

医用工学概論

第4回 電気回路の基礎

前回の内容

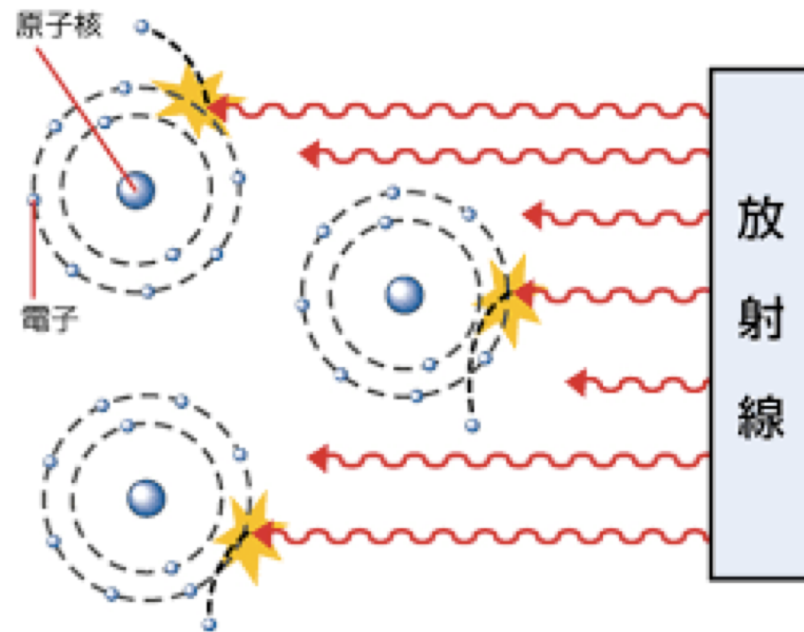
生体に作用するエネルギー

- 電気
- 機械的エネルギー
- 音波
- 熱
- 光
- 磁気、電磁波
- 放射線

放射線に対する生体の性質

放射線（**電離放射線**）の生体作用：**電離作用**

侵入した放射線が生体を構成する原子、分子を電離させる。



放射線の種類

粒子、電磁波による分類

- ・ **電磁波放射線**： X線、 γ 線などの波長が極めて短い（エネルギー作用の強い）電磁波。
- ・ **粒子放射線**： 電子線、陽子線、中性子線などの粒子。

電荷の有無による分類

- ・ 直接電離放射線： α 線、 β 線のような電荷を持つ粒子線。
- ・ 間接電離放射線： X線、 γ 線などの電磁波や電荷を持たない中性子線。

放射線は、粒子（光子）であるがエネルギーは非常に**大きい**。
細胞分裂が盛んな組織ほど、**放射線感受性**が高い。

臓器・組織の放射線感受性

分裂が盛ん

感受性が高い

造血系：骨髓、リンパ組織（脾臓、胸腺、リンパ節）

生殖器系：精巣、卵巣

消化器系：粘膜、小腸絨毛

表皮、眼：毛嚢、汗腺、皮膚、水晶体

その他：肺、腎臓、肝臓、甲状腺

支持系：血管、筋肉、骨

伝達系：神経

分裂しない

感受性が低い

環境省

<https://www.env.go.jp/chemi/rhm/h29kisoshiryo/h29kiso-03-02-07.html> 2018.10.23参照

放射線を表す単位

- 吸収線量

物質 1 kgあたりに吸収した放射線のエネルギー量

$$1[\text{Gy}](\text{グレイ}) = 1[\text{J/kg}]$$

- 等価線量

吸収線量Dに、放射線の種類による影響の違いを考慮した係数Q(放射線加重係数)をかけた量。

$$D \times Q = H[\text{Sv}](\text{シーベルト})$$

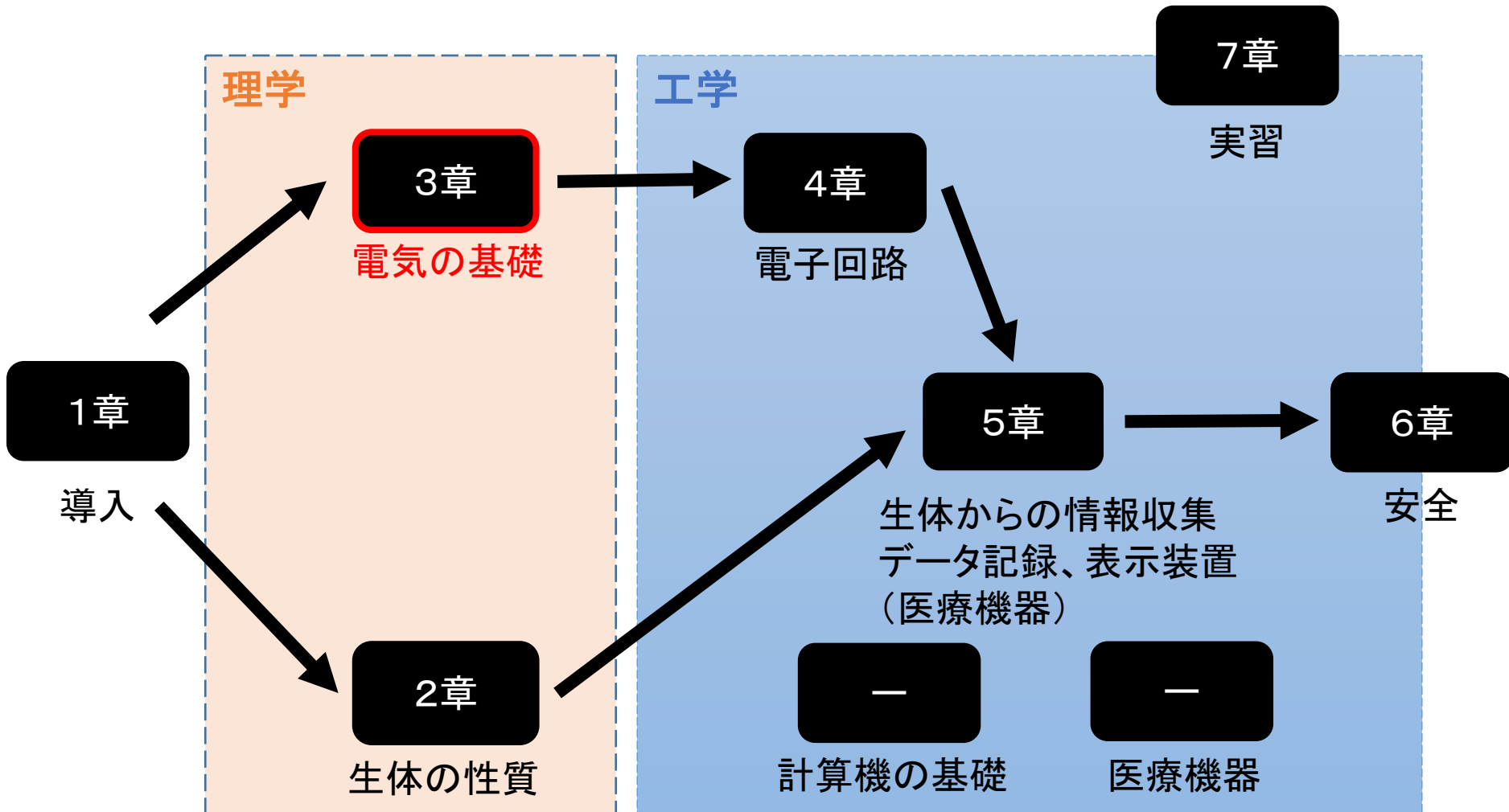
(Q = X線: 1, γ線: 約0.6, β線: 1, 中性子線: 2~10...)

- 実効線量

等価線量Hに、吸収した組織による影響の受け方の違いを考慮した係数(組織加重係数)をかけた量。

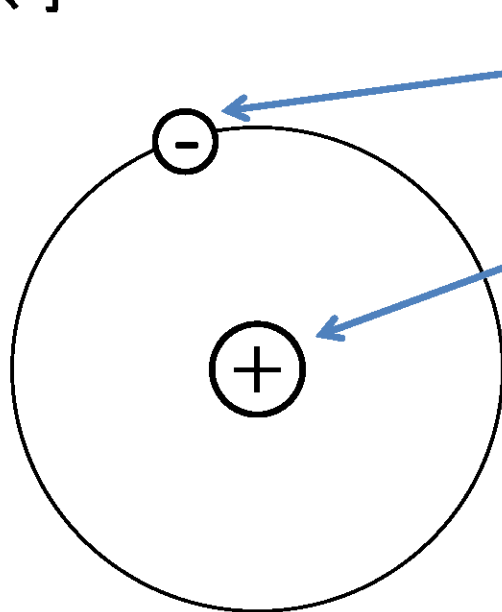
$$D \times Q \times \text{組織加重係数} = E[\text{Sv}](\text{シーベルト})$$

医用工学概論の章立て



電荷 Q

原子



電子

負の電荷を持つ

原子核

正の電荷を持つ

単位は, C(クーロン)

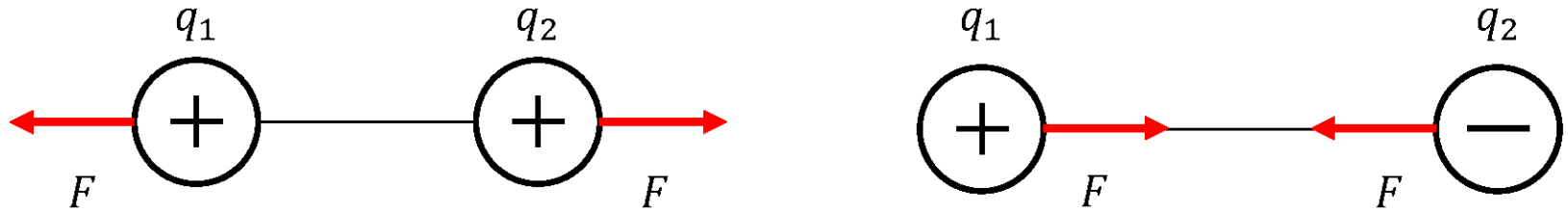
導体中を流れる電流の向きと

導体中を移動する電子の向きは 逆

通常, 原子は正負の電荷が打ち消しあって, 電荷を 持たない が,
イオン化 することで, 電子過多(欠乏)となり, 電荷を 持つ ようになる.

静電気力

同符号の電荷は **反発** し, 異符号の電荷は **引き合う** .



静電気力に関するクーロンの法則

2電荷間の静電気力 F は,

電荷 $q_1(q_2)$ に比例し, 距離 r の2乗に反比例する.

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

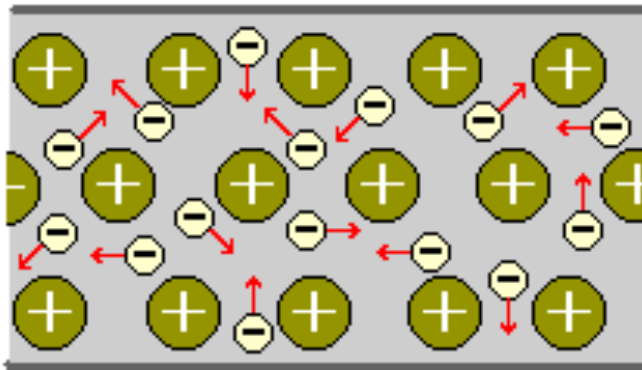
電流

電流 = 電荷の流れ(電荷量の時間変化)

$$I = \frac{dQ}{dt} [\text{A}] \quad (\text{アンペア})$$

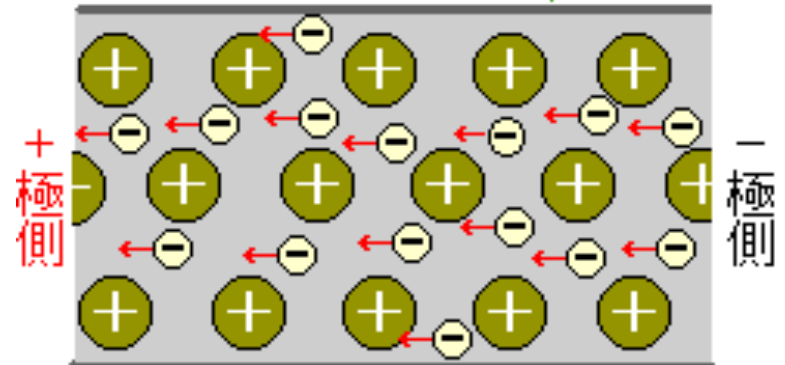
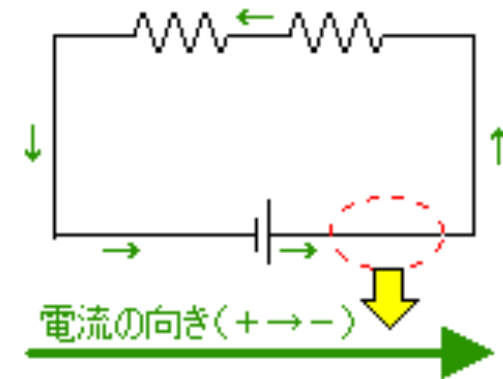
電子: マイナス極からプラス極へ

電流: プラス極からマイナス極へ



⊖ 自由電子

原子から飛び出して自由に動き回る電子



電子の流れの向き(→+)

電圧と抵抗

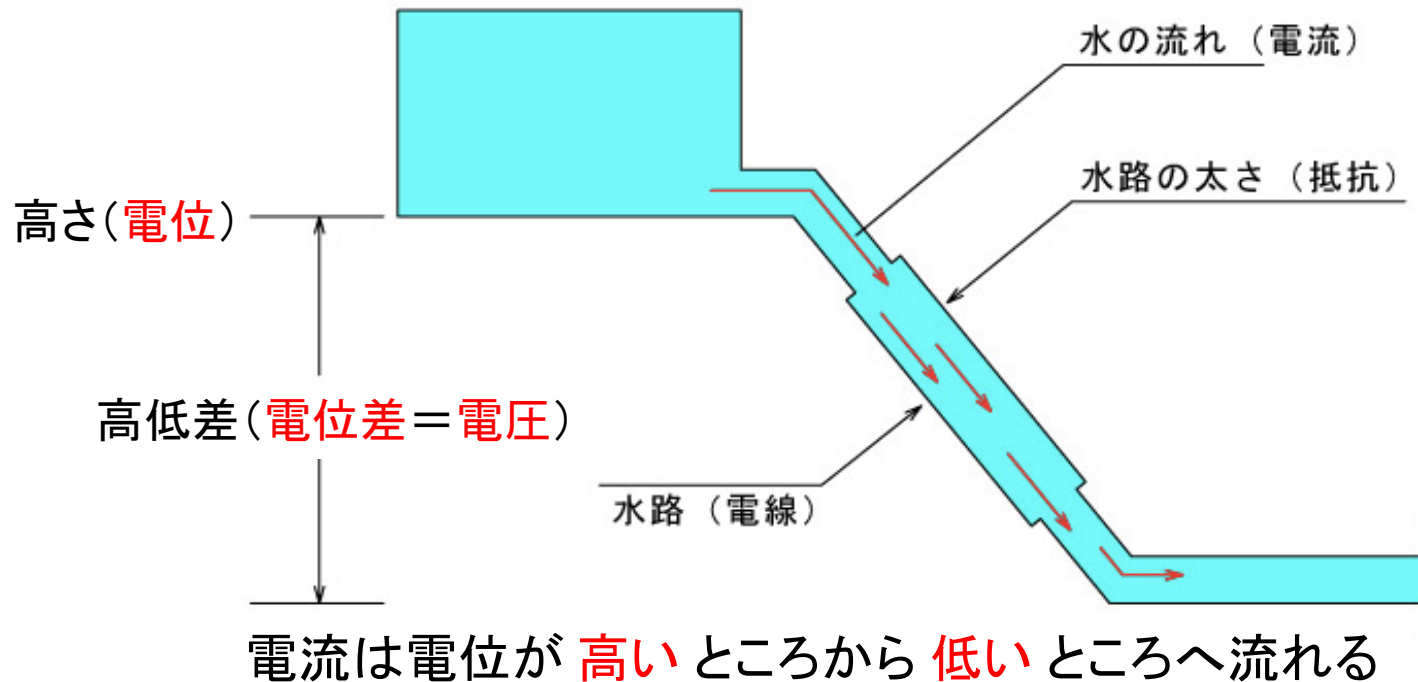
電圧 = 電流を流そうとする力

・・・単位[V] (**ボルト**)

抵抗 = 電流の流れにくさ

・・・単位[Ω] (**オーム**)

水の流れに例えた例



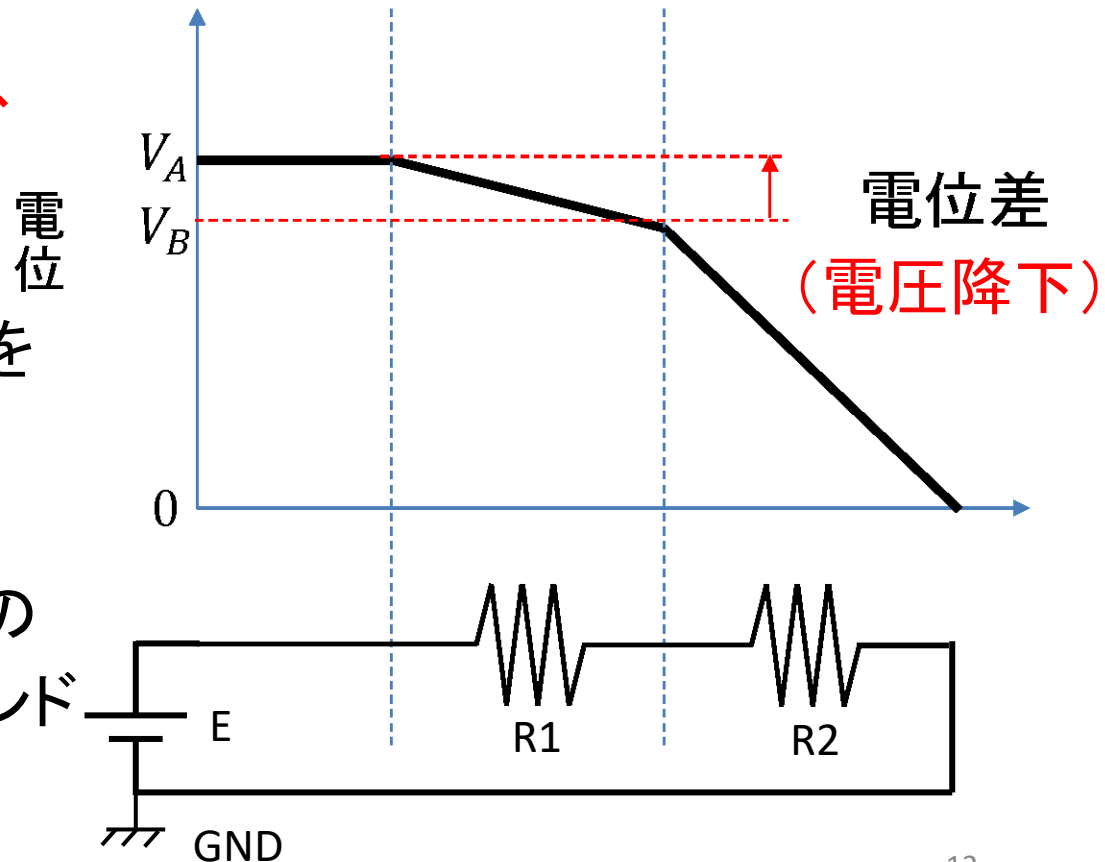
電位の変化

電位：基準電位に対する電氣的な高さ

基準電位：接地、アース
または グランド(GND)

抵抗による電位の変化を
電圧降下ともいう

電池を使った直流回路の
場合 マイナス極 をグランド
として考える。

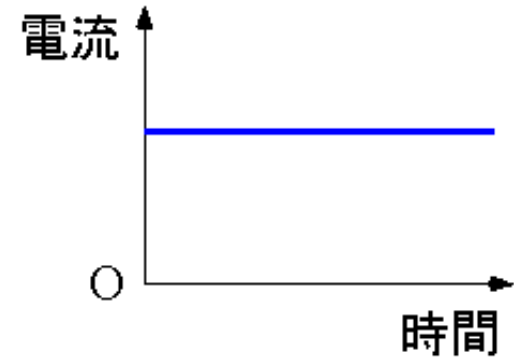


直流と交流

直流 (direct current: DC)

流れる電流は時間が経過しても大きさも向きも変わらない

- 化学反応で電気が得られる
- ほとんどの電気製品は直流で動いている

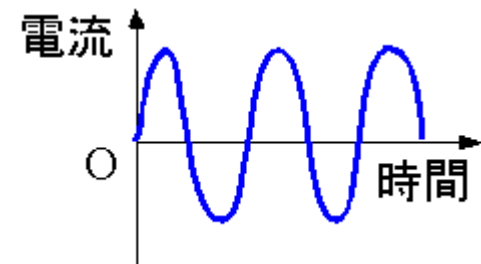


交流 (alternating current: AC)

交互の

流れる電流は時間とともに大きさと向きが変わる

- トランスという非常に原始的な道具によって自由に電圧が変えられる
- 送電効率がよい



オームの法則

導体に流れる **電流** I は両端に加わる **電圧** E に比例する。

$$I = GE \quad (G = \text{比例定数})$$

比例定数 G を **コンダクタンス** という(単位 **[S]ジーメンズ**)。

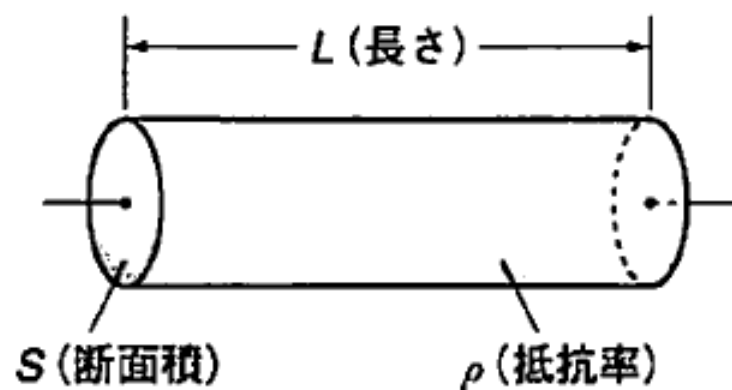
G の逆数を取るとオームの法則が得られる。

$$I = \frac{E}{R}$$

コンダクタンスの逆数 R を **電気抵抗** という(単位 **[Ω]オーム**)。

電気抵抗 R

$$V = RI$$



$$R = \rho \frac{L}{S} [\Omega]$$

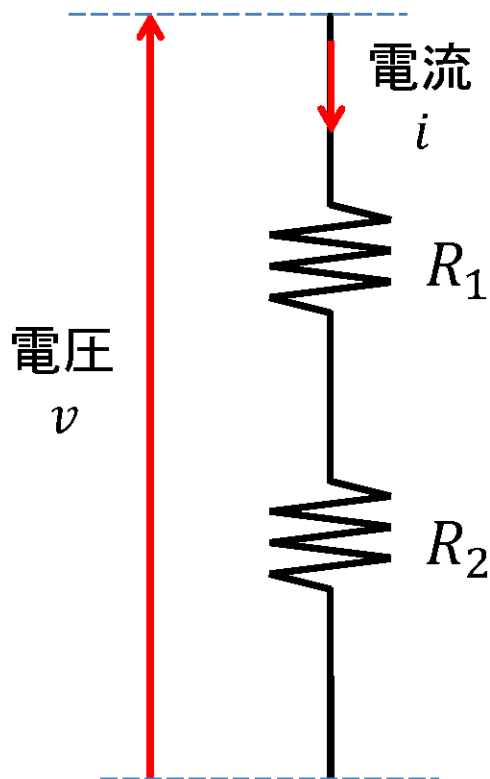
物質	抵抗率(ρ)	温度係数(α)
銀	1.62×10^{-8}	$+4.0 \times 10^{-3}$
銅	1.72×10^{-8}	$+4.3 \times 10^{-3}$
アルミニウム	2.8×10^{-8}	$+3.9 \times 10^{-3}$
タングステン	5.5×10^{-8}	$+5.3 \times 10^{-3}$
タングステン(3,000°C)	1.23×10^{-6}	—
鉄	9.8×10^{-8}	$+6.6 \times 10^{-3}$
ニクロム	1.09×10^{-6}	$+0.1 \times 10^{-3}$
ガラス	10^{10}	—
セラミックス(アルミナ)	$10^9 \sim 10^{12}$	—
ゴム	$10^{10} \sim 10^{13}$	—

第2章 p.35 表2-2

第2章 p.35 図2-25 15

合成抵抗(直列)

直列接続



$$\begin{aligned} v &= R_1 i + R_2 i \\ &= (R_1 + R_2) i \\ &= R_0 i \end{aligned}$$

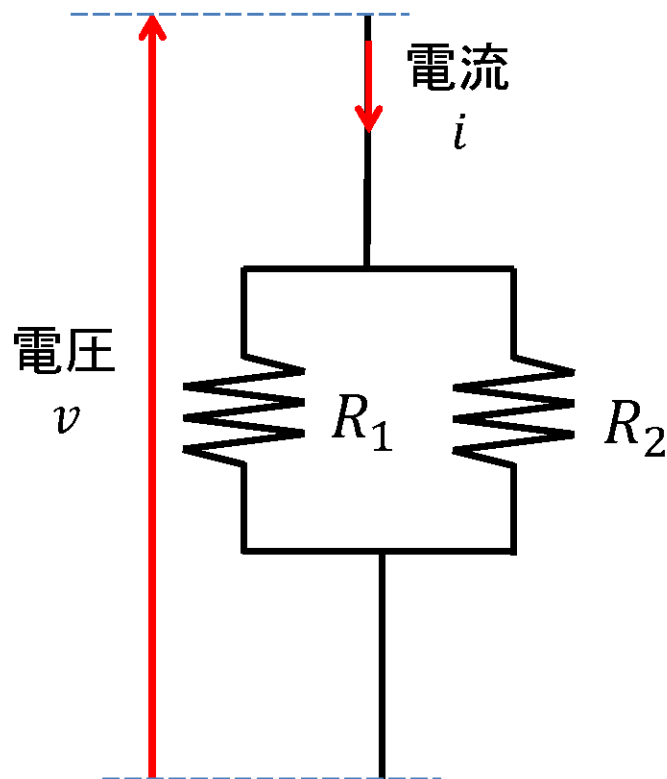
区間に流れる
電流は等しい.

合成抵抗

$$R_0 = R_1 + R_2$$

合成抵抗(並列)

並列接続



$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{R_1} v + \frac{1}{R_2} v \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v \\ &= \frac{1}{R_0} v \end{aligned}$$

区間に加わる
電圧は等しい.

合成抵抗

$$R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

キルヒホッフの法則

分岐のある複雑な回路の電流、電圧を求めたい。

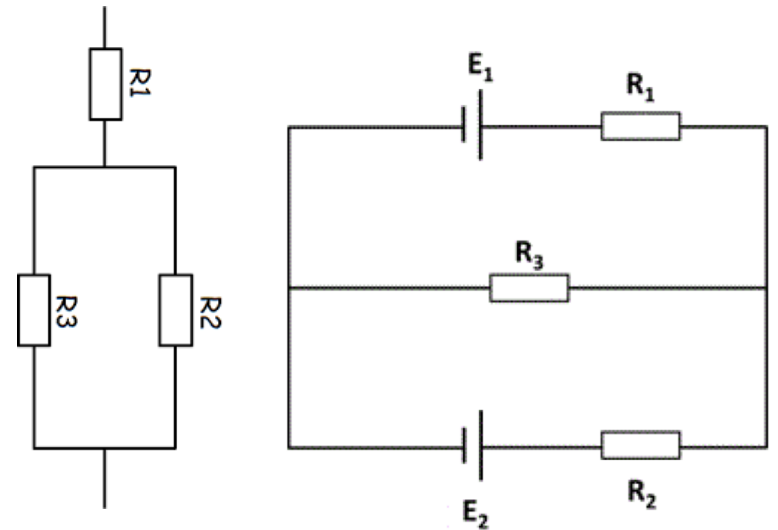
1. 合成抵抗を求める。
2. キルヒホッフの法則を使う。

キルヒホッフの法則

第一法則：電流則

第二法則：電圧則

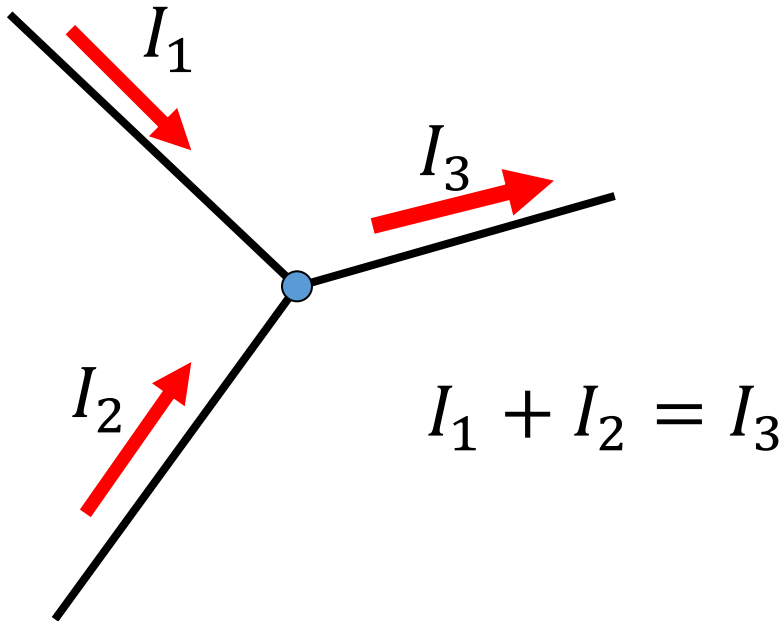
→ 連立方程式を立てる



キルヒホッフの第一法則（電流則）

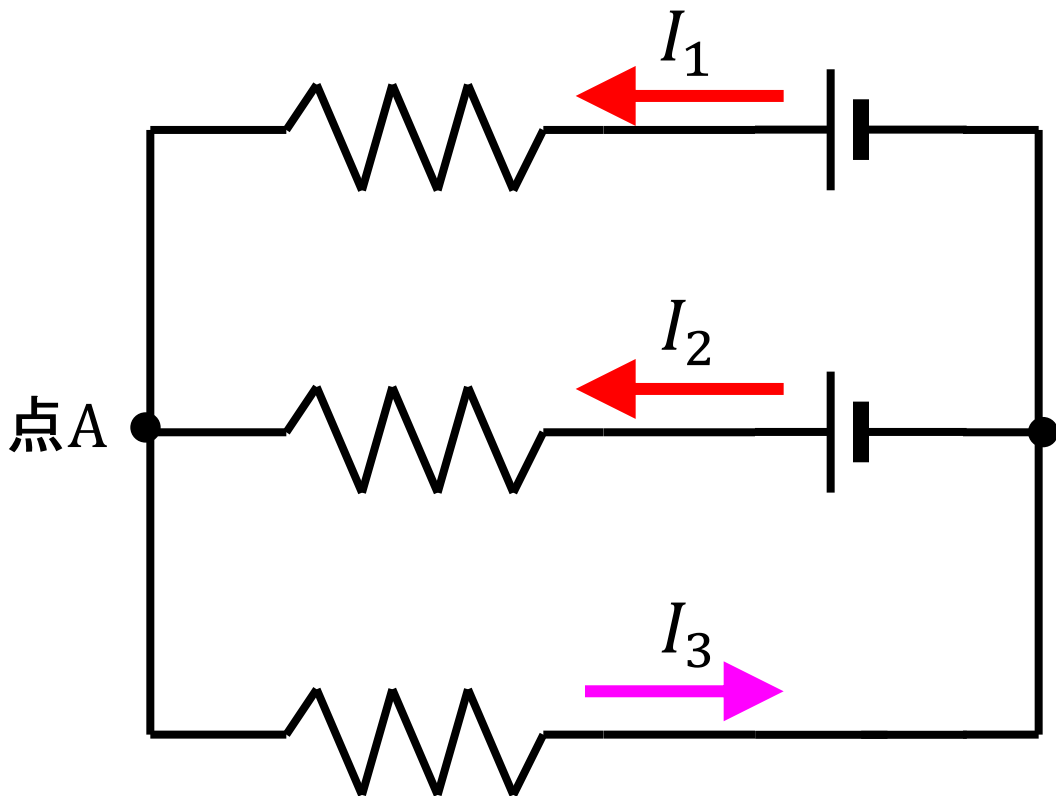
回路網のある接続点において

流入する電流と流出する電流の総和は等しい



例

点Aについてキルヒホッフの
第1法則の式を立ててみる



点Aに流入する電流:

$$I_1, I_2$$

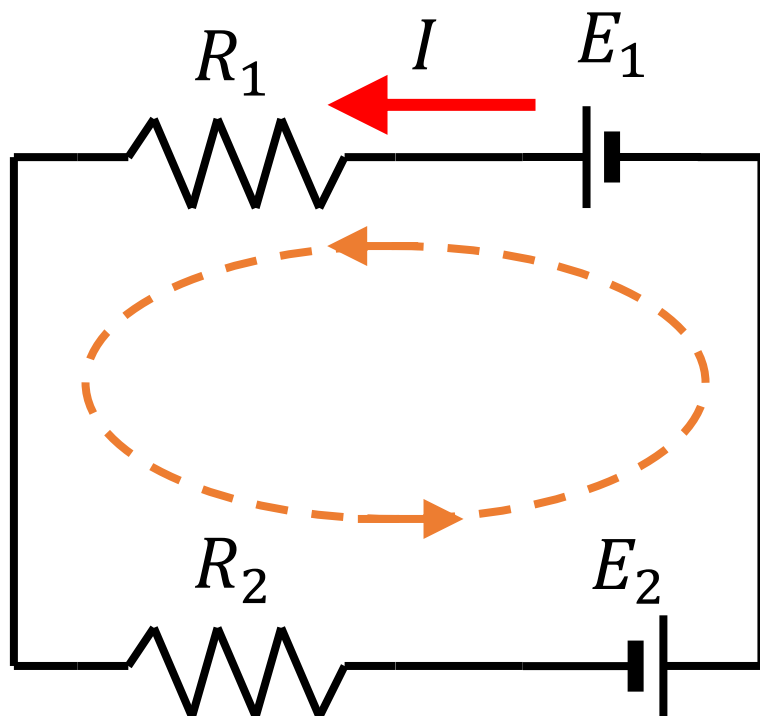
点Aから流出する電流:

$$I_3$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$

キルヒホッフの第二法則（電圧則）

回路網内のひとつの閉じた回路において
起電力の総和と電圧降下の総和は等しい

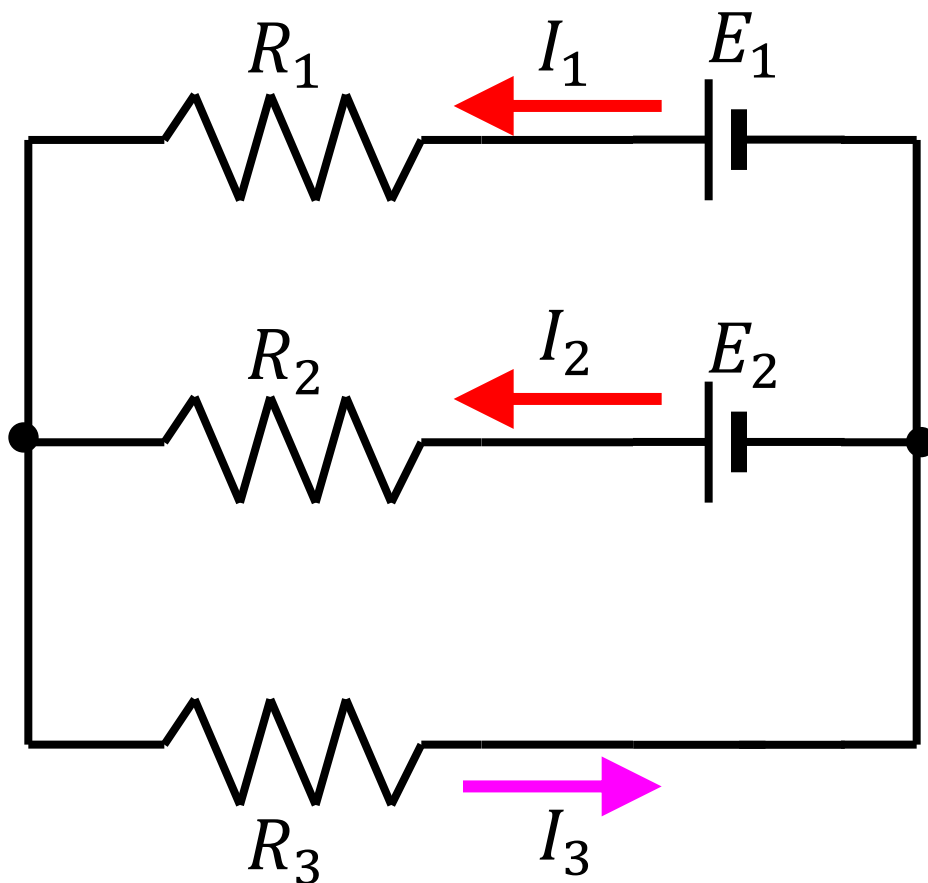


起電力: E_1, E_2

電圧降下: IR_1, IR_2

$$E_1 + E_2 = IR_1 + IR_2$$

さっきの例



大回りする回路について

起電力: E_1

電圧降下: $I_1 R_1, I_3 R_3$

$$E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$$

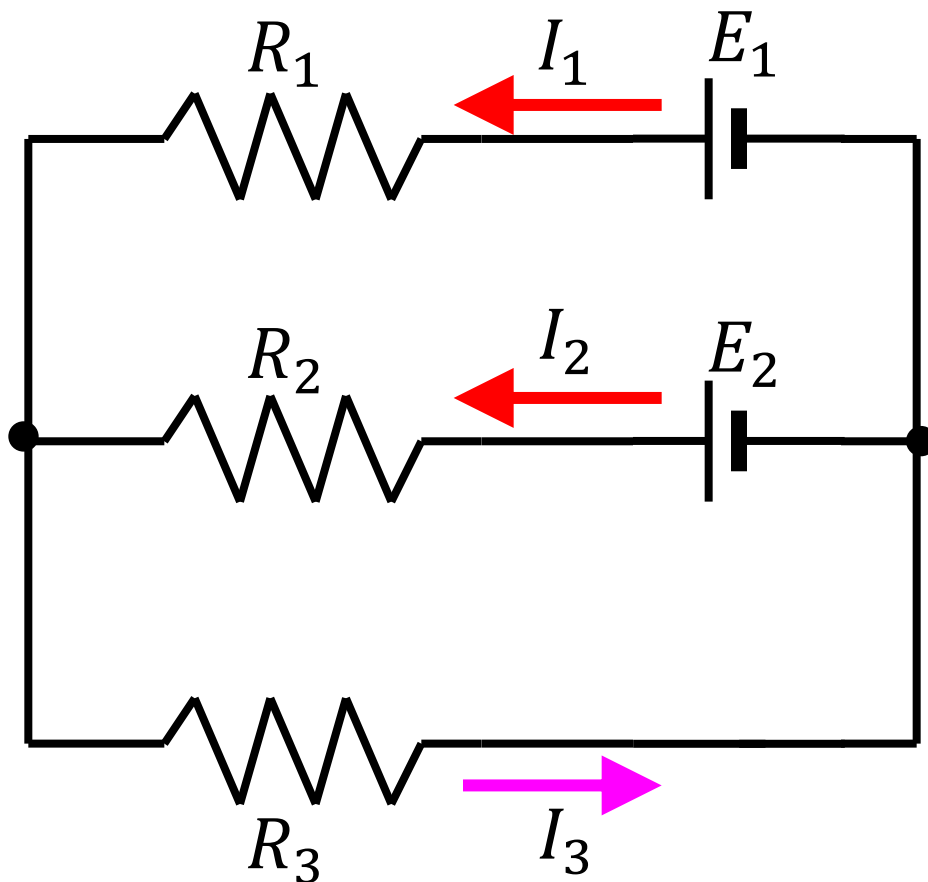
下半分の回路について

起電力: E_2

電圧降下: $I_2 R_2, I_3 R_3$

$$E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3$$

さっきの例



連立方程式

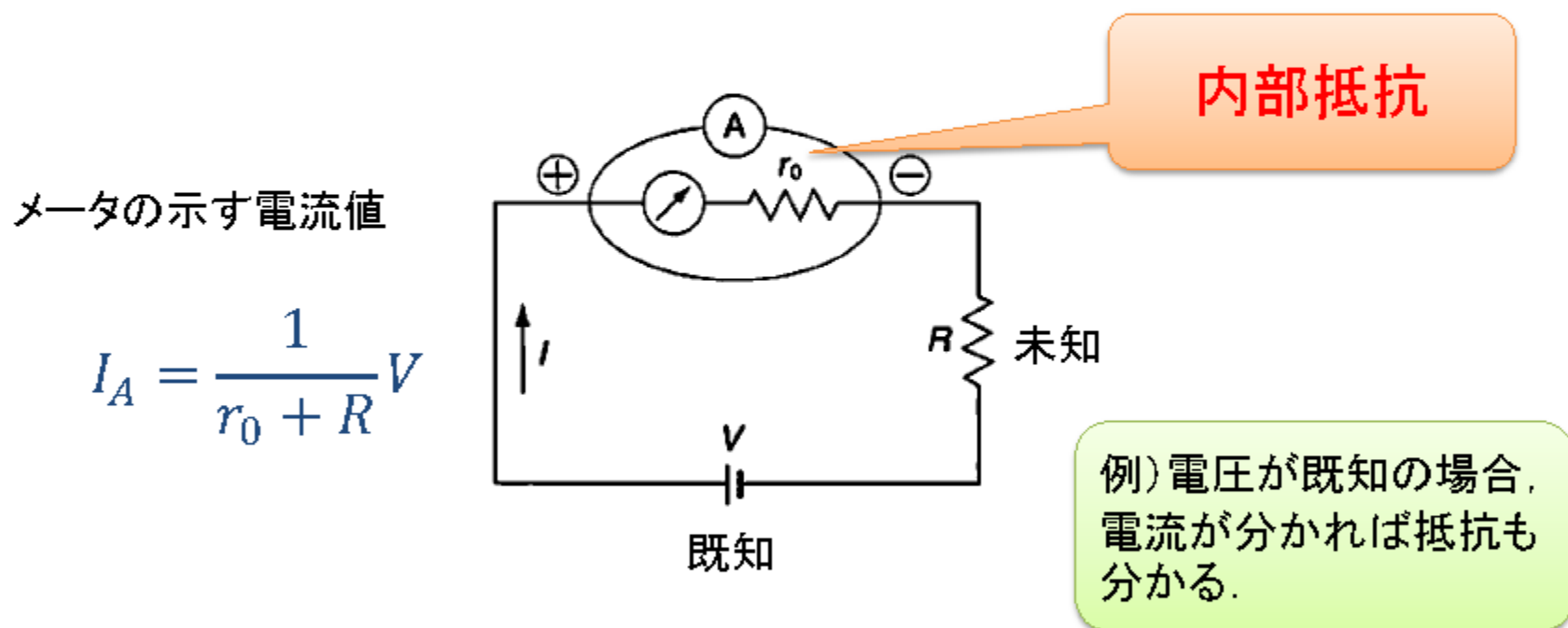
$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$$

$$E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3$$

電流計

測りたい電流が流れる区間に **直列** に接続する.



電流を正しく測るためには, $r_0 \ll R$ であることが必要.
(=動作を邪魔しない)

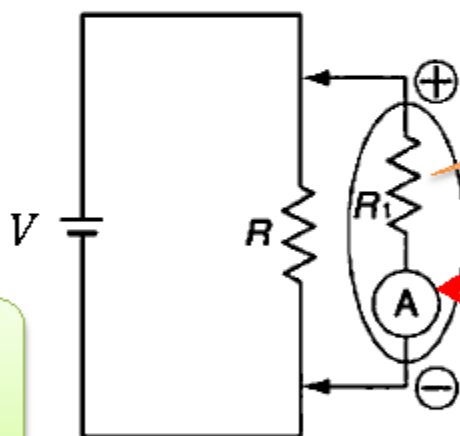
電圧計

測りたい電圧が加わる区間に **並列** に接続する.

メータの示す電圧値

$$V_A = (R_1 + r_0)I_A$$

メータに流れる電流はできる限り小さいほうがよい.



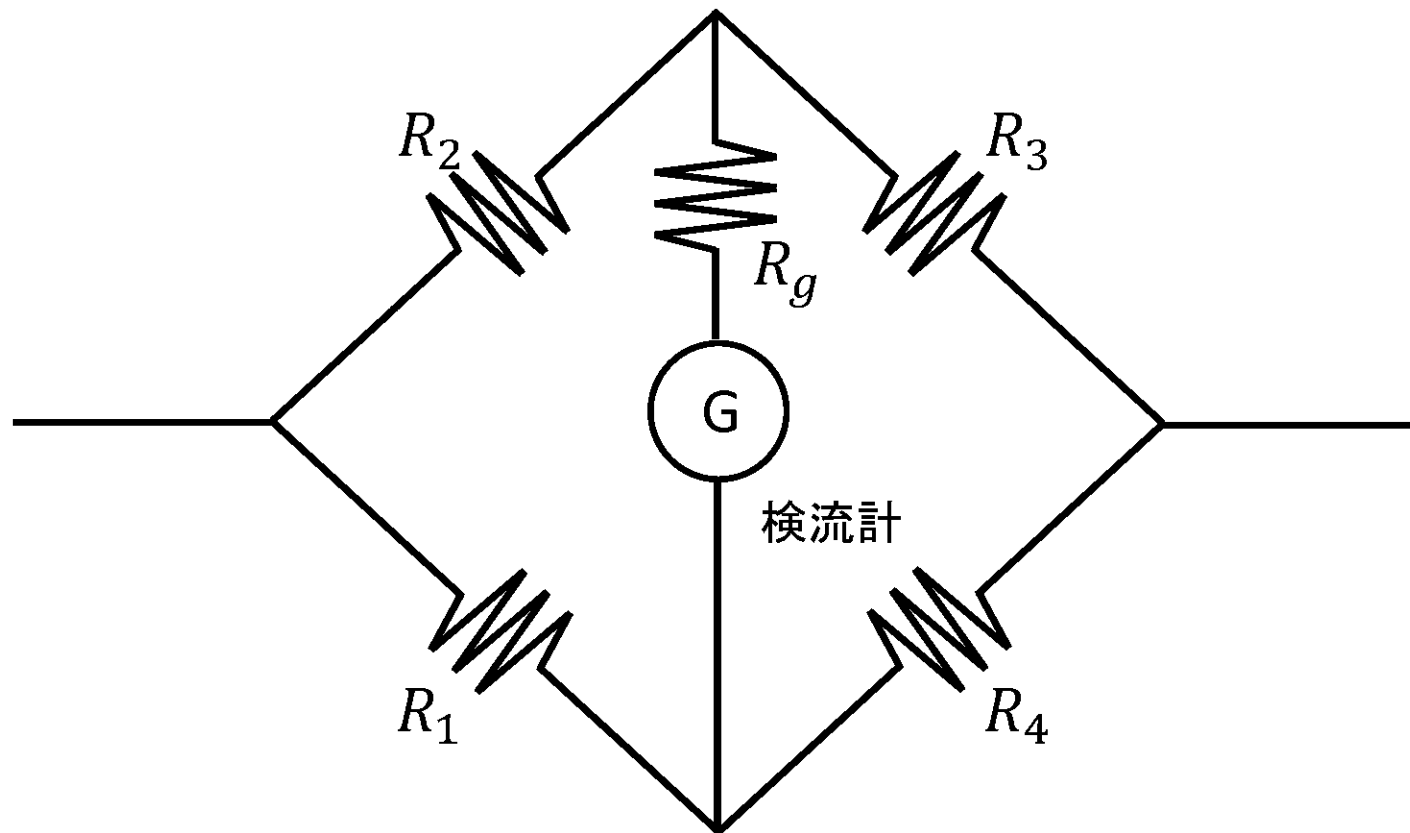
内部抵抗

電流計
(内部抵抗 r_0)

電圧を正しく測るためには, $R_1 \gg r_0$ であることが必要.

動作を邪魔しないためには, $R_1 \gg R$ であることが必要.

ホイートストン・ブリッジ回路

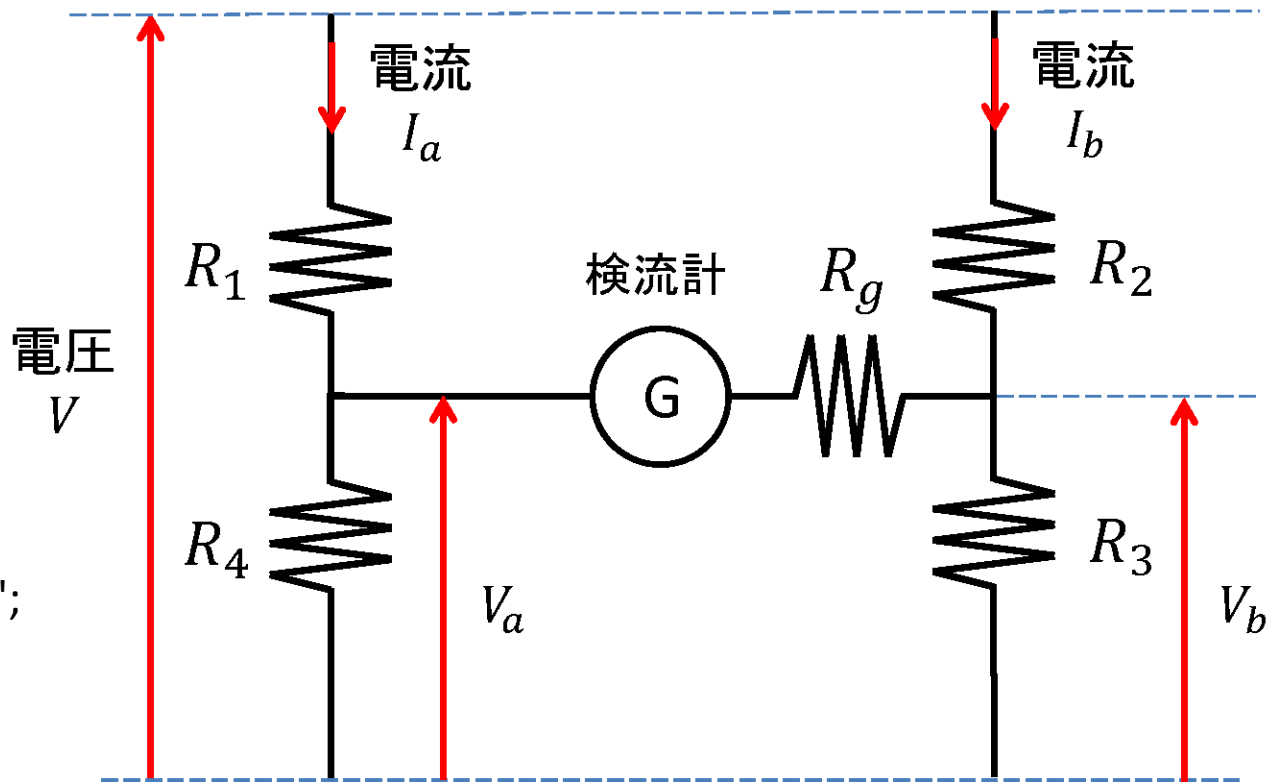


使いどころ1) **未知抵抗** を精密に測る

使いどころ2) 微小な **抵抗の変化** を検出する

ブリッジ回路の平衡条件

検流計に 電流が流れなくなる 条件 $\Rightarrow V_a = V_b$



ブリッジ回路の平衡条件

回路に流れる電流は,

$$I_a = \frac{V}{R_1 + R_4},$$

$$I_b = \frac{V}{R_2 + R_3}.$$

平衡条件では, $V_a = V_b$ なので,

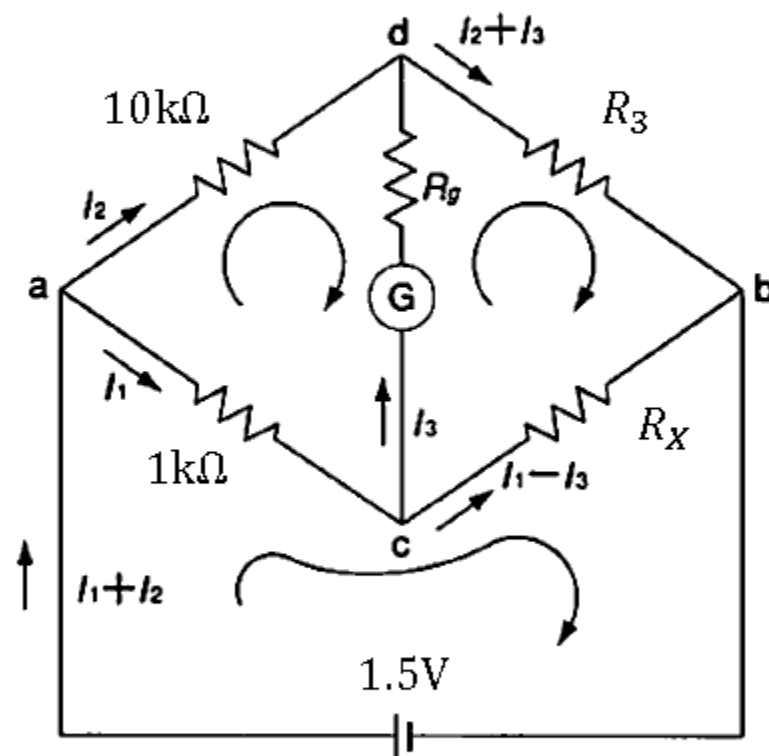
$$\frac{R_4}{R_1 + R_4} V = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V \Rightarrow R_2 R_4 + R_3 R_4 = R_1 R_3 + R_3 R_4.$$

ブリッジ回路の平衡条件

$$R_2 R_4 = R_1 R_3$$

(計算例)

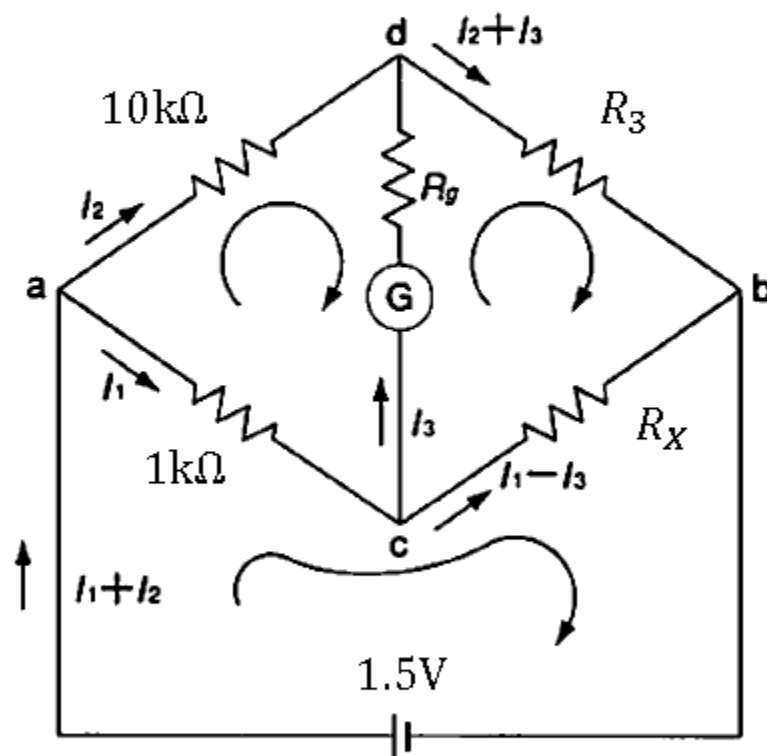
R_3 を $5\text{k}\Omega$ としたとき, 検流計Gに電流が流れなくなった.



未知抵抗 $R_X =$

(計算例)

R_3 を $5\text{k}\Omega$ としたとき, 検流計Gに電流が流れなくなった.



未知抵抗 $R_X = 500\Omega$

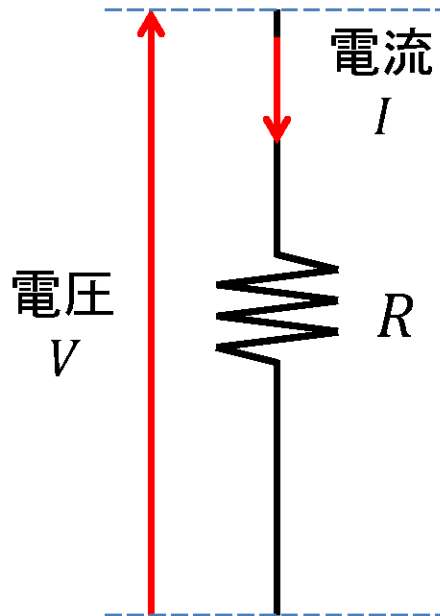
ジュールの法則

抵抗 R に電流 I が t 秒間流れるときに発生する熱量 H は、

$$H = I^2 R t.$$

単位は, J (ジュール)

ジュール熱



ジュール熱とは、抵抗 R で 熱エネルギー として、消費されたエネルギー

このとき供給された電気エネルギーを 電力量 と呼ぶ。

電気抵抗では、(供給される電気エネルギー) = (発生する熱エネルギー)

例) 電気ヒーターは、このジュール熱を用いて暖める。

電力

電気エネルギー

単位時間あたりに供給される電力量を **電力** と呼ぶ.

$$P = VI \quad (= I^2 R)$$

単位は, W(**ワット**)

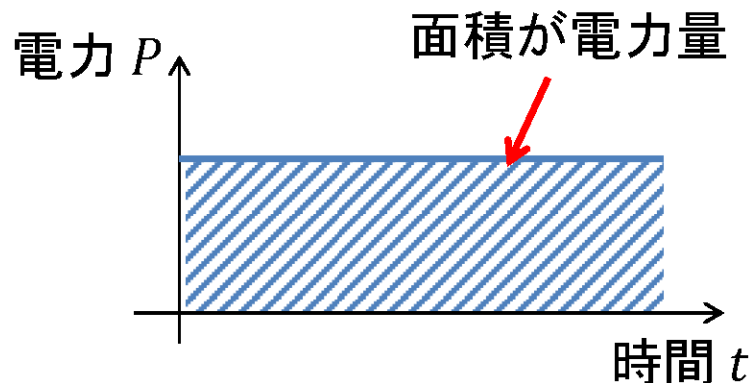
電力と電力量

電力量の単位(J)は, **W秒** とも表せる.

ただし, 実用上は,

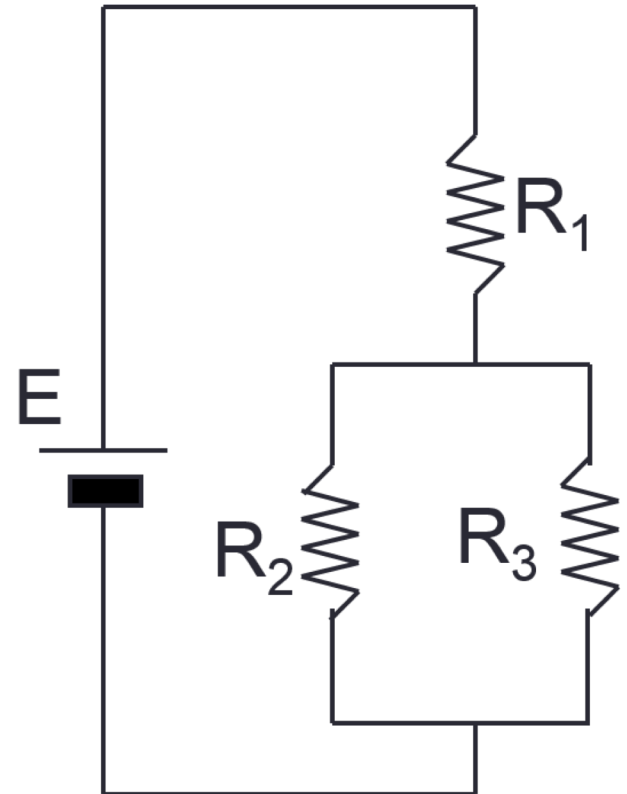
キロワット時(kWh)

が使われる.



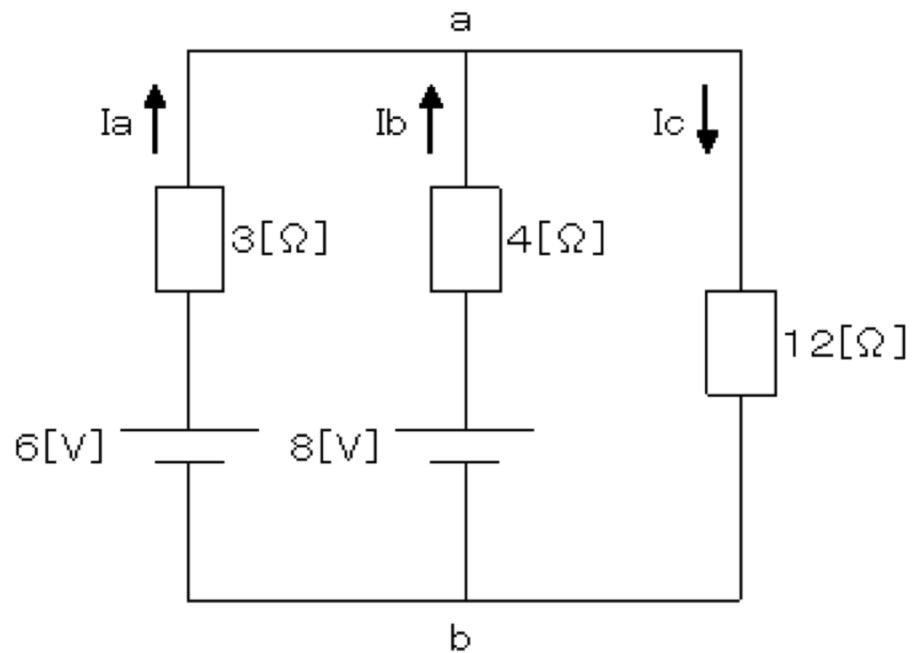
練習問題1

$R_1=2$, $R_2=4$, $R_3=6[\Omega]$, $E=20[V]$ となる以下のような回路を作製したときの消費電力を求めよ。



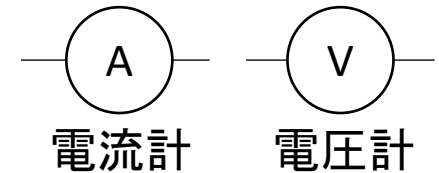
練習問題2

図の回路で I_a, I_b, I_c をそれぞれ求めよ。



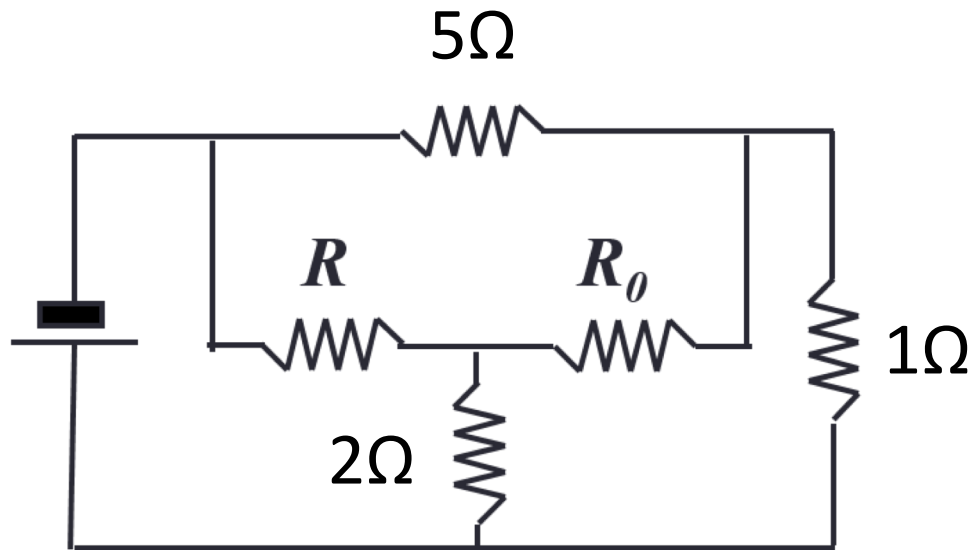
練習問題3

1つの抵抗にかかる電圧、流れる電流を測る時、電圧計、電流計をそれぞれどのように接続すれば良いか。



練習問題4

抵抗 R_0 に流れる電流が0[A]になるとき、抵抗 R の値を求めよ



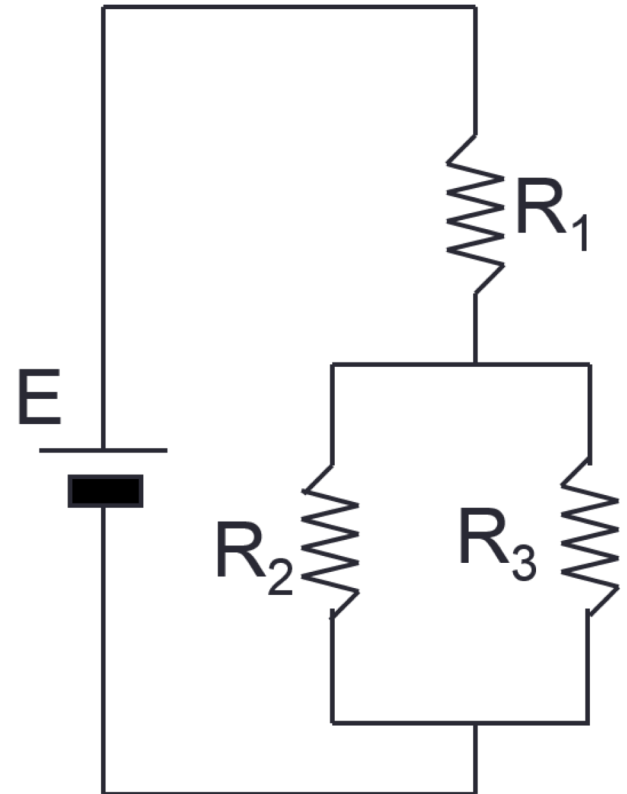
練習問題1 解答

$R_1=2, R_2=4, R_3=6[\Omega], E=20[V]$ となる以下のような回路を作製したときの消費電力を求めよ。

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \times 6}{4 + 6} = \frac{24}{10} = 2.4$$

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 2 + 2.4 = 4.4$$

$$P = VI = V \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} = \frac{20^2}{4.4} = \frac{400}{4.4} = 90.909 \dots$$



練習問題2 解答

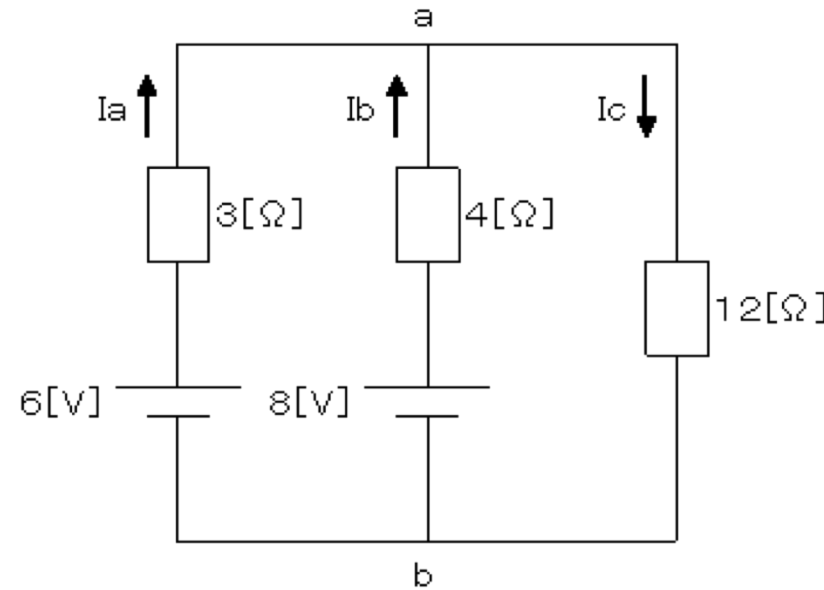
$$\begin{cases} I_c = I_a + I_b \\ 6 = 3I_a + 2I_c \\ 8 = 4I_b + 12I_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 = 3I_a + 12(I_a + I_b) = 15I_a + 12I_b \\ 8 = 4I_b + 12(I_a + I_b) = 12I_a + 16I_b \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 5I_a + 4I_b = 2 \\ -) 3I_a + 4I_b = 2 \\ \hline 2I_a = 0 \\ I_a = 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4I_b &= 2 \\ I_b &= 0.5 \end{aligned}$$

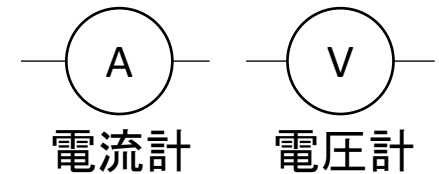
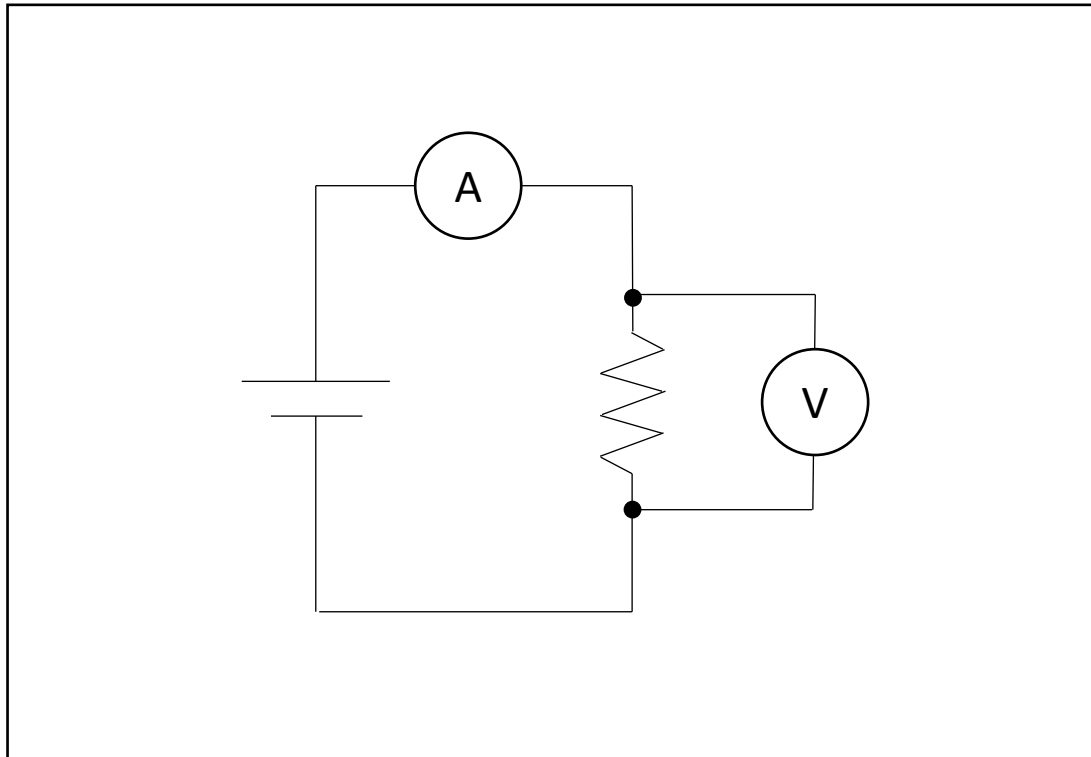
$$I_c = 0 + 0.5 = 0.5$$



$$\underline{I_a = 0 [A], I_b = 0.5 [A], I_c = 0.5 [A]}$$

練習問題3 解答

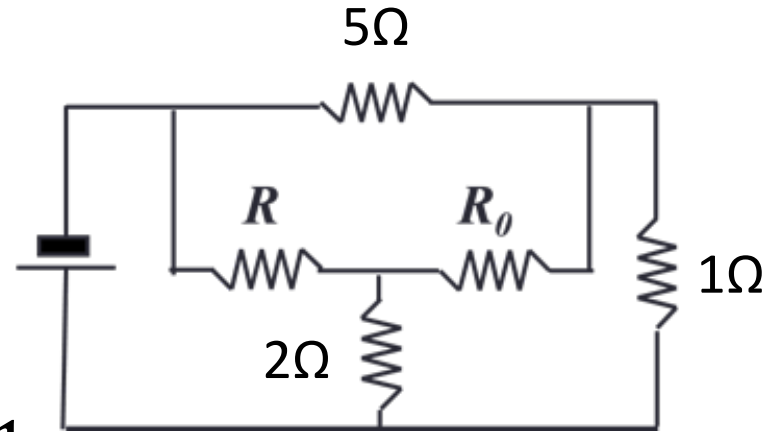
1つの抵抗にかかる電圧、流れる電流を測る時、電圧計、電流計をそれぞれどのように接続すれば良いか。



練習問題4 解答

平衡条件

$$5 \times 2 = R \times 1$$
$$R = 10$$



予習問題1

- (1) $\sin(x)$ のグラフを描け
- (2) $2 \sin(x)$ のグラフを描け
- (3) $\sin(2x)$ のグラフを描け
- (4) $\sin(x + 90)$ のグラフを描け

※グラフの横軸、縦軸の数値を示すこと

※横軸の範囲は360までとする

※角度は度数法を用いよ

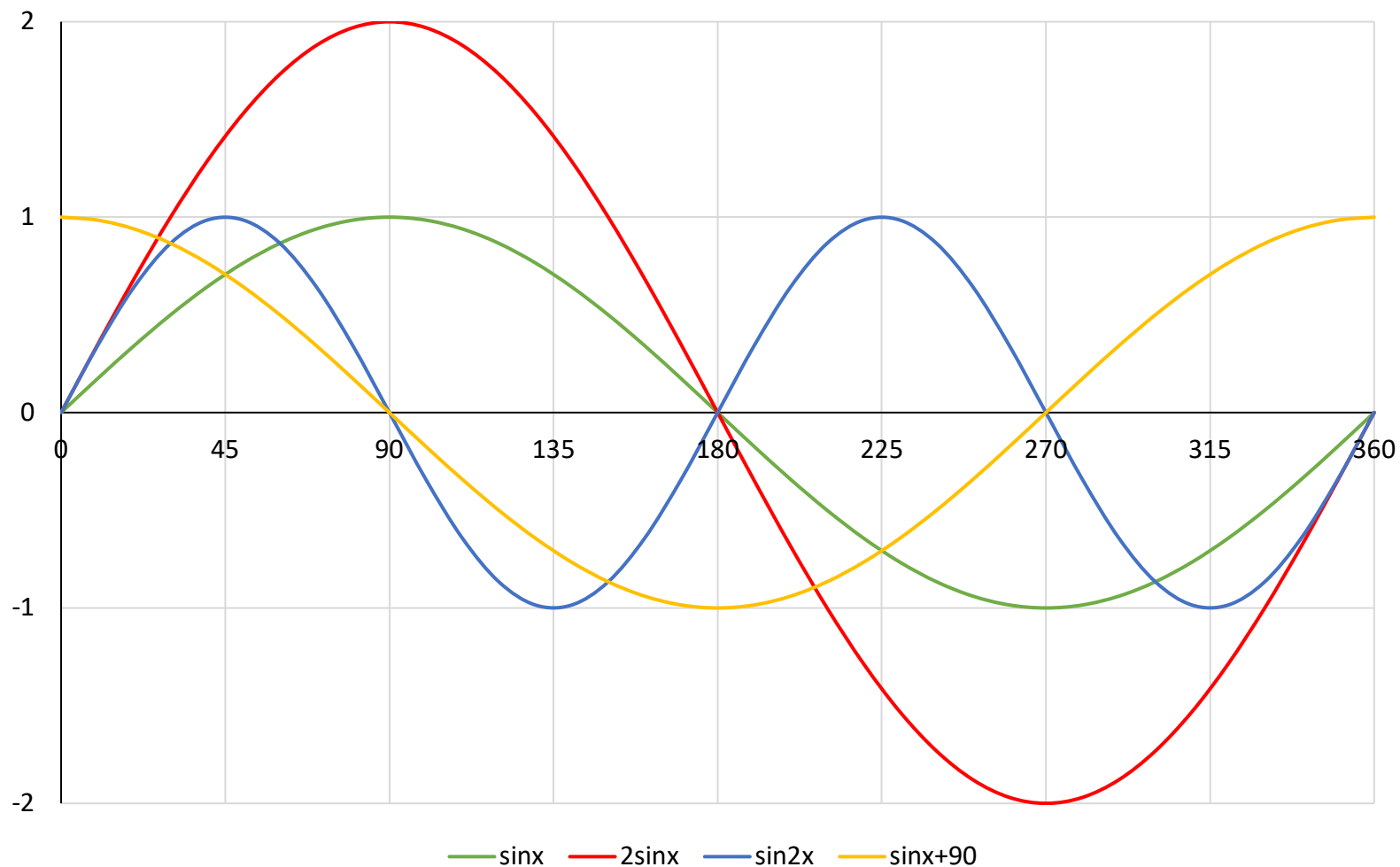
予習問題2

ベクトル $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ について

(1) ベクトル \vec{v} の長さ $|\vec{v}|$ を求めよ。

(2) ベクトル \vec{v} と x 軸のなす角度 ϕ を求めよ。

予習問題1 解答



予習問題2 解答

ベクトル $\vec{V} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ について

(1) ベクトル \vec{V} の長さ $|\vec{V}|$ を求めよ。

三平方の定理より

$$|\vec{V}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

(2) ベクトル \vec{V} の角度 ϕ を求めよ。

$$\phi = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\text{高さ}}{\text{底辺}} \right) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) \simeq 53.130[\text{deg}]$$

