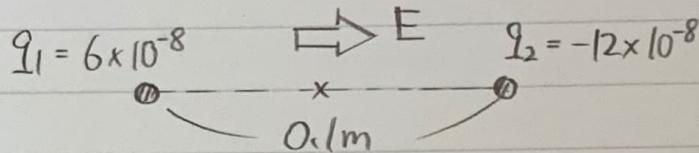


電界と電位

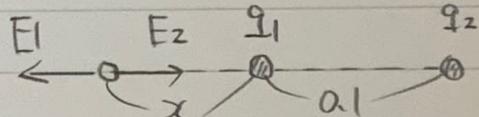
P6 [1]



$$(1) E = E_1 + E_2 = k \frac{6 \times 10^{-8}}{0.05^2} + k \cdot \frac{12 \times 10^{-8}}{0.05^2}$$

$$= -\frac{9 \times 10^9}{0.05^2} \times (6 \times 10^{-8} + 12 \times 10^{-8}) = 648000$$

$$\doteq 6.5 \times 10^5 (\text{V/m})$$

(2) q_1 (3) q_2

$$(4) E_1 = k \cdot \frac{6 \times 10^{-8}}{\chi^2}$$

$$E_2 = k \cdot \frac{12 \times 10^{-8}}{(\chi+0.1)^2}$$

$$E_1 = E_2 \text{ のとき} \quad \frac{1}{\chi^2} = \frac{2}{(\chi+0.1)^2}$$

$$2\chi^2 = \chi^2 + 0.2\chi + 0.01$$

$$\chi^2 - 0.2\chi - 0.01 = 0$$

$$(\chi - 0.1)^2 = 0.02$$

$$\therefore \chi = 0.1 + \sqrt{0.02} (\text{m}) \doteq 24.142 (\text{cm})$$

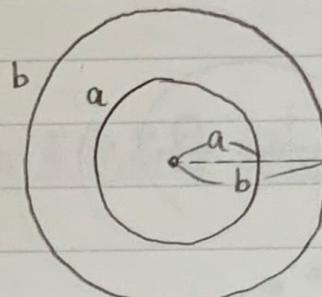
すなはち q_1 から $24.1 (\text{cm})$ の位置

ガウスの定理と静電界

PI2 11

(1) 外球の電位 V_b は

$$V_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q+Q_x}{b}$$



電位 V_b
中心
 b

(2) 両球間の電位差 V_{ab} は

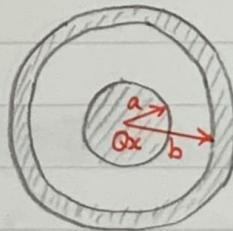
$$V_{ab} = - \int_b^a \frac{Q_x}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot dr = \frac{Q_x}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

(3) 内球の電位は V_{ab} と V_b を加えねばならない

$$V = V_{ab} + V_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_x}{a} + \frac{Q}{b} \right)$$

(4) 内球の電位を V にするために与えるべき電荷 Q_x は (3) より

$$Q_x = a \left(4\pi\epsilon_0 V - \frac{Q}{b} \right)$$



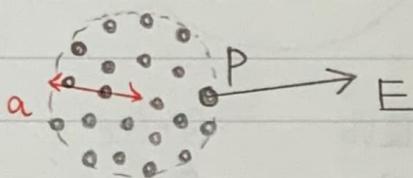
$$(2) E = \frac{Q_x}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{4\pi r^2}$$

$$V_b = - \int_b^a E \cdot dr$$

P13 [2]

$$(1) E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2}$$

(2)



この球体内に含まれる電荷の総和は
 $\frac{4}{3}\pi a^3 \times \rho \text{ (C)}$

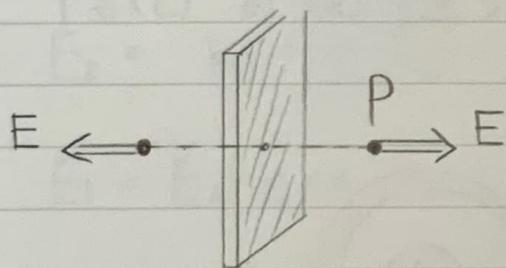
ガウスの定理より

$$E = \frac{1}{S} \times \frac{Q}{\epsilon} = \frac{1}{4\pi a^2} \times \frac{1}{\epsilon} \times \left(\frac{4}{3}\pi a^3 \rho \right) = \frac{1}{3\epsilon} \times a\rho$$

(3) 単位長さ当たりの電荷を $\rho \text{ (C)}$ とすると、

$$E = \frac{1}{S} \times \frac{\rho}{\epsilon} = \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\rho}{\epsilon} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{\rho}{r}$$

(4)

単位面積当たりの電荷を $\rho \text{ (C)}$ とすると、対称性により

$$E = \frac{1}{2\epsilon} \cdot \rho$$

(5) 片面のみなみぞ

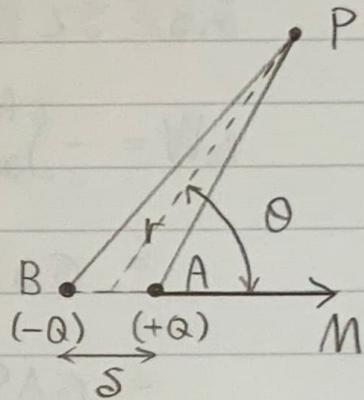
$$E = \frac{1}{\epsilon} \cdot \rho$$

双極子と電気2重層

P15 双極子と電位

大きさが等しく符号が反対の2個の点電荷が極めて接近しているものを双極子という。

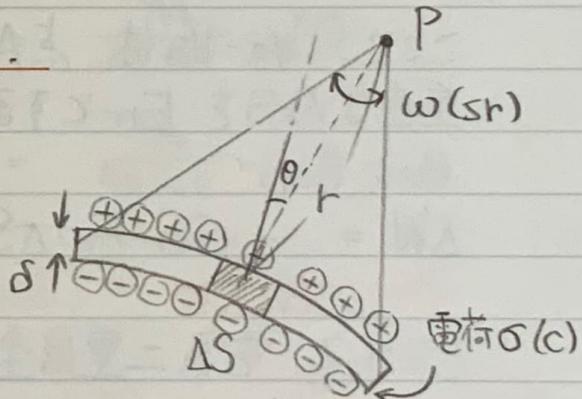
$$\begin{aligned} V_P &= k \frac{Q}{AP} + k \cdot \frac{-Q}{BP} \\ &\doteq \frac{QS}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos\theta \\ &= \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos\theta \end{aligned}$$



M = QS を双極子モーメントという。

P16 電気2重層と電位

極めて薄い板の一面に正電荷、他面に負電荷をもつものを電気2重層という。



電気2重層の微小面積 ΔS (双極子) によるP点の電位は

$$\Delta V_P = \frac{(\sigma_{\Delta S}) \cdot \delta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos\theta = \frac{\delta \sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\Delta S \cos\theta}{r^2} = \frac{\delta \sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Delta \omega$$

$$V_P = \frac{\delta \sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \omega = \frac{M}{4\pi\epsilon_0} \cdot \omega$$

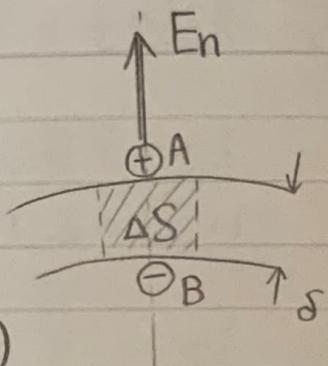
$M = \delta \sigma$ を電気2重層の強さという。

このように電気2重層による電位は立体角 ω のみで決まる。

P16 電気二重層を運ぶときの仕事

電界E中の電気二重層を無限遠点からある点まで運ぶのに要する仕事Wは

$$\begin{aligned}\Delta W &= - \int_{\infty}^A (\sigma \Delta S E \cdot dS) - \int_{\infty}^B (-\sigma \Delta S E \cdot dS) \\ &= \sigma \Delta S \left(- \int_{\infty}^A E ds - \int_{\infty}^B E ds \right) \\ &= \sigma \Delta S (V_A - V_B)\end{aligned}$$



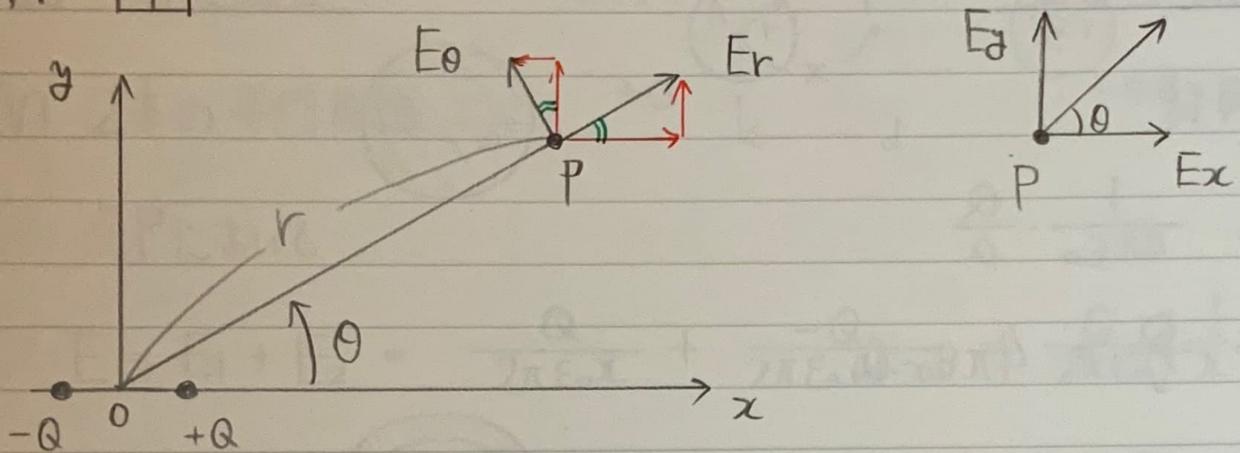
ここで、 $V_A - V_B$ は、点AB間の電位差であるから、電界の面に垂直な成分を E_n とすると、 $(V_A - V_B) = -E_n \cdot \delta$

$$\Delta W = -\sigma \Delta S \cdot E_n \cdot \delta = -M E_n \Delta S$$

したがって、電気二重層全体に対する仕事Wは

$$\begin{aligned}W &= -M \int_S E_n \cdot dS \\ &= -M \times (\text{電気二重層を } \Theta \text{ から } \oplus \text{ 側へ貫く電気力線数})\end{aligned}$$

P17 1



$$\times V_p = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos\theta$$

$$\times E_x = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot \cos\theta \times \cos\theta = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r} \cos^2\theta$$

$$\times E_y = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r} \cos\theta \times \sin\theta = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r} \cos\theta \cdot \sin\theta$$

$$E_r = -\frac{\partial V_p}{\partial r} = -\frac{1}{r} \cdot \left(\frac{M}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta \right) = \frac{M}{2\pi\epsilon_0 r^3} \cos\theta$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_p}{\partial \theta} = -\frac{1}{r} \cdot \left(-\frac{M}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin\theta \right) = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sin\theta$$

図より

$$E_x = E_r \cos\theta - E_\theta \sin\theta = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

$$E_y = E_r \sin\theta + E_\theta \cos\theta = \frac{3M}{4\pi\epsilon_0 r^3} (\sin\theta \cdot \cos\theta)$$

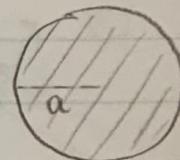
静電容量と誘電体

P19 静電容量

(i) 球導体

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{a}$$

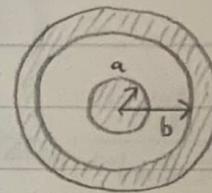
$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \cdot a$$



(ii) 2個の同心球

$$V_{ab} = \int_b^a \left(-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{a} - \frac{Q}{b} \right)$$

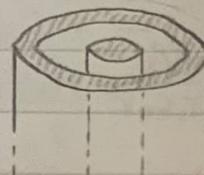
$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{ab}{b-a}$$



(iii) 2個の同心円筒

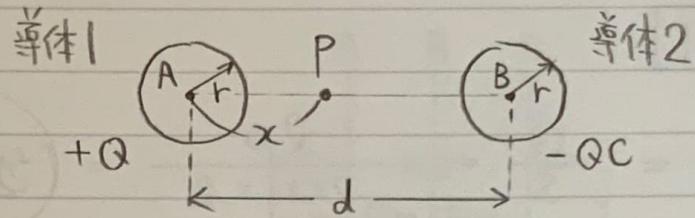
$$V_{ab} = \int_b^a \left(-\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r} \right) dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \log \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = 2\pi\epsilon_0 \cdot \frac{1}{\log(\frac{b}{a})}$$



P20 静電容量

(V) 2本の平行導線



点Pにおいて

$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{-Q}{2\pi\epsilon_0(d-x)} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right)$$

したがて AB間の電位差V、静電容量Cは

$$V = \int_r^{d-r} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx = \frac{Q}{\pi\epsilon_0} \cdot \log \frac{d-r}{r}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \pi\epsilon_0 \cdot \frac{1}{\log(\frac{d-r}{r})} \stackrel{\approx}{=} \frac{\pi\epsilon_0}{\log(d/r)} \quad (\because d \gg r)$$

$$\stackrel{\approx}{=} \frac{1}{3.6 \log(d/r)} \times 10^{-10} \text{ (F/m)}$$

$$\stackrel{\approx}{=} \frac{1}{\log_{10} \frac{d}{r}} \times 1.207 \times 10^{-8} \text{ (F/km)}$$

送電線路の電線間の 1km当たりの静電容量は上式で計算される。

P27 [1]

$$(1) D = \frac{Q}{S} = \frac{\ell \rho}{2\pi r \times \ell} = \left(\frac{\rho}{2\pi r} \right) (C/m^2)$$

$$(2) E_r = \frac{D}{\epsilon} = \left(\frac{\rho}{2\pi \epsilon r} \right) (V/m)$$

(3) 内・外筒間の電位差 V は

$$V = \int_b^a \left(-\frac{\rho}{2\pi \epsilon r} \right) dr = \frac{\rho}{2\pi \epsilon} \cdot \log \frac{a}{b}$$

$$(4) C = \frac{Q}{V} = \frac{\rho}{V} = 2\pi \epsilon \cdot \frac{1}{\log(b/a)} (F/m)$$

$$(5) C \times \ell = \frac{2\pi \epsilon \cdot \ell}{\log(b/a)} (F)$$

P28 [2]

(1) $C_{AB} = \epsilon_0 \frac{l^2}{d} (= C)$

(2) $C_{BC} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{l^2}{d} (= \epsilon_r C)$

(3) $V_{AB} = \frac{Q_{AB}}{C_{AB}} = \frac{Q_{AB}}{C}$

$V_{CB} = \frac{Q_{BC}}{C_{BC}} = \frac{Q_{BC}}{\epsilon_r C}$

$V_{AB} = V_{CB}, Q = Q_{AB} + Q_{BC}$ より

$Q_{AB} = \frac{1}{\epsilon_r + 1} Q$

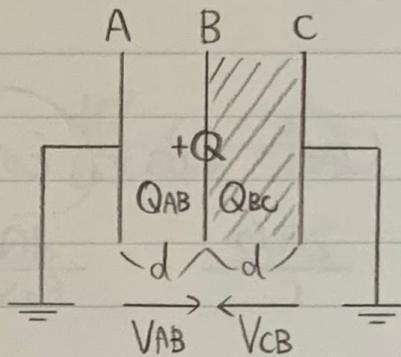
$\therefore -\frac{1}{\epsilon_r + 1} Q$

(4) $Q_{BC} = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} Q$

$\therefore -\frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} Q$

(5) $V_B = V_{AB} = V_{CB}$ 由る

$V_B = \frac{Q_{AB}}{C_{AB}} = -\frac{\frac{1}{\epsilon_r + 1} Q}{\epsilon_0 \frac{l^2}{d}} = -\frac{d}{\epsilon_0 (\epsilon_r + 1) l^2} \cdot Q$

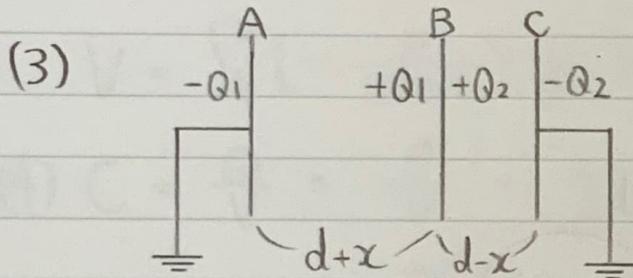


P3 | 3

$$(2) C = C_{AB} = C_{CB} = \boxed{\epsilon_0 \frac{S}{d}}$$

$$V = \frac{2Q/2}{C} = \frac{dQ}{\epsilon_0 S}$$

$$(1) E = E_{AB} = E_{CB} = \frac{V}{d} = \boxed{\frac{Q}{\epsilon_0 S}}$$



電荷保存則より $Q_1 + Q_2 = 2Q$

$$(4) C_{AB}' = \frac{d}{d+x} C, \quad C_{CB}' = \frac{d}{d-x} C$$

$$Q_1 = 2Q \times \frac{C_{AB}}{C_{AB} + C_{CB}} = \frac{d-x}{d} \cdot Q$$

$$\begin{aligned} V_{AB} &= \frac{Q_1}{C_{AB}'} = \frac{d+x}{d} \cdot \frac{d-x}{d} \cdot Q = \frac{Q}{C} \cdot \frac{d^2 - x^2}{d^2} \\ &= \frac{Qd}{\epsilon_0 S} \left(1 - \frac{x^2}{d^2} \right) \end{aligned}$$

$$(5) W = \frac{1}{2} CV^2 \times 2 = \epsilon_0 \frac{S}{d} \cdot \left(\frac{dQ}{\epsilon_0 S} \right)^2 = \frac{dQ^2}{\epsilon_0 S}$$

$$W' = \frac{1}{2} Q_1 V_{AB} + \frac{1}{2} Q_2 V_{CB}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{Qd}{\epsilon_0 S} \left(1 - \frac{x^2}{d^2} \right) \right\} \cdot (Q_1 + Q_2)$$

P31 [3] (つづき)

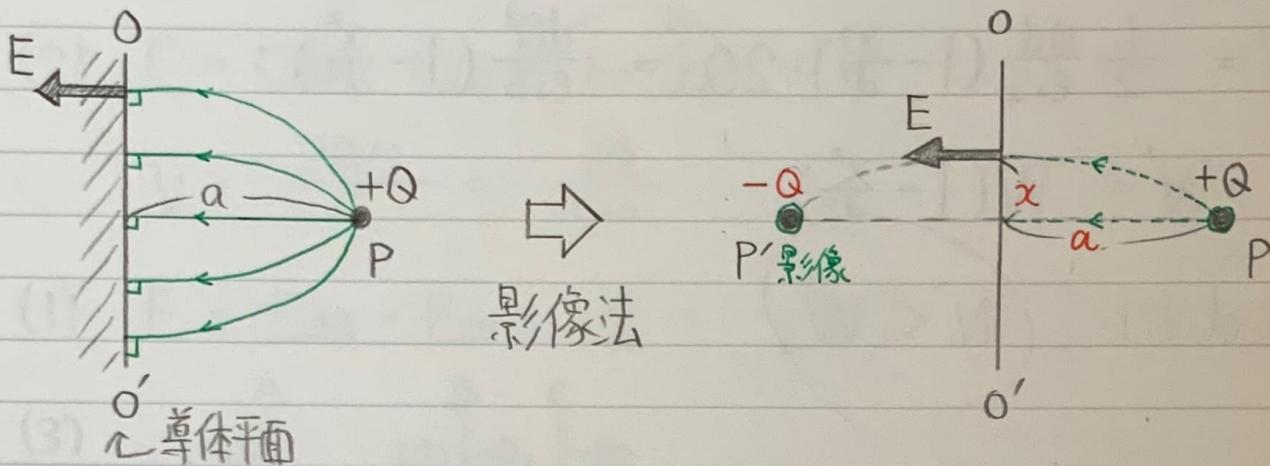
$$(5) W' = \frac{1}{2} \frac{Qd}{\epsilon_0 S} \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right) \cdot 2Q = \frac{dQ^2}{\epsilon_0 S} \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right)$$

$$\therefore W' = W \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right)$$

$$x < d \text{ より } W' < W$$

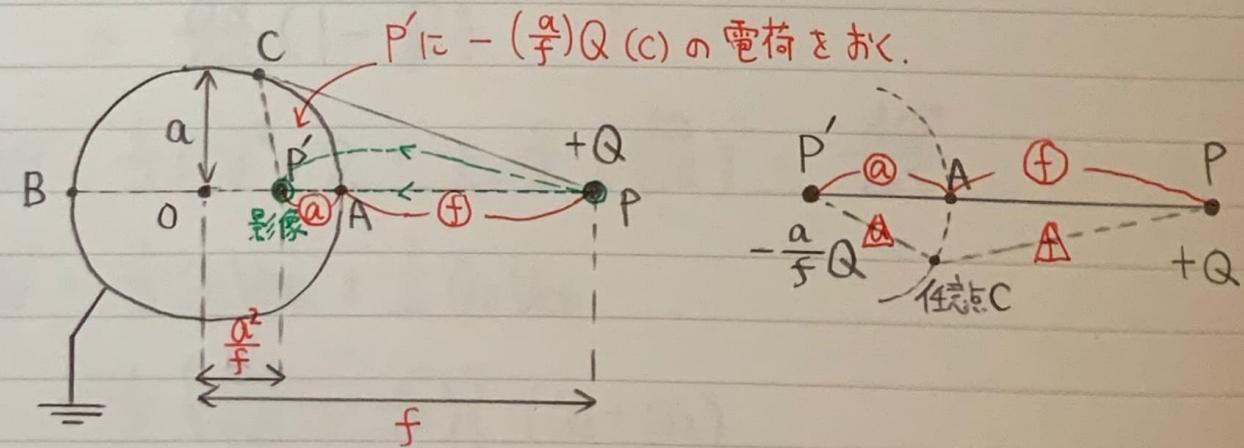
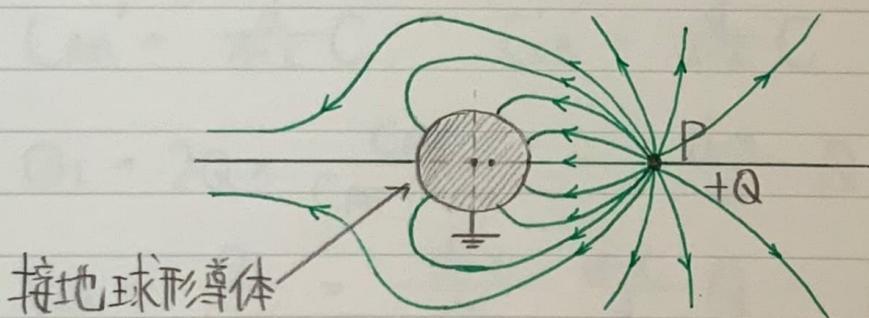
影像法

P34 導体平面と点電荷

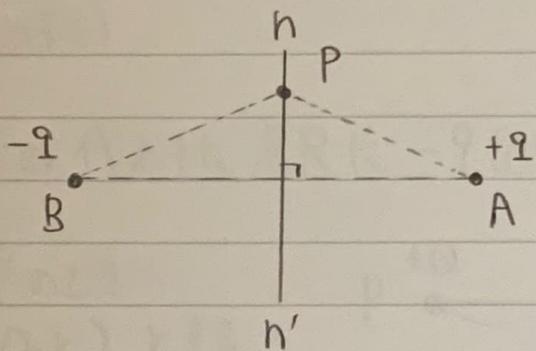


$$\text{導体上の電界は } E = \frac{Q \cdot a}{2\pi\epsilon(a^2+x^2)^{3/2}}$$

P34 接地球形導体と点電荷



P36 [1]



(1) 点Pに生ずる電位Vは

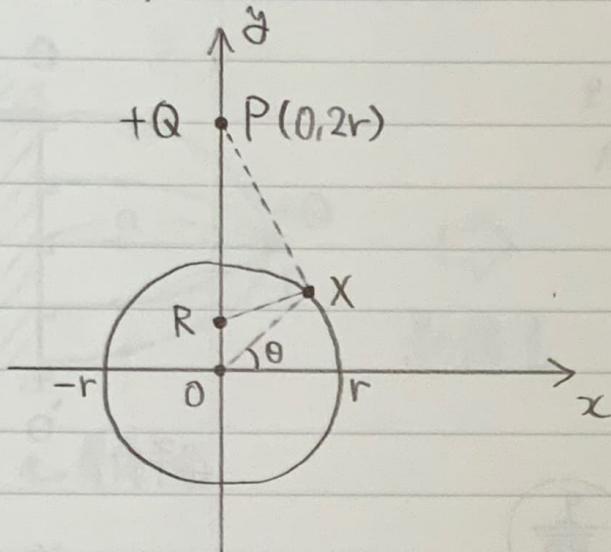
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{AP} - \frac{q}{BP} \right)$$

(3) $\overline{AP} = \overline{BP}$ であるから、 $V = 0$

(4) 等電位

(5) 電界

P36 [2]



(1) 單体球がない場合、X($r\cos\theta, r\sin\theta$)における電位と電界の大きさを求める。

$$\begin{aligned} \overline{PX}^2 &= (r\cos\theta)^2 + (2r - r\sin\theta)^2 \\ &= 4r^2 + r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) - 4r^2\sin\theta \\ &= r^2(5 - 4\sin\theta) \end{aligned}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\overline{PX}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r \sqrt{5 - 4\sin\theta}}$$

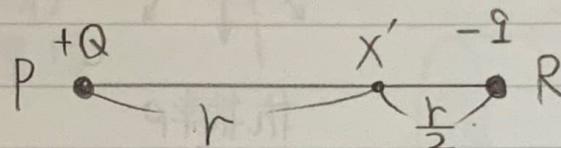
$$(2) E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\overline{PX}^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2 (5 - 4\sin\theta)}$$

P36 [2] (つづき)

(3) 單体球の代わりに点Rに $-Q(C)$ の影像電荷を置く。

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき}$$

$$X' = (0, r) \text{ とする。}$$



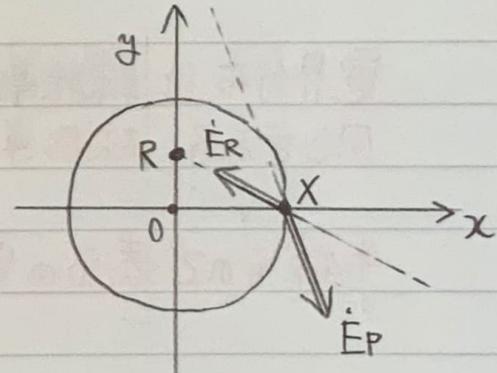
X' の電位が 0 となるとき

$$k \cdot \frac{Q}{r} - k \cdot \frac{Q}{\left(\frac{r}{2}\right)} = 0 \quad \therefore Q = \frac{1}{2}Q$$

$$(4) F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q}{\left(\frac{3}{2}r\right)^2} = \frac{Q}{9\pi\epsilon_0 r^2} \cdot Q = \frac{Q^2}{18\pi\epsilon_0 r^2}$$

(5) $\theta = 0$ のとき $X'' = (r, 0)$

$$\text{右図より} \begin{cases} E_x = E_p \cos \phi - E_R \sin \phi \\ E_y = -E_p \sin \phi + E_R \cos \phi \end{cases}$$



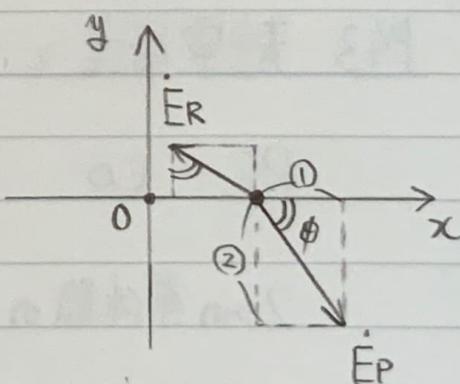
$$E_p = k \cdot \frac{Q}{(2r^2 + r^2)} = k \frac{Q}{5r^2}$$

$$E_R = k \cdot \frac{Q/2}{(r/2)^2 + r^2} = k \frac{2Q}{5r^2}$$

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ により}$$

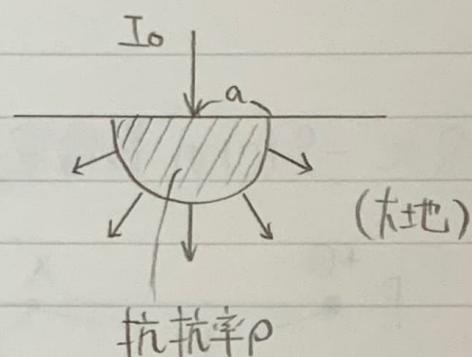
$$E_x = \frac{kQ}{5r^2} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \right) = -\frac{3\sqrt{5}Q}{100\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E_y = \frac{kQ}{5r^2} \left(-\frac{2}{\sqrt{5}} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 0$$



電流

P44 □



$$\text{接地抵抗 } R = \rho \frac{a}{\frac{1}{2} \times 4\pi a^2} = \frac{\rho}{2\pi a}$$

$$\text{静電容量 } C = \epsilon \frac{\frac{1}{2} \times 4\pi a^2}{a} = 2\pi a \cdot \epsilon$$

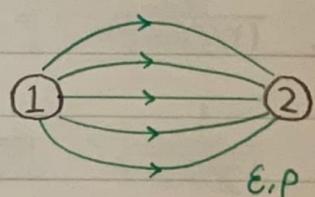
$$RC = \epsilon \rho$$

電界分布は球状導体をおいたとき、静電界を2分したものと同じである。球形導体の静電容量は $4\pi\epsilon a$ である。

半球なので表面の電荷は $1/2$ になるから、 $C = 2\pi\epsilon a$

P43 静電容量と合成抵抗

$$RC = \epsilon \rho$$



2つの導体間の静電容量と合成抵抗の積は一定である。

ただし上式は各導体の導電率が ∞ のとき成立する。

P45 [2]

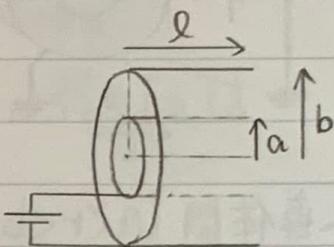
$$(a) C = \epsilon \frac{S}{d} \quad R = \frac{\epsilon \rho}{C} = \rho \frac{d}{S}$$

(b) 内筒、外筒間の電位差は

$$V = \int_b^a \left(-\frac{Q}{2\pi r \epsilon \cdot \epsilon} \right) dr$$

$$= -\frac{Q}{2\pi \ell \epsilon} \cdot \log \frac{b}{a}$$

$$R = \frac{\epsilon \rho}{C} = \frac{V}{Q} \cdot \epsilon \rho = \frac{\rho}{2\pi \ell} \cdot \log \frac{b}{a}$$

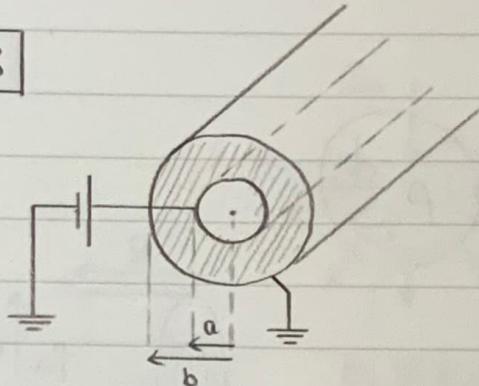


(c) 内球、外球間の電位差は

$$V = \int_b^a \left(-\frac{Q}{4\pi r^2 \cdot \epsilon} \right) dr = -\frac{Q}{4\pi \epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$R = \frac{\epsilon \rho}{C} = \frac{V}{Q} \cdot \epsilon \rho = \frac{\rho}{4\pi} \cdot \frac{b-a}{ab}$$

P46 [3]



内外導体間 ($a < r < b$) を 誘電率 ϵ , 導電率 σ の誘電体で満たすとき

$$(1) D(r) = \frac{Q}{2\pi r}$$

$$(2) E(r) = \frac{1}{\epsilon} D(r) = \frac{Q}{2\pi \epsilon r}$$

$$V = \int_b^a -E(r) dr = -\frac{Q}{2\pi \epsilon} \cdot \log \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{V} = 2\pi \epsilon \cdot \frac{1}{\log(b/a)}$$

(3) 誘電体を除去し、誘電率 ϵ_0 , 導電率 σ の導電体で満たす。

$$J(r) = \frac{I}{2\pi r}$$

$$(4) J(r) = \sigma E(r)$$

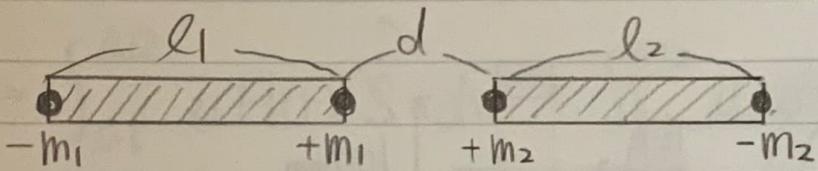
(5) 式①と④, ②と⑤を比べると以下のような対応関係がある。

$$I \leftrightarrow Q, J(r) \leftrightarrow D(r), \sigma \leftrightarrow \epsilon$$

$$G = 2\pi \sigma \cdot \frac{1}{\log(b/a)}$$

磁界

P61



$l_1 = l_2$ のとき、この磁石に働く反発力 F_1 、引力 F_2 は

$$F_1 = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0} \left\{ \frac{1}{d^2} + \frac{1}{(l_1 + l_2 + d)^2} \right\}$$

$$F_2 = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0} \left\{ \frac{1}{(l_1 + d)^2} + \frac{1}{(l_2 + d)^2} \right\}$$

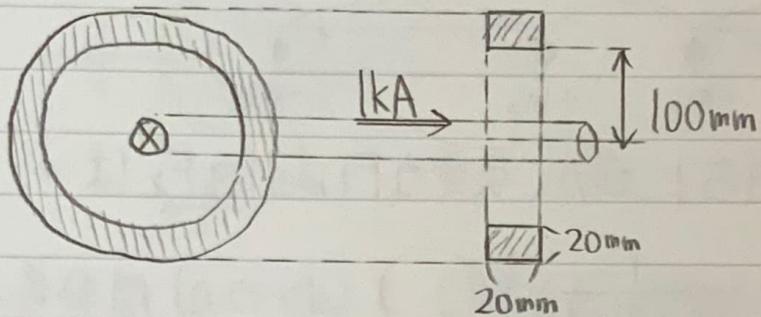
合成力 F は $l = l_1 + l_2$ とすると

$$F = |F_1 - F_2| = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0} \left\{ \frac{1}{d^2} + \frac{1}{(d+2l)^2} - \frac{2}{(d+l)^2} \right\}$$

$$= 6.33 \times 10^4 \times 0.05 \times 0.1 \times \left(-\frac{1}{5^2} + \frac{1}{25^2} - \frac{2}{15^2} \right) \times \frac{1}{100^2}$$

$$= 10.35 \times 10^{-4} \text{ (N)}$$

P61 [2]



$$(1) \text{ 磁路長 } l = 2\pi \times 110 \times 10^{-3} = 691.15 \times 10^{-3} (\text{m})$$

$$\text{断面積 } S = 20 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-3} = 0.4 \times 10^{-3} (\text{m}^2)$$

$$R = \frac{l}{\mu_0 \mu_s S} = \frac{691.15 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 800 \times 0.4 \times 10^{-3}}$$

$$= 1.7187 \times 10^6 \div 1.72 \times 10^6 (\text{A/Wb})$$

$$(2) \phi = \frac{NI}{R} = \frac{1000}{1.72 \times 10^6} \div 5.8182 \times 10^{-4}$$

$$\div 5.82 \times 10^{-4} (\text{Wb})$$

$$(3) B = \frac{\phi}{S} = \frac{5.82 \times 10^{-4}}{0.4 \times 10^{-3}} \div 1.4545 \div 1.45 (\text{T})$$

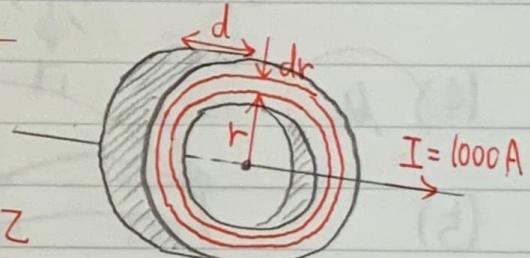
(4) アンペア周囲積分の法則を用いると、半径 r の位置の磁界の強さ H は次式で与えられる。

$$H = \frac{NI}{l'} = \frac{I}{2\pi r}$$

P61 [2] (つづき)

$$\begin{aligned}
 \text{(5)} \quad \phi &= \int_{0.1}^{0.12} \mu H(r) \cdot S \cdot dr = \int_{0.1}^{0.12} \mu_0 \mu_s \cdot S \cdot \frac{I}{2\pi r} \cdot dr \\
 &= \mu_0 \mu_s \cdot S \cdot \frac{I}{2\pi} \int_{0.1}^{0.12} \frac{1}{r} dr \\
 &= \mu_0 \mu_s S \frac{I}{2\pi} \cdot \ln \frac{0.12}{0.1} \\
 &= 4\pi \times 10^{-7} \times 800 \times 0.4 \times 10^{-3} \times \frac{1000}{2\pi} \times \ln 1.2 \\
 &= 0.64 \times 10^{-3} \times \ln 1.2 \text{ (Wb)}
 \end{aligned}$$

(5) 環状鉄心の中の全磁束は、
磁束密度 $B (= \mu H)$ を鉄心断面全体に亘り
積分すれば求められる。



半径 r から $r+dr$ の間の微小断面積は、鉄心の幅 D を用いて、 $D \cdot dr$ と表せるから。

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int_{r_1}^{r_2} \mu_0 \mu_s \frac{I}{2\pi r} \cdot D \cdot dr = \frac{\mu_0 \mu_s I D}{2\pi} \ln \frac{0.12}{0.1} \\
 &= 4\pi \times 10^{-7} \times 800 \times 1000 \times 20 \times 10^{-3} \times \frac{1}{2\pi} \times \ln 1.2 \\
 &\approx 3.20 \times 10^{-3} \times \ln 1.2 \text{ (Wb)}
 \end{aligned}$$

磁気回路

P65 □

$$(1) R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_s S}, \quad R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0 S}$$

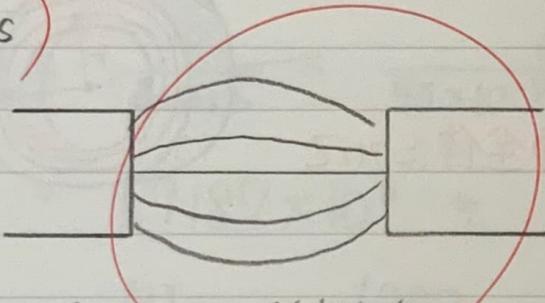
$$R_m = R_{m1} + R_{m2} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_s S} + \frac{l_2}{\mu_0 S}$$

$$(2) \phi = \frac{NI}{R_m} = \frac{NI}{\frac{l_1}{\mu_0 \mu_s S} + \frac{l_2}{\mu_0 S}}$$

$$(3) \phi = \frac{\mu_0 \mu_s H_1 S}{l_1} = \mu_0 H_1 S$$

$$(4) \mu_s$$

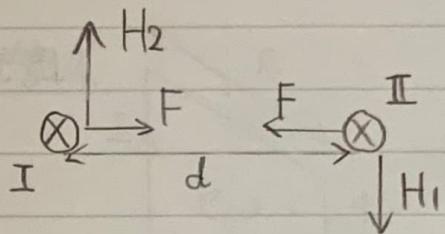
(5)



IT#7, Tの磁束分布

P69 □

(1) 吸引力

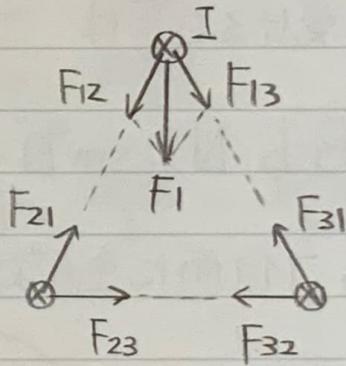


$$(2) H_1 = H_2 = -\frac{I}{2\pi d} \quad B_1 = B_2 = \mu_0 \frac{I}{2\pi d}$$

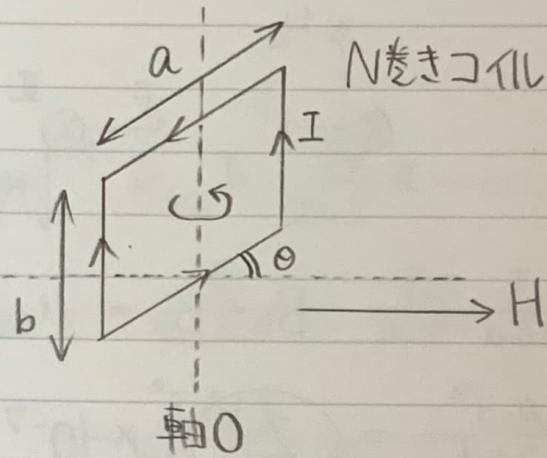
$$F = BI = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = \textcircled{2 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-7}}$$

(3) 导体Iに働く力は

$$F_1 = \sqrt{3}F = \textcircled{2\sqrt{3} \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-7}}$$



P70 [2]



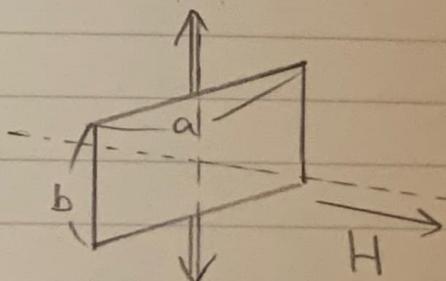
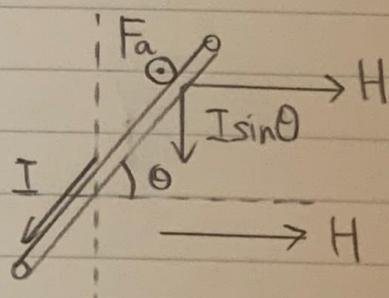
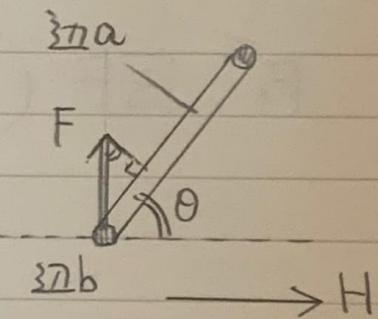
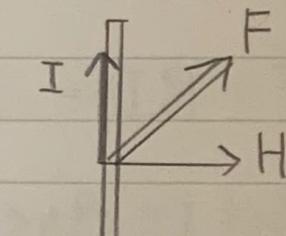
(1) b辺が受ける力Fは

$$F = B \cdot b \cdot NI \sin 90^\circ = \mu_0 H b N I$$

(2) Fのうちコイル面に垂直な分力F'は

$$F' = F \cos \theta = \mu_0 H b N I \cos \theta$$

$$(3) \text{トルク} T = 2 \times F' \times \frac{a}{2} = \mu_0 H a b N I \cos \theta$$

(4) また、a辺に生じる力は軸Oと同じ向きで
さらに、両側のa辺で打ち消し合う。したがって回転力 F_a はゼロである。

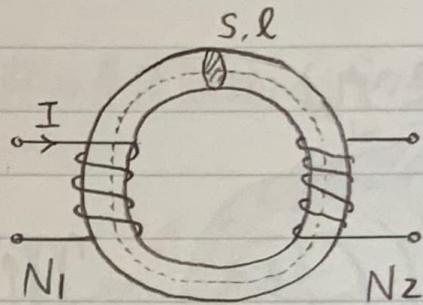
電磁誘導

P77 各種回路のインダクタンス

(i) 積端ソレノイド

コイル1に電流Iを流すとき

$$\phi_1 = \frac{N_1 I}{R}$$



$$\phi_1 \text{ の コイル1 との 鎮交数} = N_1 \phi_1 = \frac{N_1^2 I}{R}$$

$$\phi_1 \text{ の コイル2 との 鎮交数} = N_2 \phi_1 = \frac{N_1 N_2 I}{R}$$

$$\text{したがって } L_1 = \frac{N_1 \phi_1}{I} = \frac{N_1^2}{R}, \quad M = \frac{N_2 \phi_1}{I} = \frac{N_1 N_2}{R}$$

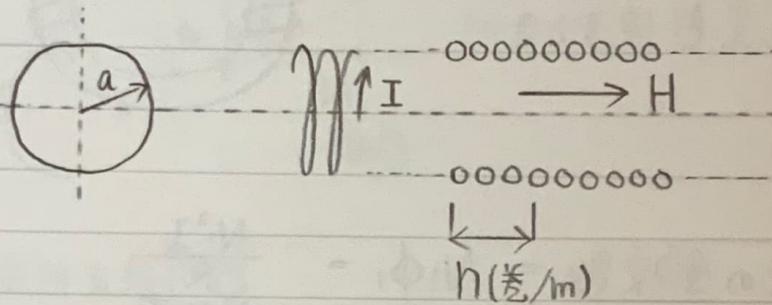
$$\text{同様に } L_2 = \frac{N_2^2}{R}$$

$$\text{漏れ磁束がないと仮定すると } M^2 = L_1 L_2$$

$$L_1 = \frac{\mu s N_1^2}{l}, \quad L_2 = \frac{\mu s N_2^2}{l}, \quad M = \frac{\mu s N_1 N_2}{l}$$

P77 各種回路のインダクタンス

(ii) 無限長ソリайд



図のような半径 a の無限長ソリайдで、単位長さ当たりの巻数を n 、流れる電流を I とすると、

$$H = n(\text{巻}/\text{m}) \times I(\text{A}) = nI$$

単位長さにある n 巻コイルとの 鎖交磁束数は

$$n\phi = n \cdot \mu H \cdot S = n \cdot \mu \cdot nI \cdot \pi a^2 = \mu \pi a^2 n^2 I$$

したがって 単位長さ当たりのインダクタンス L は

$$L_0 = \frac{n\phi}{I} = \mu \pi a^2 n^2$$

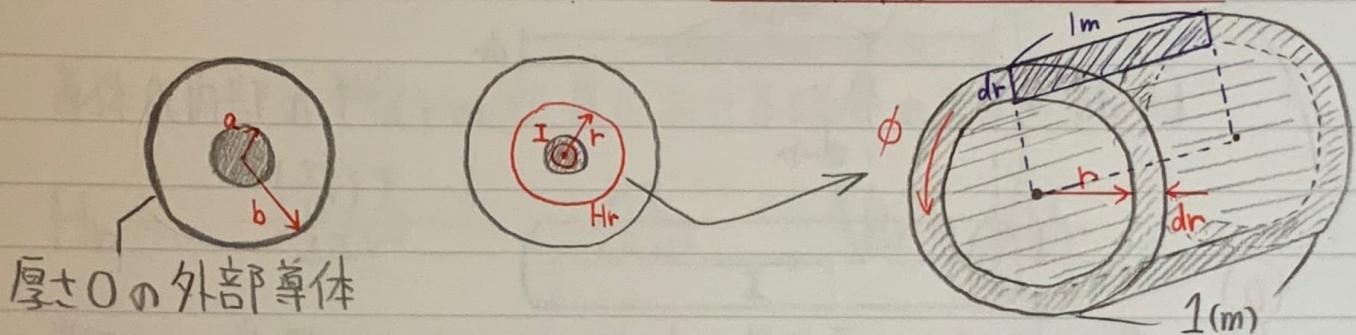
また、長さ l の部分に対するインダクタンス L は、 $N = nl$ とすると

$$\text{鎖交磁束数} = l n \cdot \phi = \mu \pi a^2 n^2 I \cdot l$$

$$L = \frac{l \cdot n \cdot \phi}{I} = \mu \pi a^2 n^2 l = \mu \pi a^2 \frac{N^2}{l}$$

177 各種回路のインダクタンス

(iii) 同心円筒導体（同軸ケーブル）の 内外導体間のインダクタンス



半径 r の位置における磁界の大きさ H_r は

$$H_r = \frac{I}{2\pi r} \quad B_r = \mu_0 H_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

半径 r の位置の微小幅 dr , 長さ 1m の矩形を貫く磁束は

$$d\phi = B_r \times (1 \times dr) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot dr$$

よって 1m 当たりの全磁束は

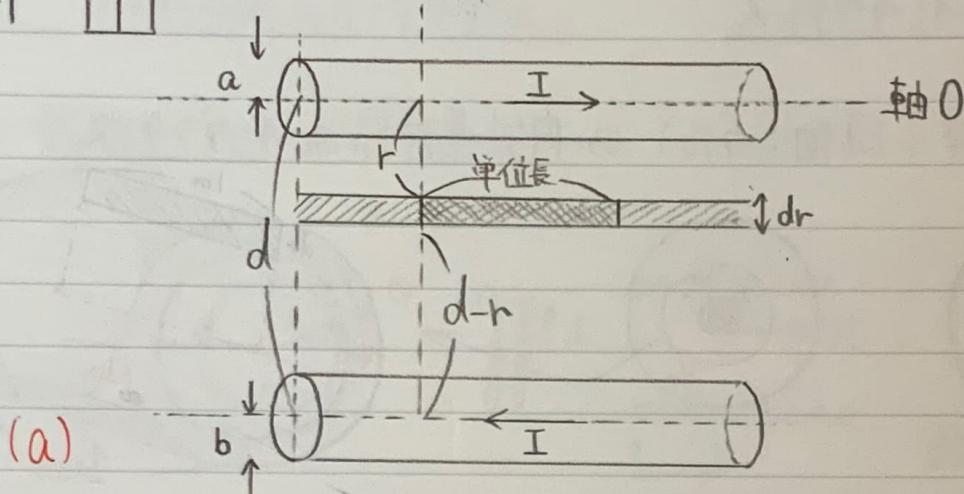
$$\phi = \int_a^b d\phi = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \ln \frac{b}{a}$$

$$\text{また、鎮交磁束数 } = \phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \ln \frac{b}{a}$$

したがって 1m 当たりの自己インダクタンス L は

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{b}{a}$$

P81



軸Oから半径rの位置における磁界の大きさ H_r は

$$H_r = \frac{I}{2\pi r} + \frac{I}{2\pi(d-r)}, \quad B_r = \mu_0 H_r$$

半径rの位置の微小幅dr、単位長さの矩形を貫く磁束は

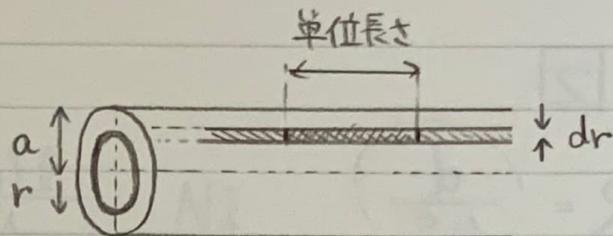
$$d\phi = B_r dr = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)} \right) dr$$

$$\begin{aligned} \text{全磁束 } \phi &= \int_a^{d-b} d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_a^{d-b} \left\{ \frac{1}{r} + \frac{1}{(d-r)} \right\} dr \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[\ln r - \ln(d-r) \right]_a^{d-b} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left\{ \ln(d-b) - \ln b - \ln a + \ln(d-a) \right\} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \ln \frac{(d-a)(d-b)}{ab} \quad \div \quad \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \ln \frac{d^2 - d(a+b)}{ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{ex} &= \frac{\text{鎖交磁束数}}{I} = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{d^2 - d(a+b)}{ab} \quad \text{途中} \\ &\div \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{d^2}{ab} \quad \text{導体外のインダクタンス} \end{aligned}$$

P81 1 (つづき)

(b) 導体内部のインダクタンス



導体A内部の半径rの位置における磁界の大きさ H_r は

$$H_r = \frac{\left(\frac{r^2}{a^2}\right) I}{2\pi r} = \frac{r I}{2\pi a^2} \quad B_r = \mu H_r$$

半径rの位置における微小幅dr、単位長さの矩形を貫く磁束は

$$\times d\phi = B_r dr = \frac{\mu I r}{2\pi a^2} \cdot dr \times \frac{r^2}{a^2}$$

$$\times \text{全磁束} \phi = \int_0^a d\phi = -\frac{\mu I}{2\pi a^2} \int_0^a r \cdot dr = \frac{\mu I}{4\pi}$$

導体内部において、 $d\phi$ が鎖交する部分の巻回数は トネルの断面積に比例して $\frac{r^2}{a^2} (< 1)$ 回と考えることができます。

$$\text{鎖交磁束数} = \frac{r^2}{a^2} \cdot d\phi = \frac{\mu I r^3}{2\pi a^4} \cdot dr$$

$$\phi = \int_0^a d\phi = -\frac{\mu I}{2\pi a^4} \int_0^a r^3 \cdot dr = \frac{\mu I}{8\pi}$$

$$L_{in} = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu I}{8\pi}$$

以上より 往復線の単位長自己インダクタンス L_w は

$$L_w = L_{ex} + 2L_{in} = \frac{1}{4\pi} \left(\mu + 2\mu_0 \ln \frac{d^2}{ab} \right)$$

$$1\text{ 線当たりの自己インダクタンス } L = \frac{L_w}{2} = \frac{1}{2\pi} \left(\mu_0 \log \frac{d}{a} + \frac{\mu}{4} \right)$$

P82 [2]

$$(1) R = \frac{d}{\mu s}$$

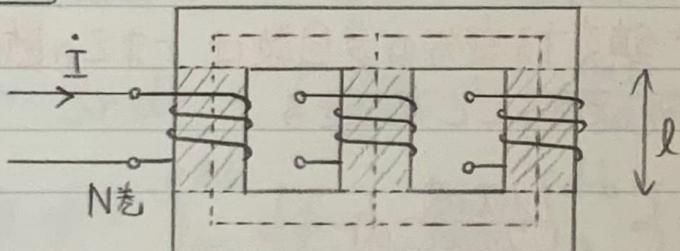
$$(2) F = NI$$

$$(3) \phi = \frac{F}{R} = \frac{\mu s NI}{d}$$

$$(4) L = \frac{N\phi}{I}$$

$$(5) L = \frac{N}{I} \cdot \frac{\mu s NI}{d} = \frac{\mu s N^2}{d}$$

P83 [3]



(1) 総鉄部分の磁界の強さは、透磁率が無限大であるとする
ことをみなせる。

$$(2) H_1l + H_2l = NI$$

$$(3) B_1 = \mu H_1, B_2 = \mu H_2$$

$$B_1 = 2B_2$$

P82 [2] (つづき)

$$(3) \text{ ①式から } \frac{B_1 l}{\mu} + \frac{\left(\frac{1}{2}B_1\right)l}{\mu} = NI$$

$$\frac{l}{\mu} \left(B_1 + \frac{B_1}{2} \right) = NI$$

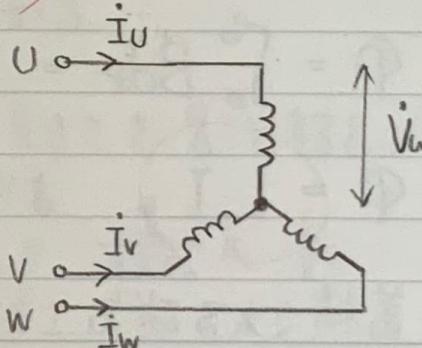
$$\therefore B_1 = \frac{2\mu NI}{3l}$$

(4) U相の磁束は $\Phi_1 = B_1 S$, 総鉄心磁束 $\Phi_1 = N\phi_1$ より
U相の自己インダクタンス L は

$$L = \frac{\Phi_1}{I} = \frac{NB_1 S}{I} = \frac{2\mu N^2 S}{3l}$$

(5) 3つのリテクトルをY結線した。

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_u \\ \dot{V}_v \\ \dot{V}_w \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_u \\ \dot{I}_v \\ \dot{I}_w \end{bmatrix}$$



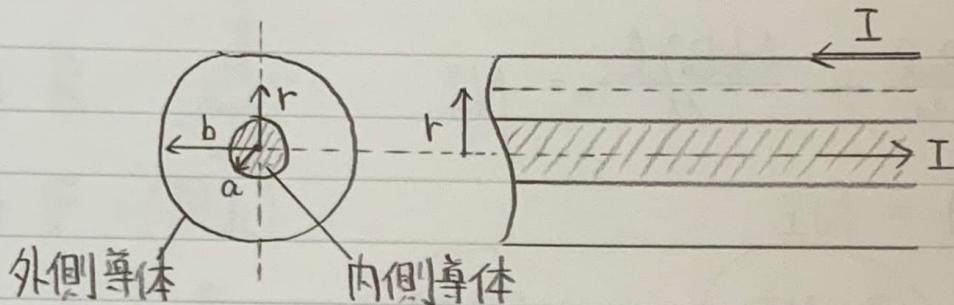
$$M = \frac{1}{2}L \text{ なり}$$

$$\dot{V}_u = j\omega L \left(\dot{I}_u + \frac{1}{2}\dot{I}_v + \frac{1}{2}\dot{I}_w \right)$$

$$= j\omega L \left\{ \dot{I}_u + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \dot{I}_u + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \dot{I}_u \right\}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times j\omega L \right) \dot{I}_u$$

P87 [4]



自己インダクタンスを2通りの方法で求める

① 鎖交する磁束を用いる方法

(1) $B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$

(2) $\Phi = \int_a^b B dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

(3) $\Phi = LI$ より $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

② 蓄積される磁気エネルギーを用いる方法(4) 単位長さ当たりに蓄積される磁気エネルギー W は

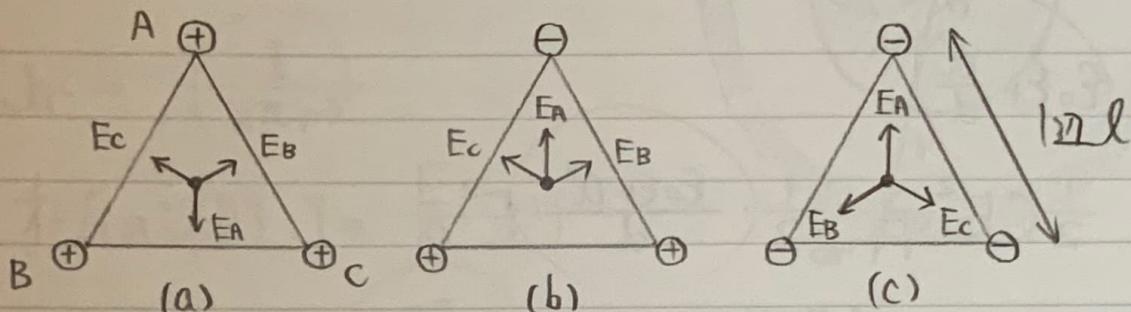
$$W = 2\pi \int_a^b \frac{1}{2\mu_0} B^2 r dr = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \cdot \ln \frac{b}{a}$$

(5) $W = \frac{1}{2} LI^2$ より $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

1章 練習問題

II



(1) Gにおいて電解の強さが最も大きいのは (b) である。

(2) その方向は \vec{P}_\perp の矢印の向きである。(3) 各電荷の大きさを2倍にすると、Gの電界の強さが変わらないような辺の長さ l' を求める。

(b)において変更前では、各電荷の大きさを8とすると、

$$E = 2|E_A| = 2 \times \frac{q}{4\pi\epsilon_0(l/\sqrt{3})^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{6}{l^2}$$

$$\text{変更後では } E' = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{6}{l'^2}$$

$$E = E' \text{ より } l' = \sqrt{2}l$$

(4) R

(5) Gにおける電位の絶対値が最も大きいのは (a) と (c) である。

[2]

$$(1) C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{a^2}{d}$$

$$(2) W = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_r a^2}{d} \cdot E^2$$

(3) 外力を加えて、誘電体を取り出した。

$$C' = \epsilon_0 \frac{a^2}{d}$$

$$\Delta Q = CE - C'E = E (\epsilon_r - 1) C' = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a^2}{d} E$$

~~$$(4) W' = \frac{1}{2} C' E^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 a^2}{d} E^2$$~~

$$\Delta W = W - W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a^2}{d} E^2$$

~~$$(5) 外力がした仕事量は \Delta W と等しいから \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a^2}{d} \cdot E^2$$~~

(4) 電源に向かって供給されるエネルギー U は

$$U = E \cdot \Delta Q = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a^2}{d} \cdot E^2$$

(5) 外力のした仕事は「静電エネルギーの増加量 ΔW 」から
「電源が供給したエネルギーを差し引けばよい。」

$$\Delta W = W' - W = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a^2}{d} \cdot E^2$$

$$\text{仕事} = \Delta W - (-U) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a^2}{d} \cdot E^2$$

3

$$(1) J_r = \frac{I}{2\pi r^2}$$

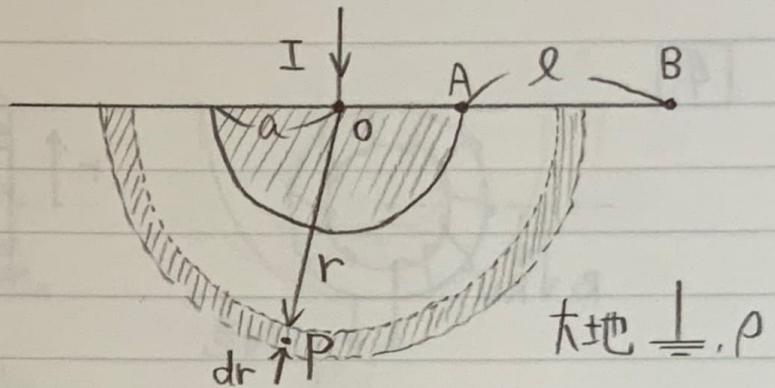
$$(2) \text{オームの法則 } J = \frac{E}{\rho} \text{ より}$$

$$E_r = \rho J_r = \frac{\rho I}{2\pi r^2}$$

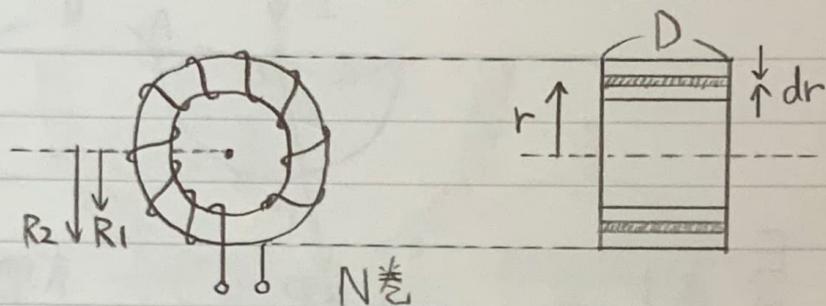
$$(3) dV = E_r \cdot dr$$

$$(4) V_A = \int_a^\infty E_r \cdot dr = -\frac{\rho I}{2\pi} \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{\rho I}{2\pi} \left[-\frac{1}{r} \right]_a^\infty \\ = \frac{I\rho}{2\pi a}$$

$$(5) V_{AB} = \int_a^{a+l} E_r \cdot dr = -\frac{\rho I}{2\pi} \int_a^{a+l} \frac{dr}{r^2} = -\frac{\rho I}{2\pi} \left(-\frac{1}{a+l} + \frac{1}{a} \right) \\ = \frac{I\rho l}{2\pi a(a+l)}$$



4



(1) 環状ソレノイドに電流 \$I\$ を流すとき

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{2\pi r}$$

(2) 半径 \$r\$ の位置の微小部分 \$dr\$ を貫く磁束 \$d\phi_B\$ は

$$d\phi_B = \mu_0 \mu_s H dS = \mu_0 \mu_s \frac{NI}{2\pi r} \cdot D \cdot dr$$

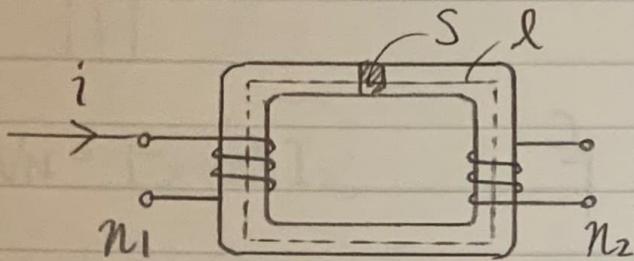
$$\begin{aligned} (3) \text{ 全磁束 } \Phi_B &= \int_{R_1}^{R_2} d\phi_B = -\frac{\mu_0 \mu_s N I D}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} \\ &= \frac{\mu_0 \mu_s N I D}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} \end{aligned}$$

$$\text{鎖交磁束 } \Phi = N \Phi_B$$

$$(4) \Phi = L I$$

$$(5) L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N \Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 \mu_s N^2 D}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

[5]



$$(1) \phi = \frac{n_1 i}{R} = \frac{\mu_0 \mu_r s n_1 i}{l}$$

(2) 卷線2に生じる起電力は

$$U = -n_2 \frac{d\phi}{dt}$$

(3) $f = 50(\text{Hz})$, $|i| = 1(\text{A})$ のとき

$$i = \sqrt{2} \sin 2\pi f t = \sqrt{2} \sin (100\pi t)$$

$$(5) U = -n_2 \frac{d\phi}{dt} = -n_2 \cdot \frac{\mu_0 \mu_r s n_1}{l} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$= -\frac{\mu_0 \mu_r s}{l} \cdot n_1 n_2 \cdot 100\sqrt{2}\pi \cdot \cos(100\pi t)$$

$$= \frac{\mu_0 \mu_r s}{l} \cdot n_1 n_2 \times 100\sqrt{2}\pi \cdot \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$

U の実効値は

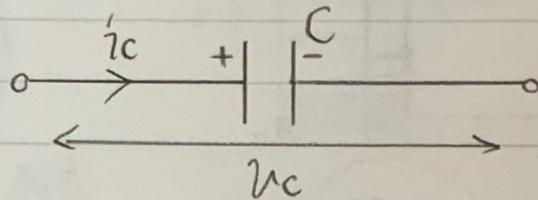
$$\frac{\mu_0 \mu_r s}{l} \cdot n_1 n_2 \times 100\pi = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 3.0 \times 10^{-3}}{0.5} \times 2000 \times 100\pi$$

$$\approx 4.7374(\text{V}) \approx 4.74(\text{V})$$

回路理論の基礎

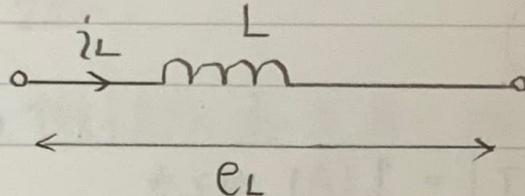
P96 回路素子

・ 容量素子



$$i_C = \frac{dQ}{dt} = \frac{dC \cdot u_C}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

・ 誘導素子

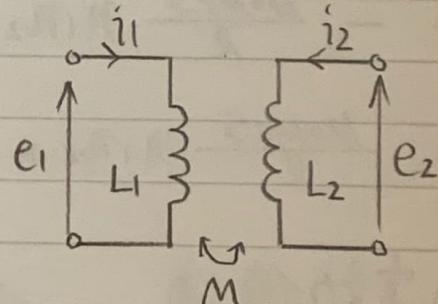


$$e_L = L \frac{di_L}{dt}$$

(相互インダクタンスも考慮する場合)

$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$e_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

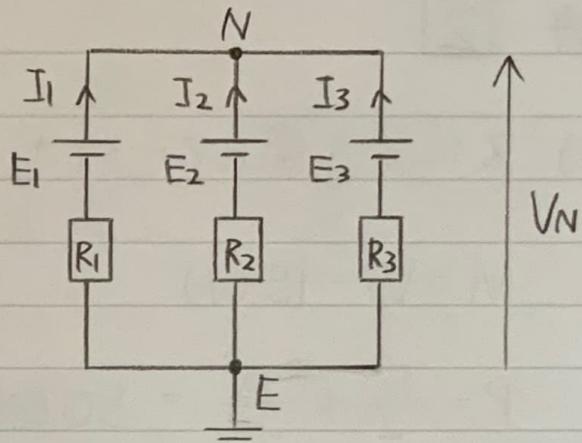


P102 1

(1) $V_N = E_2 - R_2 I_2$

(2) $V_N = E_3 - R_3 I_3$

(3) $I_1 + I_2 + I_3 = 0$



①~③を足し合わせよ。

$$\frac{V_N}{R_1} + \frac{V_N}{R_2} + \frac{V_N}{R_3} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} - (I_1 + I_2 + I_3)$$

$$V_N = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

(4) $(E_1, E_2, E_3) = (4, 2, 1) \text{ (V)}, (R_1, R_2, R_3) = (0.25, 0.1, 0.1) \text{ (\Omega)}$
を代入すよ

$$V_N = \frac{16 + 20 + 10}{4 + 10 + 10} \doteq 1.9167 \text{ (V)}$$

$$I_3 = -\frac{1}{R_3}(V_N - E_3) = -10 \times (1.9167 - 1)$$

$$= -9.167 \doteq -9.2 \text{ (A)}$$

(5) N & S E

P104 [2]

(a) スイッチが閉じているとき

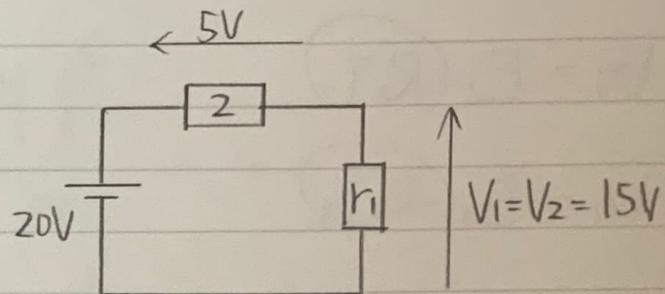
$$V_1 = V_2 = 15(V)$$

$$P = \frac{5^2}{2} + \frac{15^2}{r_1} = 50(W)$$

$$(1) r_1 = \frac{15^2}{37.5} = 6(\Omega)$$

(b) スイッチが開いているとき

$$P = EI_1 = 100(W)$$



$$(2) I_1 = \frac{100}{20} = 5(A)$$

$$(3) V_1 = 20 - 2.5 = 10(V)$$

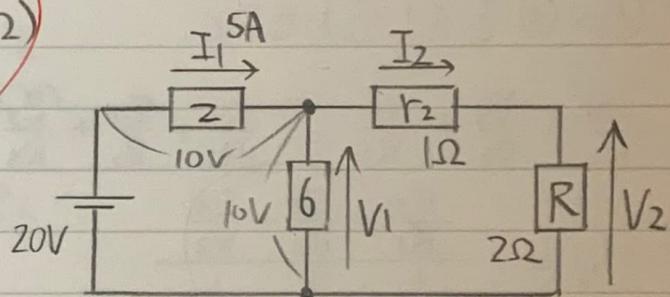
$$R = \frac{V_1}{I_1} = \frac{10}{5} = 2(\Omega)$$

$$(4) R = \frac{6 \cdot (r_2 + 2)}{6 + (r_2 + 2)} = \frac{6(r_2 + 2)}{r_2 + 8} = 2$$

$$6(r_2 + 2) = 2(r_2 + 8)$$

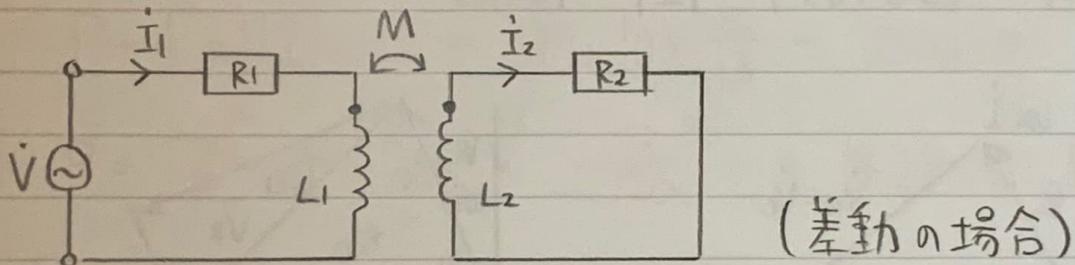
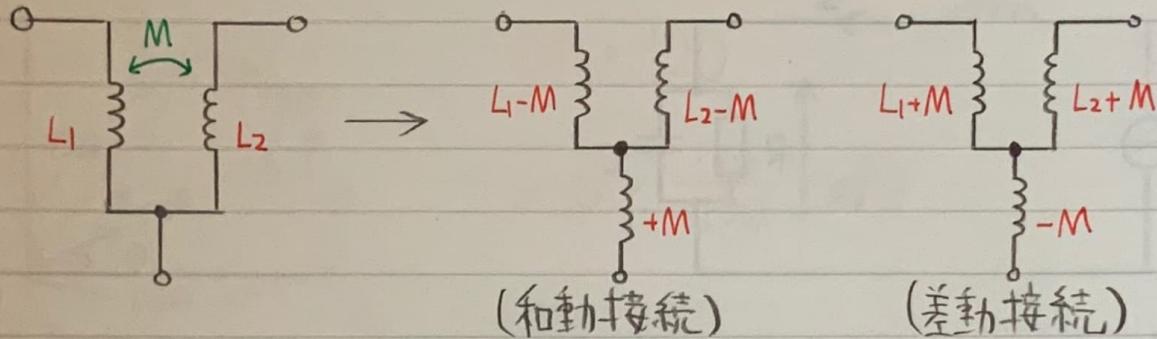
$$2r_2 = 2 \quad \therefore r_2 = 1(\Omega)$$

$$(5) I_2 = I_1 \times \frac{6}{6+3} = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}(A)$$

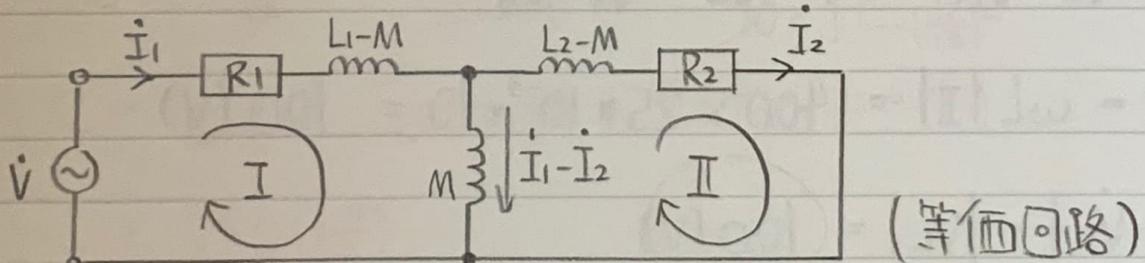


正磁波交流

P111 相互コンダクタンス回路



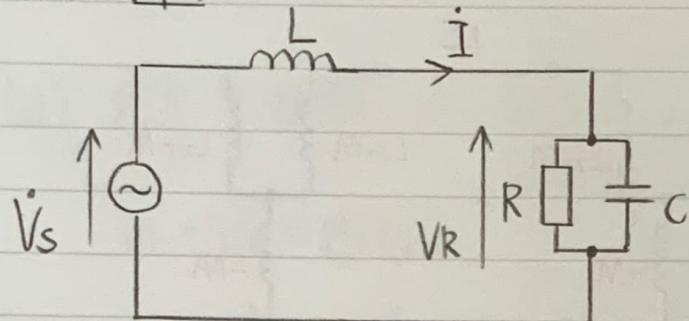
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{左の回路} \dots (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = \dot{V} \\ \text{右の回路} \dots (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 = 0 \end{array} \right.$$



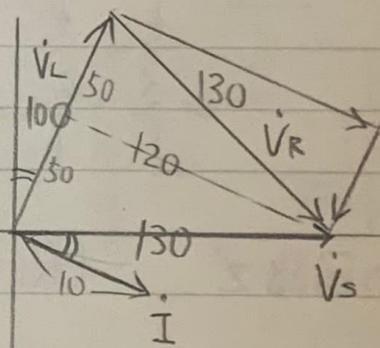
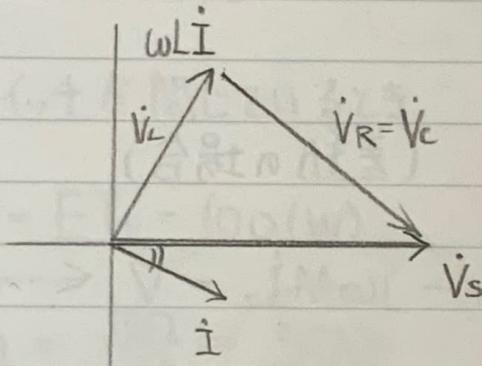
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{IのIL-方程式} \dots R_1 \dot{I}_1 + j\omega (L_1 - M) \dot{I}_1 + j\omega M (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = \dot{V} \\ (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{IIのIL-方程式} \dots R_2 \dot{I}_2 + j\omega (L_2 - M) \dot{I}_2 - j\omega M (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = 0 \\ (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 = 0 \end{array} \right.$$

P114



$$|\dot{V}_s| = |\dot{V}_R| = 130 \text{ (V)}, \quad |\dot{i}| = 10 \text{ (A)}$$



$$(1) \quad \dot{V}_s = \dot{V}_L + \dot{V}_R \quad \text{よし} \quad \dot{V}_L = \dot{V}_s - \dot{V}_R$$

$$(2) \quad |\dot{V}_L| = \omega L |\dot{i}| = 400 \times 25 \times 10^{-3} \times 10 = 100 \text{ (V)}$$

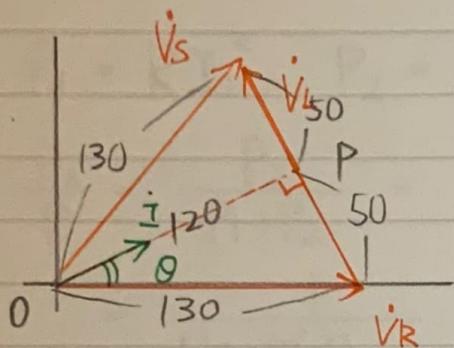
$$|\dot{V}_s - \dot{V}_R| = |\dot{V}_L| = 100 \text{ (V)}$$

~~$$(3) \quad |\dot{Z}_{RC}| = \frac{|\dot{V}_R|}{|\dot{i}|} = 13 \Omega$$~~

$$\text{図より} \quad \dot{V}_R = 120 \text{ (V)}, \quad \dot{V}_C = -j50 \text{ (V)}$$

P114 □ (つづき)

(3)



$$OP = 120$$

$$\cos \theta = \frac{120}{130} = \frac{12}{13}$$

$$P = |V_R| |I| \cos \theta = 130 \times 10 \times \frac{12}{13} = 1200 \text{ (W)}$$

$$(4) P = \frac{|V_R|^2}{R} \quad \therefore R = \frac{|V_R|^2}{P} = \frac{130^2}{1200} = 14.08 \approx 14.0 \Omega$$

(5) 静電容量 C が消費される無効電力 Q は

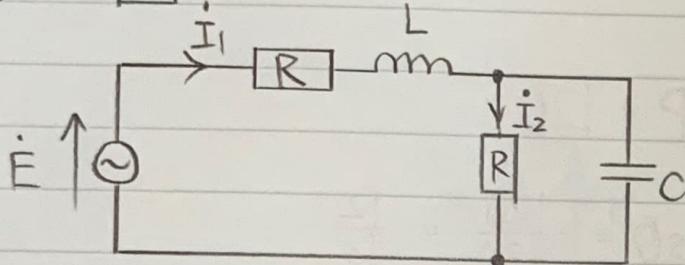
$$Q = |V_R| |I| \sin \theta = \frac{|V_R|^2}{X_C}$$

$$X_C = \frac{|V_R|^2}{Q} = \frac{|V_R|^2}{|I| \sin \theta} = \frac{130}{10 \times \sqrt{1 - (\frac{12}{13})^2}} = 33.8 \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{400 \times 33.8} = 73.96 \times 10^{-6} \text{ (F)}$$

$$\approx 74.0 \mu\text{F}$$

P116 [2]



$$\begin{aligned}
 (1) \quad Z &= R + j\omega L + \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right)^{-1} \\
 &= R + j\omega L + \left(\frac{1 + j\omega RC}{R} \right)^{-1} \\
 &= R + j\omega L + \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \\
 &= R + \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + j\left(\omega L - \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}\right)
 \end{aligned}$$

$$(1) \quad Z = R \cdot \frac{2 + \omega^2 R^2 C^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$(2) \quad \omega L - \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = 0 \quad \text{for } \omega \neq 0$$

$$L = \frac{R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$(3) \quad I_2 = I_1 \times \frac{1}{R + \frac{j\omega C}{R}} = I_1 \times \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\left| \frac{I_2}{I_1} \right|^2 = \frac{1}{1^2 + (\omega RC)^2} = \frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

P116 [2] (つづき)

$$(4) P_1 = RI_1^2, \quad P_2 = RI_2^2, \quad P = P_1 + P_2$$

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P} &= \frac{P_2}{P_1+P_2} = \frac{1}{\frac{P_1}{P_2} + 1} = \frac{1}{\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 + 1} \\ &= \frac{1}{(1 + \omega^2 R^2 C^2) + 1} = \frac{1}{2 + \omega^2 R^2 C^2} \end{aligned}$$

$$(5) \sqrt{L/C} = \sqrt{\frac{R^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}} = R \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$(ただし) \sqrt{\frac{L}{C}} < R$$

No. 2.3

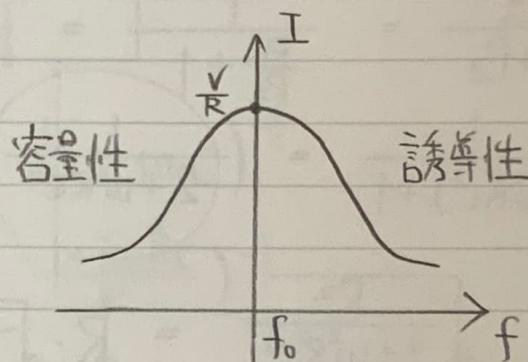
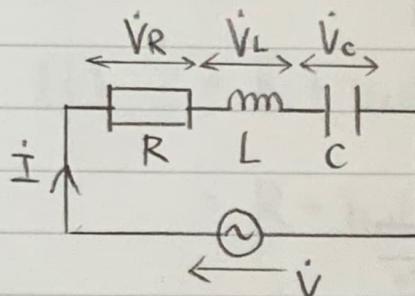
Date 20.11.5

回路計算の定理

P120 共振回路と尖鋭度Q (Quality Factor)

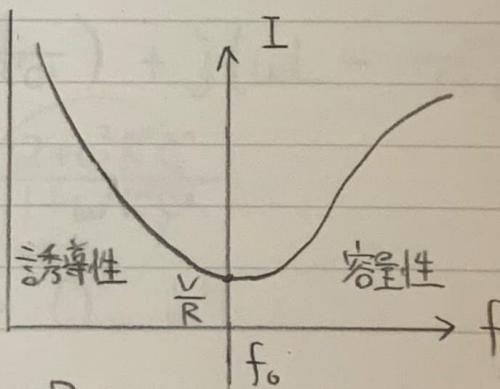
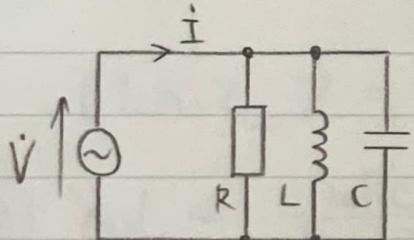
尖鋭度Qは共振の鋭さを表す。

直列共振



$$Q = \frac{V_L}{V_R} = \frac{\omega L I}{R I} = \frac{\omega L}{R}$$

並列共振

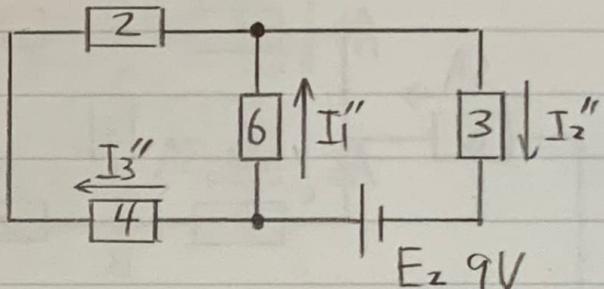
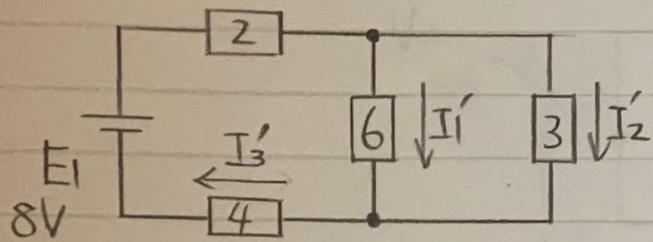


$$Q = \frac{I_L}{I_R} = \frac{\frac{E}{\omega L}}{\frac{E}{R}} = \frac{R}{\omega L}$$

$$\left(= \frac{1}{\omega_0 L G} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}} \right)$$

Qが大きいほど 強い周波数選択性をもつ。

P126 □



- 電圧源 E_1 のみ考えるとき

$$R' = 2 + 2 + 4 = 8(\Omega) \quad I' = \frac{8}{8} = 1(A)$$

$$I_1' = 1 \times \frac{3}{6+3} = \frac{1}{3}(A), \quad I_2' = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}(A)$$

$$I_3' = 1(A)$$

(1) $\frac{1}{3}A$ (2) $\frac{2}{3}A$

- 電圧源 E_2 のみ考えるとき

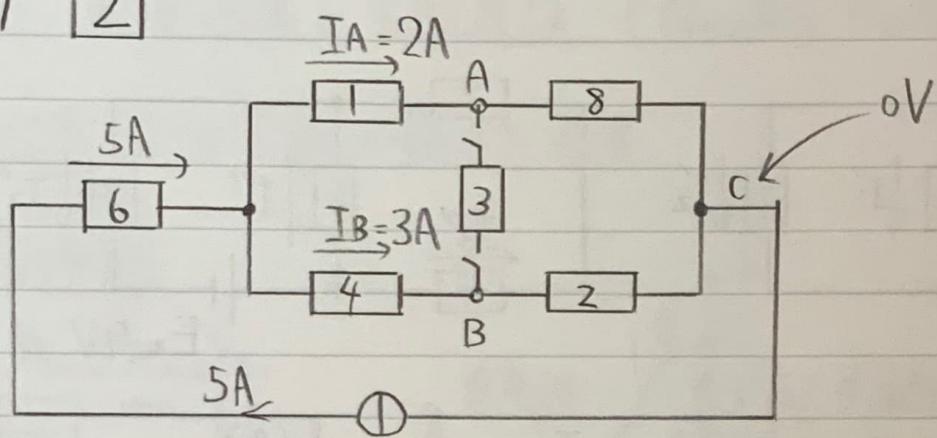
$$R'' = 3 + 3 = 6(\Omega) \quad I'' = \frac{9}{6} = 1.5(A)$$

$$I_1'' = I_3'' = \frac{1}{2} \times 1.5 = 0.75(A), \quad I_2'' = 1.5(A)$$

(3) $-0.75A$ (4) $1.5A$

$$(5) I_3 = -I_3' - I_3'' = -1 - 0.75 = -1.75(A)$$

P127 [2]



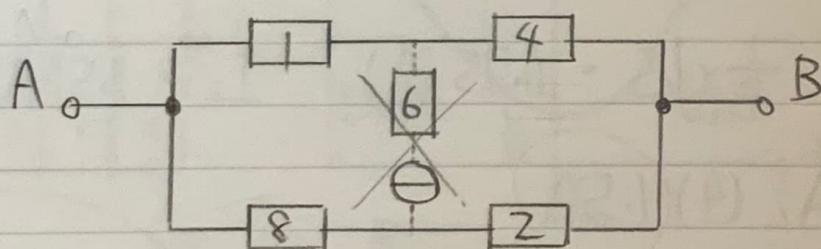
$$I_A = 5 \times \frac{6}{6+9} = 2(A), \quad I_B = 3A$$

(1) $i' = I_A = 2(A)$

(2) $V_A = 2 \cdot 8 = 16(V)$

(3) $V_B = 3 \cdot 2 = 6(V)$

(4)

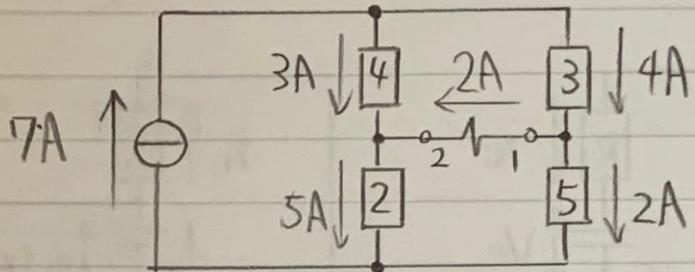


$$r = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{10}{3}(\Omega)$$

(5) ティンソンの定理より

$$i = \frac{16 - 6}{3 + \frac{10}{3}} = \frac{30}{19}(A)$$

P129 [3]



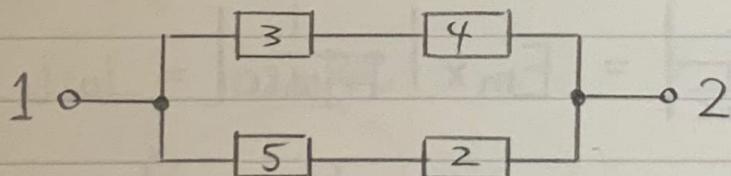
$$(1) 7 \times \frac{4}{3+4} = 4(A)$$

$$(2) I = 2A \text{ (端子 } 1 \rightarrow 2 \text{ の向き)}$$

~~(3) 短絡 開放除去~~

$$(4) -g_i = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)} =$$

端子1,2から見たコンダクタンス g_i は



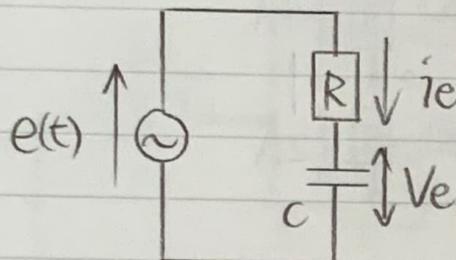
$$g_i = \frac{1}{3+4} + \frac{1}{5+2} = \frac{2}{7}(S)$$

(5) ノートンの定理より

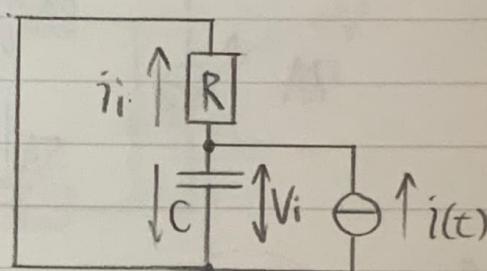
$$V = \frac{I}{g_i + G_L} = \frac{2}{\frac{2}{7} + 1} = \frac{14}{9}(V)$$

?

P130 [4]



$$e(t) = E_m \cos(\omega_1 t)$$



$$i(t) = I_m \sin(\omega_2 t)$$

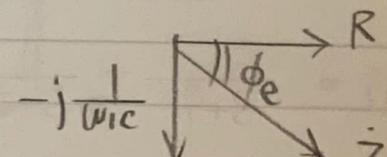
$$(1) I_e = \left| \frac{E_m}{R + \frac{1}{j\omega_1 C}} \right| = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega_1 C})^2}} = \frac{\omega_1 C E_m}{\sqrt{1 + (\omega_1 C R)^2}}$$

$$(2) I_i = I_m \times \left| \frac{\frac{1}{j\omega_2 C}}{R + \frac{1}{j\omega_2 C}} \right| = I_m \times \left| \frac{1}{1 + j\omega_2 R C} \right| \\ = \frac{I_m}{\sqrt{1 + (\omega_2 R C)^2}}$$

$$(3) V_e = E_m \times \left| \frac{j\omega_1 C}{R + \frac{1}{j\omega_1 C}} \right| = E_m \times \left| \frac{1}{1 + j\omega_1 R C} \right| \\ = \frac{E_m}{\sqrt{1 + (\omega_1 R C)^2}}$$

~~$$(4) \phi_e = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega_1 R C} \right) - \tan^{-1} \omega_1 R C$$~~

$$(5) V_i = |R i_i| = \frac{R I_m}{\sqrt{1 + (\omega_2 R C)^2}}$$



条件付き回路

P134 □

$$(1) \dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z_{RL}} = \frac{\dot{E}}{r+j\omega L}$$

$$(2) \dot{V}_L = \dot{E} \times \frac{j\omega L}{r+j\omega L}$$

$$(3) \dot{V}_C = \dot{E} \times \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\dot{E}}{1+j\omega CR}$$

$$(4) \dot{V}_r = \dot{E} \times \frac{r}{r+j\omega L}$$

$\dot{V}_r = \dot{V}_C$ となるとき

$$\frac{r}{r+j\omega L} = \frac{1}{1+j\omega CR}$$

$$r+j\omega L = r(1+j\omega CR)$$

$$j\omega L = j\omega rRC$$

$$\therefore \frac{L}{C} = rR$$

$$(5) \text{ このとき } \dot{V}_C = \frac{1}{1+j\omega \frac{L}{r}} \cdot \dot{E}$$

$$\dot{V}_L = \frac{j\omega \frac{L}{r}}{1+j\omega \frac{L}{r}} \cdot \dot{E}$$

$$\text{または } \dot{V}_L = j\omega \frac{L}{r} \times \dot{V}_C$$

ただし V_C の位相は V_L に対して 90° 遅れている。

P136 [2]

$$(1) \dot{E}_1 = (r_1 + j\chi_1) \dot{I}_1$$

$$(2) \dot{I}_R = \frac{\dot{E}_1}{R} = \left(\frac{r_1}{R} + j \frac{\chi_1}{R} \right) \dot{I}_1$$

$$(3) \dot{I}_2 = \dot{I}_1 + \dot{I}_R = \dot{I}_1 \left\{ \left(\frac{r_1}{R} + 1 \right) + j \frac{\chi_1}{R} \right\}$$

$$\dot{E}_2 = j\chi_2 \dot{I}_2 = \dot{I}_1 \left\{ -\frac{\chi_1 \chi_2}{R} + j\chi_2 \left(\frac{r_1}{R} + 1 \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = (r_1 + j\chi_1) \dot{I}_1 + \left\{ -\frac{\chi_1 \chi_2}{R} + j\chi_2 \left(\frac{r_1}{R} + 1 \right) \right\} \dot{I}_1 \\ &= \left\{ \left(r_1 - \frac{\chi_1 \chi_2}{R} \right) + j(\chi_1 + \chi_2 + \frac{r_1 \chi_2}{R}) \right\} \dot{I}_1 \end{aligned}$$

$$(3) r_1 - \frac{\chi_1 \chi_2}{R}$$

$$(4) \chi_1 + \chi_2 + \frac{r_1 \chi_2}{R}$$

(5) \dot{I}_1 と \dot{E} の位相差が 45° のとき

$$r_1 - \frac{\chi_1 \chi_2}{R} = \chi_1 + \chi_2 + \frac{r_1 \chi_2}{R}$$

$$\frac{1}{R} (\chi_1 \chi_2 + r_1 \chi_2) = r_1 - \chi_1 - \chi_2$$

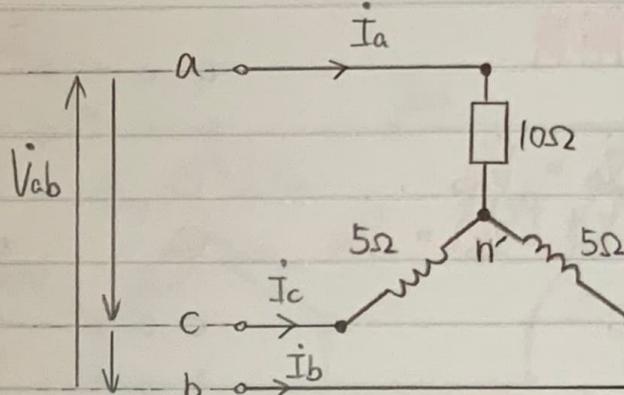
$$R = \frac{\chi_2 (r_1 + \chi_1)}{r_1 - (\chi_1 + \chi_2)}$$

三相交流回路

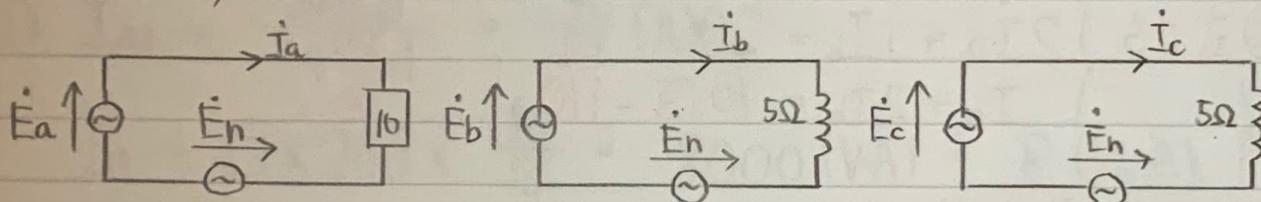
P146 1

$$E = \frac{100}{\sqrt{3}} (V) \text{ と } \text{ て}$$

相電圧をそれぞれ



$$\dot{E}_a = E, \dot{E}_b = \alpha^2 E, \dot{E}_c = \alpha E \text{ と おく。}$$



$$\begin{cases} \dot{E}_a - \dot{E}_n = 10 \dot{I}_a, & \dot{E}_b - \dot{E}_n = j5 \dot{I}_b, \\ \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \end{cases}$$

$$j5(\dot{I}_b + \dot{I}_c) = \dot{E}_b + \dot{E}_c - 2\dot{E}_n$$

$$-j5 \dot{I}_a = \dot{E}_b + \dot{E}_c - 2\dot{E}_n$$

$$\dot{E}_n = \frac{1}{2}(\dot{E}_b + \dot{E}_c) + j\frac{5}{2}\dot{I}_a$$

$$\dot{I}_a = \frac{1}{10}\dot{E}_a - \frac{1}{10}\dot{E}_n = \frac{1}{10}\dot{E}_a - \frac{1}{10}\left\{\frac{1}{2}(\dot{E}_b + \dot{E}_c) + j\frac{5}{2}\dot{I}_a\right\}$$

$$\dot{I}_a(1 + j\frac{1}{4}) = \frac{1}{10}(\dot{E}_a - \frac{1}{2}\dot{E}_b - \frac{1}{2}\dot{E}_c) = \frac{E}{10}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\therefore \dot{I}_a = \frac{1}{10} \times \frac{100}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} \times \left(1 + j\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{80\sqrt{3}}{17} \left(1 - j\frac{1}{4}\right)$$

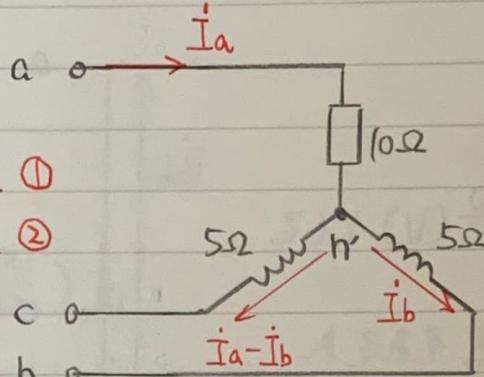
$$P = 10 \times |\dot{I}_a|^2 = 10 \times \frac{80^2 \times 3}{17^2} \times \left\{1^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2\right\} \neq 706 \text{ (W)}$$

P146 ① 解答

$$\begin{cases} 10\dot{I}_a + j5\dot{I}_b = \dot{V}_{ab} & \dots \textcircled{1} \\ -j5\dot{I}_b + j5(\dot{I}_a - \dot{I}_b) = \dot{V}_{bc} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\dot{V}_{ab} = 100(V)$$

$$\dot{V}_{bc} = 100(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})(V) \text{ とする。}$$



$$\begin{cases} \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 式から } 2\dot{I}_a + j\dot{I}_b = 20 & \dots \textcircled{3} \\ \dot{I}_a + 2\dot{I}_b = 10\sqrt{3} - j10 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

③, ④式から \dot{I}_a を求める。

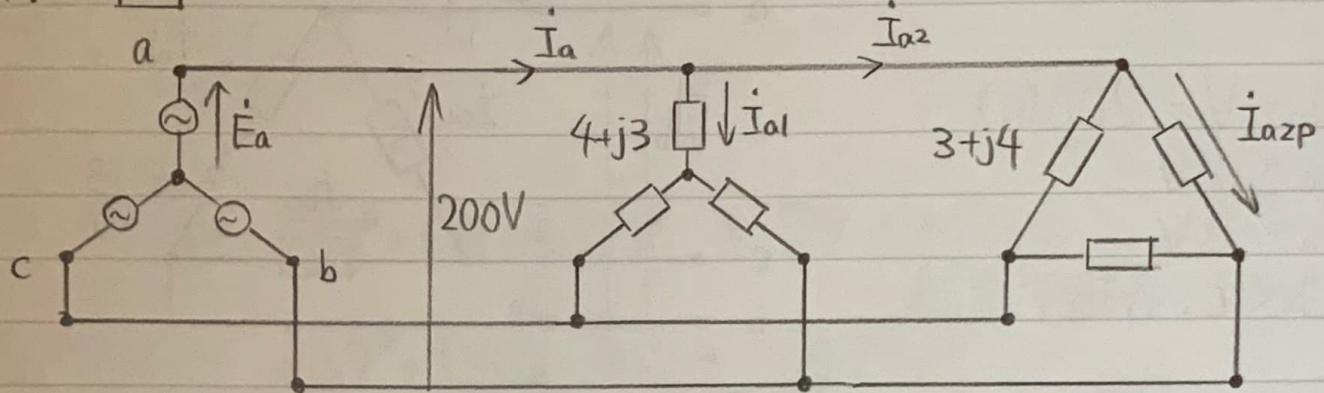
$$(4-j)\dot{I}_a = 30 - j10\sqrt{3}$$

$$\dot{I}_a = \frac{30 - j10\sqrt{3}}{4-j} \rightarrow (\text{A})$$

$$P = 10 \times |\dot{I}_a|^2 = 10 \times \left(\frac{\sqrt{30^2 + (10\sqrt{3})^2}}{\sqrt{4^2 + 1^2}} \right)^2 = \frac{1200}{17} \times 10$$

$$= 706(W)$$

P147 [2]



$$(1) \quad I_{a1} = \frac{200/\sqrt{3}}{|4+j3|} = \frac{40}{\sqrt{3}} \text{ (A)}$$

$$S_1 = \sqrt{3} \times 200 \times \frac{40}{\sqrt{3}} = 8000 \text{ (VA)} = 8 \text{ (kVA)}$$

$$(2) \quad I_{a2p} = \frac{200}{|3+j4|} = 40 \text{ (A)}$$

$$S_2 = 3 \times |3+j4| \times 40^2 = 24000 \text{ (VA)} = 24 \text{ (kVA)}$$

$$(3) \quad P = S_1 \times \frac{4}{5} + S_2 \times \frac{3}{5} = 6.4 + 14.4 = 20.8 \text{ (kW)}$$

$$(4) \quad Q = S_1 \times \frac{3}{5} + S_2 \times \frac{4}{5} = 4.8 + 19.2 = 24 \text{ (kVar)}$$

$$(5) \quad S = \sqrt{20.8^2 + 24^2} = 31.76 \text{ (kVA)}$$

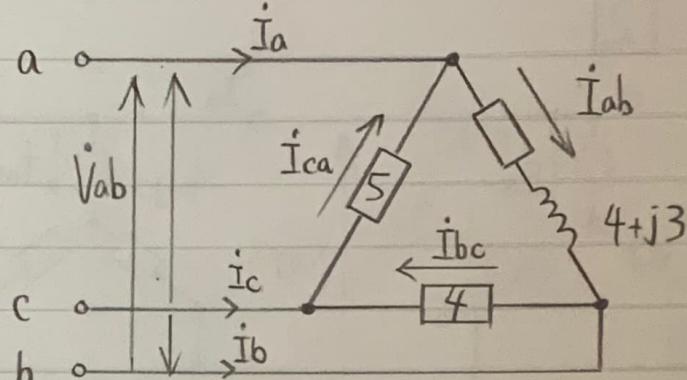
P149 [3]

$$V_{ab} = V = 200(V)$$

$$V_{bc} = \alpha^2 V$$

$$V_{ca} = \alpha V$$

とおくと、各相電流は



$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{4+j3}, \quad I_{bc} = \frac{V_{bc}}{4}, \quad I_{ca} = \frac{V_{ca}}{5}$$

$$(1) |I_{bc}| = \left| \frac{200}{4} \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right| = 50(A)$$

$$(2) \text{ 同様に } I_{ab} = 40(A), \quad I_{bc} = 50(A), \quad I_{ca} = 40(A)$$

$$P = 4I_{ab}^2 + 4I_{bc}^2 + 5I_{ca}^2 = 24.4(kW)$$

(3) 各線電流は

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} = \frac{200}{4+j3} - \frac{200}{5} \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= 8(4-j3) - 20(-1+j\sqrt{3}) = 52 - j(24+20\sqrt{3})(A)$$

$$\underline{I_c} = I_{ca} - I_{bc} = 20(-1+j\sqrt{3}) - 25(-1-j\sqrt{3})$$

$$= 5 + j45\sqrt{3}(A)$$

$$\underline{I_b} = I_{bc} - I_{ab} = 25(-1-j\sqrt{3}) - 8(4-j3)$$

$$= -57 + j(24-25\sqrt{3})(A)$$

P149 [3] (つぎ)

(3) 以上より

$$|I_a| = \sqrt{52^2 + (24 + 20\sqrt{3})^2} \div 78.375 \text{ (A)}$$

$$(4) |I_b| = \sqrt{57^2 + (25\sqrt{3} - 24)^2} \div 60.179 \text{ (A)}$$

$$(5) |I_c| = \sqrt{5^2 + (45\sqrt{3})^2} \div 78.102 \text{ (A)}$$

三相交流回路(つづき)

P151 [4]

$$(1) \dot{E}_3 = E e^{j - \frac{4}{3}\pi}$$

$$(2) \dot{i}_{11}(t) = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$\dot{i}_{12}(t) = \sqrt{2} I_{12} \cos(\omega t + \phi_{12})$$

$$\dot{i}_{13}(t) = \sqrt{2} I_{13} \cos(\omega t + \phi_{13}) \text{ とおく}$$

$$\dot{V}_{12} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = E (1 - e^{j - \frac{2}{3}\pi})$$

$$\dot{V}_{13} = \dot{E}_1 - \dot{E}_3 = E (1 - e^{j - \frac{4}{3}\pi})$$

$$t = \pi / \omega$$

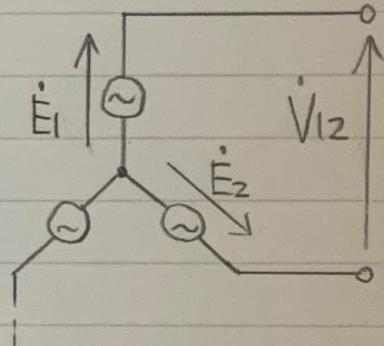
$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{V}_{12}}{R} = \frac{E}{R} (1 - e^{j - \frac{2\pi}{3}})$$

$$(3) \dot{I}_{13} = \frac{\dot{V}_{13}}{R} = \frac{E}{R} (1 - e^{j - \frac{4\pi}{3}})$$

$$(4) \dot{I}_1 = \dot{I}_{12} + \dot{I}_{13} = \frac{E}{R} (2 - e^{j - \frac{2\pi}{3}} - e^{j - \frac{4\pi}{3}})$$

$$= \frac{E}{R} \left\{ 3 - \left(1 + e^{-j \frac{2\pi}{3}} + e^{-j \frac{4\pi}{3}} \right) \right\} = \frac{3E}{R}$$

$$(5) |\dot{I}_{12}| = |\dot{I}_{13}| = \frac{\sqrt{3}E}{R}$$



ひずみ波交流

P157 □

$$e(t) = E \sin \omega t + aE \sin 3\omega t \quad (\text{定数 } a)$$

$$(1) \dot{Y} = \frac{1}{j\omega(n)L} + j\omega(n)C = j(\omega(n)C - \frac{1}{\omega(n)L}) \text{ より}$$

$$i(t) = (\omega C - \frac{1}{\omega L}) E \cos \omega t + (\omega 3C - \frac{1}{\omega 3L}) E \cos 3\omega t$$

(3) $i(t)$ が第3調波を含まないとき

$$\omega 3C - \frac{1}{\omega 3L} = 0$$

$$\therefore C = \frac{1}{9\omega^2 L}$$

$$(4) i(t) = \left(\omega \cdot \frac{1}{9\omega^2 L} - \frac{1}{\omega L} \right) E \cos \omega t$$

$$= -\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{\omega L} E \cos \omega t$$

(5) $i(t)$ が第3調波のみのとき

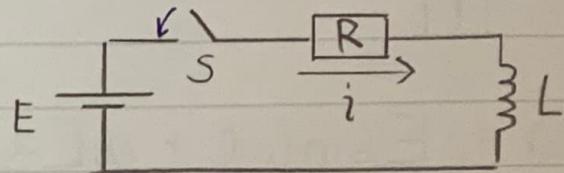
$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

$$\therefore C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

過渡現象

P159 RL 直列回路

(i) 投入時



$$L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

$$\frac{di}{E-Ri} = \frac{dt}{L} \quad -\frac{R}{E-Ri} \cdot di = -\frac{R}{L} \cdot dt$$

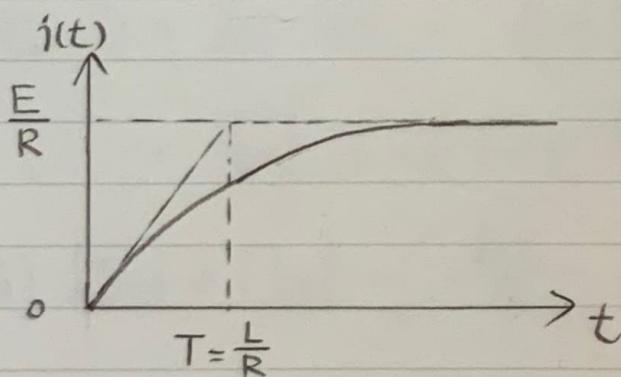
$$\int -\frac{R}{E-Ri} \cdot di = -\frac{R}{L} \int dt$$

$$\log(E-Ri) = -\frac{R}{L}t + \log k$$

$$E-Ri = ke^{-\frac{R}{L}t}$$

初期条件 $i(0^-) = i(0^+) = 0$ (A)

$$i = \frac{E}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$$



P159 RL直列回路

(i) 投入時 (ラプラス変換)

$$\underline{L\{sI(s) - i(0)\} + RI(s)} = E \cdot \frac{1}{s}$$

初期条件 $i(0^-) = i(0^+) = 0$ (A) より

$$E \cdot \frac{1}{s} = RI(s) + sL I(s)$$

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{E}{s(sL+R)} = \frac{E}{L} \cdot \frac{1}{s(s+\frac{R}{L})} \\ &= \frac{E}{L} \cdot \left(\frac{R}{L}\right)^{-1} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right) = \frac{E}{R} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}}\right) \end{aligned}$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(s)] = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

(ii) 開放時

$$\underline{L \frac{di}{dt} + Ri = 0}$$

$$\frac{1}{i} \cdot di = -\frac{R}{L} dt \quad \int \frac{1}{i} di = -\frac{R}{L} \int dt$$

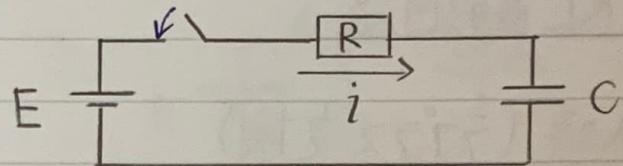
$$\log i = -\frac{R}{L}t + k \quad i = k \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

初期条件 $i(0^-) = i(0^+) = \frac{E}{R}$ より

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

P161 RC直列回路

(i) 投入時



$$Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E$$

$$R \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\varphi}{C} = E \quad (\because i = \frac{d\varphi}{dt})$$

$$\frac{1}{E - \frac{1}{C}\varphi} \cdot d\varphi = \frac{1}{R} dt \quad \int \frac{-\frac{1}{C}}{E - \frac{1}{C}\varphi} d\varphi = -\frac{1}{RC} \int dt$$

$$\log(E - \frac{1}{C}\varphi) = -\frac{1}{RC}t + \log k$$

$$E - \frac{1}{C}\varphi = ke^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\varphi = CE - ke^{-\frac{1}{RC}t}$$

初期条件 $\varphi(0-) = \varphi(0+) = 0$ (C) より

$$0 = CE - k \quad \text{から} \quad k = CE$$

$$\therefore \varphi = CE - CE \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} = CE(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$i = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

P161 RC直列回路

(i) 投入時(ラプラス変換)

$$RI(s) + \frac{1}{C} \cdot \left\{ \frac{I(s)}{s} + \frac{\varphi(0)}{s} \right\} = E \cdot \frac{1}{s}$$

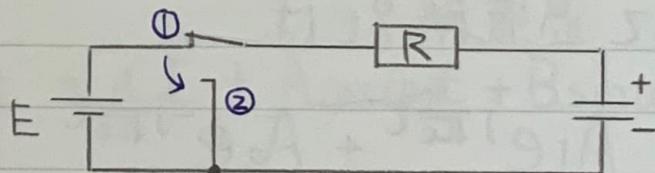
初期条件 $\varphi(0^-) = \varphi(0^+) = 0(C)$ より

$$E \cdot \frac{1}{s} = RI(s) + \frac{1}{sC} \cdot I(s)$$

$$I(s) = \frac{E}{s(R + \frac{1}{sC})} = \frac{E}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(s)] = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

(ii) コンデンサの放電



$$Ri + \frac{1}{C} \int idt = 0$$

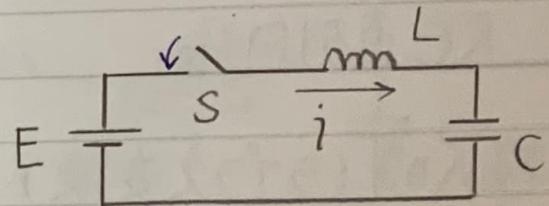
同様に微分方程式を解く。

$$\varphi = ke^{-\frac{1}{RC}t}$$

初期条件 $\varphi(0^-) = \varphi(0^+) = 0$ より $k = CE$

$$\varphi = CE \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$i = \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

P163 LC直列回路

$$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = E$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = E \quad (\because i = \frac{dq}{dt}, q = \int i dt)$$

① 過渡解（補助方程式（同次形）の一般解） を求める。

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

特性方程式は $L P^2 + \frac{1}{C} = 0$

$$P = \pm j \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{虚数解 } 2\text{つ})$$

したがって過渡解 q_t は

$$q_t = A_1 e^{j \frac{1}{\sqrt{LC}} t} + A_2 e^{-j \frac{1}{\sqrt{LC}} t}$$

$$= (A_1 + A_2) \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t + j (A_1 - A_2) \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

$$= A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$$

$$\text{ただし } A = A_1 + A_2, B = A_1 - A_2, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

P163 LC直列回路

② 定常解（原方程式の1つの特殊解）を求める。

電気回路の場合、定常解は回路論で求める電気量に等しい。
(解)

$$\text{定常解 } q_s = CE \quad \leftarrow Q = CV$$

[実際に原関数に代入してみると
 $L \frac{d^2q_s}{dt^2} + \frac{q_s}{C} = E$ を満たし、特殊解であることがわかる]

③ 初期条件とから一般解を求める。

$$\text{一般解 } q = q_s + q_t = CE + A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega_0 (B \cos \omega_0 t - A \sin \omega_0 t)$$

初期条件 $i(0^-) = i(0^+) = 0, q(0^-) = q(0^+) = 0$ より

$$0 = CE + A, 0 = B$$

$$\therefore A = -CE, B = 0$$

$$\text{以上より } \begin{cases} q = CE(1 - \cos \omega_0 t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i = \omega_0 CE \sin \omega_0 t = \frac{E}{\sqrt{LC}} \sin \omega_0 t \end{cases}$$

振動する。振動の
固有角周波数は
 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ である。

P163 LC回路

ラプラス変換を使って求める。

$$\underline{L\{sI(s) - i(0)\} + \frac{1}{C}\left\{\frac{I(s)}{s} + \frac{q(0)}{s}\right\}} = E \cdot \frac{1}{s}$$

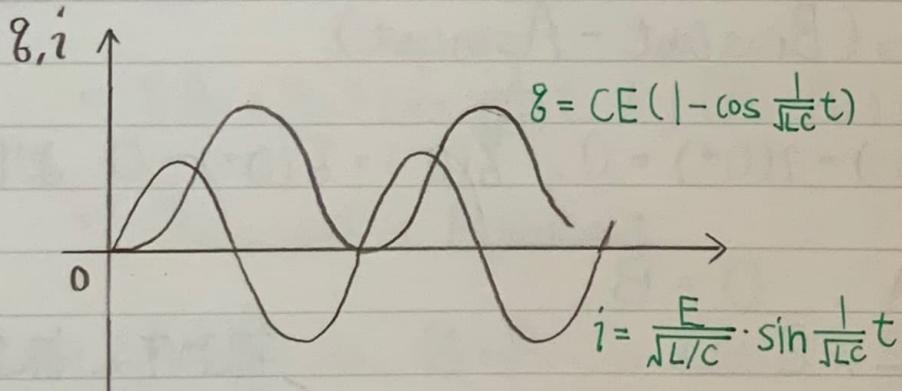
$$\text{初期条件より } i(0) = 0, q(0) = 0$$

$$sL I(s) + \frac{I(s)}{sC} = \frac{E}{s}$$

$$I(s) \left\{ sL + \frac{1}{sC} \right\} = \frac{E}{s}$$

$$I(s) = \frac{E}{s(sL + \frac{1}{sC})} = \frac{E}{L} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{1}{LC}} = \frac{E}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2}{s^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2}$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}[I(s)] = \frac{E}{\sqrt{LC}} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$



LC回路の電荷と電流 ($f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ で振動する)

P167 交流回路の過渡現象

RL直列回路を例に考える。

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

この微分方程式の定常解を i_s 、過渡解を i_t とおくと、
 i_s は交流理論により求められる定常状態における交番電流
 であるから、 $i_s = I_m \sin(\omega t + \theta - \phi)$

$$\text{ただし、 } I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

また、 i_t は $L \frac{di}{dt} + Ri = 0$ の一般解であるから、

$$i_t = ke^{-\frac{R}{L}t}$$

以上より一般解 i は

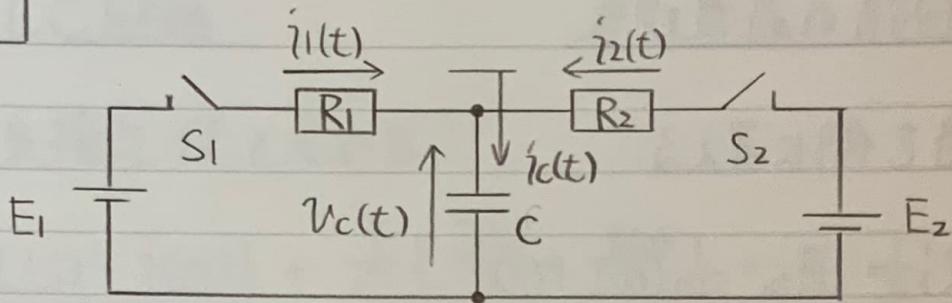
$$i = i_s + i_t = I_m \sin(\omega t + \theta - \phi) + ke^{-\frac{R}{L}t}$$

初期条件 $i(0) = i(0-) = 0$ を代入して

$$k = -I_m \sin(\theta - \phi)$$

$$\therefore i = I_m \left\{ \sin(\omega t + \theta - \phi) - e^{-\frac{R}{L}t} \sin(\theta - \phi) \right\}$$

P169 1



$$i_C(t) = i_1(t) + i_2(t) \quad \text{より}$$

$$C \frac{d}{dt} V_c(t) = \frac{E_1 - V_c(t)}{R_1} + \frac{E_2 - V_c(t)}{R_2}$$

$$C \frac{du}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$$

過渡解 u_t を求めよ。

$$C \frac{du}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u = 0$$

$$\text{特性方程式 } C\alpha + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0$$

$$\alpha = -\frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$u_t = Ae^{\alpha t}$$

定常解は $u_s = V_c$ とわかるから、以上より

$$u = u_s + u_t = V_c + Ae^{\alpha t}$$

P169 1 (つぎ)

初期条件 $i(0) = 0(C)$, $v(0) = 0(V)$ より

$$A = -V_C$$

$$\therefore V_C(t) = V_C \left(1 - e^{-\frac{1}{C}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})t}\right)$$

$$(1) -\frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1(0) \\ i_2(0) \end{bmatrix} e^{-\frac{1}{C}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})t} + \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \left(1 - e^{-\frac{1}{C}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})t}\right)$$

$$(2) i_1(0) + i_2(0) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$$

$$(3) I_1 = -I_2 = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

$$(4) i_C(t_0) = i_1(t_0) \text{ となるとき} \quad i_1(t_0) + i_2(t_0) = i_1(t_0)$$

$$i_2(t_0) = \frac{E_2 - V_C(t_0)}{R_2} = 0 \quad V_C(t_0) = E_2$$

$$i_1(t_0) = \frac{E_1 - V_C(t_0)}{R_1} = \frac{E_1 - E_2}{R_1}$$

$$i_C(t_0) = i_1(t_0) = \frac{E_1 - E_2}{R_1}$$

P169 1 (つぎ)

(5) 時刻 t_0 において $V_C(t_0) = E_2$ より

$$\delta_C(t_0) = C V_C(t_0) = C E_2$$

$$\text{定常状態において } V_C = E_2 + (E_1 - E_2) \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{R_1 E_2 + R_2 E_1}{R_1 + R_2}$$

$$Q_C = C V_C = C \frac{R_1 E_2 + R_2 E_1}{R_1 + R_2}$$

したがって t_0 から定常状態までの電荷の増加量は

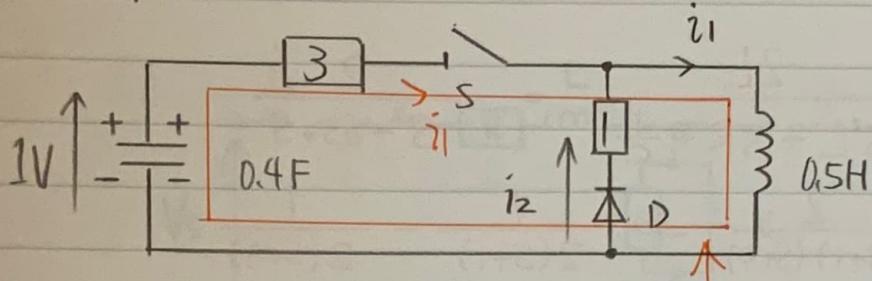
$$\Delta Q = Q_C - \delta_C(t_0) = C \left(\frac{R_1 E_2 + R_2 E_1}{R_1 + R_2} - E_2 \right)$$

$$= \frac{R_2 C}{R_1 + R_2} (E_1 - E_2)$$

?

P173

[2]



スイッチを開じた直後、コイルには 1V が印加されるので。

$$1 = L \frac{di}{dt} \quad \text{より} \quad \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} = \frac{1}{0.5} = 2$$

(1) 2

$$(2) \cancel{i_1(t)} = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_1(\tau) d\tau + R i_1(t) + L \frac{d i_1(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{C} i_1(t) + R \frac{di_1(t)}{dt} + L \frac{d^2 i_1(t)}{dt^2} = 0 \quad \rightarrow t \text{ を微分}$$

$\dot{i}_1(t) = \mathcal{L}^{-1}[I_1(s)]$ として、上式をラプラス変換すると

$$\frac{1}{C} I_1(s) + R \{ s I_1(s) - i_1(0) \} + L \{ s^2 I_1(s) - s i_1(0) - \frac{di_1(t)}{dt} \Big|_{t=0} \} = 0$$

初期条件 $i_1(t) = 0$ および $\frac{di_1(t)}{dt} = 2$ を代入すると、

$$\frac{1}{C} I_1(s) + R s I_1(s) + L (s^2 I_1(s) - 2) = 0$$

$$\therefore \left(\frac{1}{C} + R s + L s^2 \right) I_1(s) = 2L$$

P173 [2]

$$(2) \quad I_1(s) = \frac{2L}{s^2L + sR + \frac{1}{C}} = \frac{2}{s^2 + 6s + 5}$$

$$= \frac{2}{(s+1)(s+5)} = \frac{1}{2(s+1)} - \frac{1}{2(s+5)}$$

上式を逆ラプラス変換すると

$$i_1(t) = 0.5e^{-t} - 0.5e^{-5t}$$

(5) コイルの両端電圧 u_L は

$$u_L = L \frac{di_1(t)}{dt} = L \times (-0.5e^{-t} + 2.5e^{-5t})$$

コイルの両端電圧が反転するとき、コイルの両端電圧はちょうど \odot となるので、この時刻を T とし、

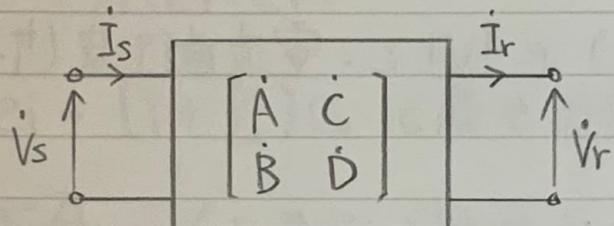
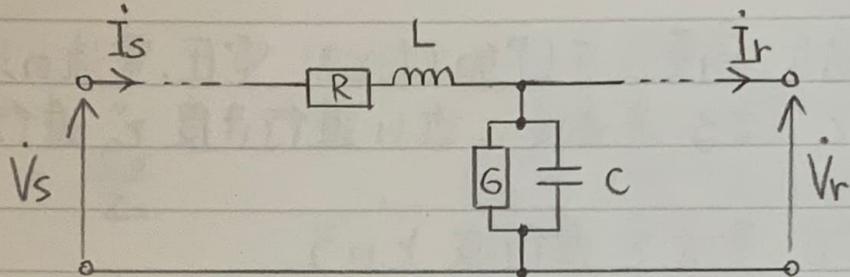
$$\begin{aligned} L \frac{di_1(t)}{dt} \Big|_{t=T} &= L \frac{d}{dt} (-0.5e^{-t} + 2.5e^{-5t}) \\ &= L (-0.5e^{-T} + 2.5e^{-5T}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$0.5e^{-T} = 2.5e^{-5T} \quad \therefore e^{4T} = 5$$

$$T = \frac{1}{4} \ln 5 \div \frac{1}{4} \times 1.6 = 0.4 \text{ (s)}$$

分布定数回路と進行波

P176 分布定数回路



$$\begin{bmatrix} \dot{V}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_0 \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix}$$

特に無損失分布定数回路 ($R = G = 0$) では

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega \sqrt{LC} l & j \sqrt{\frac{L}{C}} \sin \omega \sqrt{LC} l \\ j \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \omega \sqrt{LC} l & \cos \omega \sqrt{LC} l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix}$$

ただし 伝搬定数 $\gamma = \sqrt{j\omega Z_0} = j\omega \sqrt{LC}$

特性インピーダンス $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

P179 進行波

分布定数回路に、高電圧を印加したとき、電圧、電流の波が伝搬定数で定まる光速度に近い進行速度で進行する。

このような電圧・電流を進行波という。

電圧進行波(サージ電圧) e [V] と、電流進行波(サージ電流) i [A] には以下の関係がある。

$$e = Z i \quad (Z \text{ はサージインピーダンス})$$

また、異なるサージインピーダンス(Z_1 と Z_2)の線路の接続点では侵入してきた進行波 e_i, i_i が一部反射波 e_r, i_r となって戻り、残りが透過波 e_o, i_o となって進行を続ける。

このとき接続点において

- ① 両側の電圧は等しい
 - ② 電流は連続である。
- から、以下の関係がある。

$$e_i + e_r = e_o$$

$$i_i + i_r = i_o$$

$$e_i = Z_1 i_i, \quad e_r = -Z_1 i_r \quad e_o = Z_2 i_o$$

P179 進行波 (つづき)

これにより

$$\frac{e_i}{z_1} - \frac{e_r}{z_1} = \frac{e_o}{z_2} \quad \therefore e_o = \frac{z_2}{z_1}(e_i - e_r)$$

$$e_i + e_r = \frac{z_2}{z_1}(e_i - e_r)$$

$$(1 - \frac{z_2}{z_1})e_i + (1 + \frac{z_2}{z_1})e_r = 0$$

$$\frac{e_r}{e_i} = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} \quad \text{また、} \quad \frac{e_o}{e} = \frac{2z_2}{z_2 + z_1}$$

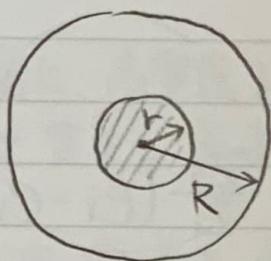
したがて 電圧反射係数 m_{ur} 、電流反射係数 m_{ir} は

$$m_{ur} = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1}$$

$$m_{ir} = -\frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} \quad (= -m_{ur})$$

ただし 電流反射係数は、電流反射波の向きが反転するため
符号も反転する。

P181

比透電率 K 

$$(1) \quad L = 2\ln \frac{R}{r} \times 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

$$(2) \quad C = -\frac{K}{2\ln(\frac{R}{r})} \times \frac{1}{9 \times 10^9} \text{ (F/m)}$$

(3) 伝搬速度は

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{K}} \times 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$$

(4) 波動インピーダンスは

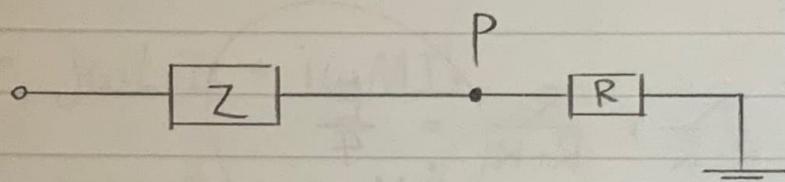
$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{60}{\sqrt{K}} \ln \frac{R}{r} \text{ (\Omega)}$$

P182 [2]

$$(1) Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$(2) V = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

(3)



$R = Z$ のときは接続点前後で ハーフインピーダンス差がないため、反射波も生じない。

$$(4) \text{電圧反射係数 } m_{ur} = \frac{R-Z}{R+Z}$$

(5) 線路を開放するとき、ハーフ電圧は終端で完全反射する。
終端透過波を e_t とすると、

$$e_t = e \text{ (侵入波)} + e_r \text{ (反射波)}$$

$$i_t = i + i_{ur} \text{ が} \quad \frac{e_t}{R} = \frac{e}{Z} - \frac{e_r}{Z}$$

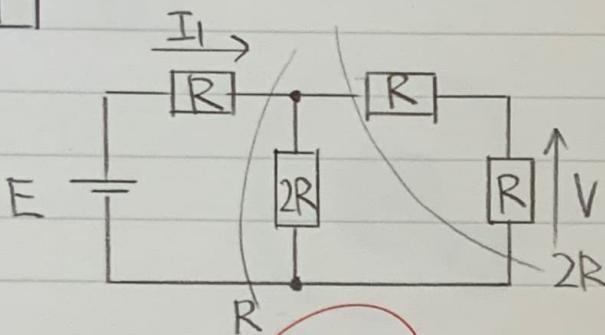
$$\therefore \frac{e_t}{e} = \frac{2R}{Z+R}$$

線路開放時 $R = \infty$ となるから

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{2R}{Z+R} = 2$$

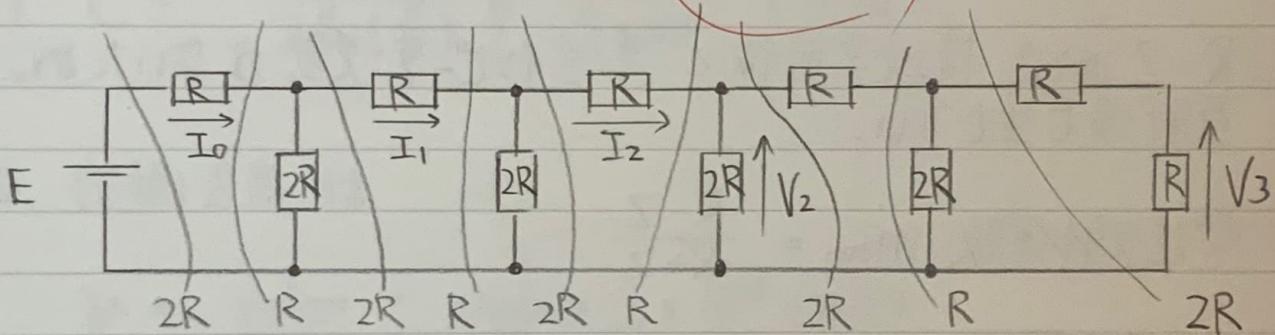
2章 練習問題

1



$$(1) I_1 = \frac{E}{2R}$$

$$(2) V = E \times \frac{R}{R+R} \times \frac{R}{R+R} = \frac{E}{4}$$



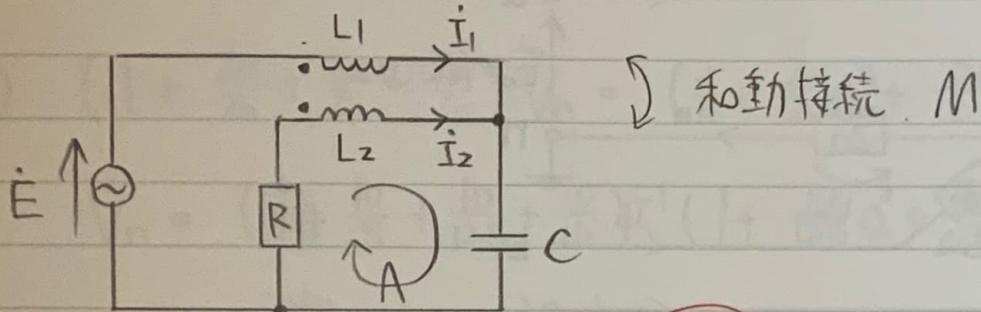
$$(3) I_0 = \frac{E}{2R}$$

$$I_2 = I_0 \times \frac{2R}{2R+2R} \times \frac{2R}{2R+2R} = \frac{E}{8R}$$

$$(4) V_2 = E \times \left(\frac{R}{R+R} \right)^3 = \frac{E}{8}$$

$$(5) V_3 = E \times \left(\frac{R}{R+R} \right)^5 = \frac{E}{32}$$

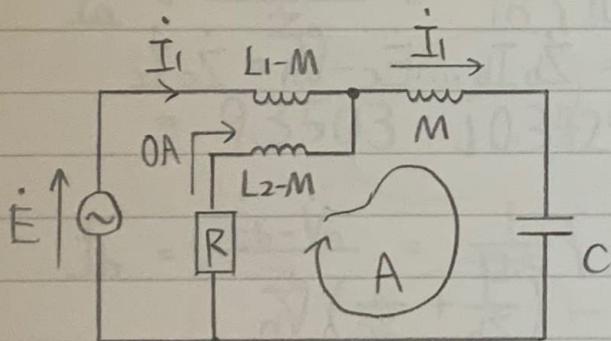
[2]



$$(1) \dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$$

$$(2) \dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$$

(3) $\dot{I}_2 = 0$ となるよう ω を決めた。



$$\text{閉回路 } A \text{ において } j\omega M \dot{I}_1 + \frac{\dot{I}_1}{j\omega C} = 0$$

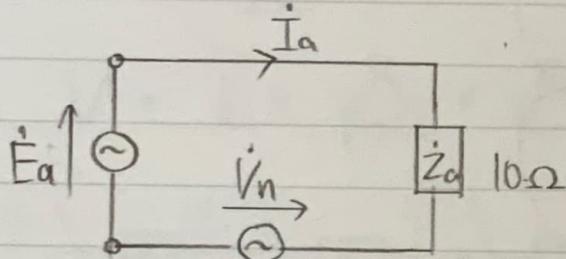
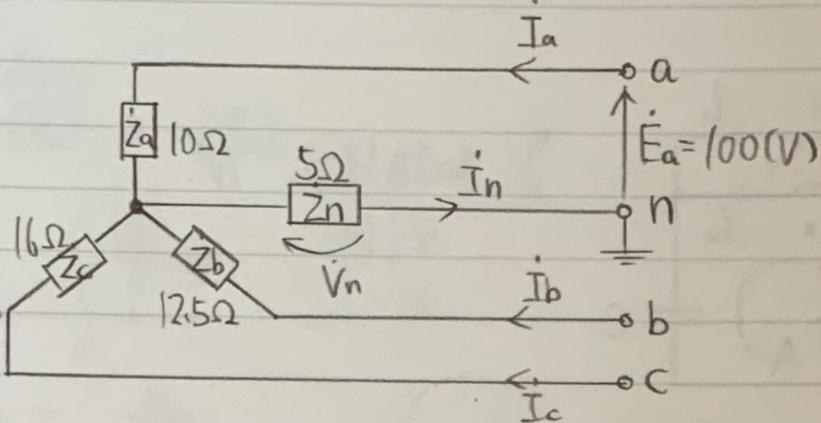
$$\frac{1}{\omega C} = \omega M \quad \therefore \omega = \frac{1}{\sqrt{MC}}$$

$$(4) \dot{I}_1 = \dot{E} \times \left(j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C} \right)^{-1} = -\frac{\dot{E}}{j\omega(L_1 - M)}$$

$$= j \frac{\sqrt{MC}}{M - L_1} \dot{E}$$

$$(5) \frac{\sqrt{MC}}{M - L_1} < 0 \quad \text{なぜ} \quad M < L_1$$

3



$$\dot{E}_a = E, \dot{E}_b = a^2 E, \dot{E}_c = a E$$

对吧。

$$(1) \quad \dot{E}_a - \dot{V}_n = \dot{Z}_a \dot{I}_a, \quad \dot{E}_b - \dot{V}_n = \dot{Z}_b \dot{I}_b, \quad \dot{E}_c - \dot{V}_n = \dot{Z}_c \dot{I}_c$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_b + \dot{I}_c &= \frac{\dot{E}_b - \dot{V}_n}{\dot{Z}_b} + \frac{\dot{E}_c - \dot{V}_n}{\dot{Z}_c} \\ &= \left(\frac{a^2}{\dot{Z}_b} + \frac{a}{\dot{Z}_c} \right) E - \left(\frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c} \right) \dot{V}_n \end{aligned}$$

$$\text{所以 } \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_n, \quad \dot{I}_n = \frac{\dot{V}_n}{\dot{Z}_n} \quad \text{对}$$

$$\frac{\dot{V}_n}{\dot{Z}_n} - \dot{I}_a = \left(\frac{a^2}{\dot{Z}_b} + \frac{a}{\dot{Z}_c} \right) E - \left(\frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c} \right) \dot{V}_n$$

$$\dot{I}_a = \left(\frac{1}{\dot{Z}_n} + \frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c} \right) \dot{V}_n - \left(\frac{a^2}{\dot{Z}_b} + \frac{a}{\dot{Z}_c} \right) E$$

$$\dot{Z}_a \dot{I}_a = \left(\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_n} + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \right) \dot{V}_n - \left(\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} a^2 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} a \right) E$$

$$= E - \dot{V}_n$$

3 (→ べき)

$$(1) \quad \left(1 + \frac{z_a}{Z_n} + \frac{z_a}{Z_b} + \frac{z_a}{Z_c} \right) V_n = \left(1 + \frac{z_a}{Z_b} \alpha^2 + \frac{z_a}{Z_c} \alpha \right) E$$

$$\begin{aligned} V_n &= \left(1 + \frac{10}{5} + \frac{10}{12.5} + \frac{10}{16} \right)^{-1} \left(1 + \frac{10}{12.5} \alpha^2 + \frac{10}{16} \alpha \right) \times 100 \\ &= \frac{40}{177} \times 100 \times \frac{1}{40} (32\alpha^2 + 25\alpha + 40) \\ &= \frac{100}{177} \left\{ 25(1+\alpha+\alpha^2) + 7(-\frac{1}{2}j\frac{\sqrt{3}}{2}) + 15 \right\} \\ &= \frac{100}{177} \left(\frac{23}{2} - j\frac{7\sqrt{3}}{2} \right) \doteq 6.4972 - j3.4249 \quad (\text{V}) \end{aligned}$$

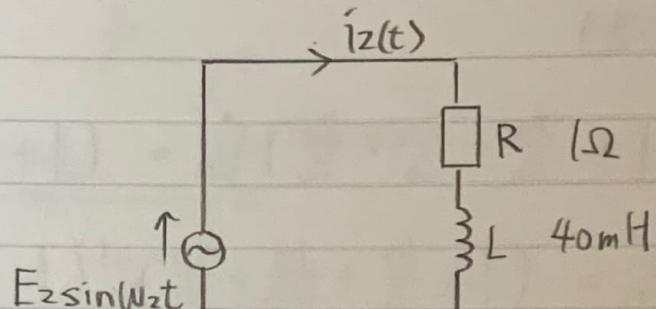
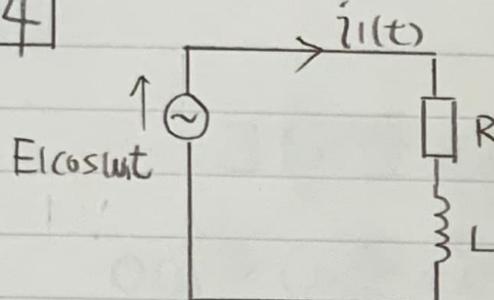
$$(2) \quad I_a = \frac{E_a - V_n}{Z_a} = \frac{1}{10} \left\{ 100 - (6.4972 - j3.4249) \right\} \\ \doteq 9.3503 + j0.34249 \quad (\text{A})$$

$$(3) \quad I_b = \frac{E_b - V_n}{Z_b} = \frac{1}{12.5} \left\{ -50 - j50\sqrt{3} - (6.4972 - j3.4249) \right\} \\ \doteq -4.5198 - j6.654 \quad (\text{A})$$

$$(4) \quad I_c = \frac{E_c - V_n}{Z_c} = \frac{1}{16} \left\{ -50 + j50\sqrt{3} - (6.4972 - j3.4249) \right\} \\ \doteq -3.5311 + j5.6266 \quad (\text{A})$$

$$(5) \quad I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{1}{5} (6.4972 - j3.4249) \\ \doteq 1.2994 - j0.68498 \quad (\text{A})$$

4



$$\dot{i}_1(t) = A_1 \cos(100t + \phi_1)$$

$$\dot{i}_2(t) = A_2 \sin(150t + \phi_2)$$

(1) 重ね合わせの原理

$$\dot{i}(t) = A_1 \cos(100t + \phi_1) + A_2 \sin(150t + \phi_2)$$

$$(2) \dot{Z}_1 = R + j\omega_1 L = 1 + j(100 \times 40 \times 10^{-3}) = 1 + j4$$

$$\dot{Z}_2 = R + j\omega_2 L = 1 + j(150 \times 40 \times 10^{-3}) = 1 + j6$$

$$|\dot{Z}_1| = \sqrt{17}, \quad |\dot{Z}_2| = \sqrt{37}$$

$$A_1 = \frac{10}{\sqrt{17}} \doteq 2.4254 \text{ (A)}$$

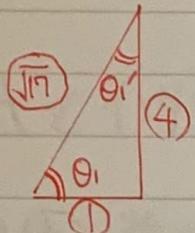
$$(3) \phi_1 = -\tan^{-1} 4 \doteq -1.33 \text{ (rad)}$$

$$(4) A_2 = \frac{5}{\sqrt{37}} \doteq 0.82199 \text{ (A)}$$

[4] (つづき)

$$(5) \phi_2 = -\tan^{-1} 6 \doteq -1.41 \text{ (rad)}$$

(3)(5) \tan^{-1} の求め方



$$\theta_1 = \tan^{-1} 4$$

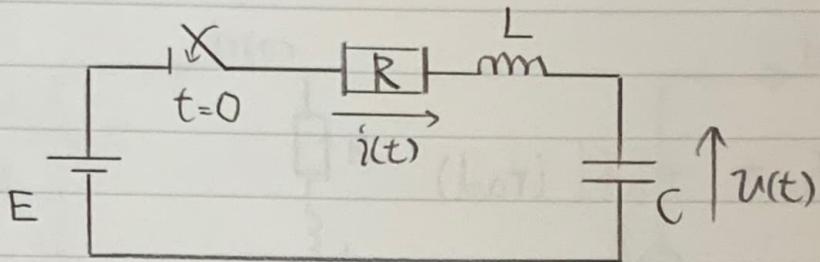
$$\sin \theta_1' = \frac{1}{\sqrt{17}} \doteq 0.2425 \text{ (rad)}$$

θ_1' が小さいとき $\sin \theta_1' \doteq \theta_1'$ より

$$\theta_1' = 0.2425$$

$$\theta_1 = \pi - \frac{\pi}{2} - 0.2425 \doteq 1.33 \text{ (rad)}$$

[5]



$$(1) \quad R i(t) = E - \left\{ L \frac{di(t)}{dt} + u(t) \right\}$$

$$(2) \quad i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

(3) 時刻 $t (> 0)$ までに抵抗が消費するエネルギー $J_R(t)$ は

$$\begin{aligned} J_R(t) &= \int_0^t i(\tau) \times R i(\tau) d\tau \\ &= \int_0^t C \frac{du(\tau)}{d\tau} \times \left\{ E - L \frac{di(\tau)}{d\tau} - u(\tau) \right\} d\tau \\ &= CE \int_0^t \frac{du(\tau)}{d\tau} \cdot d\tau - L \int_0^t i(\tau) \frac{di(\tau)}{d\tau} - C \int_0^t u(\tau) \frac{du(\tau)}{d\tau} d\tau \end{aligned}$$

ここで題意より

$$i(\tau) \frac{d}{d\tau} i(\tau) = \frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \{ i(\tau) \}^2$$

$$u(\tau) \frac{d}{d\tau} u(\tau) = \frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \{ u(\tau) \}^2$$

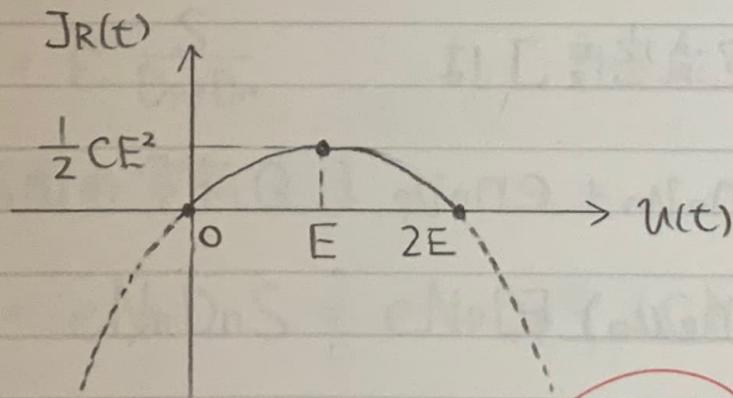
$$\begin{aligned} J_R(t) &= CE \int_0^t \frac{du(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{L}{2} \int_0^t \frac{d}{d\tau} \{ i(\tau) \}^2 d\tau \\ &\quad - \frac{C}{2} \int_0^t \frac{d}{d\tau} \{ u(\tau) \}^2 d\tau \end{aligned}$$

5 (つぎ)

$$\begin{aligned}
 (3) \quad J_R(t) &= CE[u(t)]_0^t - \frac{L}{2} [i(t)^2]_0^t - \frac{C}{2} [u(t)^2]_0^t \\
 &= CE\{u(t) - u(0)\} - \frac{L}{2}\{i(t)^2 - i(0)^2\} - \frac{C}{2}\{u(t)^2 - u(0)^2\} \\
 &= CEu(t) - \frac{1}{2}Li(t)^2 - \frac{1}{2}Cu(u(t))^2 \quad (*)
 \end{aligned}$$

(4) 上式でインダクタンスに蓄えられるエネルギーを省略すると

$$\begin{aligned}
 J_R(t) &\leq CEu(t) - \frac{1}{2}Cu(u(t))^2 \\
 &= -\frac{1}{2}C\{u(t)^2 - 2Eu(t)\} \\
 &= -\frac{1}{2}C\{u(t) - E\}^2 + \frac{1}{2}CE^2
 \end{aligned}$$



つまり $0 < u(t) < 2E$

(5) $i(\infty) = 0, u(\infty) = E$ が

$$J_R(\infty) = CE^2 - 0 - \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}CE^2$$

半導体

P189 半導体の電流密度

キャリヤが $|[V/m]$ の電界によく受けける速度を 移動度といふ。
 半導体中の電子・正孔の 移動度を $\mu_n, \mu_p [m^2/(V\cdot s)]$,
 電界の強さを $E [V/m]$ とすると、電子と正孔の 平均速度
 v_p, v_n は次のようになる。

$$v_n = \mu_n E [m/s]$$

$$v_p = \mu_p E [m/s]$$

また、キャリヤ密度を $n_n, n_p [m^{-3}]$ とすると、電流密度
 J_n, J_p は次のようになる。

$$J_n = e n_n v_n [A/m^2]$$

$$J_p = e n_p v_p [A/m^2]$$

したがって半導体中の電流密度 J は

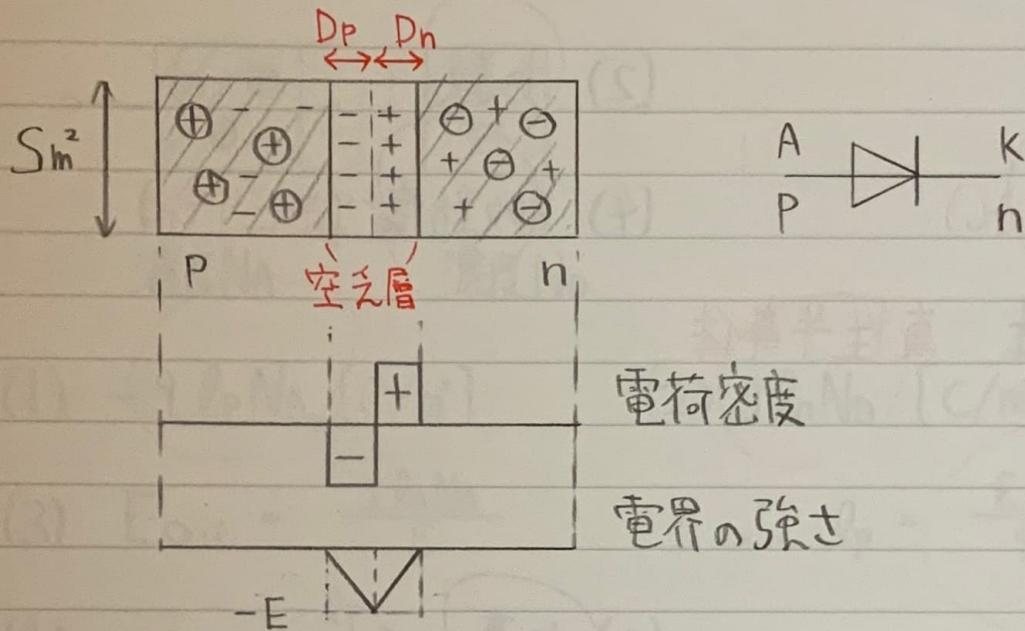
$$J = J_n + J_p = e n_n v_n + e n_p v_p$$

$$= (e n_n \mu_n + e n_p \mu_p) E$$

$$= \sigma E$$

σ は半導体の導電率 (S/m) を表す。

P190 PN接合の静電容量



$$\text{接合面の静電容量 : } C = -\frac{dQ}{dV}$$

濃度を $N_p, N_n (m^{-3})$ とすると、電荷の分布が階段上のことき

$$C = \epsilon \frac{S}{D_p + D_n}$$

接合面の電荷 Q は

$$Q = eN_n D_n S = eN_p D_p S \quad (C)$$

よって

$$D_n = \frac{Q}{eS} \left(\frac{1}{N_n} \right), \quad D_p = \frac{Q}{eS} \left(\frac{1}{N_p} \right)$$

$$D = D_p + D_n = \frac{Q}{eS} \left(\frac{1}{N_n} + \frac{1}{N_p} \right)$$

P192 1

(1) 多数

(3) $\text{正} - \text{IL}$ (正孔)

(5) 純半導体 真性半導体

(2) 少数

(4) 移動度 (モビリティ)

P193 2

(1) 3

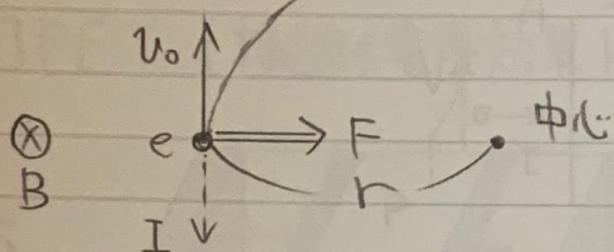
(3) 正孔

(5) 負の

(2) 七素

(4) 空乏層

P201 □

円運動, 角速度 ω 

(1) 直角

(2) $F = Bev_0$

(3) 円

(4) 遠心力

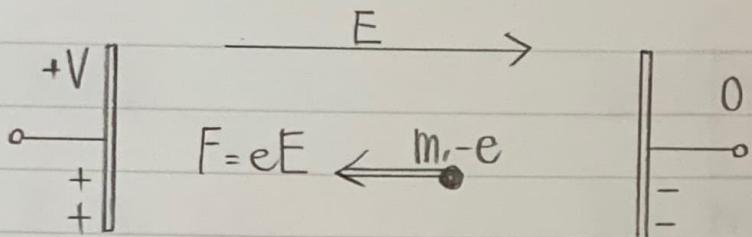
$$(5) F = Bev_0 = m \frac{v_0^2}{r}$$

$$Be = m\omega \quad \therefore \omega = \frac{Be}{m} \text{ (rad/s)}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{Be} \text{ (s)}$$

電子の運動

P197 電界中の電子の運動



(V の電圧を得たエネルギー) = (電子の運動エネルギー)

$$We = eV \quad = \quad W_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$(したがて) \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad [m/s]$$

また、電子に働く力は

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = -eE \quad [N]$$

P198 磁界中の電子の運動

平行磁界中の初速v₀で入射した電子は運動方向に
つねに直角の方向に電磁力を受けて円運動をする。

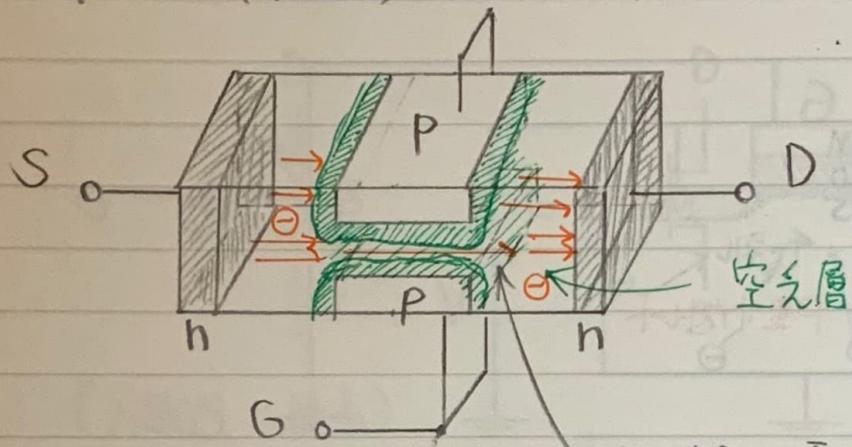
(電磁力 = 向心力) = (円運動の遠心力)

$$Bev_0 = \frac{mv_0^2}{r}$$

トランジスタ

P203 ユニポーラトランジスタ (FET)

① JFET (接合形電界効果トランジスタ)

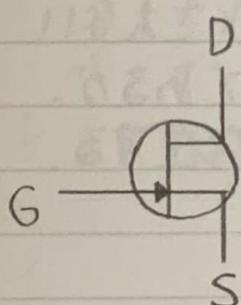


DS間の電流経路：ナネル

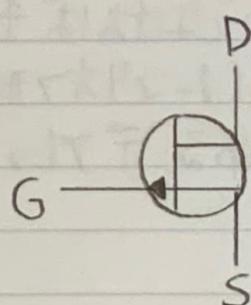
(nch JFET)

JFETはpn接合面に生じた空乏層の幅をゲート電圧で変化させることにより、電子または正孔の流れを制御する。

JFETは全てL-マリオン形であり、例えばnch JFETはゲート電圧0Vのときオン状態で、-Vのときオフ状態となる。

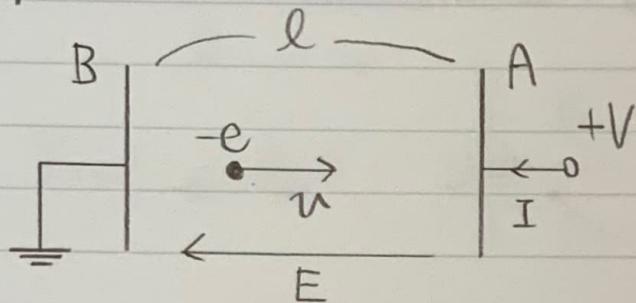


(Nch)



(Pch)

P202 [2]



(1) 微小時間 Δt において電荷が移動する距離および電位は

$$\Delta l = v \Delta t, \quad \Delta V = V \cdot \frac{\Delta l}{l} = V \cdot \frac{v \Delta t}{l}$$

この間に得るエネルギーは

$$\Delta W = e \Delta V = e \cdot \frac{V}{l} \cdot v \Delta t = e E v \Delta t$$

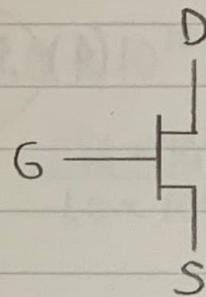
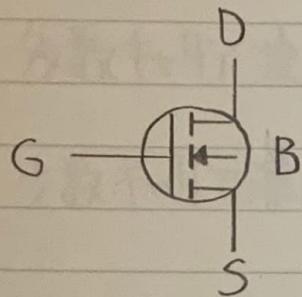
(2) $P = VI \Delta t$

(3) $VI \Delta t = e E v \Delta t \quad \therefore I = \frac{e E v}{V}$

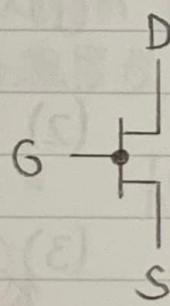
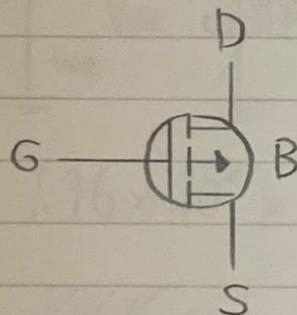
(4) $I = \frac{en}{V} \cdot \left(\frac{V}{l} \right) = \frac{en}{l}$

P203 ユニポーラトランジスタ (FET) (つづき)

エンハンスト形の記号



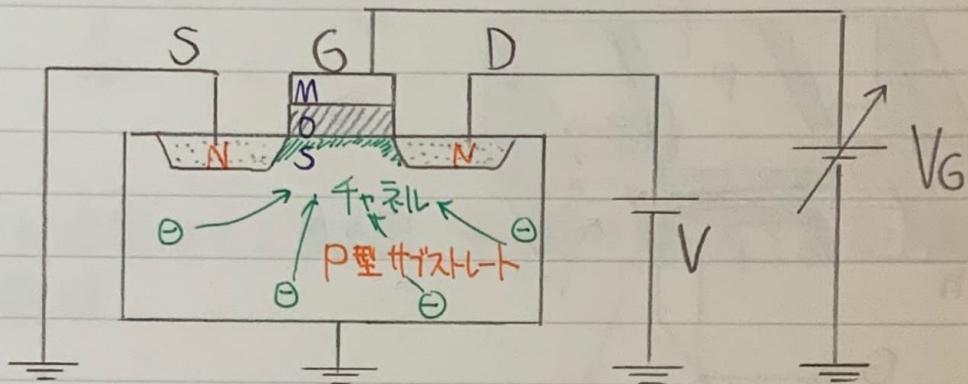
(NMOS : Nch)



(PMOS : Pch)

P203 ユニポーラトランジスタ (FET) (つづき)

② MOSFET (MOS 電界効果トランジスタ)



(Nch MOSFET)

基板上に薄い酸化膜 (SiO_2) を挟んで、ゲート電極を付いた構造。

ゲートの酸化膜の静電誘導を利用して、酸化膜の下側にチャネルを形成して、ドレン電流を制御する。

ゲートに電圧を加えなければチャネルが形成されないエンハンスマチ形 (J-マリオフ形) が主流であるが、J-マリオフ形であるデプレッション形も存在する。

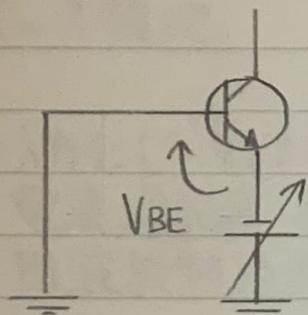
P208 [3]

$$(1) \text{ pH 積} = 1.4 \times 10^{10} \times 1.4 \times 10^{10} = 1.96 \times 10^{20} (\text{cm}^{-3})$$

多数キャリア濃度 $\div 1.0 \times 10^{18} (\text{cm}^{-3})$ のとき

$$\text{少数キャリア濃度} = \frac{1.96 \times 10^{20}}{1.0 \times 10^{18}} = 1.96 \times 10^2 (\text{cm}^{-3})$$

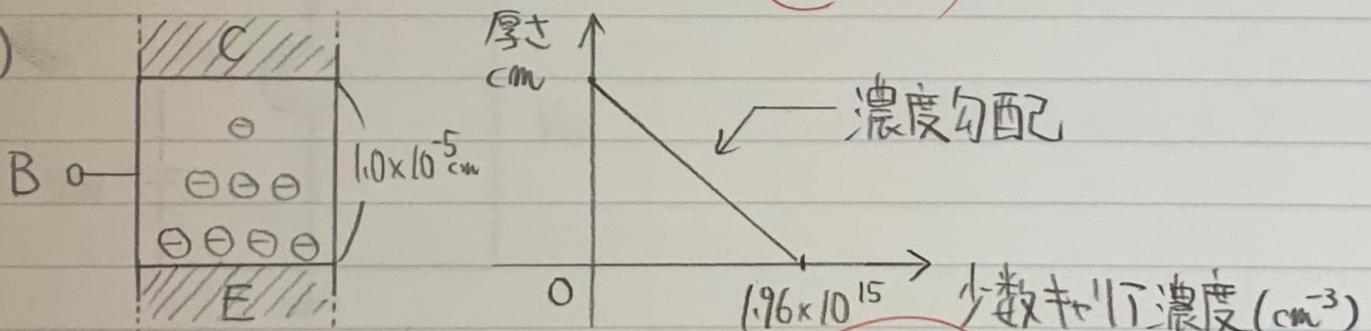
(2)



V_{BE} が -60mV 小さくなるたびに
ベース内のエミッタ隣接部の
電子濃度が 10倍となる

$$1.96 \times 10^2 \times 10^{\frac{780}{60}} = 1.96 \times 10^{15} (\text{cm}^{-3})$$

(3)



$$\text{濃度勾配} = \frac{1.96 \times 10^{15}}{1.0 \times 10^{-5}} = 1.96 \times 10^{20} (\text{cm}^{-4})$$

(4) 電子の流れる量 = 濃度勾配 \times 拡散係数

$$= 1.96 \times 10^{20} \times 25 = 49 \times 10^{20} (\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1})$$

P206 1

(1) 絶縁体層

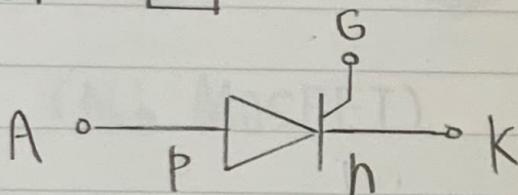
(2) 正孔

(3) 電子

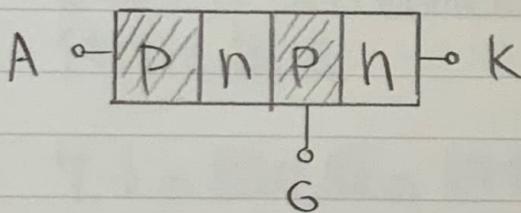
(4) 増加

(5) h

P207 2



(1) pnpn 接合



(2) 順電圧

(4) 保持電流

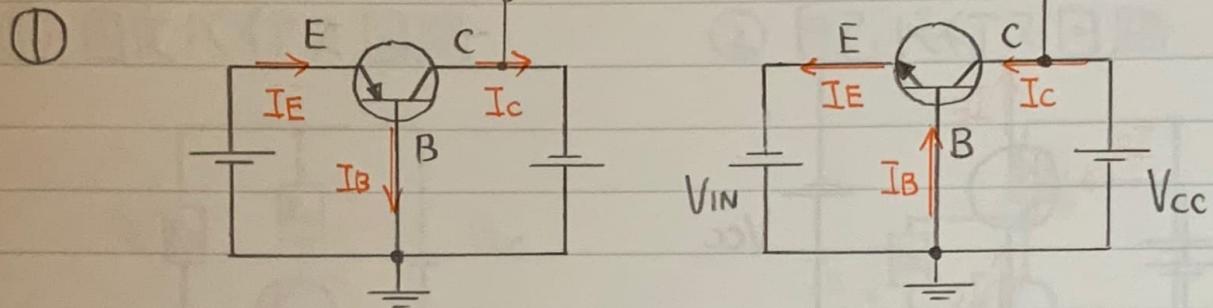
(3) 電流
傾

(5) 逆電圧

(4) 保持電流；オシ状態を維持するのに必要な最小電流

増幅回路の基本

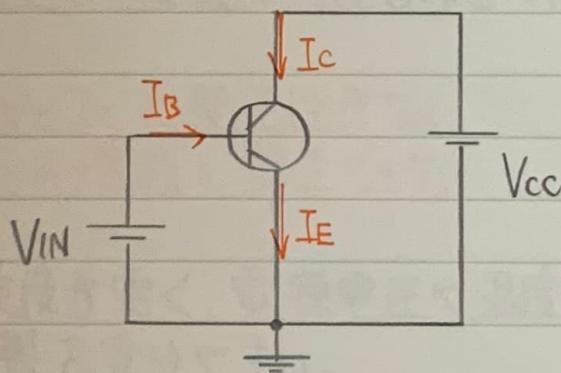
P210 基本回路



ベース接地

- ・入力インピーダンス④、出力インピーダンス⑤
- ・電流増幅度 $\alpha \approx 1$
- ・周波数特性が良く、高周波用として使われている。

②



エミッタ接地

- ・電圧増幅用
- ・逆相増幅
- ・電力利得、電圧利得が最も大きい。

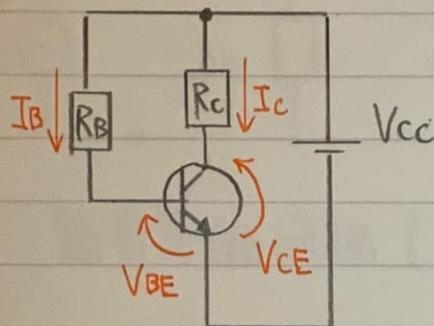
P208 [3] (つづき)

(5) ベースから流れ出た電子の流れはコレクタ電流に
相等するから

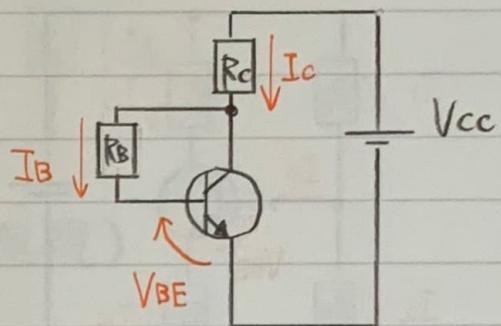
$$49 \times 10^{20} (\text{cm}^2 \text{s}^{-1}) \times 1.6 \times 10^{-19} (\text{C}) \\ = 784 (\text{A/cm}^2)$$

P213 バイアス回路

① 固定バイアス回路



② 自己バイアス回路



(入力側)

$$V_{cc} = R_B I_B + V_{BE}$$

(出力側)

$$V_{cc} = R_c I_c + V_{CE}$$

(入力側)

$$\boxed{V_{cc}} = \boxed{R_c I_c} + \boxed{R_B I_B + V_{BE}}$$

一定 ↑ 増
↓ 減 ほぼ一定

I_c の増減を I_B で修正できる。

→ 負帰還回路

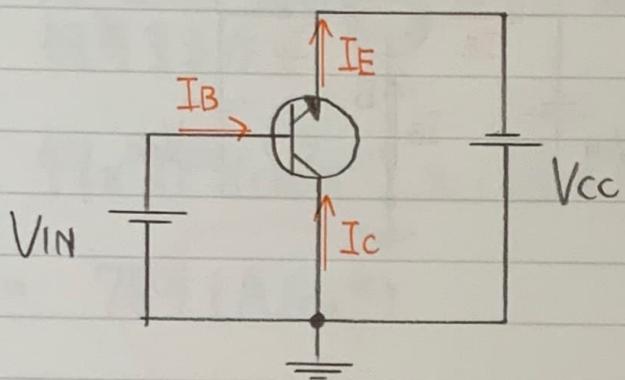
I_B と I_c に関連性がなく、
 I_c の増減を修正できない。

・安定度が良く、A級增幅に用いる。

- ・安定度が悪く、電源電圧や温度変化の影響を受けやすい。
- ・B,C級增幅に用いられる

P210 基本回路

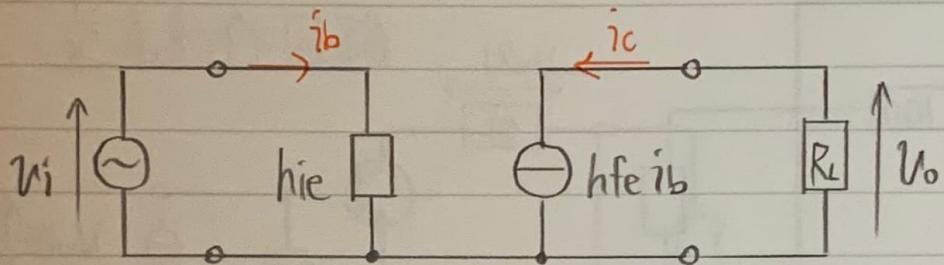
③



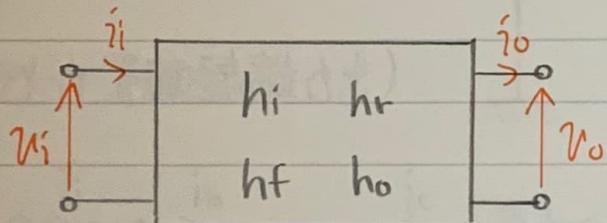
コレクタ接地

- 入力インピーダンス \oplus , 出力インピーダンス \ominus
- 電圧増幅度 $\beta \approx 1$
- インピーダンス変換回路に用いられる。
- 電力利得は最も小さい。

P216 パラメータの等価回路



簡易等価回路 (h_{RE}, h_{OE} は無視)



$$\begin{bmatrix} v_i \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{i1} & h_{r1} \\ h_{f1} & h_{o1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_i \\ v_o \end{bmatrix}$$

$$h_{i1} = \left. \frac{v_i}{i_i} \right|_{v_o=0} ; \text{(出力短絡) 入力インピーダンス}$$

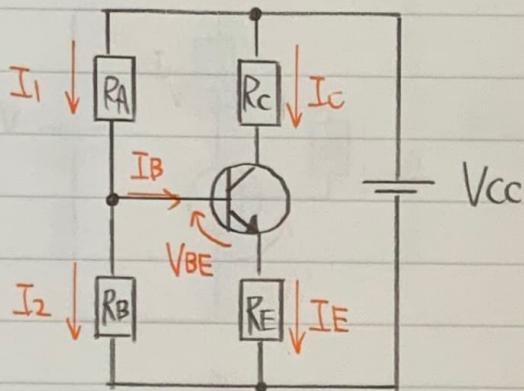
$$h_{r1} = \left. \frac{v_i}{v_o} \right|_{i_i=0} ; \text{(入力開放) 電圧帰還率}$$

$$h_{f1} = \left. \frac{i_o}{i_i} \right|_{v_o=0} ; \text{(出力短絡) 電流帰還率}$$

$$h_{o1} = \left. \frac{i_o}{v_o} \right|_{i_i=0} ; \text{(入力開放) 出力アドミタンス}$$

P213 バイアス回路 (つづき)

③ 電流帰還バイアス回路

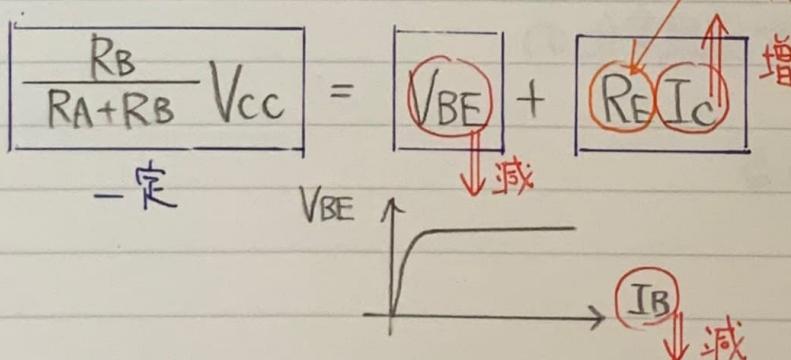


I_B が小さいので $I_1 \approx I_2$
すなはち 抵抗 R_A, R_B は直列とみなせる。

$$V_B = \frac{R_B}{R_A + R_B} V_{CC}$$

$$V_B = V_{BE} + R_E I_E \approx V_{BE} + R_E I_C$$

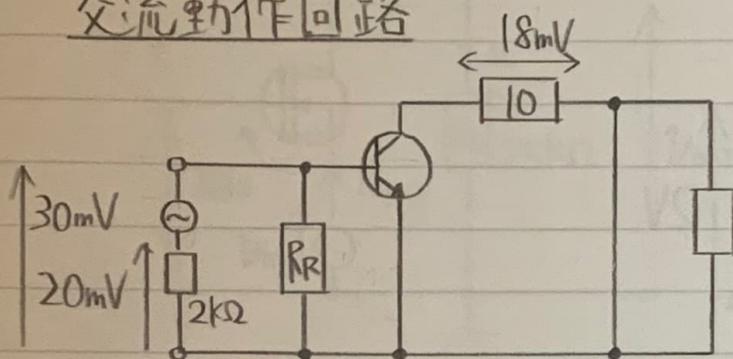
(入力側)



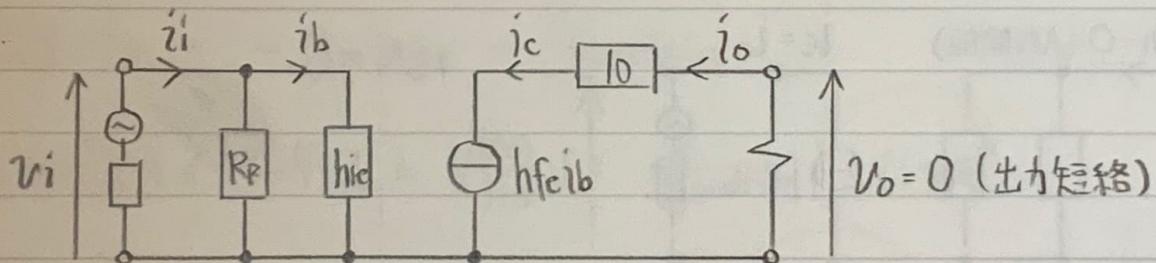
・安定度がさらに良い。

P219 1 (つづき)

交流動作回路



hパラメータ等価回路

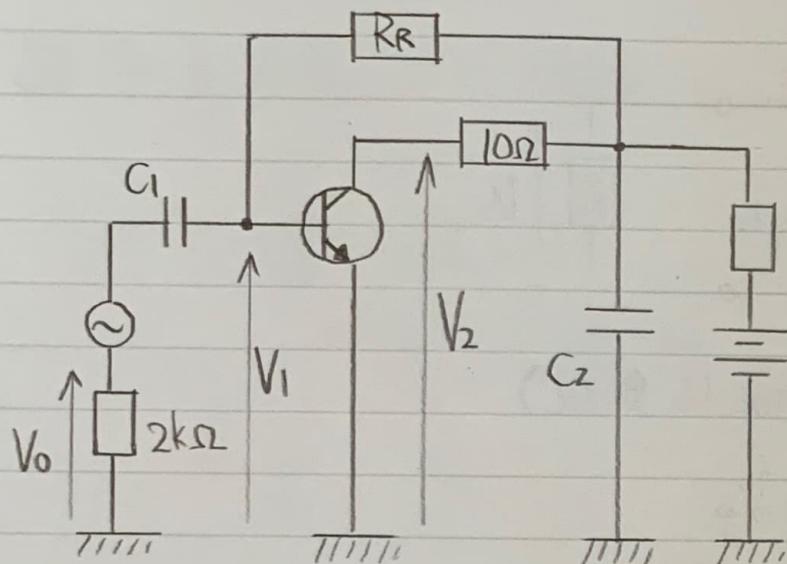


$$i_I = \frac{20\text{mV}}{2\text{k}\Omega} = 0.01(\text{mA}), \quad i_O = i_C = \frac{18\text{mV}}{10\Omega} = 1.8(\text{mA})$$

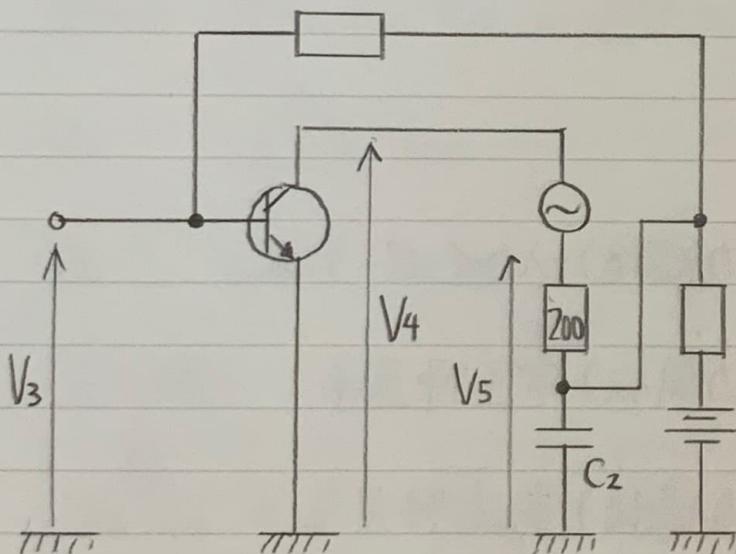
$$h_{II} = \left. \frac{V_i}{i_I} \right|_{V_o=0} = \frac{30\text{mV}}{0.01\text{mA}} = 3000(\Omega)$$

$$h_{ZI} = \left. \frac{i_O}{i_I} \right|_{V_o=0} = \frac{1.8\text{mA}}{0.01\text{mA}} = 180(\text{倍})$$

P219



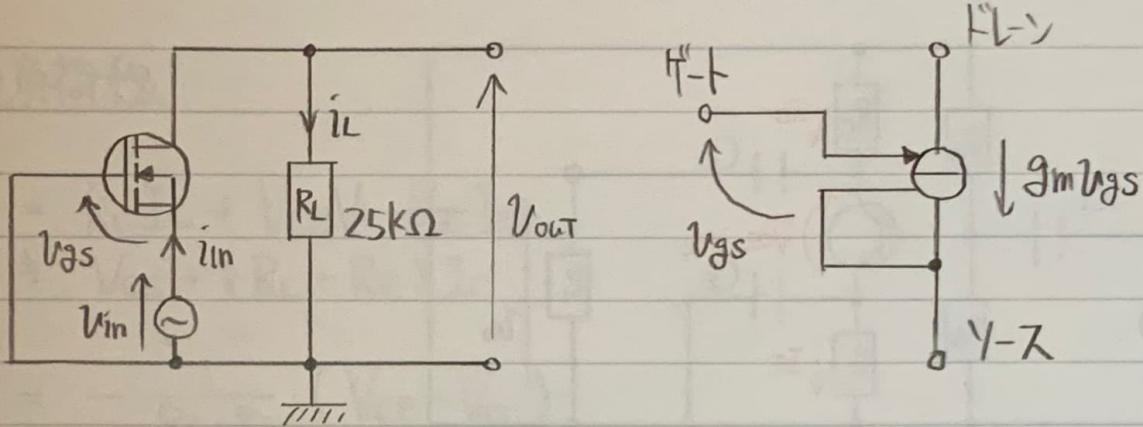
(出力端短絡)



(入力端開放)

$$\begin{cases} V_i = h_{11} i_i + h_{12} V_o \\ i_o = h_{21} i_i + h_{22} V_o \end{cases}$$

P221 [2]



$$(1) u_{gs} = -u_{in}$$

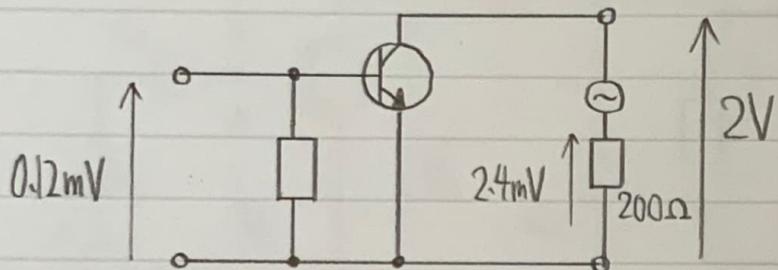
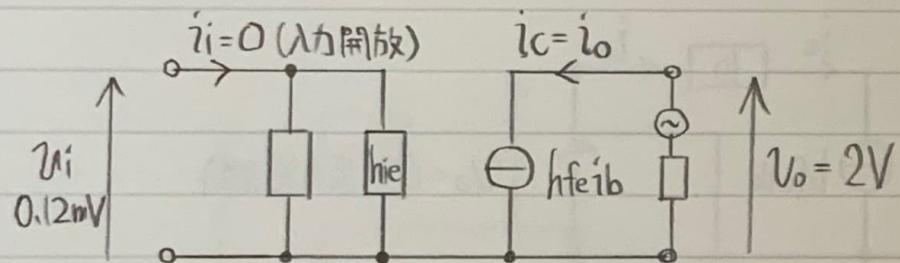
$$(2) i_{in} = -g_m u_{gs} = g_m u_{in}$$

$$(3) \text{入力イニピ-ゲンス} = \frac{u_{in}}{i_{in}} = \frac{1}{g_m} = 1(k\Omega)$$

$$(4) u_{out} = R_L i_L = R_L \cdot i_{in} = R_L g_m u_{in}$$

$$(5) \frac{u_{out}}{u_{in}} = R_L g_m = 25(k\Omega) \times 1.0(mS) = 25(\text{倍})$$

P219 □ (つづき)

交流動作回路 h パラメータ等価回路

$$i_o = i_c = \frac{2.4mV}{200} = 0.012(mA)$$

$$h_{12} = \left. \frac{U_i}{U_o} \right|_{i_i=0} = \frac{0.12mV}{2V} = 0.06 \times 10^{-3} \text{ (倍)}$$

$$h_{22} = \left. \frac{i_o}{U_o} \right|_{i_i=0} = \frac{0.012mA}{2V} = 0.006(mS)$$

P223 CR結合増幅回路の最適動作点

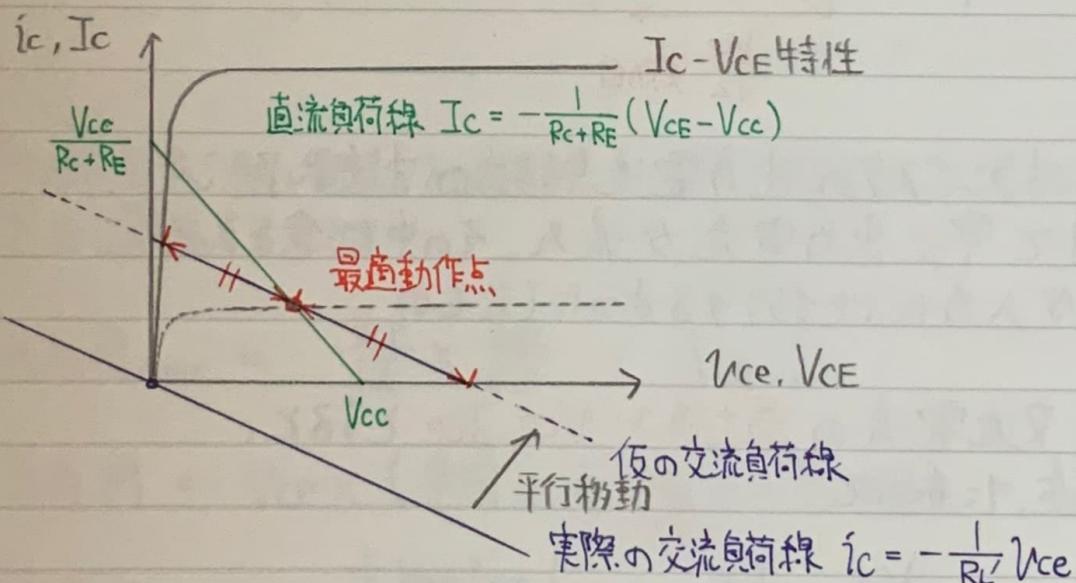
・直流負荷線

$$\begin{aligned} V_{CC} &= R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E \\ &\doteq V_{CE} + (R_C + R_E) I_C \end{aligned}$$

$$I_C = -\frac{1}{R_C + R_E} \cdot (V_{CE} - V_{CC})$$

・交流負荷線

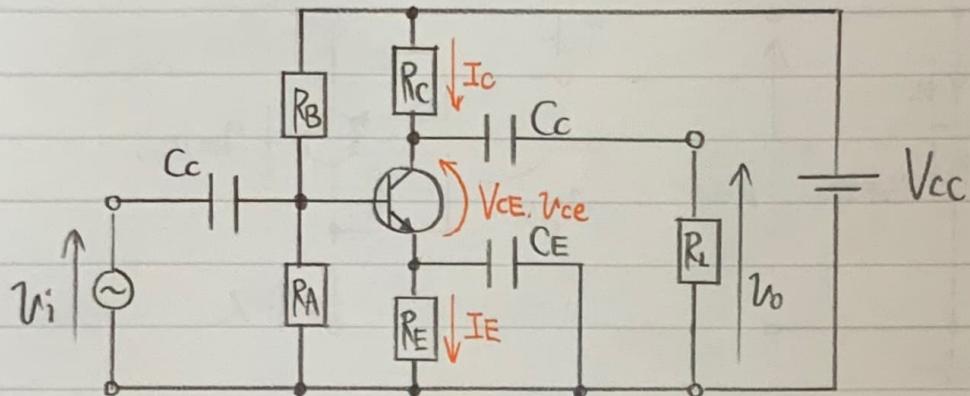
$$V_{CE} + R_L' \cdot i_C = 0 \quad \therefore i_C = -\frac{1}{R_L'} V_{CE}$$



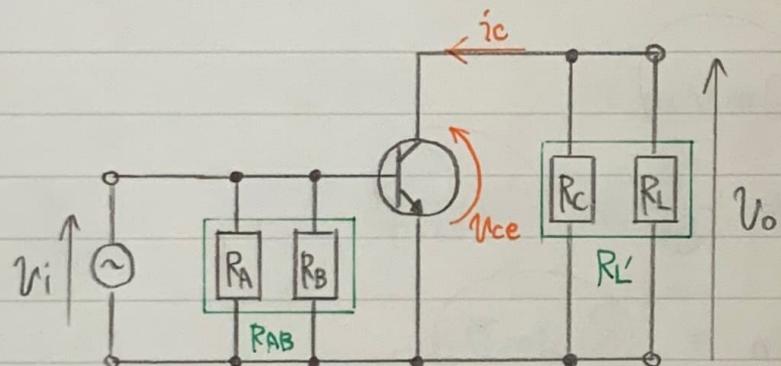
ベース電流が動作点の値に等しくなるような、電流帰還
バイアス抵抗 R_A, R_B を選ぶ。

113113な増幅回路

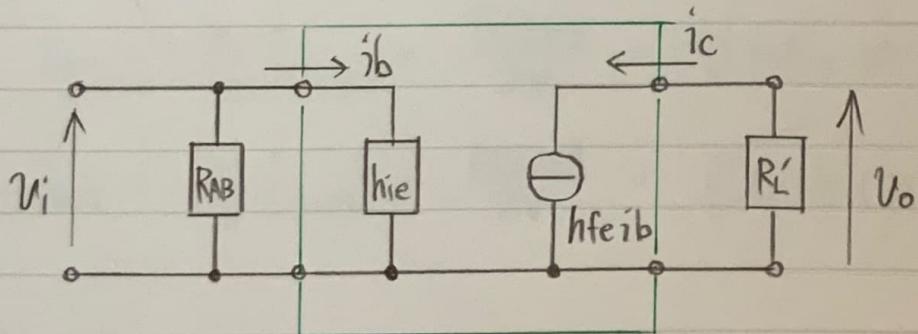
P223 CR結合増幅回路



エミッタ接地、電流帰還バイアスを用いたCR結合増幅回路

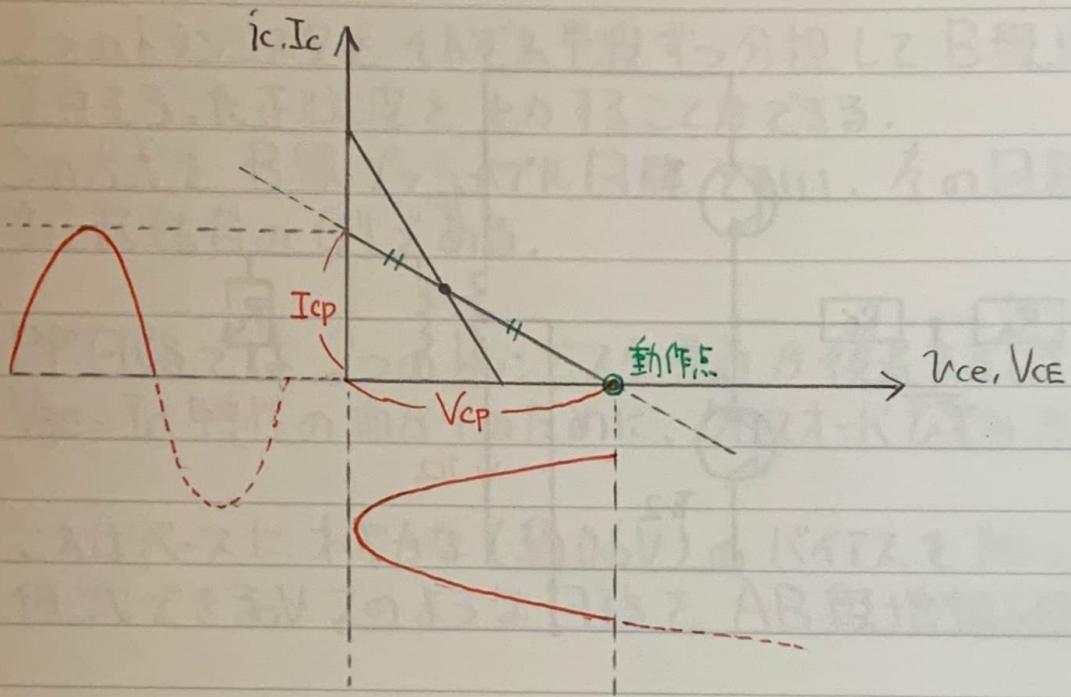


交流動作回路



$$h\pi \text{パラメータによる簡単等価回路} \quad (R_{AB} = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B}, \quad R'_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L})$$

P228 電力増幅回路 (B級)



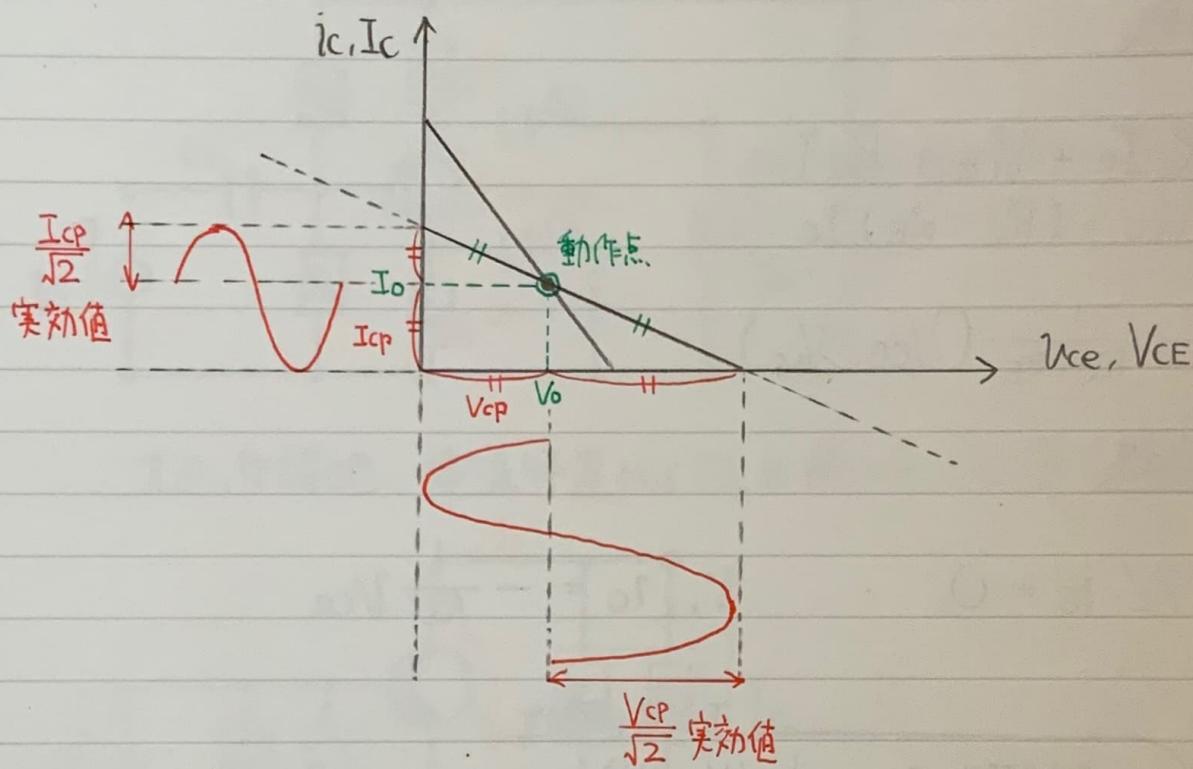
動作点を出力電流を遮断点におき、信号の一方の極性のみ増幅するもの

$$\text{出力 } P_{\text{omax}} = \frac{V_{\text{CP}}}{\sqrt{2}} \times \frac{I_{\text{CP}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} V_{\text{CP}} I_{\text{CP}}$$

$$\text{入力 } P_i = V_{\text{CP}} \times (\text{半波の交流電流の平均値}) = V_{\text{CP}} \times \frac{2}{\pi} I_{\text{CP}}$$

$$\text{効率 } \eta_{\text{max}} = \frac{\frac{1}{2} V_{\text{CP}} I_{\text{CP}}}{\frac{2}{\pi} V_{\text{CP}} I_{\text{CP}}} = \frac{\pi}{4} \rightarrow \text{最大で約 } 78.5\%$$

P226 電力増幅回路 (A級)



動作点をトランジスタの出力電流特性の中央に選び、動作範囲で常に出力電流が流れ、その中に含まれる信号電流が入力に比例するようにしたもの

交流電圧・交流電流の最大値を V_{CP}, I_{CP} とすると、最高動作点において

$$\text{出力 } P_{o\max} = \frac{V_{CP}}{\sqrt{2}} \times \frac{I_{CP}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} V_{CP} I_{CP}$$

$$\text{入力 } P_i = V_o I_o = V_{CP} I_{CP}$$

$$\text{効率 } \eta_{\max} = \frac{P_{o\max}}{P_i} = 0.5 \rightarrow \text{最大} 50\%.$$

P226 電力増幅回路 (B級アンプ) (つづき)

2つのトランジスタをそれぞれ半波ずつ分担してB級増幅させると、正負ともに正弦波を出力することができる。

この方式をB級アンプシップル回路といい、左の回路は変圧器結合の例である。

PP回路では2つのトランジスタ導通が後退するときに、 $V_{BE}-I_C$ 特性の曲がりのために、クロスオーバーヒずみが生じる。

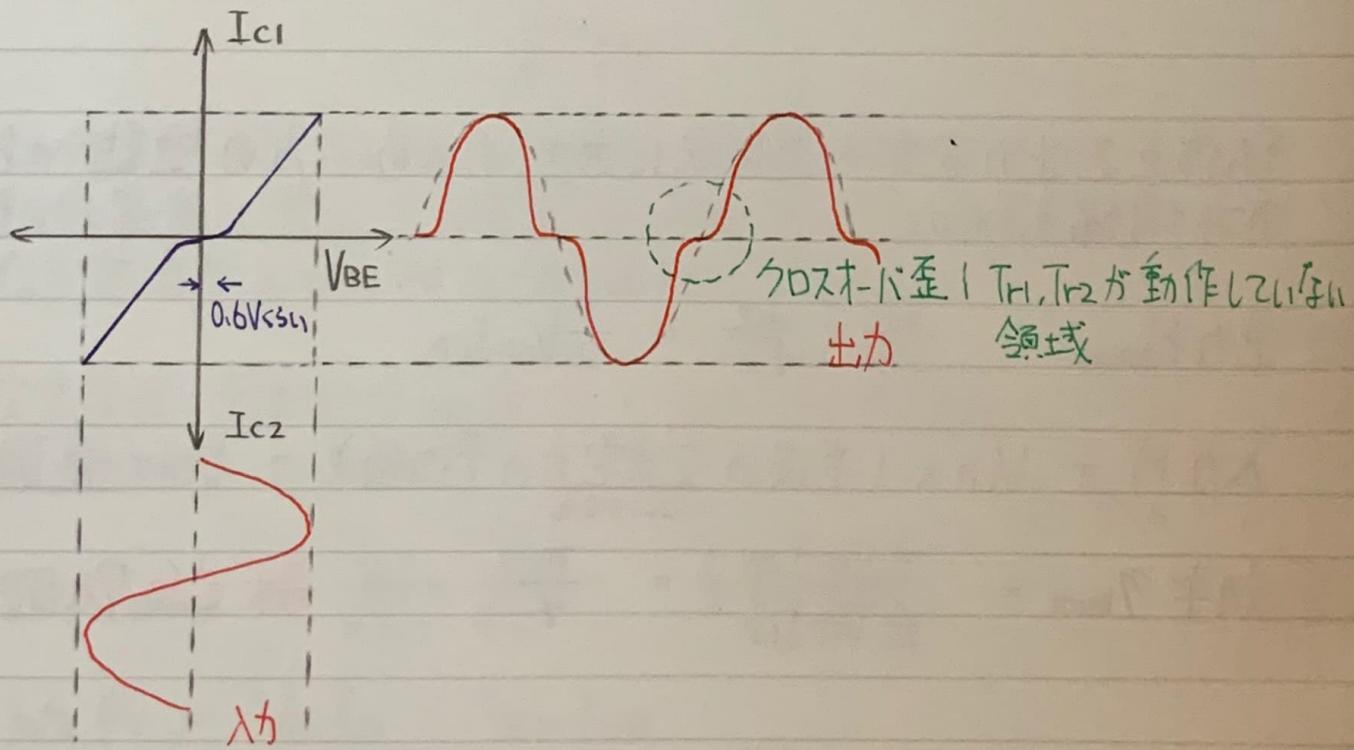
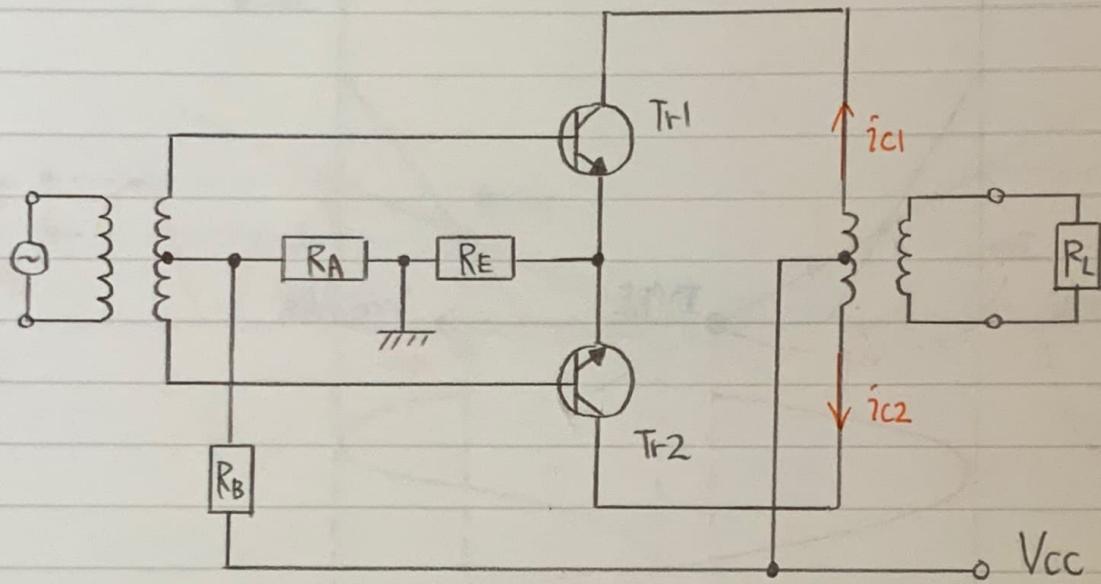
これはベースにわずかな(約0.6V)のバイアスを加えることで低減できる。このような回路をAB級増幅回路という。

P229 電力増幅回路 (C級)

動作点を出力電流の遮断領域におき、信号の一方の極性のうちの大振幅部分のみ増幅するもの

ヒズミが大きく、効率が高いため、高調波を取り出す場合や無線通信の分野で用いられる。

P226 電力増幅回路 (B級アンプ用)



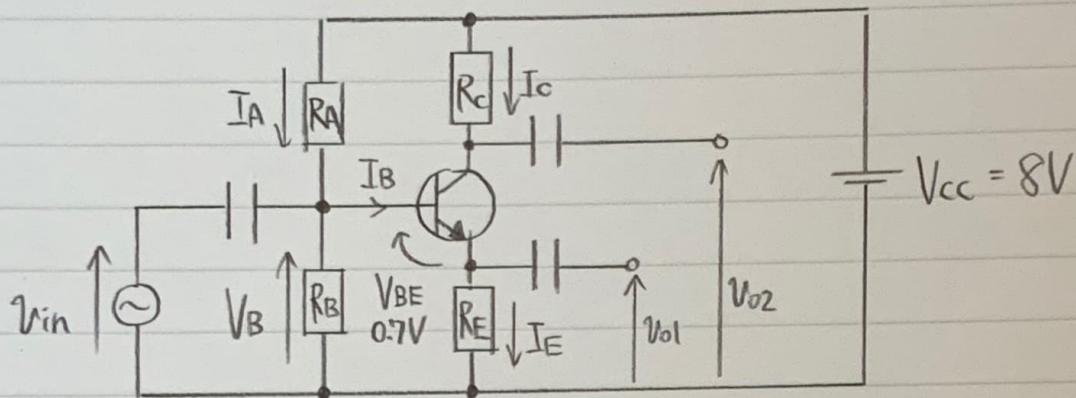
No.

Date

(1) 3.1.3 な増幅回路(つづき)

P230

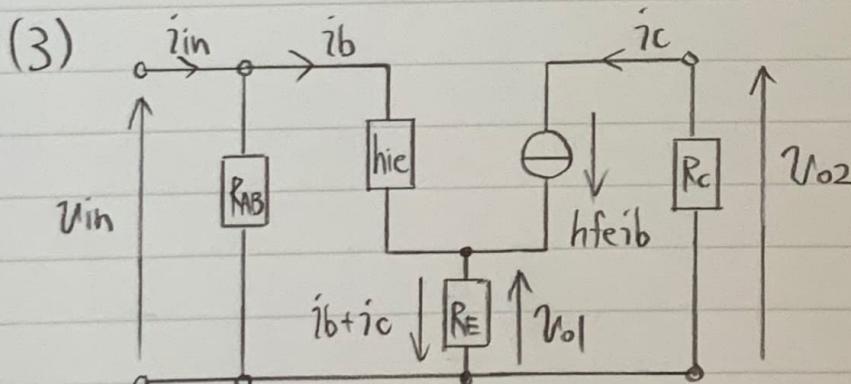
1

(1) $I_A \gg I_B$ のとき、帰還抵抗 R_A, R_B は直列接続とみなせる。

$$V_B = V_{cc} \times \frac{R_B}{R_A + R_B} = 8 \times \frac{3.2k}{4.8k + 3.2k} = 3.2(V)$$

$$(2) V_B = V_{BE} + R_E I_E \quad \text{よし}$$

$$I_E = \frac{V_B - V_{BE}}{R_E} = \frac{3.2V - 0.7V}{5k\Omega} = 0.5(mA)$$



$$U_{o1} = R_E i_e = R_E (i_b + i_c) = R_E (1 + h_{fe}) i_b$$

P230 (つづき)

$$(3) U_{o2} = -R_c i_C = -R_c h_{fe} i_b$$

$$U_{in} = h_{ie} i_b + U_{o1} = i_b \{ h_{ie} + R_E (1 + h_{fe}) \}$$

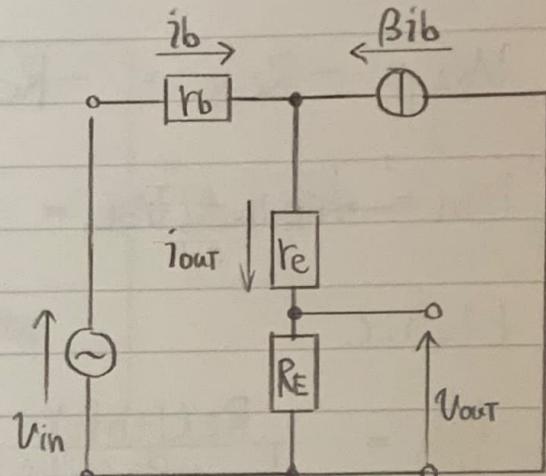
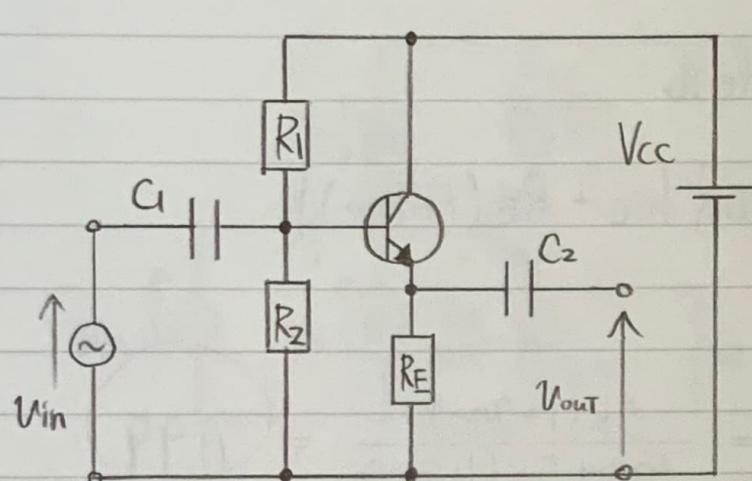
したがって

$$\frac{U_{o1}}{U_{in}} = \frac{R_E (1 + h_{fe})}{h_{ie} + R_E (1 + h_{fe})} = \frac{5k(1+200)}{10k+5k(1+200)} \doteq 0.99$$

$$(4) \frac{U_{o2}}{U_{in}} = \frac{-R_c \cdot h_{fe}}{h_{ie} + R_E (1 + h_{fe})} = \frac{-5k \times 200}{10k+5k(1+200)} \doteq -0.985$$

(5) U_{o1} と U_{o2} の位相差は 180° である。 (逆位相)

P232 [2]



(1) コレクタ

$$(2) i_{out} = i_b + \beta i_b = (1+\beta) i_b$$

$$(3) U_{out} = R_E \cdot i_{out} = R_E (1+\beta) i_b$$

(3) キルヒホフの第2法則より

$$U_{in} = r_b i_b + r_e i_{out} + U_{out}$$

$$= r_b i_b + (r_e + R_E) (1+\beta) i_b$$

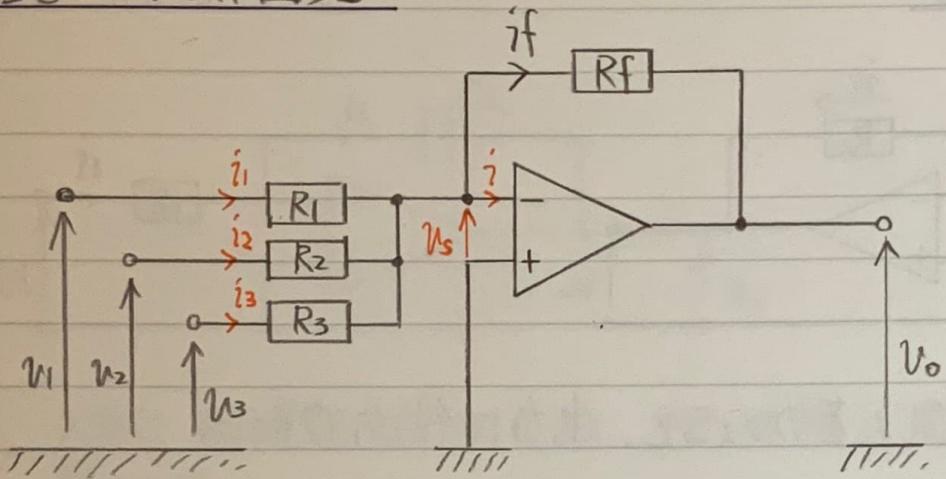
$$(4) \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{R_E (1+\beta) i_b}{r_b i_b + (r_e + R_E) (1+\beta) i_b} = \frac{R_E (1+\beta)}{r_b + (r_e + R_E) (1+\beta)}$$

$$= \frac{100 (1+200)}{50 + (2.6 + 100) (1+200)} \doteq 0.9723$$

(5) エミッタ커팅は非反転増幅器、電圧利得はほぼ1である。

演算増幅器(オペアンプ)

P236 加算回路



$$i_f = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}$$

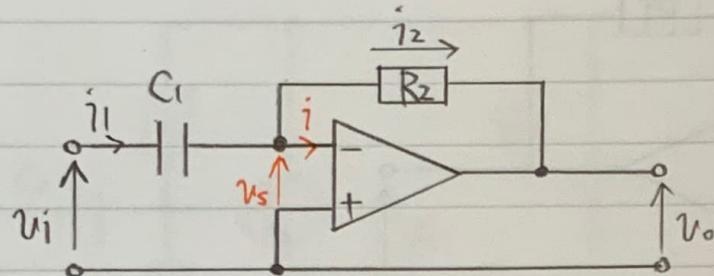
$$u_o = -R_f \cdot i_f$$

$$= -R_f \left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} \right)$$

ここで $R_f = R_1 = R_2 = R_3$ とする。

$$u_o = -(u_1 + u_2 + u_3)$$

P237 微分回路



入力に方波パルスを加えると、出力に微分波形が得られる。

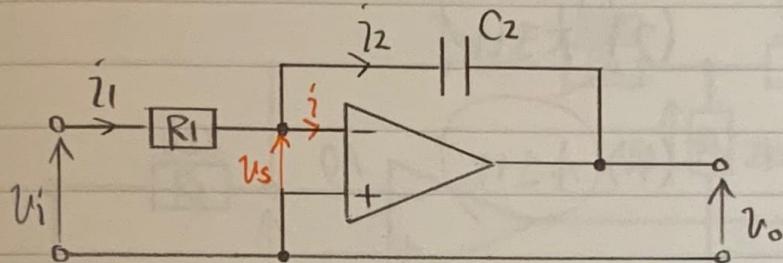
$$u_s = 0, i = 0 \text{ により}$$

$$i_1 = i_2 = C_1 \cdot \frac{d(u_i - u_s)}{dt} = C_1 \frac{du_i}{dt}$$

$$(t=t_0)$$

$$u_o = -R_2 i_2 = -R_2 C_1 \frac{du_i}{dt}$$

P237 積分回路



入力に方形パルスを加えると、出力に積分波形が得られる。

$$u_s = 0, \quad i = 0 \quad \text{より}$$

$$i_1 = i_2 = \frac{u_i}{R_1}$$

$$\begin{aligned} u_o &= -\frac{1}{C_2} \int i_2 dt = -\frac{1}{C_2} \int \frac{u_i}{R_1} dt \\ &= -\frac{1}{R_1 C_2} \int u_i dt \end{aligned}$$

P238 [1]

(1) 差動成分

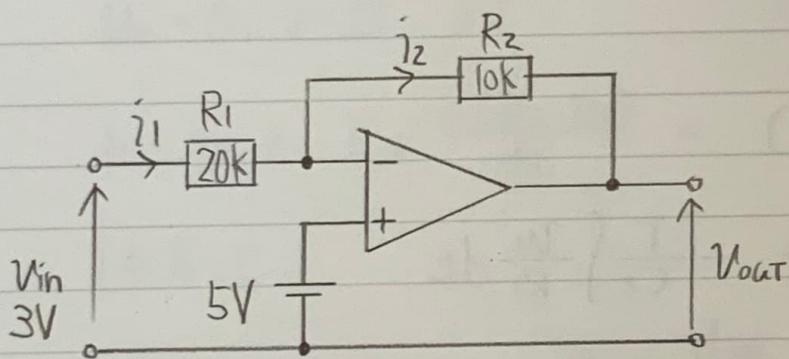
(2) 大きい

(3) ゼロ (ほぼゼロ)

(4) 小さい

(4) 受け持ち

P238 [2]



オペアンプへの入力電流はゼロとみなせるので $i_1 = i_2$

$$U_{in} - 5 = R_1 i_1, \quad U_{out} = 5 - R_2 i_2$$

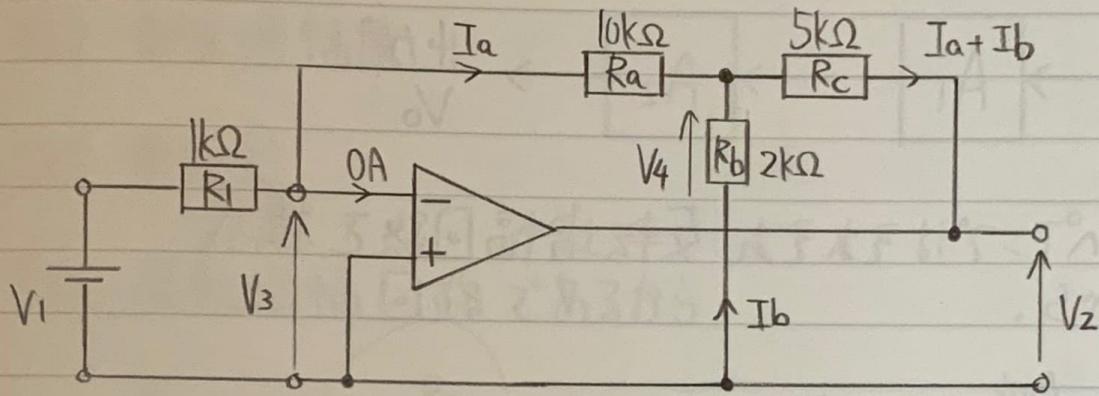
左が2

$$i_1 = \frac{U_{in} - 5}{R_1} = \frac{-2}{20k} = -0.1mA$$

$$U_{out} = 5 - R_2 i_1 = 5 - 10k \times (-0.1m) = 6(V)$$

P238

3



$V_1 = 0.1V$ のとき 出力 V_2 を求めよ。

$$(1) \text{ イマミ+} \parallel \text{ショート} \Rightarrow V_3 = 0(V)$$

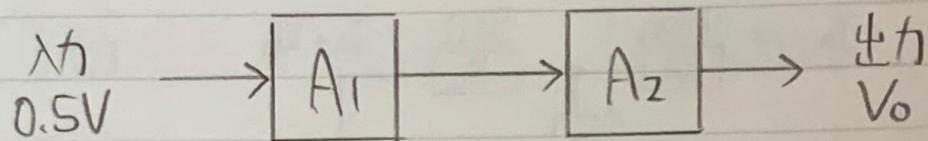
$$(2) I_a = \frac{V_1}{R_1} = \frac{0.1}{1k} = 0.1(mA)$$

$$(3) V_4 = -R_a I_a = -10k \times 0.1m = -1(V)$$

$$(4) I_b = -\frac{V_4}{R_b} = -\frac{1}{2k} = 0.5(mA)$$

$$(5) V_2 = V_4 - R_c(I_a + I_b) \\ = -1 - 5k(0.1m + 0.5m) = -4(V)$$

P240 [4]



2つのオペアンプはそれぞれ 反転増幅回路を構成しているから、

$$A_1 = -\frac{100K}{20K} = -5$$

$$A_2 = -\frac{90K}{30K} = -3$$

$$(したがって) V_o = 0.5 \times (-5) \times (-3) = 7.5(V)$$

また、電圧利得 A_u は

$$A_u = 20 \log_{10} 15 = 20 \log_{10} \frac{3 \times 10}{2}$$

$$= 20 \log_{10} 3 + 20 \log_{10} 10 - 20 \log_{10} 2$$

$$= 20 (1 + 0.477 - 0.301)$$

$$= 23.52(\text{dB})$$

P240 [5]

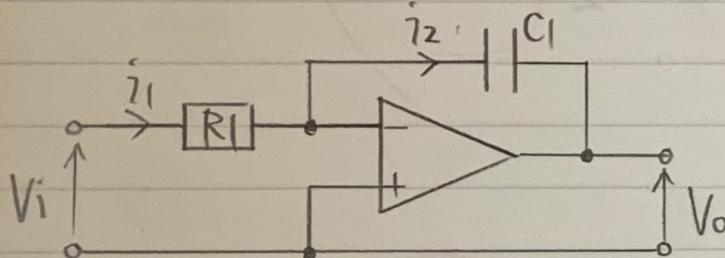
(1) 電圧増幅度

(2) 無限大

(3) 反転増幅回路であるから

$$A_{3-62} = -\frac{R_2}{R_1}$$

(4)

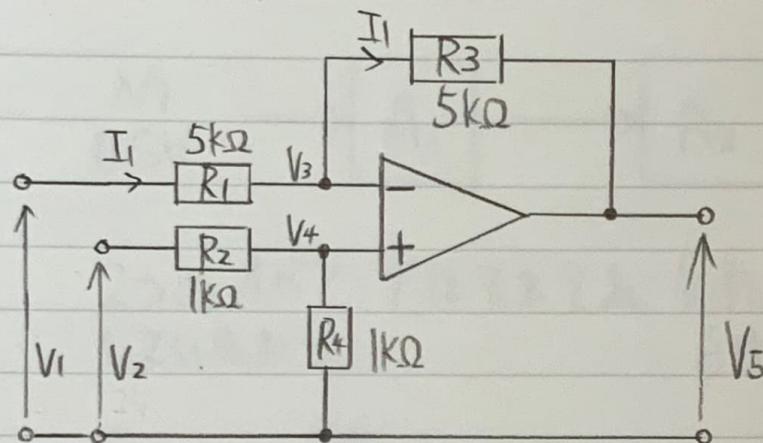


$$i_1 = \frac{V_i}{R_1} \quad \text{また、} \quad i_1 = i_2$$

$$V_o = -\frac{1}{C_1} \int i_2 dt = -\frac{1}{R_1 C_1} \int V_i dt$$

(5) (4) は 積分回路 である。

P243 [6]



$$V_1 = 30V$$

$$V_2 = 2.0V$$

$$(1) V_4 = V_2 \times \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 2 \times \frac{1}{2} = 1(V)$$

$$V_3 = V_4 = 1(V)$$

$$(2) V_1 = V_3 + R_1 I_1 \text{ より}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_3}{R_1} = \frac{30 - 1}{5k} = 0.4(mA)$$

(3) R_3 での電圧降下は

$$R_3 I_1 = 5k \times 0.4m = 2(V)$$

$$(4) V_5 = V_3 - R_3 I_1 = 1 - 2 = -1(V)$$

$$(5) V_5 = V_3 - R_3 I_1 = V_3 - R_3 \frac{V_1 - V_3}{R_1}$$

$$= V_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_1} \right) - V_1 \cdot \frac{R_3}{R_1}$$

P243 [6] (つぎ)

$$\begin{aligned}
 (5) \quad V_5 &= V_4 \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) - V_1 \cdot \frac{R_3}{R_1} \\
 &= V_2 \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) - V_1 \cdot \frac{R_3}{R_1} \\
 &= \frac{1}{2} (1+1) V_2 - V_1 = V_2 - V_1
 \end{aligned}$$

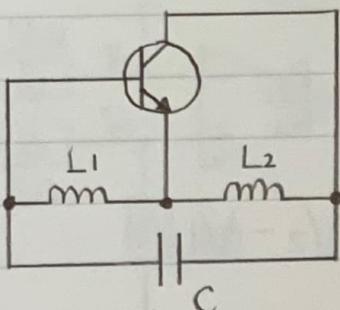
以上より

$$V_2 = V_1 + V_5 = 3 + 0 = 3(V)$$

発振回路

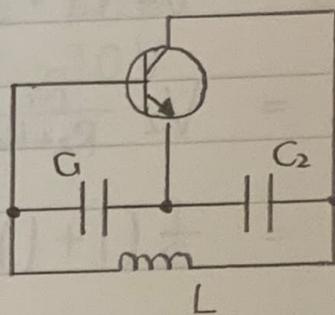
P247 3素子形発振回路

①



ハートレー発振回路

②



コルピツ発振回路

① ハートレー発振回路

$$j\omega L_1 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C} = 0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}}$$

② コルピツ発振回路

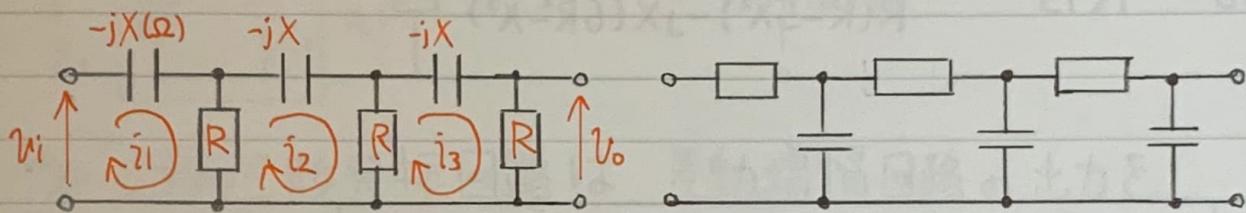
$$\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L = 0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}$$

P248 RC発振回路

① 移相形発振回路

R と C をはしご形に接続して移相推移を行わせたもので、あまり周波数の精度を必要としない発振回路である。



(a) 微分形

(b) 積分形

3段で入力の位相は 微分形で $0^\circ \sim 270^\circ$ 進む。
また、積分形では $0^\circ \sim 270^\circ$ 遅れる。

これで入力と並相の波形を反転増幅して、正帰還すれば発振条件を満足する。

微分形において $U_o = R i_3$

3つの閉回路についてキルヒホフの法則から

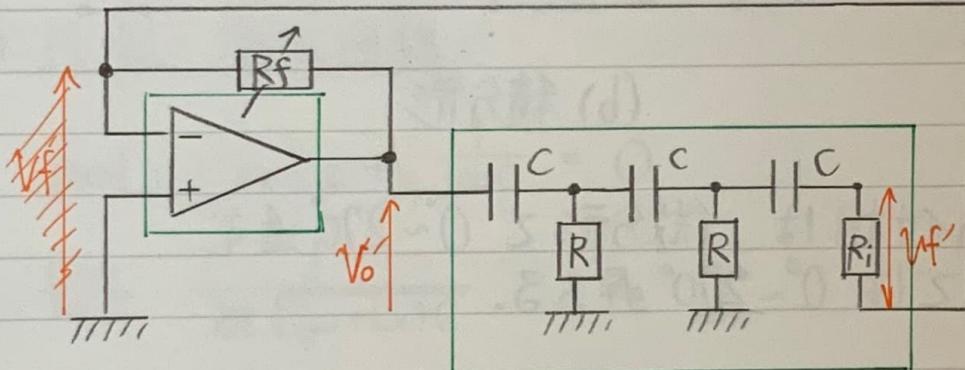
$$\left\{ \begin{array}{l} (R - jX) i_1 - R i_2 = U_i \\ -R i_1 + (2R - jX) i_2 - R i_3 = 0 \\ -R i_2 + (2R - jX) i_3 = 0 \end{array} \right.$$

P248 RC発振回路 (つづき)

3つの式から

$$i_3 = \frac{U_i R^2}{R(R^2 - 5X^2) - jX(6R^2 - X^2)}$$

$$U_o = R i_3 = \frac{U_i R^3}{R(R^2 - 5X^2) - jX(6R^2 - X^2)}$$



CR移相形発振回路の例

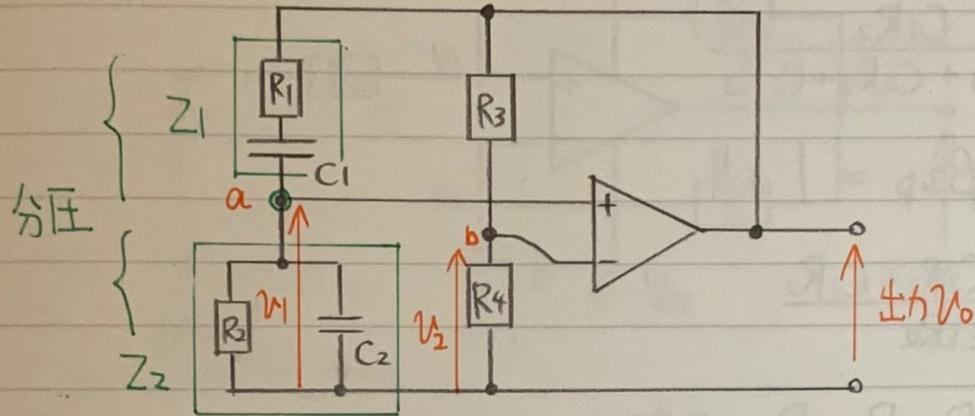
はじめの入口電圧 U_i は 発振回路の出力 U_f' に、
出口電圧 U_o は 発振回路の帰還電圧 U_f' にあたる。

$$\text{帰還率 } \beta = \frac{U_f'}{U_o} = \frac{U_o}{U_i} = \frac{R^3}{R(R^2 - 5X^2) - jX(6R^2 - X^2)}$$

増幅度が実数の場合、発振の位相条件より
電圧帰還率は実数でなければならぬ。

$$6R^2 - X^2 = 0 \quad \therefore f = \frac{1}{2\pi CX} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}CR}$$

P248 RC 発振回路 ウィーンブリッジ形



ウィーンブリッジ形発振回路は、差動増幅回路の出力を
RとCのブリッジ回路である周波数選択回路を通して
帰還させる発振回路である。

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C_2 \right)^{-1} = \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

$$\text{負帰還回路の電圧帰還率 } \beta_{un} = \frac{U_2}{U_0} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

正帰還回路の電圧帰還率 β_{up} は

$$\beta_{up} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{j\omega C_1 R_2}{j\omega(C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_1 R_2) + (1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2)}$$

ここで、 β_{up} は実数なので $1 - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2 = 0$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

P248 RC 発振回路 ウィーンブリッジ形

$$\therefore \beta_{up} = \frac{C_1 R_2}{C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_1 R_2}$$

振動条件 $A_{uf} \cdot \beta_{up} = 1$ より

$$A_{uf} = \frac{C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_1 R_2}{C_1 R_2}$$

$C = C_1 = C_2, R = R_1 = R_2$ とする

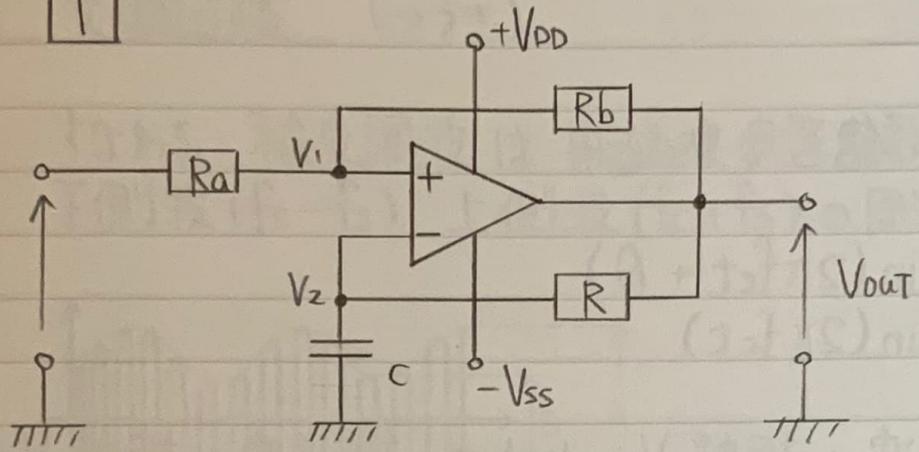
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} = \frac{1}{CR}, A_{uf} = 3, \beta_{up} = \frac{1}{3}$$

したがって

$$\text{発振周波数 } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} = \frac{1}{2\pi CR}$$

ウイーンブリッジ回路は主にひずみの少ない低周波の発振に使用され、 C_1, C_2, R_1, R_2 を連動して変化させて用いる。

P252 1

(1) 初期状態 $V_{OUT} = V_{DD}$, $V_2 = 0V$

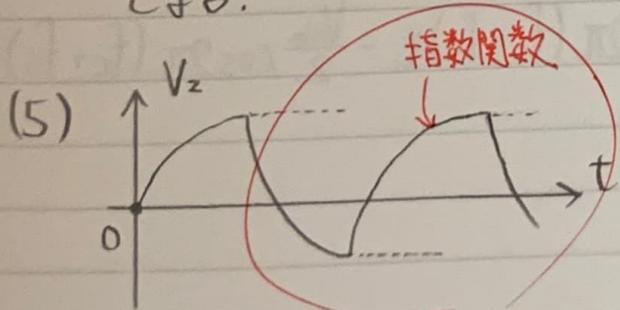
$$V_1 = \frac{R_a}{R_a + R_b} V_{OUT} = \frac{R_a}{R_a + R_b} V_{DD}$$

(2) コンデンサが充電され、 V_2 が V_1 を超えると、 $V_1 - V_2$ は負となり、出力 $V_{OUT} = -V_{SS}$ となる。

$$(3) V_{OUT} = -V_{SS}, V_2 = \frac{R_a}{R_a + R_b} V_{DD}$$

コンデンサが放電を始める。このとき

$$V_1 = \frac{R_a}{R_a + R_b} V_{OUT} = -\frac{R_a}{R_a + R_b} V_{SS}$$

(4) V_2 が V_1 を下回ると、 $V_1 - V_2$ は正となり、出力 $V_{OUT} = V_{DD}$ となる。

変復調・整流回路

P256 変調回路

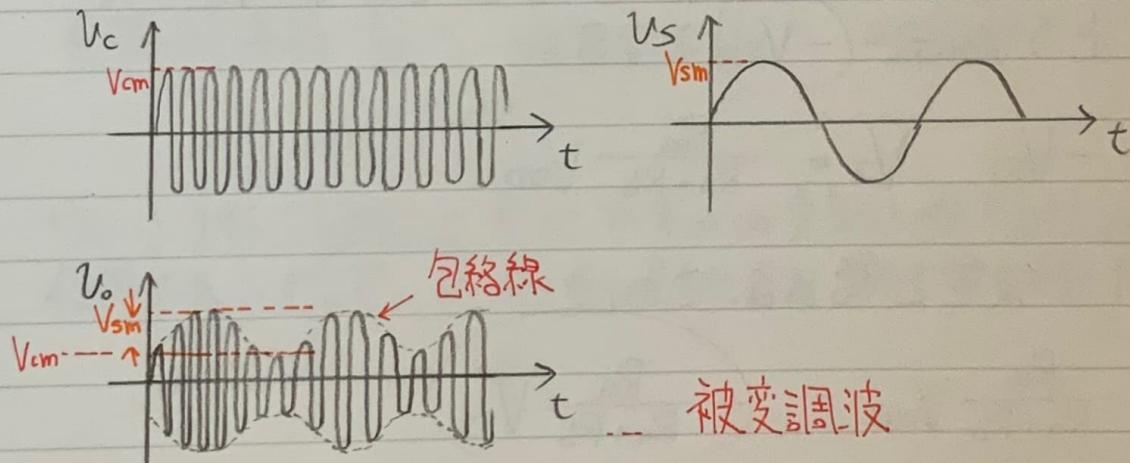
搬送波 U_c , 信号波 U_s を

$$U_c = V_{cm} \sin(2\pi f_c t + \theta)$$

$$U_s = V_{sm} \sin(2\pi f_s t)$$

とすると、信号波の振幅 V_{sm} によって、搬送波の振幅 V_{cm} を
変える方式を **振幅変調(AM)** という。
また、周波数 f_c を変える方式を **周波数変調(FM)**、
位相角 θ を変える方式を **位相変調(PM)** という。

① 振幅変調(AM)

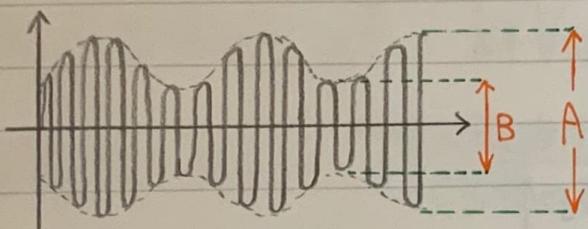


$$U_o = (V_{cm} + V_{sm} \cdot \sin 2\pi f_s t) \cdot \sin 2\pi f_c t$$

$$= V_{cm} \sin 2\pi f_c t + \frac{V_{sm}}{2} \cos 2\pi (f_c - f_s) t - \frac{V_{sm}}{2} \cos 2\pi (f_c + f_s) t$$

P256 変調回路 (つづき)

すなはち、被変調波は搬送波の周波数 f_c のほか、下側波 ($f_c - f_s$)、上側波 ($f_c + f_s$) の周波数を含む。



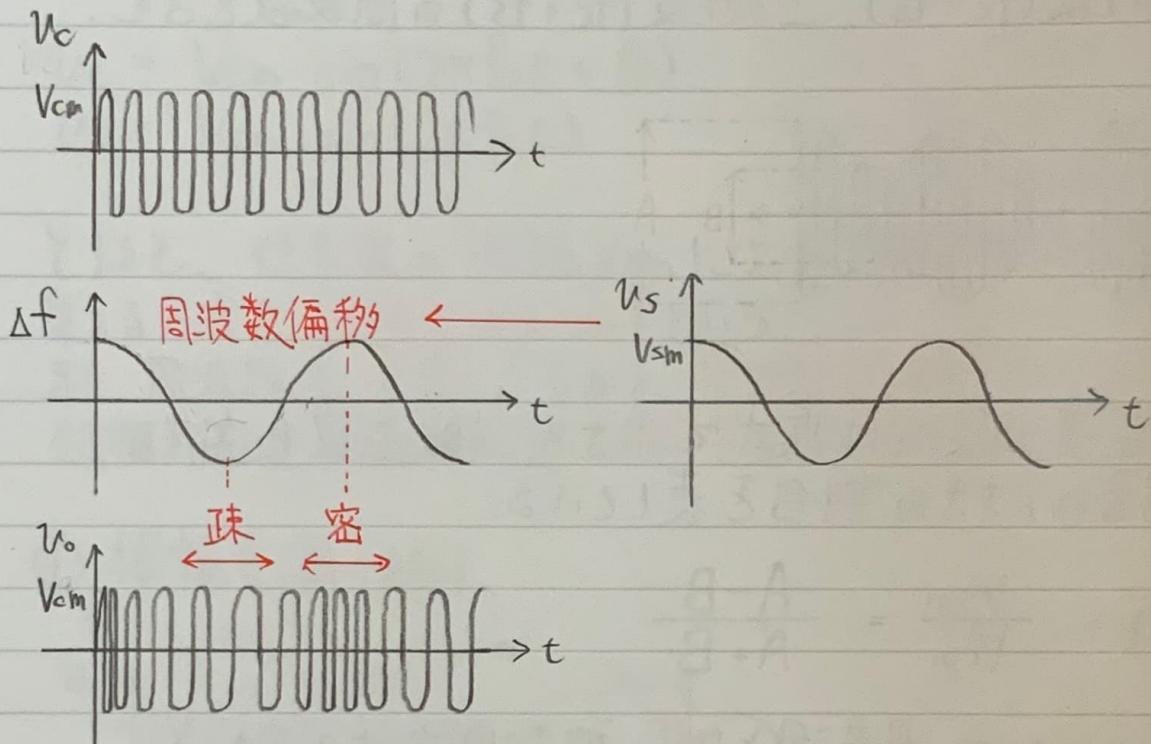
また、変調度 m は次式で示され、搬送波に対する信号の大きさの割合を表している。

$$m = \frac{V_{sm}}{V_{cm}} = \frac{A-B}{A+B}$$

($m > 1$ のとき 過変調となり、被変調波はひずむ)

P256 変調回路 (つづき)

② 周波数変調 (FM)



被変調波の周波数 f は次式で表される。

$$f = f_c + k_f u_s$$

$$= f_c + k_f V_{sm} \cos 2\pi f_s t$$

ただし k_f は 信号波によって 周波数がずれて変化する
大きさを表す定数を 周波数偏移 という。

P256 变调回路 (つづき)

周波数偏移の最大値を最大周波数偏移といい、
信号波の振幅が最大のとき、周波数偏移も最大となる。

$$\text{最大周波数偏移 } \Delta f = k_f V_{sm}$$

$$\text{変調指数 } m_f = \frac{\text{最大周波数偏移}}{\text{信号波の周波数}} = \frac{\Delta f}{f_s}$$

u_o は時間とともに周波数が変化するので、

$$u_o = V_{cm} \sin \{\phi(t)\}$$

とすると、 $\phi(t)$ の時間に対する変化は角速度になる。

角速度は角周波数に対応するから

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt} (2\pi f_c t + m_f \sin 2\pi f_s t)$$

$$= f_c + \Delta f \cos 2\pi f_s t$$

この関係から

$$u_o = V_{cm} \sin (2\pi f_c t + m_f \sin 2\pi f_s t)$$

P259

(1)

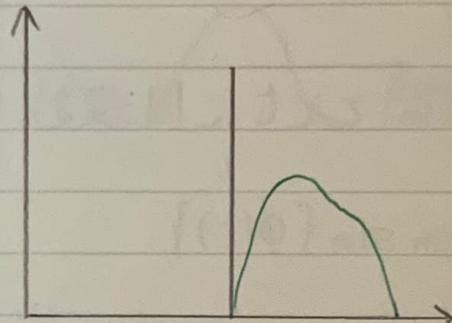
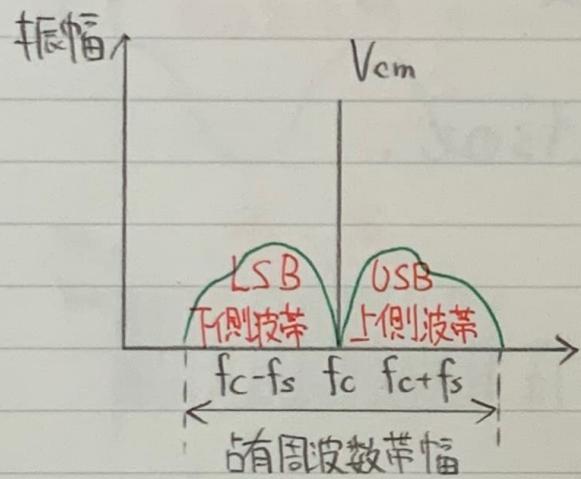
(1) FM

(2) PM

(3) USB

(4) LSB

(5) SSB



(AM)

(SSB; 单侧波带振幅变调)

P260 [2]

振幅変調(AM)の変調度mを求める。

$$m = \frac{A-B}{A+B} = \frac{3a-a}{3a+a} = 0.5$$

P261 [3]

(1) 直流

(2) 半波

(3) 全波

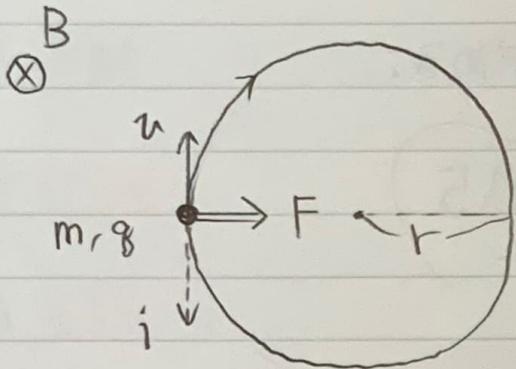
(4) 2

(5) 突入

Date 20. 11. 19

3章 練習問題

□



$$F = quB$$

$$(1) F = m \frac{u^2}{r}$$

$$(2) m \frac{u^2}{r} = quB \quad \therefore r = \frac{mu}{qB}$$

$$(3) \frac{1}{2} mu^2 = qV$$

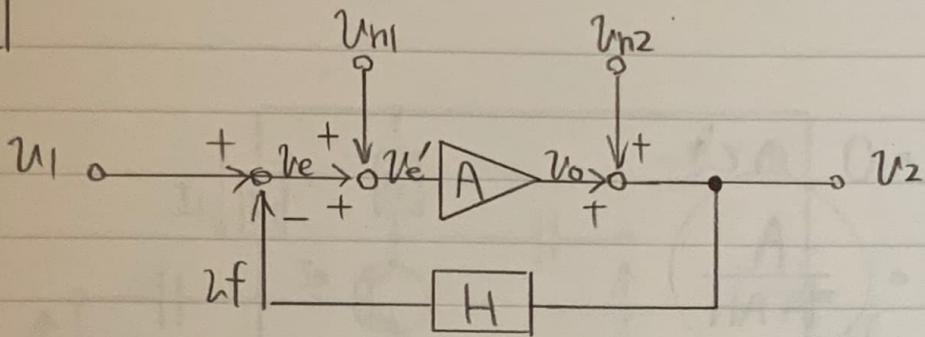
$$\therefore u = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$(4) \therefore V = \frac{mu^2}{2q}$$

$$V = \frac{m}{2q} \cdot \left(\frac{qBr}{m} \right)^2 = \frac{qB^2 r^2}{2m}$$

$$(5) \omega = \frac{u}{r} = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{qBr}{m} \right) = \frac{qB}{m}$$

[2]



上図のように、 U_e 、 U'_e 、 U_o 、 U_f を決める。電圧
増幅度 G_{n1} 、 G_{n2} を求める。

$$U_2 = U_o + U_{n2}$$

$$U_f = H U_2 = H(U_o + U_{n2})$$

$$U_e = U_1 - U_f = U_1 - H(U_o + U_{n2})$$

$$U'_e = U_e + U_{n1} = (U_1 + U_{n1}) - H(U_o + U_{n2})$$

$$U_o = AU'_e = A(U_1 + U_{n1}) - AH(U_o + U_{n2})$$

$$(1+AH)U_o = AU_1 + AU_{n1} - AHU_{n2}$$

$$(1+AH)U_2 = AU_1 + AU_{n1} + U_{n2}$$

$$U_2 = \frac{A}{1+AH}U_1 + \frac{A}{1+AH}U_{n1} + \frac{1}{1+AH}U_{n2}$$

2 (つづき)

(1) $U_1 = 0, U_{n2} = 0$ のとき

$$G_{n1} = \frac{U_2}{U_{n1}} = \frac{A}{1+AH}$$

(2) $U_1 = 0, U_{n1} = 0$ のとき

$$G_{n2} = \frac{U_2}{U_{n2}} = \frac{1}{1+AH}$$

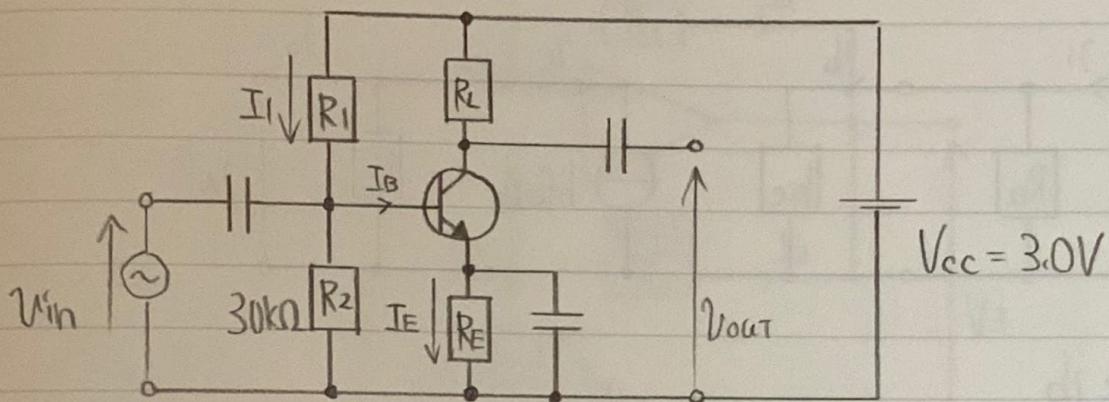
(3) $|1 - \text{利得}| > 1 + \frac{1}{H}$ と仮定できる場合
すなはち $AH \gg 1$ のとき

$$G_{n1} = \frac{A}{AH} = \frac{1}{H} (> 1)$$

$$(4) G_{n2} = \frac{1}{AH} (\ll 1)$$

(5) したがて 出力電圧 U_2 には、 U_{n1} は増幅され、
 U_{n2} は減衰して現れる。

[3]



$$(1) R_2 I_1 = V_B$$

$$I_1 = \frac{V_B}{R_2} = \frac{1.2}{30k} = 0.04(\text{mA}) = 40(\mu\text{A})$$

$$(2) R_1 I_1 + V_B = V_{cc}$$

$$R_1 = \frac{V_{cc} - V_B}{I_1} = \frac{3.0 - 1.2}{40\mu} = 45(\text{k}\Omega)$$

$$(3) V_{BE} = 0.7V \text{ とする。}$$

$$V_B = V_{BE} + R_E I_E$$

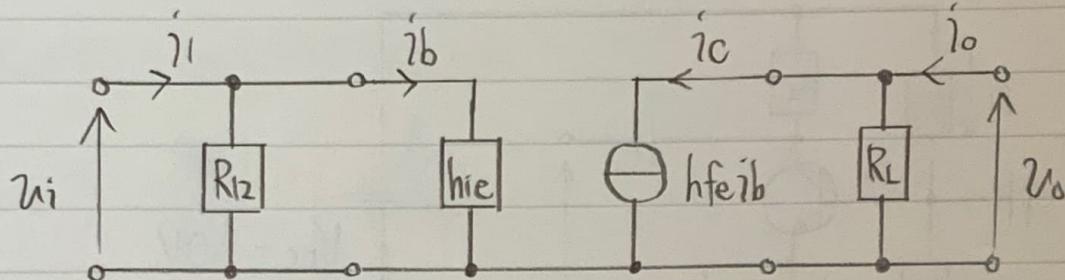
$$R_E = \frac{V_B - V_{BE}}{I_E} = \frac{1.2 - 0.7}{0.1m} = 5(\text{k}\Omega)$$

$$(4) V_{cc} = R_L I_C + V_c \doteq R_L I_E + V_c$$

$$R_L = \frac{V_{cc} - V_c}{I_E} = \frac{3.0 - 2.1}{0.1m} = 9(\text{k}\Omega)$$

[3] (つづき)

(5)

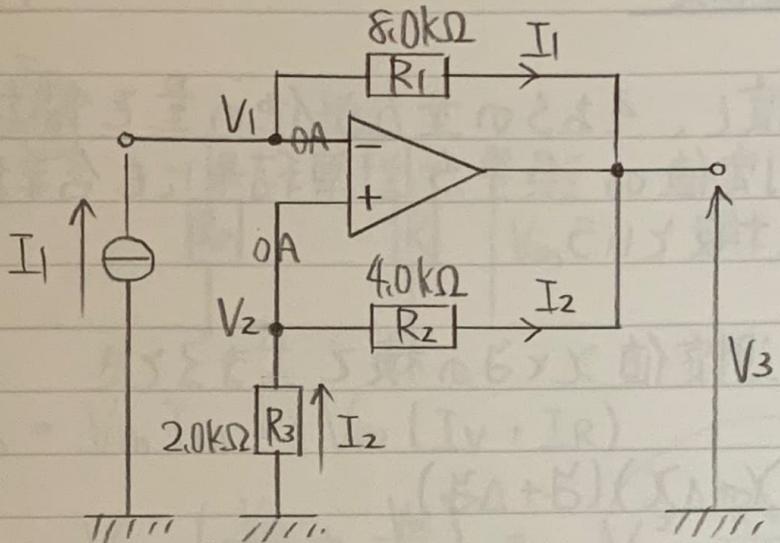


$$u_i = h_{ie} i_b$$

$$u_o = R_L \cdot i_c = R_L \cdot h_{fe} \cdot i_b$$

$$A_{21} = \left| \frac{u_o}{u_i} \right| = \frac{R_L \cdot h_{fe}}{h_{ie}} = \frac{9k \times 50}{15k} = 30$$

[4]



$$(1) \quad V_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_2} V_3 = -\frac{2}{2+4} V_3 = -\frac{1}{3} V_3$$

$$V_3 = 3V_2$$

$$(2) \quad R_1 I_1 = R_2 I_2$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_2} I_1 = \frac{8}{4} \times 0.1 \text{mA} = 0.2 \text{(mA)}$$

$$(3) \quad V_2 = -R_3 I_2 = -2k \times 0.2 \text{mA} = -0.4 \text{(V)}$$

$$(4) \quad V_3 = 3V_2 = -1.2 \text{(V)}$$

$$(5) \quad \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{-0.4}{0.1 \text{mA}} = -4 \text{(kΩ)}$$

... 入力インピーダンス
負性抵抗

計測の基礎

P267 誤差の伝搬

複数の量を測定し、それらの量から他の量を間接的に求めるとき、各測定値の誤差が計算結果にも含まれる。これを誤差の伝搬といふ。

測定値 Z が測定値 x よりの積で求まるとき

$$\begin{aligned} Z + \Delta Z &= (x + \Delta x)(y + \Delta y) \\ &= xy + \cancel{\Delta x y} + \cancel{\Delta y x} + \cancel{\Delta x \Delta y} \quad \text{無視} \\ &\doteq xy + \Delta x y + \Delta y x \end{aligned}$$

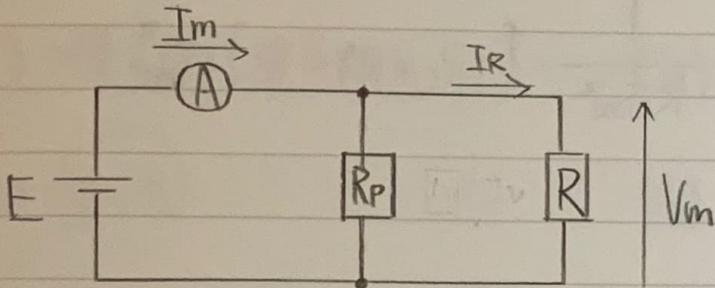
Z の相対誤差は

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$$

P268



(Ecc) III



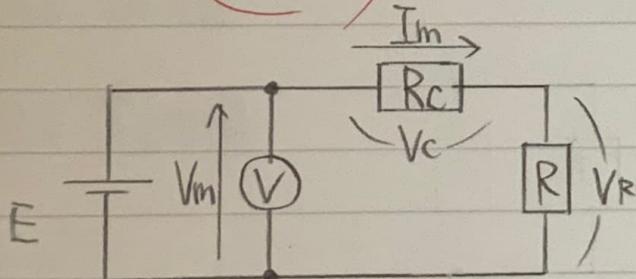
$$(1) P_m = V_m I_m = V_m (I_v + I_R)$$

$$= V_m \cdot \left(\frac{V_m}{R_p} + \frac{V_m}{R} \right) = V_m^2 \cdot \frac{R + R_p}{R R_p}$$

$$(2) P_t = \frac{V_m^2}{R}$$

$$\epsilon_a = \frac{P_m - P_t}{P_t} = \frac{R}{V_m^2} \cdot V_m^2 \left(\frac{1}{R_p} + \cancel{\frac{1}{R}} - \cancel{\frac{1}{R}} \right)$$

$$= \frac{R}{R_p}$$



$$(3) P_m = V_m I_m = (V_c + V_R) I_m$$

$$= (R_c I_m + R I_m) I_m = (R_c + R) I_m^2$$

$$(4) P_t = R I_m^2$$

II (つづき)

$$(4) \quad \varepsilon_b = \frac{P_m - P_t}{P_t} = \frac{1}{R I_m^2} \cdot \{(R_c + R) - R\} I_m^2$$

$$= \frac{R_c}{R}$$

$$(5) \quad R_p = 10k\Omega, \quad R_c = 2\Omega, \quad R = 100\Omega$$

$$\varepsilon_a = \frac{R}{R_p} = \frac{100}{10k} = 0.01$$

$$\varepsilon_b = \frac{R_c}{R} = \frac{2}{100} = 0.02$$

$$\varepsilon_a < \varepsilon_b$$

電気計器の種類

P275 [1]

(1) ~~吸引力~~ 消費電力 (2) ~~高電圧~~

(3) ~~実効~~ (4) 周波数

(5) 交直

静電形計器 $\frac{1}{\downarrow}$ は、直流と交流を同じ振れに取るため、
電圧の交直流比較器として使用できる。
周波数の影響が少ないので、高周波まで測定でき、外部磁界の
影響を受けないなどの特徴がある。

P276 [2]

(1) ~~熱線~~

(2) ~~熱電対~~

(3) ~~実効値~~

(4) ~~周波数~~

P276 [3]

(1) 大きい (高い)

(2) 絶縁

(3) ~~比較デュアルスローフ~~(4) ~~ペリス~~ 基準直流電圧

(5) パルス数

デュアルスローフ式(2重積分方式) AD変換

内部に安定性の高い基準直流電圧発生器があり、

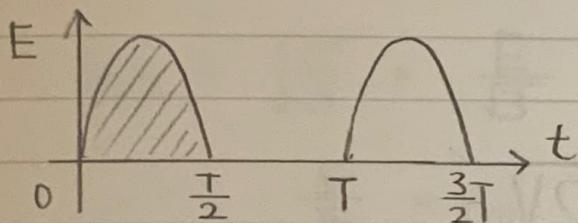
この発生器の信号と、測定したい入力電圧を、パルス数に
変換して計数し、その比をとることで、入力電圧の大きさを決める。

P277 [4]

(4.10) (4.11) (4.12)

[4.10] ~ [4.13] のそれぞれの平均値、実効値を求める。

$$[4.10] U_{0a}(t) = E \sin \omega t \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$



$$\begin{aligned} V_{10a} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi E \sin \theta \cdot d\theta = -\frac{E}{2\pi} [-\cos \theta]_0^\pi \\ &= \frac{E}{\pi} \end{aligned}$$

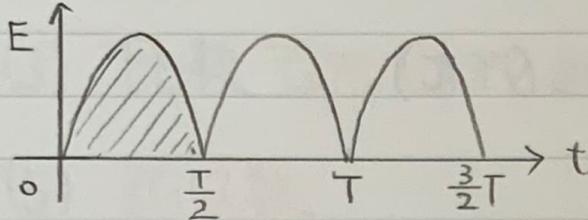
$$\begin{aligned} V_{10e}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi (E \sin \theta)^2 d\theta = \frac{E^2}{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta \cdot d\theta \\ &= \frac{E^2}{2\pi} \int_0^\pi \frac{1-\cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{E^2}{2\pi} \left[\frac{t}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right]_0^\pi \\ &= \frac{E^2}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{E^2}{4} \end{aligned}$$

$$V_{10e} = \sqrt{\frac{E^2}{4}} = \frac{E}{2}$$

$$(t=\pi/2) \quad (1) \frac{1}{\pi}$$

P277 [4] (つづき)

$$[4.11] \quad U_{11}(t) = E \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$



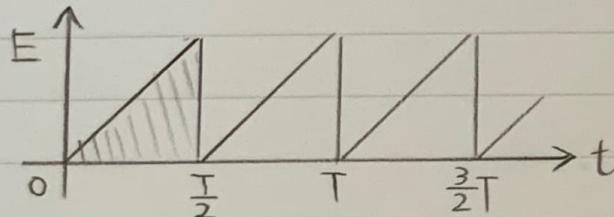
$$V_{11a} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi E \sin \theta \cdot d\theta = 2V_{10a} = \frac{2}{\pi}$$

$$V_{11e^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (E \sin \theta)^2 d\theta = 2V_{11d} = \frac{E^2}{2}$$

$$V_{11e} = \sqrt{\frac{E^2}{2}} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

Uつづき (2) $\frac{2}{\pi}$

$$[4.12] \quad U_{12}(t) = \frac{E}{\pi} \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$



$$V_{12a} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{E}{\pi} \theta \cdot d\theta = \frac{E}{\pi^2} \left[\frac{\theta^2}{2} \right]_0^\pi$$

$$= \frac{E}{\pi^2} \cdot \frac{\pi^2}{2} = \frac{E}{2}$$

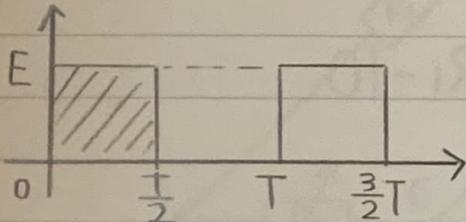
P277 [4] (つづき)

$$\begin{aligned} V_{12e}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{E}{\pi} \theta\right)^2 d\theta = \frac{E^2}{\pi^3} \int_0^\pi \theta^2 d\theta \\ &= \frac{E^2}{\pi^3} \left[\frac{\theta^3}{3} \right]_0^\pi = \frac{E^2}{\pi^3} \cdot \frac{\pi^3}{3} = \frac{E^2}{3} \end{aligned}$$

$$V_{12e} = \sqrt{\frac{E^2}{3}} = \frac{E}{\sqrt{3}}$$

よって (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

[4.3] $U_{13}(t) = E \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$



$$V_{13a} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi E d\theta = \frac{E}{2\pi} \cdot \pi = \frac{E}{2}$$

$$V_{13e}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi E^2 d\theta = \frac{E^2}{2\pi} \cdot \pi = \frac{E^2}{2}$$

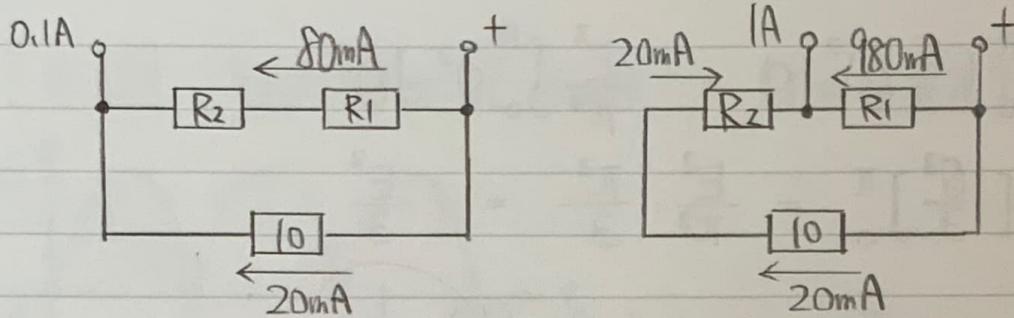
$$V_{13e} = \sqrt{\frac{E^2}{2}} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

(たがつ) (3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(5) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

電圧・電流の測定

P283



$$(1) (R_1 + R_2) \times 80\text{mA} = 10 \times 20\text{mA} \quad \therefore R_1 + R_2 = 2.5(\Omega)$$

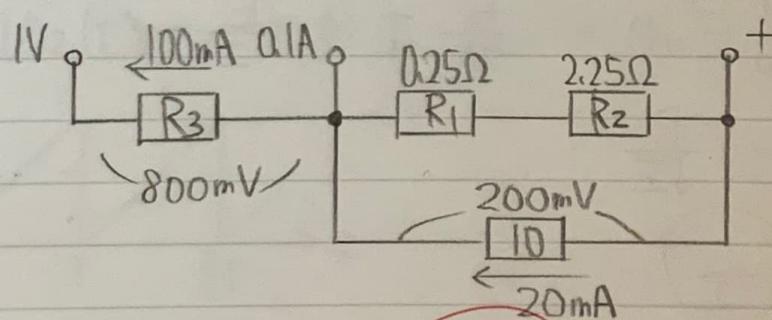
$$(2) R_1 \times 980\text{mA} = (R_2 + 10) \times 20\text{mA}$$

$$(3) 49R_1 = R_2 + 10 \quad R_2 = 49R_1 - 10$$

$$\therefore R_1 = \frac{10 + 2.5}{50} = 0.25(\Omega)$$

$$(4) R_2 = 49 \times 0.25 - 10 = 2.25(\Omega)$$

(5)

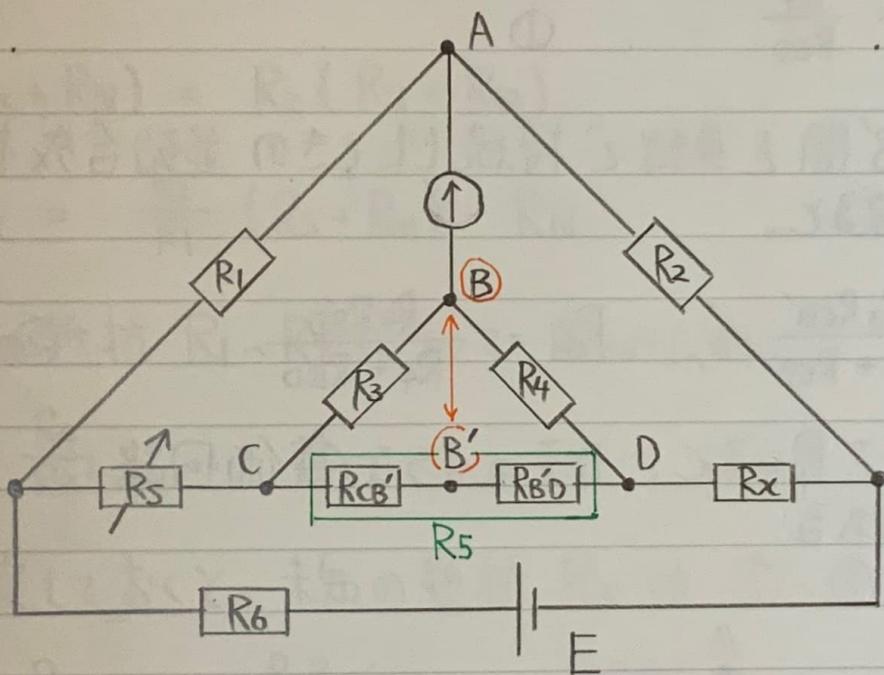


$$R_3 = \frac{100 - 200}{100} = 8(\Omega)$$

抵抗・インピーダンスの測定

P287 低抵抗の測定

数mΩ以下の低抵抗の測定には、導線線の影響や接触抵抗の影響を無くし、低抵抗まで測定範囲を広めた測定器として ケルビンダブルブリッジ がある。



(ケルビンダブルブリッジ)

$R_1 \sim R_6$ は既知の抵抗、 R_s は可変抵抗、 R_x は未知の抵抗である。このうち R_5 や R_6 はリード線などの抵抗値を想定している。

また、抵抗 R_5 には接点 B と同電位となるよう、接点 B' を設ける。(内側ブリッジの平衡状態)

P287 低抵抗の測定 (つづき)

内側ブリッジの平衡条件より

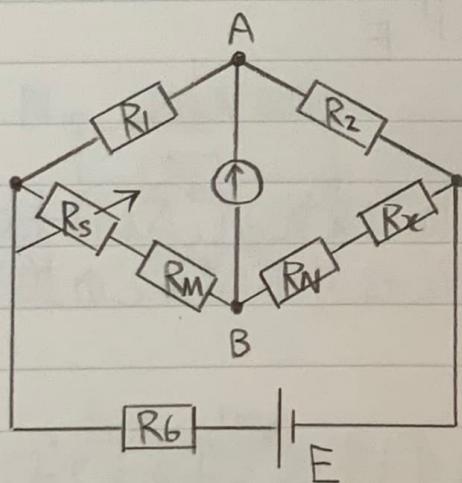
$$R_3 R_{BD}' = R_4 R_{CB}'$$

$$\therefore \frac{R_3}{R_{CB}'} = \frac{R_4}{R_{BD}'} \quad \text{--- ①}$$

すて、B-B'間を導線で接続したときの並列合成抵抗を R_M, R_N とすると、

$$R_M = \frac{R_3 R_{CB}'}{R_3 + R_{CB}'} , \quad R_N = \frac{R_4 R_{BD}'}{R_4 + R_{BD}'} \quad \text{--- ②}$$

この R_M, R_N を用いると、以下のような等価回路に置き換えられる。



(トリビンダブルブリッジの等価回路)

P287 低抵抗の測定

可変抵抗 R_s の値を調整して 檢流計に電流が流れない
状態をつくる。(外側ブリッジの平衡状態)

外側ブリッジの 平衡条件より

$$R_1(R_x + R_N) = R_2(R_s + R_m)$$

$$\therefore R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot (R_s + R_m) - R_N \quad \text{--- ③}$$

既知の抵抗 $R_1 \sim R_4$ (= つづき、あらかじめ

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \quad \text{--- ④}$$

と設定しておくと、未知の抵抗 R_x は ①~④ 式より

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \left(R_s + \frac{R_3 R_{CB'}}{R_3 + R_{CB'}} \right) - \frac{R_4 R_{BD}}{R_4 + R_{BD}} \quad (\because ② \text{式})$$

$$= \frac{R_2}{R_1} R_s + \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3 R_{CB'}}{R_3 + R_{CB'}} - \frac{R_4 R_{BD}}{R_4 + R_{BD}}$$

$$= \frac{R_2}{R_1} R_s + \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{R_3 \cdot R_{CB'}}{R_3 + R_{CB'}} - \frac{R_4 R_{BD}}{R_4 + R_{BD}} \quad (\because ④ \text{式})$$

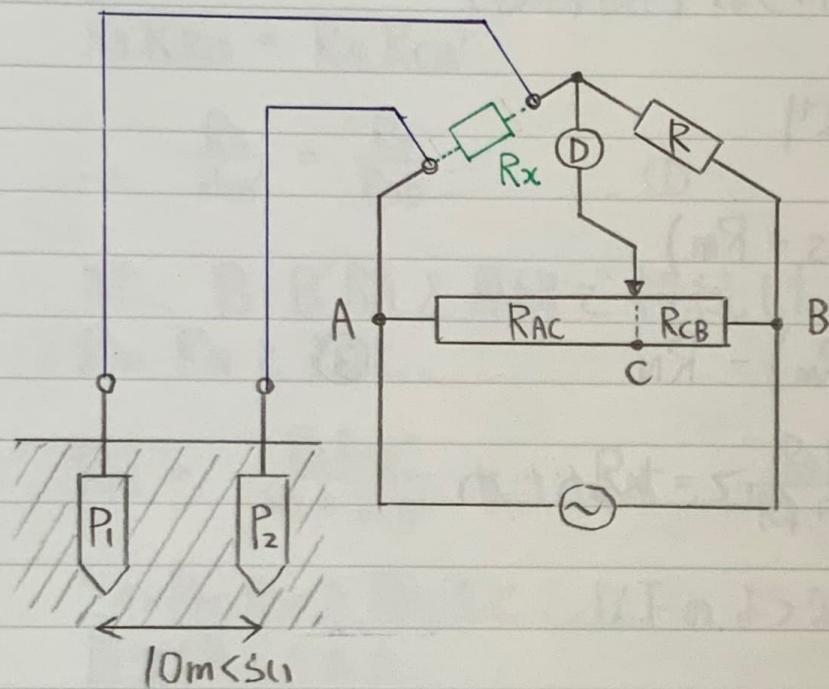
$$= \frac{R_2}{R_1} R_s + R_4 \left(\frac{1}{\frac{R_3}{R_{CB'}} + 1} - \frac{1}{\frac{R_4}{R_{BD}} + 1} \right)$$

$$= \underline{\frac{R_2}{R_1} R_s} \quad (\because ① \text{式})$$

以上より R_5, R_6 を含まず、 R_x を測定することができる。

P289 接地抵抗測定

コーネラウシユーグリッジ回路

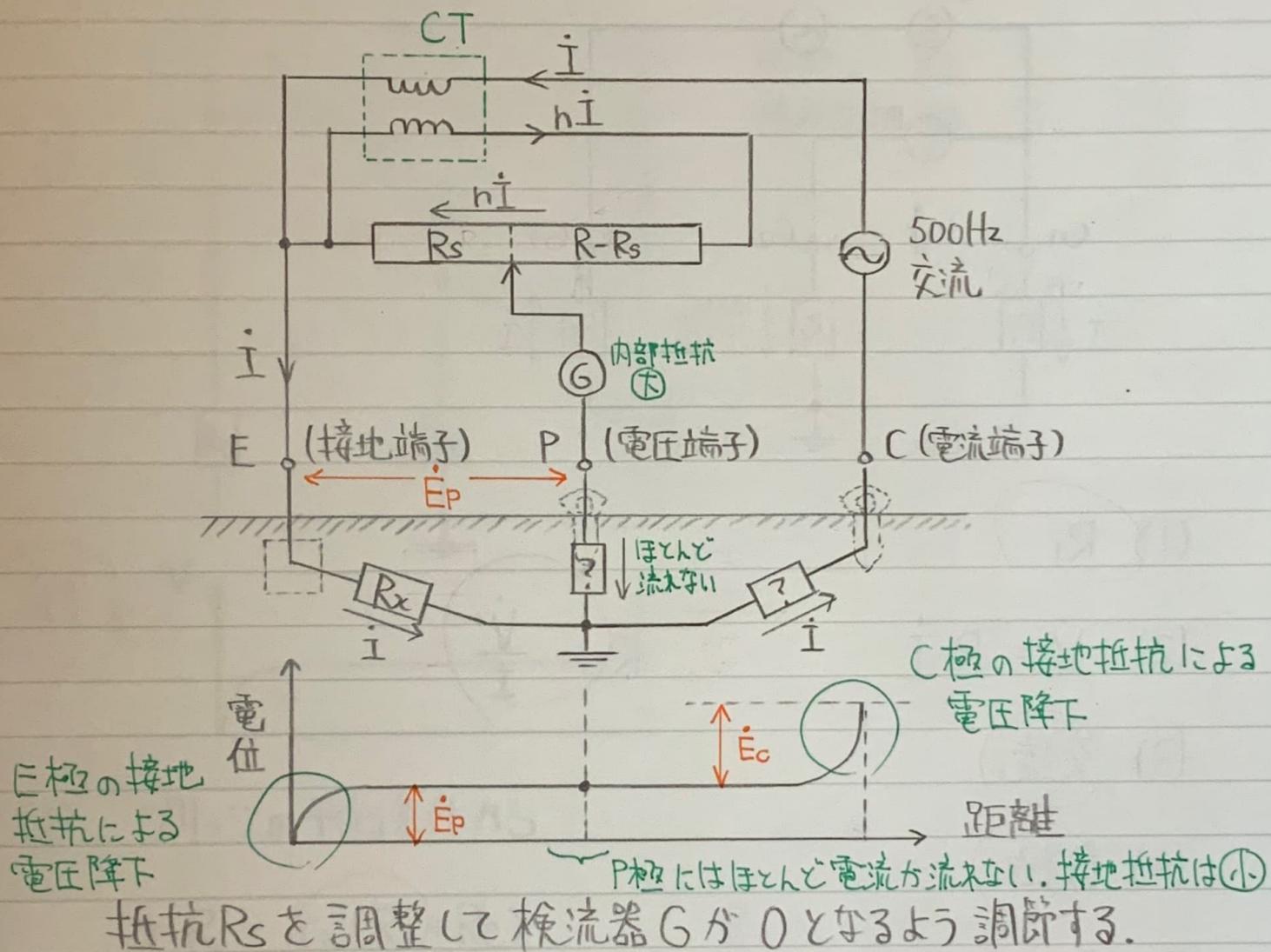


④：交流用検出器
(イヤホンや電圧計など)

接地用金属と大地間の抵抗を接地抵抗という。
直流を流すと分極作用を生じることから、測定電源には
主に交流電源を用いる。

$$R_x = \frac{R_{AC}}{R_{CB}} \cdot R$$

P290 接地抵抗計



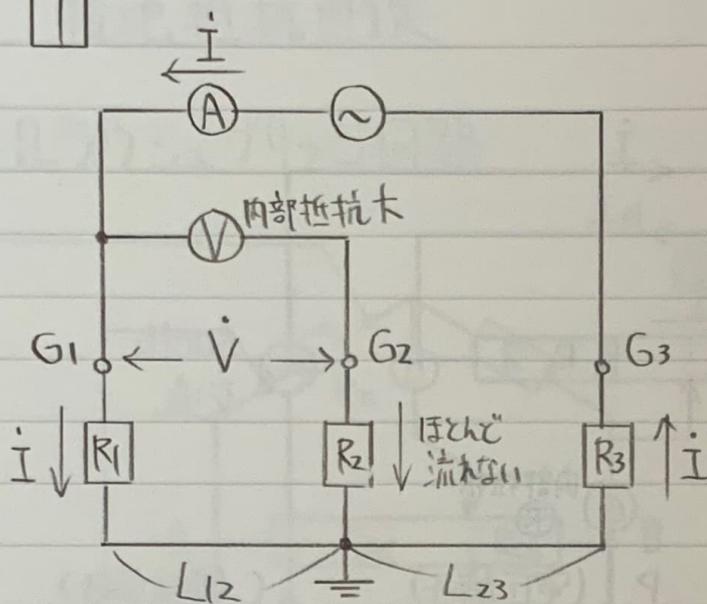
$$\dot{E}_P = R_s \times nI$$

接地抵抗値 R_x は

$$R_x = \frac{\dot{E}_P}{\dot{I}} = nR_s$$

P290

II

(1) R_1

$$(2) V = R_1 I$$

$$\therefore R_1 = \frac{V}{I}$$

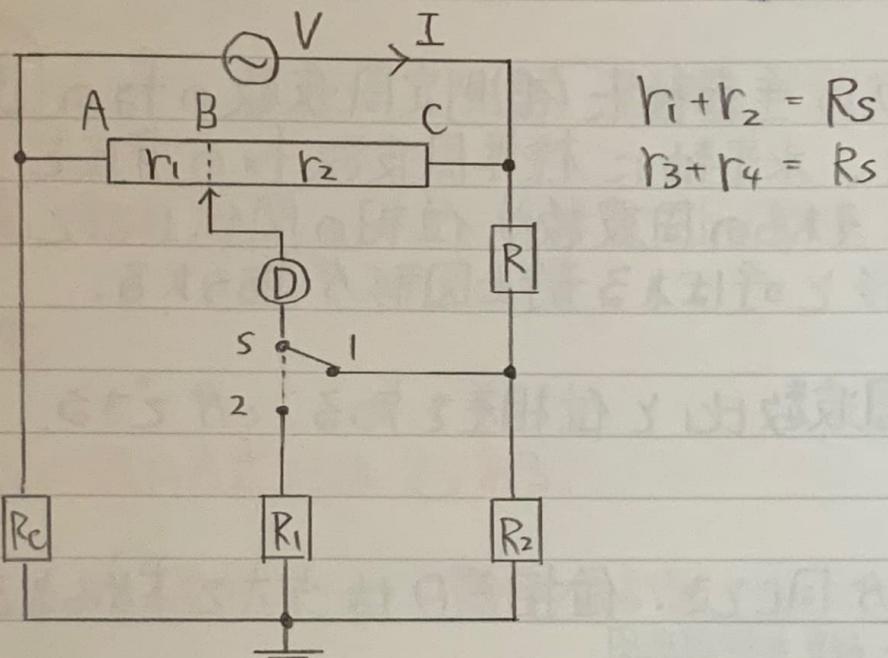
(3) 交流

(4) 分極

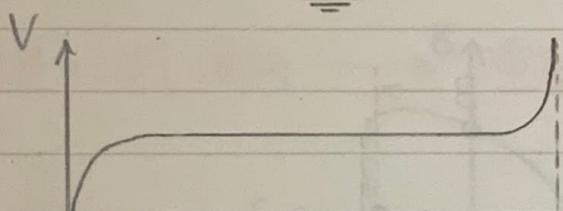
(5) 電位差

土壤は腐食有機物などのため、直流電流を流すと分極作用によて電気分解し、電流が流れにくくなり大きな誤差を生じる。

P291 [2]



(1)



(2) ブリッジの平衡条件から

$$r_1 R = r_2 (R_s + R_e)$$

$$R_s = \frac{r_1}{r_2} R - R_e$$

$$(3) r_4 R_e = r_3 (R_s + R) \quad r_4 R_e = r_3 \left(\frac{r_1}{r_2} R - R_e + R \right)$$

$$R_e (r_2 r_4 + r_2 r_3) = R (r_1 r_3 + r_2 r_3)$$

~~$$R_e \cdot r_2 \cdot R_s = R r_3 R_s$$~~

$$(5) R_e = \frac{r_3}{r_2} R$$

(4) R

周波数の測定とオシロスコープ

P296 リサージュ图形

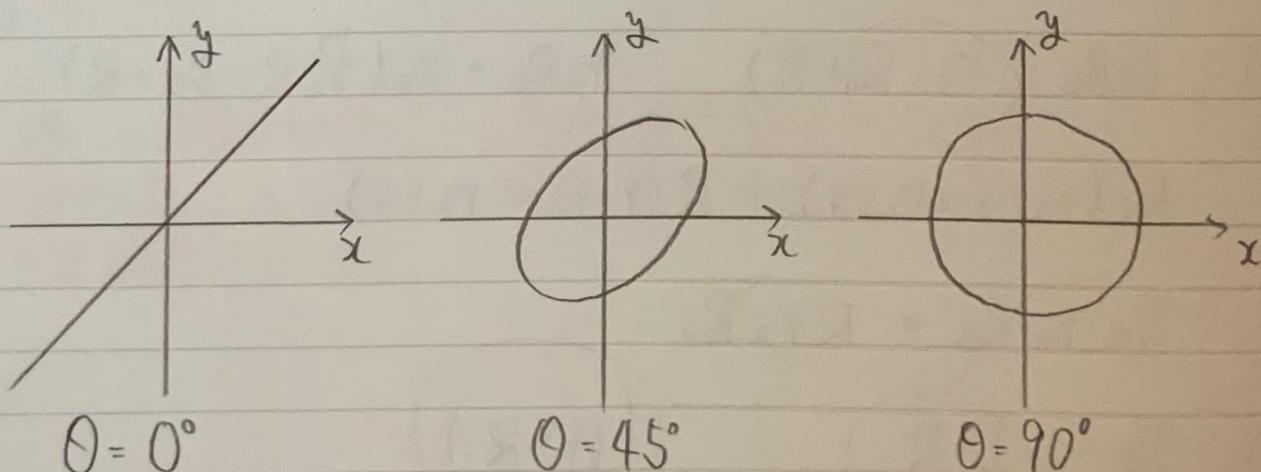
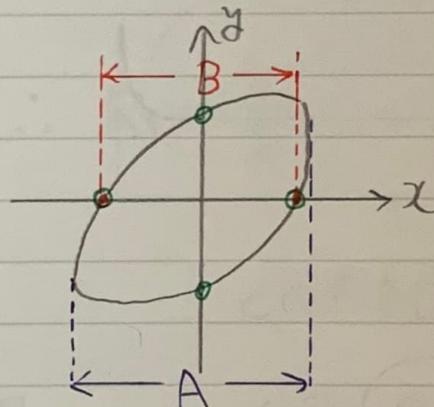
オシロスコープの垂直軸に被測定周波数の f_1 の電圧を加え、水平軸に標準周波数 f_2 の電圧を加えたとき、それらの周波数と位相の関係によってリサージュ图形と呼ばれる静止图形が描かれる。

图形から周波数比と位相差を知ることができる。

周波数比が同じとき、位相差θは次式で求められる。

$$\theta = \sin^{-1} \frac{B}{A}$$

~~点の数~~
~~x軸2コ:y軸2コ=1:1~~
~~→周波数比1:1~~



P297 [1]

(1) 宝光

(2) ~~紫外線~~ 電子ビーム

(3) 静電 (電磁)

(4) 電磁 (静電)

(5) 静電

電子ビームの偏航方式には 2 つある。

① 電界により 偏航 → 静電偏航形
 周波数特性 良好 → オシロスコープ用

② 磁界により 偏航 → 電磁偏航形

P298 [2]

(1) 垂直信号増幅器

(2) ~~軸~~ 偏航板

(3) のこぎり波電圧

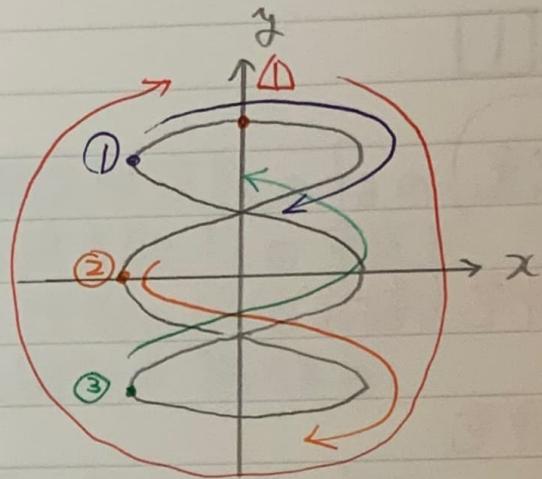
(4) 大きい (高い)(5) ~~静止波形~~ 立ち上がり付近

P299 [3]

$$\textcircled{(1)} \quad \frac{f_x}{f_s} = \frac{4}{2} = \cancel{2} \quad 3$$

$$\textcircled{(2)} \quad \frac{f_x}{f_s} = 1$$

$$\text{位相差 } \phi = 0^\circ$$



$$\textcircled{(3)} \quad \frac{f_x}{f_s} = \frac{2}{2} = 1 \quad (1) \text{ } x\text{-軸に3回, } y\text{-軸に1回振れた.}$$

$$\text{位相差 } \phi = \sin^{-1} 1 = 90^\circ$$

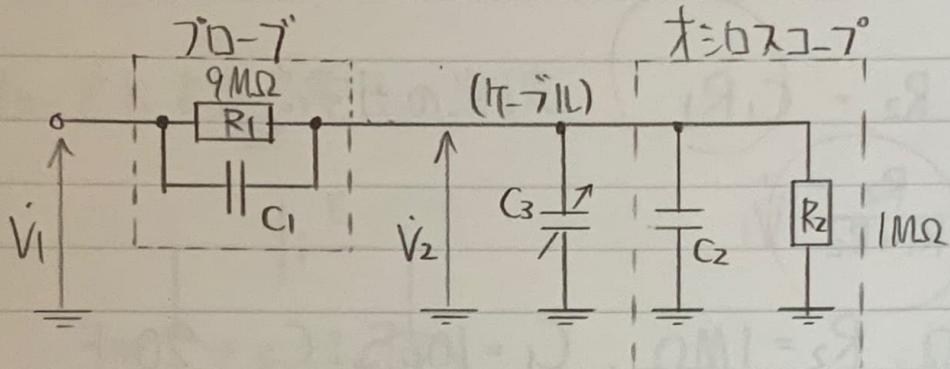
$$\textcircled{(4)} \quad \frac{f_x}{f_s} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{位相差 } \phi = 45^\circ$$

$$\textcircled{(5)} \quad \frac{f_x}{f_s} = \frac{3}{1} = \cancel{3} \quad 2$$

周波数比は、水平方向に何回振れたか、垂直方向に何回振れたかにより、その比で決まる。

P300 [4]



$$(1) \quad V_1 \xrightarrow{R_1} V_2 / V_1 = 1/10$$

$$\dot{V}_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \dot{V}_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} 10 \dot{V}_2$$

$$\therefore R_1 = 9 R_2 = 9 \text{ (MΩ)}$$

$$(2) \quad Z_1 = \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right)^{-1} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$\dot{Z}_2 = \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C_2 + j\omega C_3 \right)^{-1} = \frac{R_2}{1 + j\omega (C_2 + C_3) R_2}$$

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dot{V}_1$$

$$= \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega (C_2 + C_3) R_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega (C_2 + C_3) R_2}} \dot{V}_1$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1 \cdot \frac{1 + j\omega (C_2 + C_3) R_2}{1 + j\omega C_1 R_1}} \dot{V}_1$$

P300 [4] (→つき)

$$(3) (C_2 + C_3) R_2 = C_1 R_1$$

$$(4) V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$$

$$(5) R_1 = 9 M\Omega, R_2 = 1 M\Omega, C_1 = 10 \text{ pF}, C_2 = 20 \text{ pF}$$

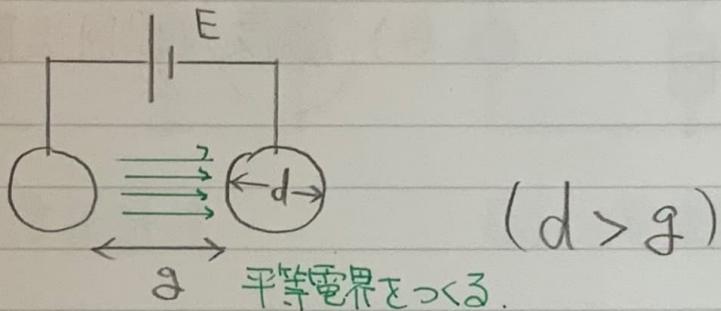
$$C_3 = C_1 \frac{R_1}{R_2} - C_2$$

$$= 10 \times \frac{9}{1} - 20 = 70 \text{ (pF)}$$

高電圧の測定

P304 衝撃電圧の測定

球ギャップによる高電圧の測定



球ギャップの放電電圧は 波高値 で示され、そのときの電圧 E は次の条件を求まる

- ① 球の直径 d
③ 気圧

- ② ギャップ長 g
④ 温度

③④ 相対空気密度

P304 □

(1) ギャップ長

(2) 相対空気密度

(3) 放電 (フラッシュオーバー)

(4) ~~瞬時~~ 波高値 (最大値)

(5) 衝撃 (サージ)

P305 [2]

(1) 放電 (火花放電)

(3) 標準

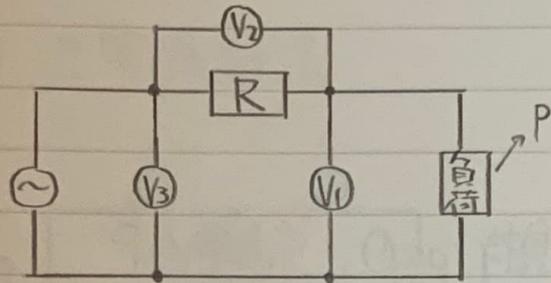
(5) 空氣密度

(2) キャップ長

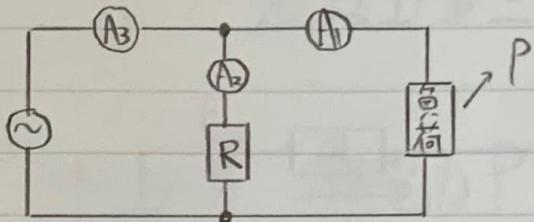
(4) 温度 (周囲温度)

電力の測定

P306 単相交流電力の測定



(a) 三電圧計法

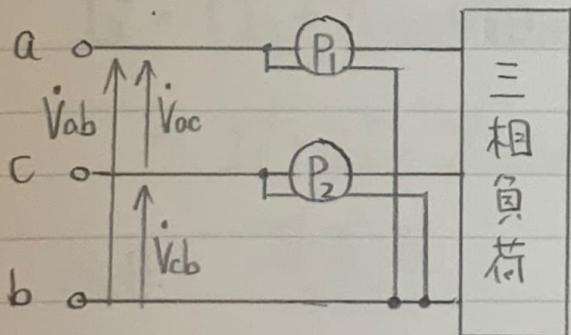


(b) 三電流計法

$$(a) P = \frac{1}{2R} (V_3^2 - V_2^2 - V_1^2)$$

$$(b) P = \frac{R}{2} (I_3^2 - I_2^2 - I_1^2)$$

P307 三相交流電力の測定



$$P_1 = V_{ab} I_a \cos(30^\circ + \phi)$$

$$P_2 = V_{cb} I_c \cos(30^\circ - \phi)$$

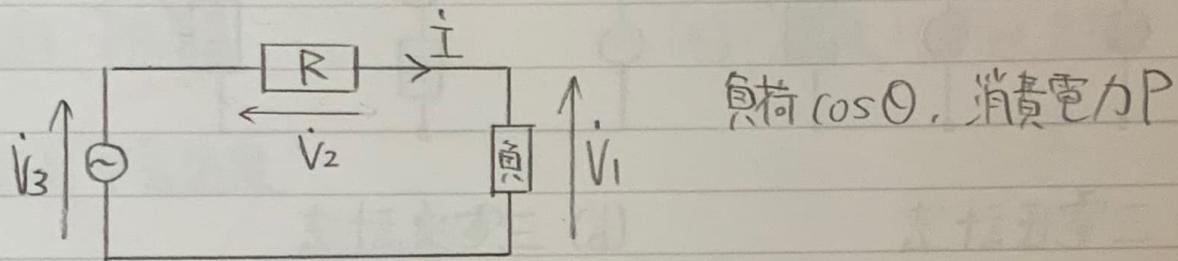
$$V = V_{ab} = V_{bc} = V_{ca}$$
 のとき

$$P = P_1 + P_2 \quad (= \sqrt{3} VI \cos \phi)$$

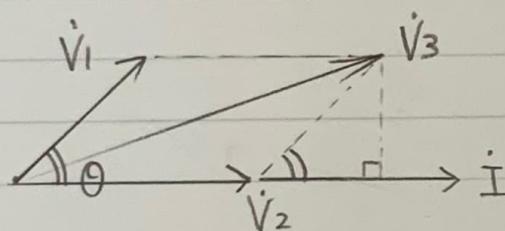
$$Q = \sqrt{3} (P_2 - P_1) \quad (= \sqrt{3} VI \sin \phi)$$

P309

(1) 三電圧計法



$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad \dot{I} = \frac{\dot{V}_2}{R}$$



$$\dot{V}_3^2 = (\dot{V}_2 + \dot{V}_1 \cos\theta)^2 + (\dot{V}_1 \sin\theta)^2$$

$$= \dot{V}_1^2 + \dot{V}_2^2 + 2\dot{V}_1\dot{V}_2 \cos\theta$$

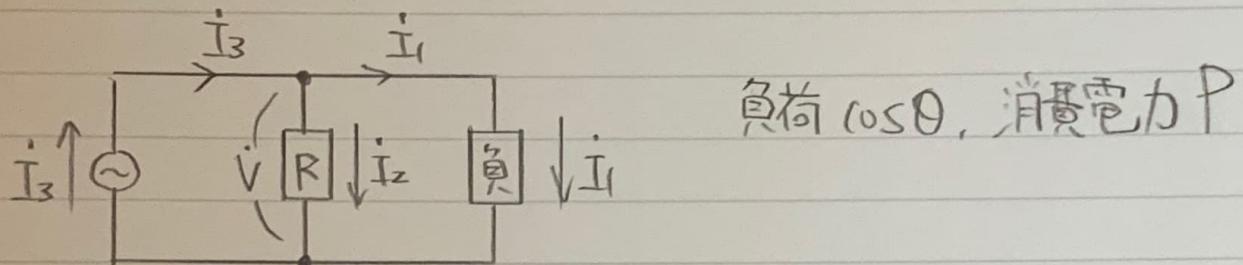
$$\cos\theta = \frac{\dot{V}_3^2 - \dot{V}_1^2 - \dot{V}_2^2}{2\dot{V}_1\dot{V}_2}$$

$$P = \dot{V}_1 \dot{I} \cos\theta = \frac{\dot{V}_1 \dot{V}_2}{R}, \frac{\dot{V}_3^2 - \dot{V}_1^2 - \dot{V}_2^2}{2\dot{V}_1\dot{V}_2}$$

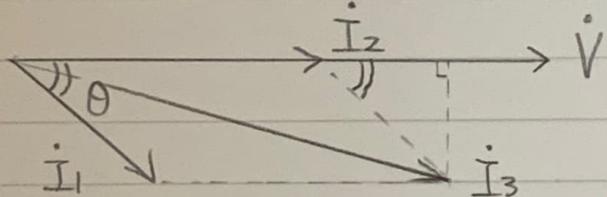
$$= \frac{1}{2R} (\cancel{\dot{V}_3^2 - \dot{V}_1^2 - \dot{V}_2^2})$$

P309 (つづき)

(2) 三電流計法



$$V = RI_2 \quad I_3 = I_1 + I_2$$



$$I_3^2 = (I_2 + I_1 \cos\theta)^2 + (I_1 \sin\theta)^2$$

$$= I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{I_3^2 - I_1^2 - I_2^2}{2I_1 I_2}$$

$$P = VI_1 \cos\theta = RI_2 I_1 \cdot \frac{I_3^2 - I_1^2 - I_2^2}{2I_1 I_2}$$

$$= \frac{R}{2} (I_3^2 - I_1^2 - I_2^2)$$

電力の測定 (つぎ)

P310 [2]

(1) 制動用磁石

(2) 負荷電力

(3) ハーフ (駆動トルク)

(4) アルミニウム

(5) ~~回転~~ 潜動

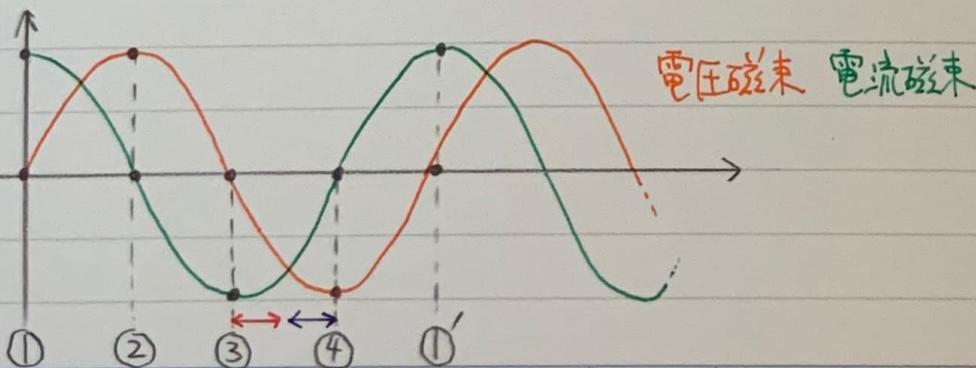
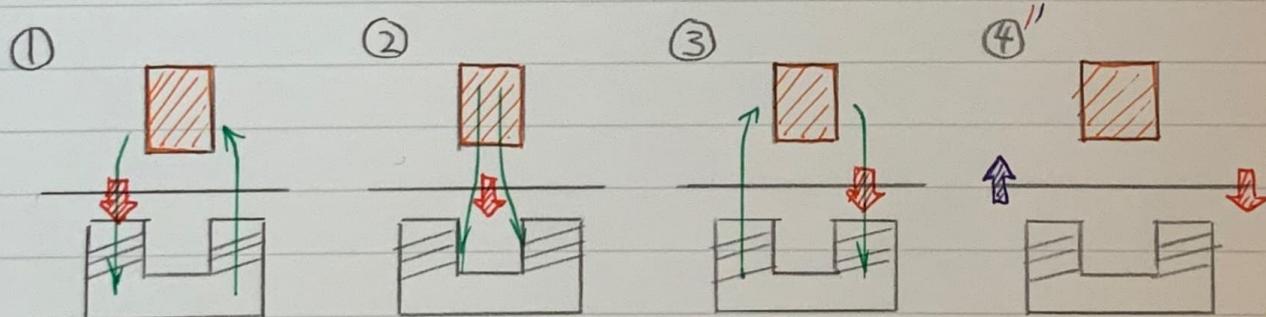
P311 [3]

(1) 比例

(2) 鉄心 イダクタンス

(3) 交番磁界 移動磁界 (磁束) (4) 駆動トルク 漏電流

(5) 制動用磁石



電気応用計測

P313 1

(1) LCR X-タ

(2) ホイストンブリッジ

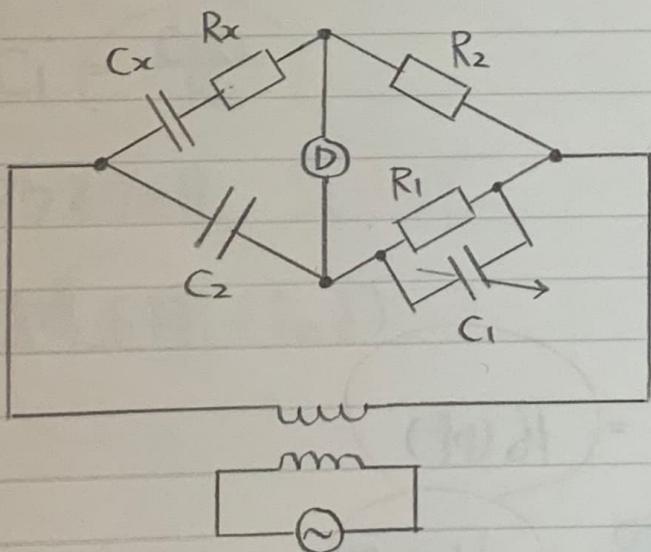
(3) コーレラウシブリッジ

(4) ホール効果素子

(5) シューリングブリッジ

(3) 電界液や接地板の抵抗測定にはコーレラウシブリッジを用いる。

(5) 誘電正接 ($\tan\delta$) や静電容量の精密な測定には、下図のようなシューリングブリッジを用いる。

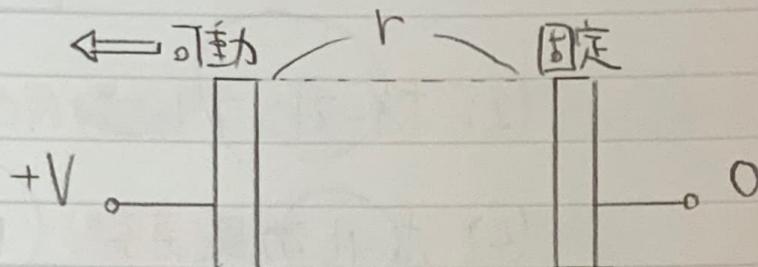


$$\text{ブリッジの平衡条件から } C_x = \frac{R_1}{R_2} C_2, \quad R_x = \frac{C_1}{C_2} R_2$$

$$\tan\delta = \frac{R_x}{\frac{1}{\omega C_x}} = \omega C_x R_x = \omega R_1 C_1 \text{ と求められる。}$$

4章 練習問題

□



$$(1) C = \epsilon_0 \frac{S}{r}, W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2r} \cdot V^2$$

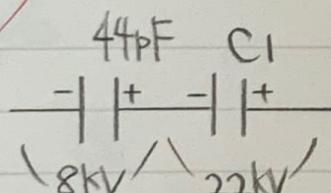
可動コイルが dr だけ 正の方向に移動するとき

$$F = \frac{dW}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{\epsilon_0 S V^2}{2} \cdot \frac{1}{r} \right) = -\frac{\epsilon_0 S V^2}{2r^2}$$

(2) 2

(3) 交直両用

(4)



$$C_1 = 44(\text{pF}) \times \frac{8}{22} = 16(\text{pF})$$

$$(5) C_2 = \frac{44 \cdot 16}{44 + 16} \times \frac{30}{32} = 11(\text{pF})$$

[2]

$$(1) \frac{R_2}{j\omega C_2} = (R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}) \times \left(\frac{1}{R_3} + j\omega C_3 \right)^{-1}$$

$$= (R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}) \times \frac{R_3}{1 + j\omega C_3 R_3}$$

$$(2) \frac{R_2}{j\omega C_2} \left(\frac{1}{R_3} + j\omega C_3 \right) = (R_1 + \frac{1}{j\omega C_1})$$

$$\frac{R_2}{j\omega C_2 R_3} + \frac{R_2 C_3}{C_2} = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$$

LT: が、2

$$R_1 = \frac{R_2 C_3}{C_2}$$

$$(3) C_1 = \frac{C_2 R_3}{R_2}$$

(4) マクスウェル ジューリング

(5) 誘導正接 (tanδ)

[3]

$$(1) V = \left(1 + \frac{R_0}{R_2}\right) I R_1 + R_0 I$$

$$\begin{aligned} (2) &= I \times \left\{ R_0 + R_1 \left(1 + \frac{R_0}{R_2}\right) \right\} \\ &= I \times \left(R_1 + \frac{R_0 R_1}{R_2} + R_0 \right) \end{aligned}$$

(3) 基準温度より七だけ 温度上昇したとき、各抵抗値は

$$R'_0 = R_0 (1 + \alpha_0 t)$$

$$R'_1 = R_1$$

$$R'_2 = R_2 (1 + \alpha_2 t)$$

$$\text{合成抵抗 } R' = R'_1 + \frac{R'_0 R'_2}{R'_0 + R'_2}$$

$$I' = \frac{V}{R'} \times \frac{R'_2}{R'_0 + R'_2} = \frac{R'_2}{R'_1 (R'_0 + R'_2) + R'_0 R'_2} \cdot V$$

$$V = \left\{ R'_0 + \frac{R'_1}{R'_2} (R'_0 + R'_2) \right\} I'$$

$$= \left\{ R_0 (1 + \alpha_0 t) + R_1 + R_1 \frac{R_0 (1 + \alpha_0 t)}{R_2 (1 + \alpha_2 t)} \right\} I'$$

$$(4) I = I'$$

~~$$(5) R_0 + R_1 + R_1 \frac{R_0}{R_2} = R_0 (1 + \alpha_0 t) + R_1 + R_1 \frac{R_0 (1 + \alpha_0 t)}{R_2 (1 + \alpha_2 t)}$$~~

$$R_0 \cdot \alpha_0 t + R_1 \left\{ \frac{R_0}{R_2} \left(\frac{1 + \alpha_0 t}{1 + \alpha_2 t} - 1 \right) \right\} = 0$$

[3] (つづき)

$$(5) R_0 \alpha_0 t + R_1 \left\{ \frac{R_0}{R_2} \cdot \frac{t(\alpha_0 - \alpha_2)}{1 + \alpha_2 t} \right\} = 0$$

$$\cancel{R_0 \alpha_0 t} = \frac{R_0 R_1}{R_2} \frac{\alpha_2 - \alpha_0}{1 + \alpha_2 t} t$$

$$\cancel{R_1} = R_2 \times (\alpha_0 \times \frac{1 + \alpha_2 t}{\alpha_2 - \alpha_0})$$

[4]

(1) ~~86.6~~ 50

(2) ~~30~~ 60

(3) 負

(4) 電圧

(5) 和 差

$$(1) P_1 + P_2 = VI \cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta\right) + VI \cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)$$

$|\theta|$ が $\frac{\pi}{3}$ を超えると、 $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)$ のいずれか
が負の値となる。

5

$$(1) R_3 \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right)^{-1} = R_4 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)$$

$$R_3 \cdot \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} = R_4 \frac{1 + j\omega C_2 R_2}{j\omega C_2}$$

$$(2) \frac{R_3}{R_4} = \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right)$$

$$= \frac{R_2}{R_1} + j\omega C_1 R_2 + \frac{1}{j\omega C_2 R_1} + \frac{C_1}{C_2}$$

$$f = f_0, 2$$

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$$

$$\omega C_1 R_2 = \frac{1}{\omega C_2 R_1}$$

$$\therefore C_1 = \left(\frac{R_3}{R_4} - \frac{R_2}{R_1} \right) C_2$$

$$(3) \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2 = 1$$

$$(4) \omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$(5) \omega_1 - \omega$$

No.

Date