

医用工学概論

練習問題まとめ

1 直流回路の基本(1)

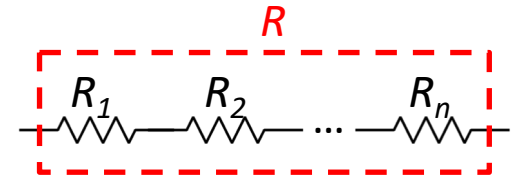
1. オームの法則

$$\text{電圧 } E[\text{V}] = \text{抵抗 } R[\Omega] \times \text{電流 } I[\text{A}]$$

2. 合成抵抗

・直列接続

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

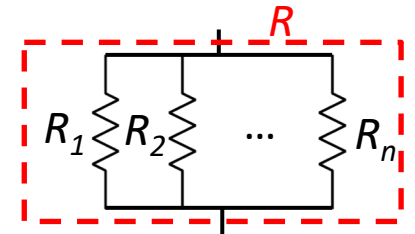


・並列接続

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \left(\frac{\text{積}}{\text{和}} \right) \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

3. 電力、熱

$$\begin{aligned} \text{電力 } P[\text{W}] &= \text{電圧 } E[\text{V}] \times \text{電流 } I[\text{A}] \\ \text{発熱量 } H[\text{J}] &= \text{電力 } P[\text{W}] \times \text{時間 } t[\text{秒}] \end{aligned}$$



1 直流回路の基本(2)

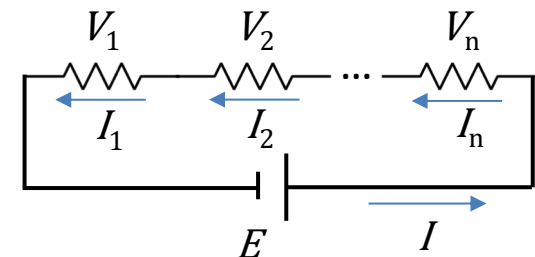
直列回路の決まり

それぞれの抵抗に流れる電流は全て等しい

それぞれの抵抗に加わる電圧の総和は直列回路全体の電圧に等しい

$$I = I_1 = I_2 = \cdots = I_n$$

$$E = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$$



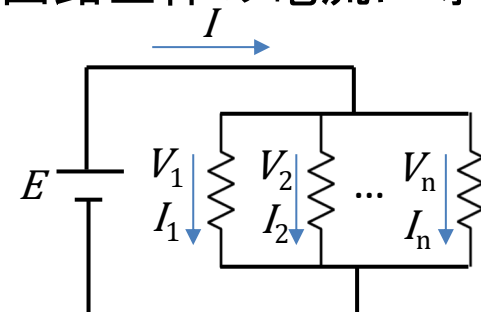
並列回路の決まり

それぞれの抵抗に流れる電流の総和は並列回路全体の電流に等しい

それぞれの抵抗に加わる電圧は全て等しい

$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$$

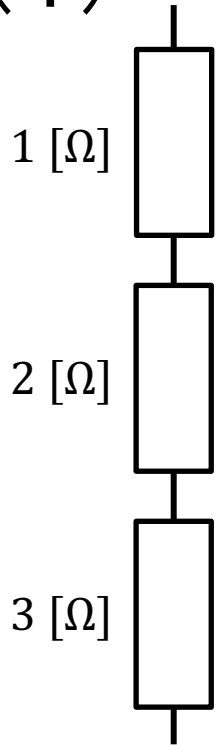
$$E = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$$



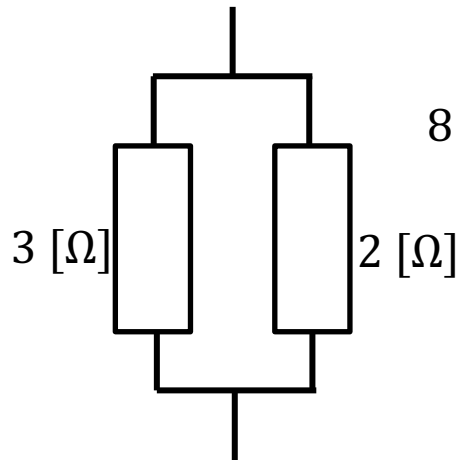
例題1-1 合成抵抗

次の合成抵抗を求めよ。

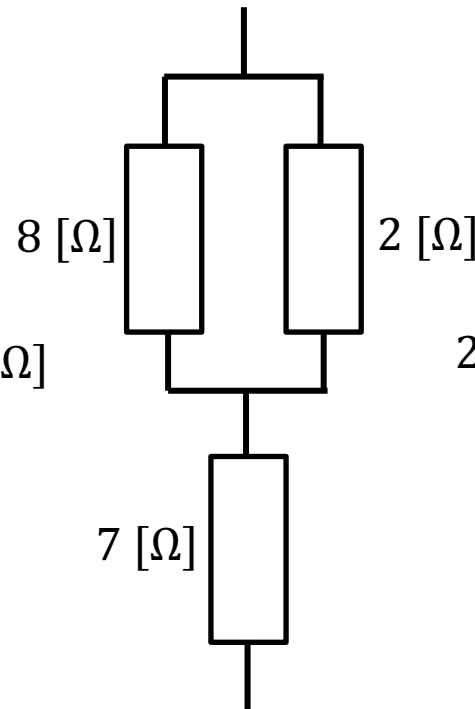
(1)



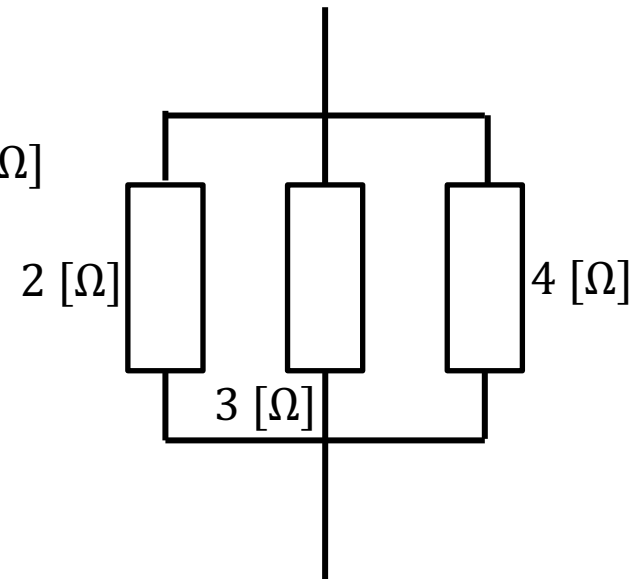
(2)



(3)



(4)



例題1-1 解答(1)

(1)

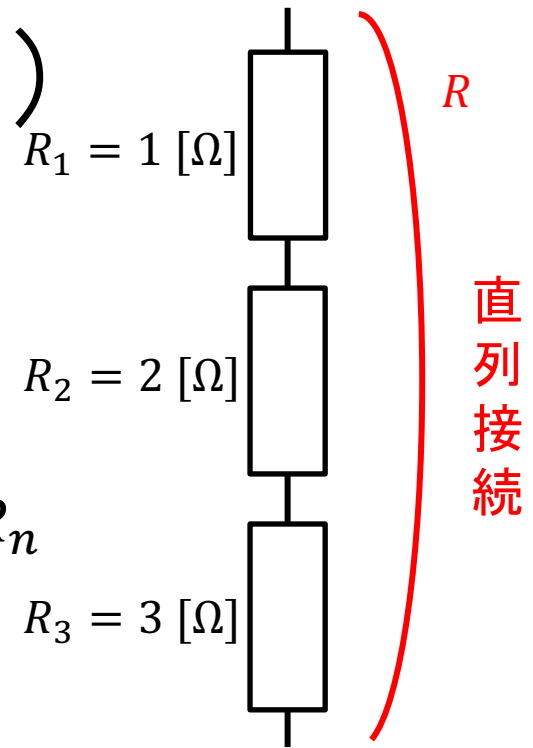
直列接続の合成抵抗は

$$R = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

(全部の抵抗値を足し合わせればいい)

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 2 + 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

正解: 6 [Ω]



分岐せず、
一列に接続

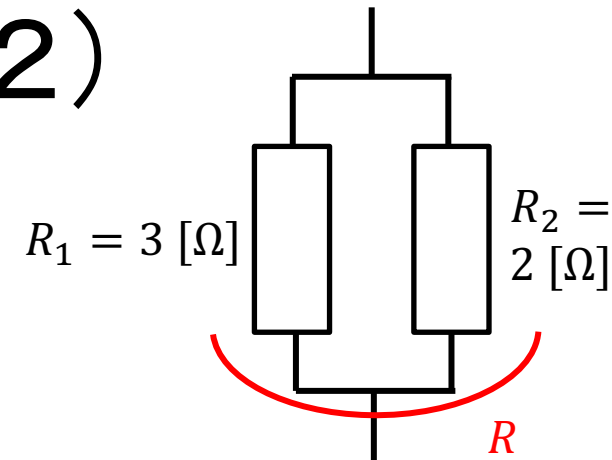
例題1-1 解答(2)

(2)

抵抗2つの並列接続の合成抵抗は

$$R = \frac{\text{積}}{\text{和}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \\ = \frac{3 \times 2}{3 + 2} = \frac{6}{5} = 1.2$$

正解: 1.2 [Ω]



分岐して、
複数列に接続

例題1-1 解答(3)

(3) 並列部分と直列部分に分けて考える

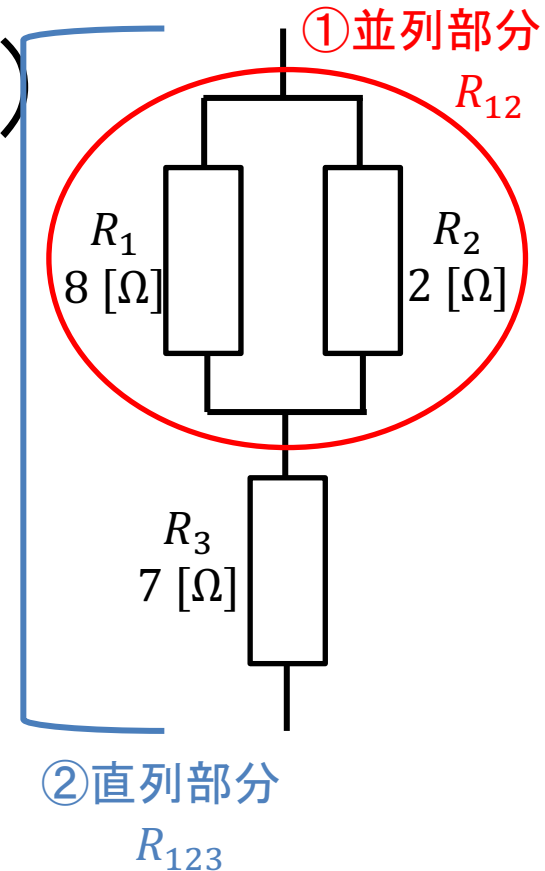
①並列部分(上半分)

$$R_{12} = \frac{\text{積}}{\text{和}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8 \times 2}{8 + 2} = \frac{16}{10} = 1.6$$

②直列部分(全体)

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 1.6 + 7 = 8.6$$

正解: 8.6 [Ω]



例題1-1 解答(4)

(4) 2つ以上の並列接続の合成抵抗は

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

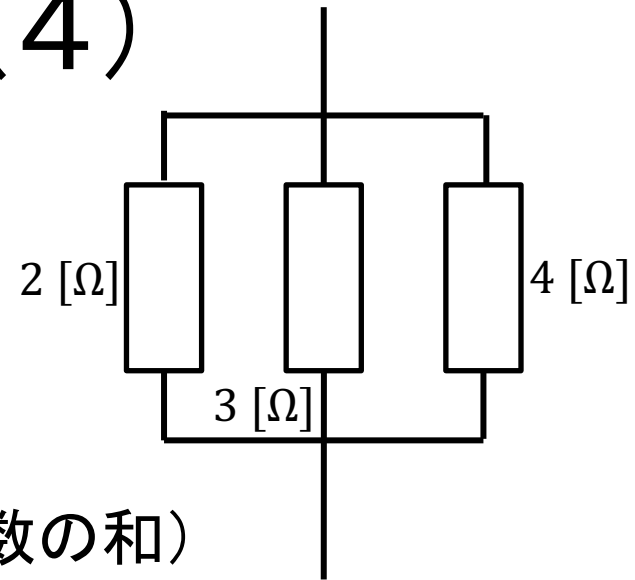
(合成抵抗の逆数はそれぞれの抵抗の逆数の和)

1. 抵抗の逆数を全部たす

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1 \times 6}{12} + \frac{1 \times 4}{12} + \frac{1 \times 3}{12} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$$

2. ↑で求めた値の逆数を求める

$$\frac{13}{12} \text{ の逆数 } = \frac{12}{13}$$

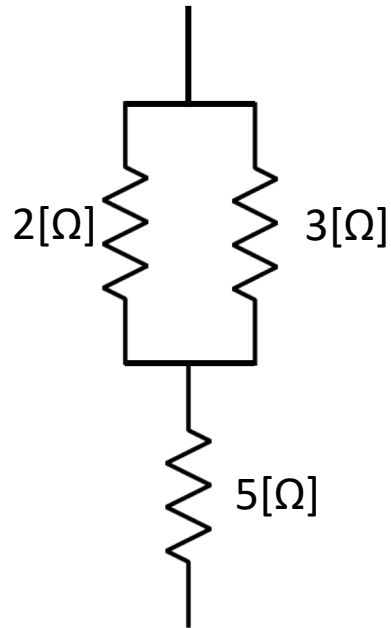


正解: $\frac{12}{13} \text{ [}\Omega\text{]}$

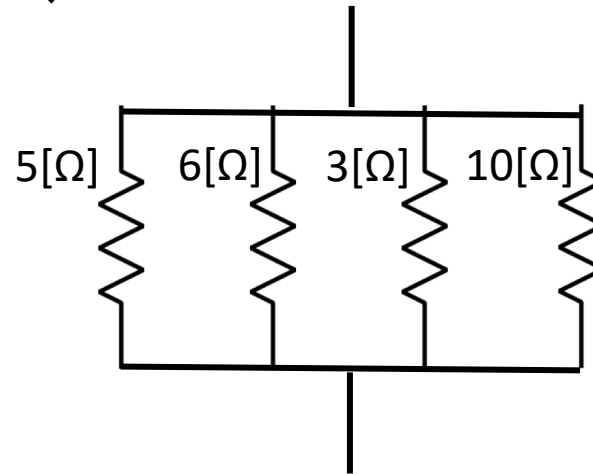
問題1-1

次の合成抵抗を求めよ。

(1)



(2)



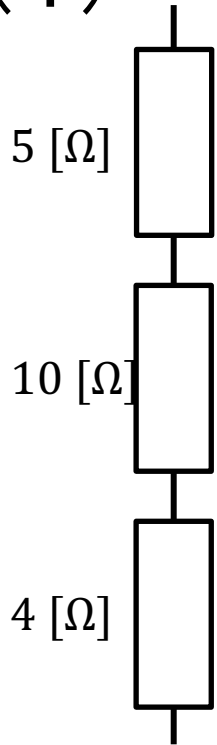
(1) _____

(2) _____

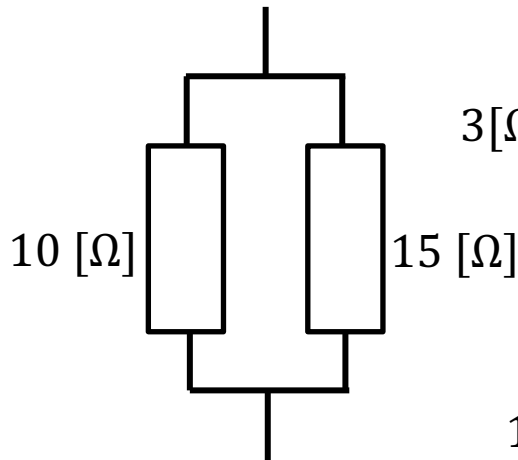
問題1-2

次の合成抵抗を求めよ。

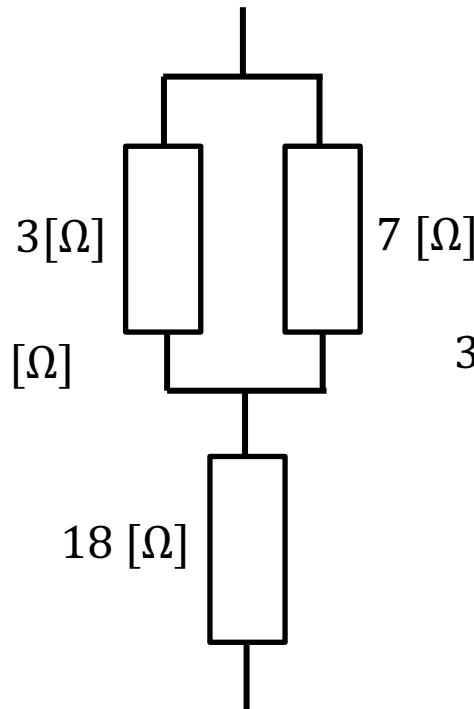
(1)



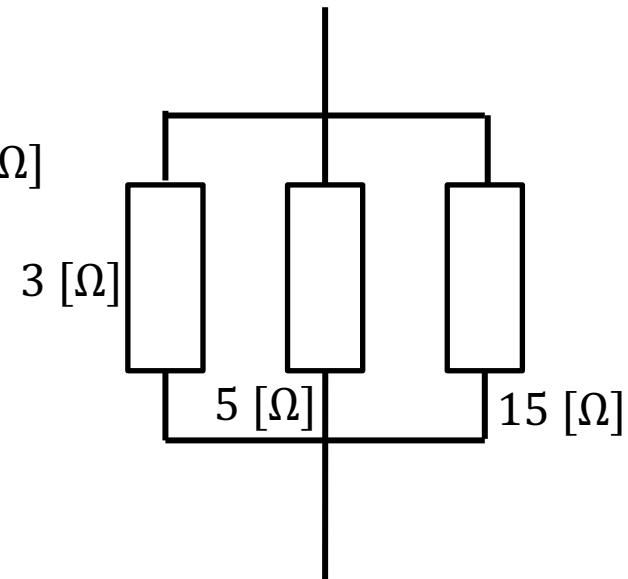
(2)



(3)



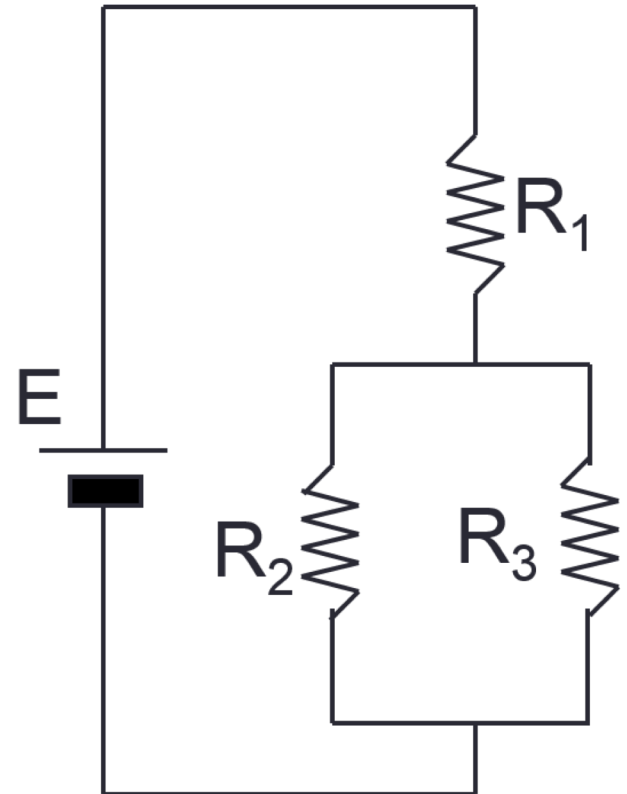
(4)



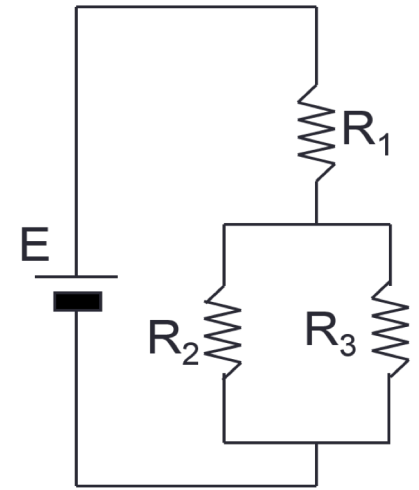
例題1-3 消費電力

$R_1=1$, $R_2=8$, $R_3=12[\Omega]$, $E=58[V]$ となる
以下のような回路を作製したとき

- (1) 回路全体の消費電力を求めよ。
- (2) 5秒間電流を流した時、 R_1 で発生する熱量を求めよ。



例題1-3 解答



(1)消費電力

$$P = VI$$

→ 全体の消費電力を知るには、全体の電流が必要

→ 全体の電流を知るには、全体の抵抗(合成抵抗)が必要

まず合成抵抗を求める

①並列部分(下半分)

$$R_{23} = \frac{\text{積}}{\text{和}} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{8 \times 12}{8 + 12} = \frac{96}{20} = 4.8$$

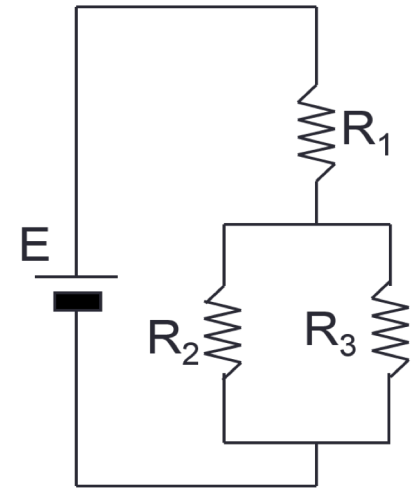
②直列部分(全体)

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 1 + 4.8 = 5.8$$

消費電力

$$I = \frac{V}{R} = \frac{E}{R_{123}} = \frac{58}{5.8} = 10, \quad P = VI = EI = 58 \times 10 = 580 \text{ [W]}$$

例題1-3 解答



(2) 熱量

$$H = P \times t = VI \times t$$

R_1 の消費電力を知るには R_1 の電流と電圧がいる

→ R_1 の電流は全体の電流と等しい & 抵抗はわかっている

→ R_1 の電圧はオームの法則で求められる

$$V_1 = R_1 I = 1 \times 10 = 10$$

R_1 の消費電力

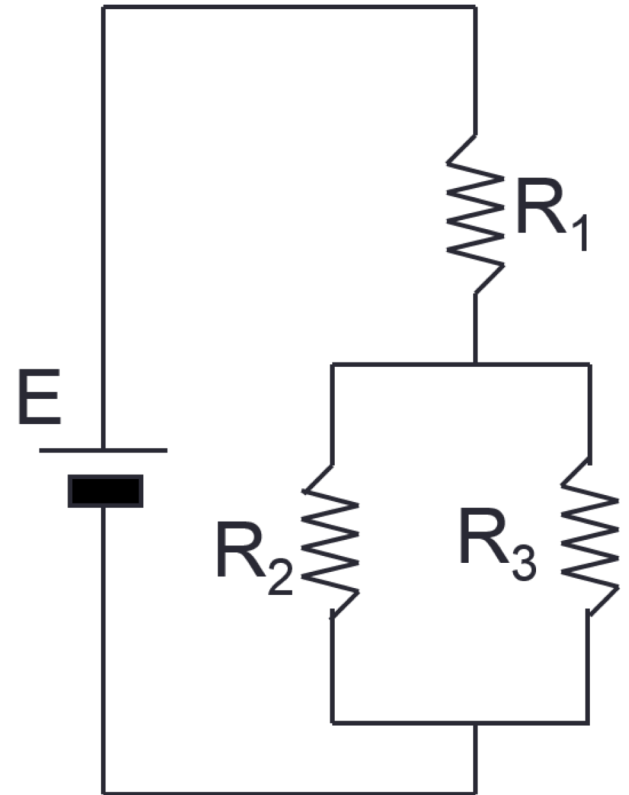
$$P_1 = V_1 I = 10 \times 10 = 100$$

R_1 の発熱量

$$H_1 = P_1 \times t = 100 \times 5 = 500 [Ws] = 500 [J]$$

問題1-3

$R_1=2, R_2=4, R_3=6[\Omega]$,
 $E=20[V]$ となる以下のような
回路を作製したときの消費
電力を求めよ。



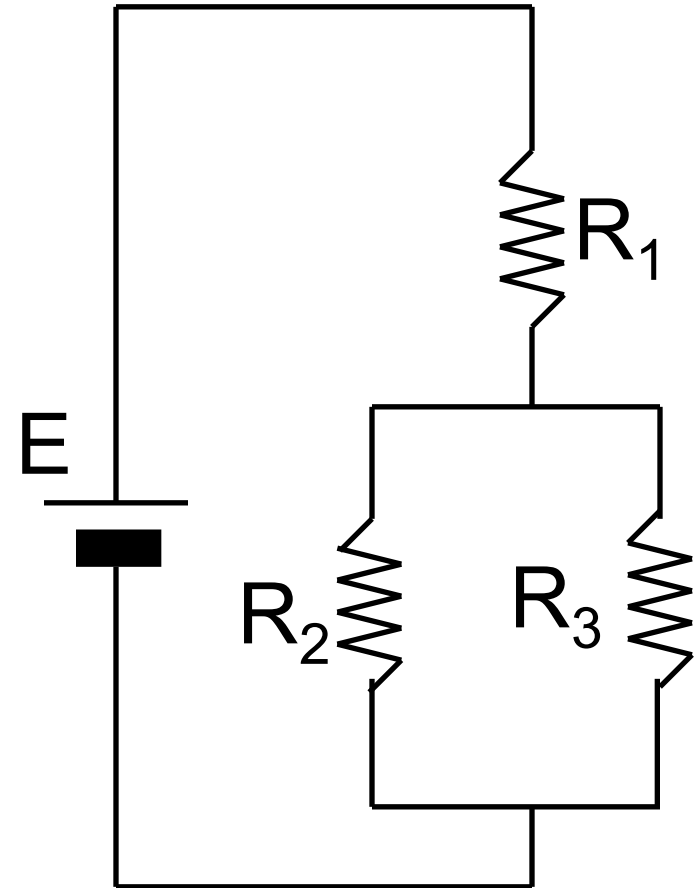
問題1-4

全体の合成抵抗 R を求めよ。

全体の電力 P を求めよ。

$$R_1 = 20, R_2 = 10, R_3 = 10 \text{ } [\Omega]$$

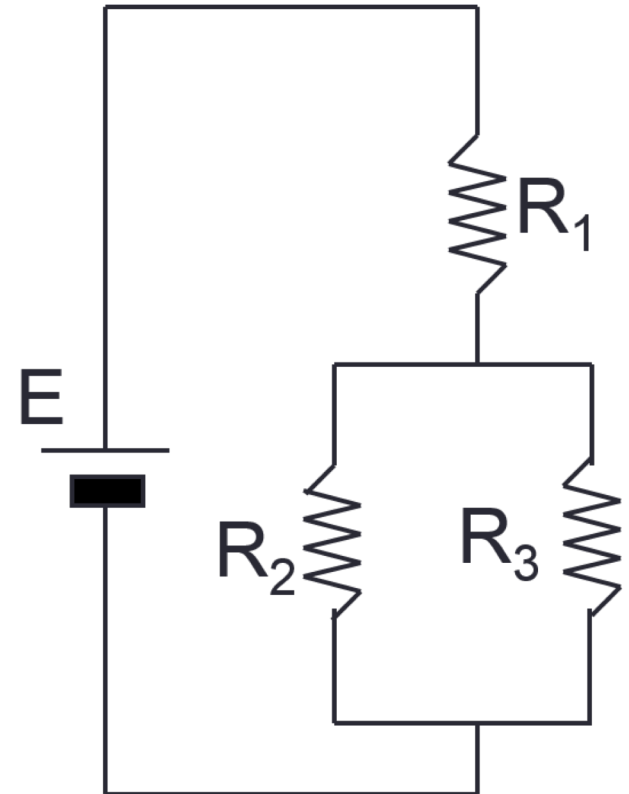
$$E = 100 \text{ } [\text{V}]$$



問題1-5

$R_1=0.1$, $R_2=1$, $R_3=9[\Omega]$, $E=30[V]$ となる
以下のような回路を作製したとき

- (1)消費電力を求めよ。
- (2)10秒間電流を流した時の R_1 で発生する熱量を求めよ。
- (3) R_1 において $300[J]$ の熱量を得るためには何秒間電流を流せば良いか。



問題1-6

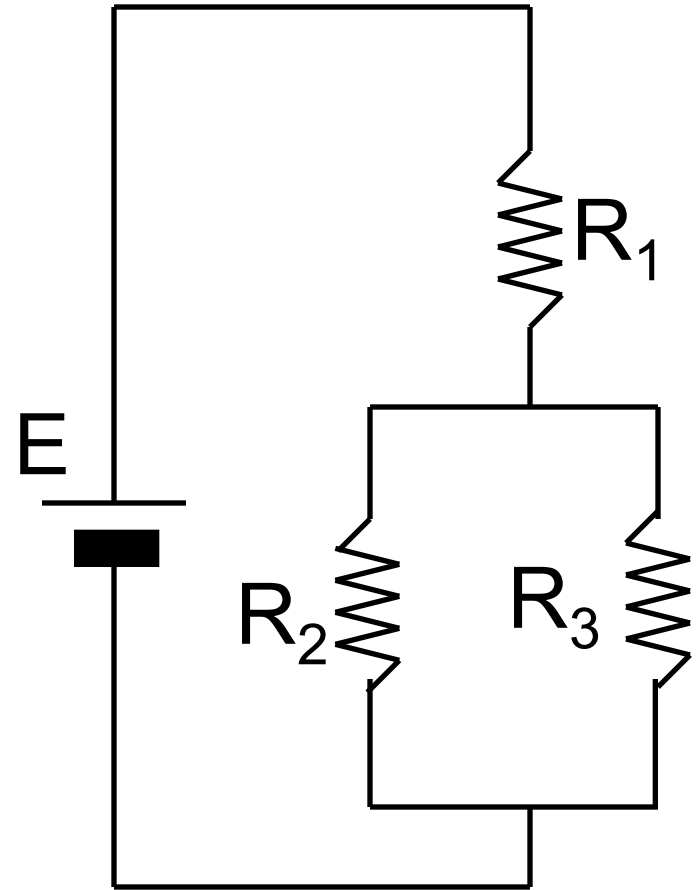
右図の様な回路を作成した。
全体の合成抵抗 R を求めよ。

$$R_1=20, R_2=10, R_3=10[\Omega]$$

電池電圧を $E = 100[\text{V}]$ として、

(1) 全体の電力 P を求めよ。

(2) R_2 で $1000 [\text{J}]$ の熱量を発生させるには何秒間電流を流せば良いか。



2 直流回路の基本(3)

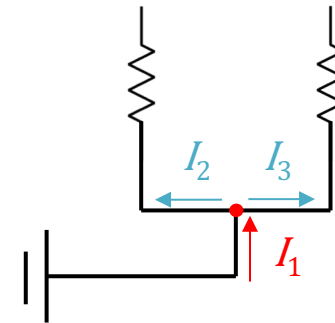
キルヒホッフの法則

・第一法則(電流則)

回路中のある接続点に流れ込む電流の代数和はゼロになる。

$$(+I_1) + (-I_2) + (-I_3) = 0$$

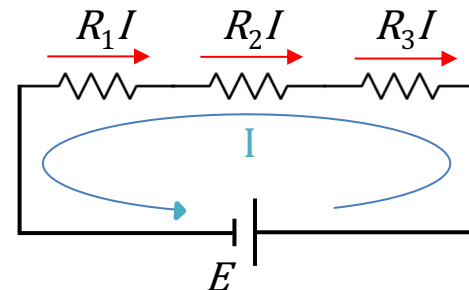
流れ込む電流 流れ出る電流



・第二法則(電圧則)

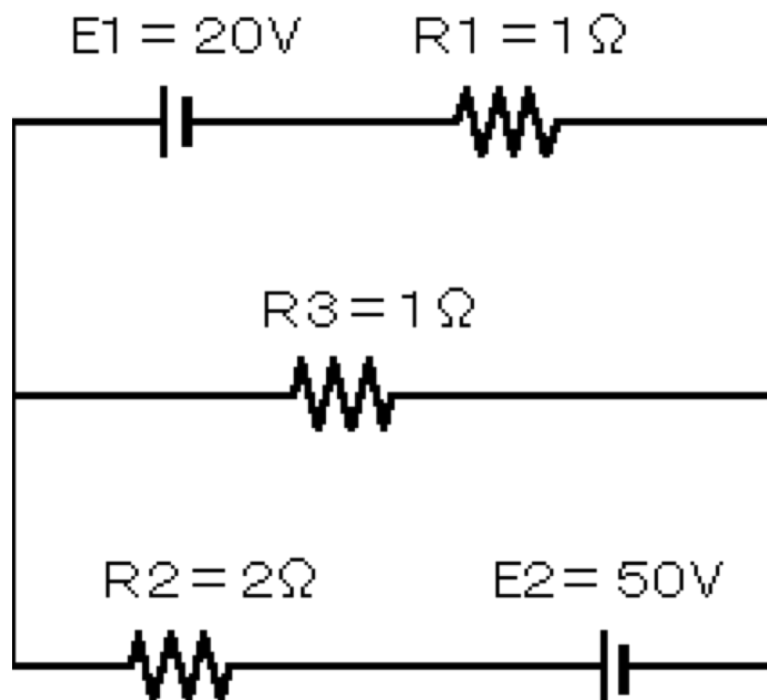
一つの閉回路でその中に含まれる電圧降下の代数和と、起電力の代数和は等しい。

$$E = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$



例題2

図の回路の各抵抗に流れる
電流の大きさを求めよ。



例題2 解答

点Aでキルヒホッフの第一法則より

$$I_1 + I_2 = I_3$$

上の回路で

起電力: E_1 , 電圧降下: $R_1 I_1$, $R_3 I_3$

キルヒホッフの第二法則より

$$E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3$$

$$20 = I_1 + I_3$$

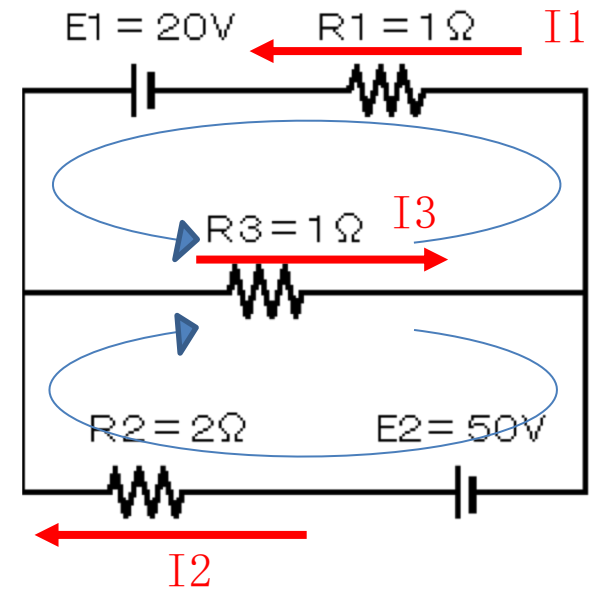
下の回路で

起電力: E_2 , 電圧降下: $R_2 I_2$, $R_3 I_3$

キルヒホッフの第二法則より

$$E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3$$

$$50 = 2I_2 + I_3$$



$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 20 = I_1 + I_3 \\ 50 = 2I_2 + I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 + I_3 = 20 \\ 2I_2 + I_3 = 50 \end{cases}$$

例題2 解答

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \dots \textcircled{1} \\ I_1 + I_3 = 20 \dots \textcircled{2} \\ 2I_2 + I_3 = 50 \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}$$

$$I_1 + I_3 = 20$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$-I_2 + 2I_3 = 20 \dots \textcircled{2}'$$

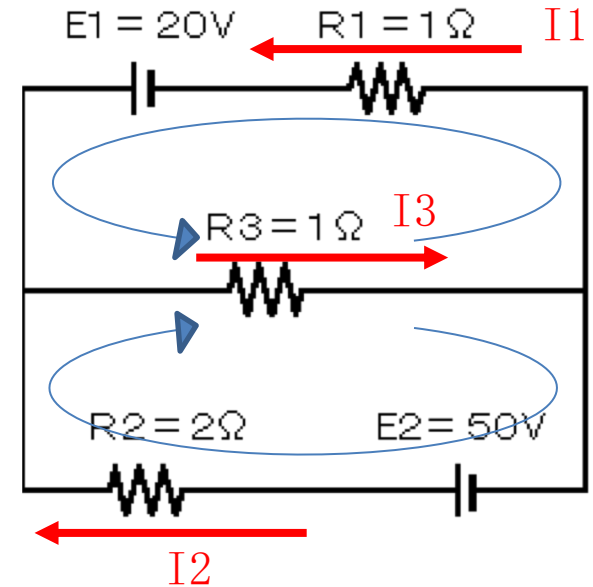
$$\textcircled{3} + \textcircled{2}' \times 2$$

$$2I_2 + I_3 = 50$$

$$-2I_2 + 4I_3 = 40$$

$$5I_3 = 90$$

$$I_3 = 18$$



$$I_3 = 18 \text{ を } \textcircled{2}' \text{ に代入}$$

$$-I_2 + 36 = 20$$

$$-I_2 = -16$$

$$I_2 = 16$$

$$\textcircled{1} \text{ に } I_2 = 16, I_3 = 18 \text{ を代入}$$

$$I_1 + 16 - 18 = 0$$

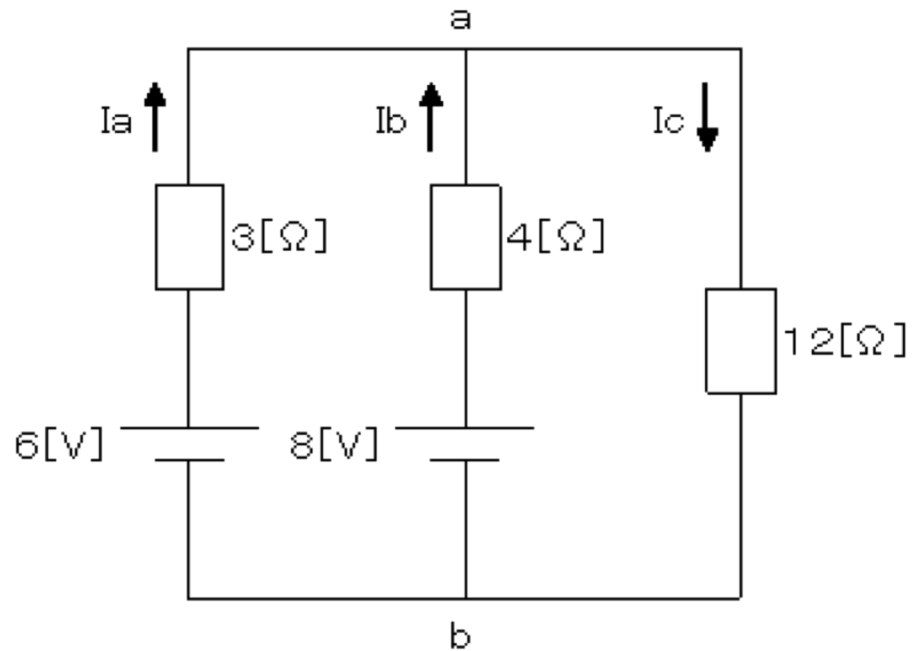
$$I_1 - 2 = 0$$

$$I_1 = 2$$

$$\underline{I_1 = 2, \quad I_2 = 16, \quad I_3 = 18 \text{ [A]}}$$

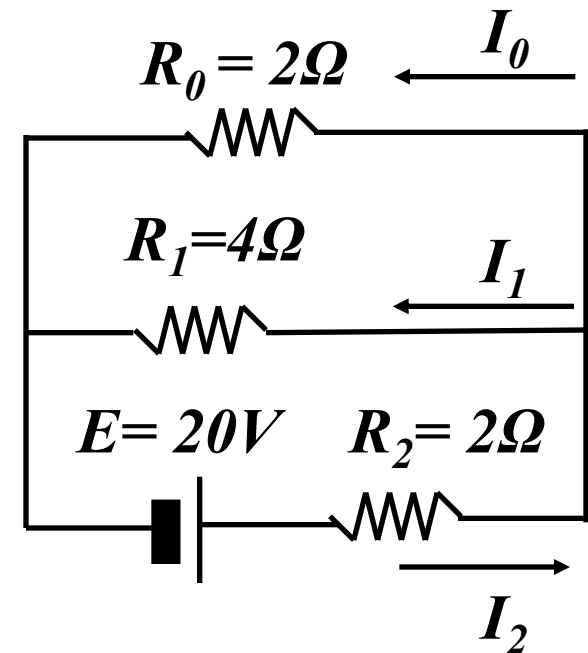
問題2-1

図の回路で I_a, I_b, I_c をそれぞれ求めよ。



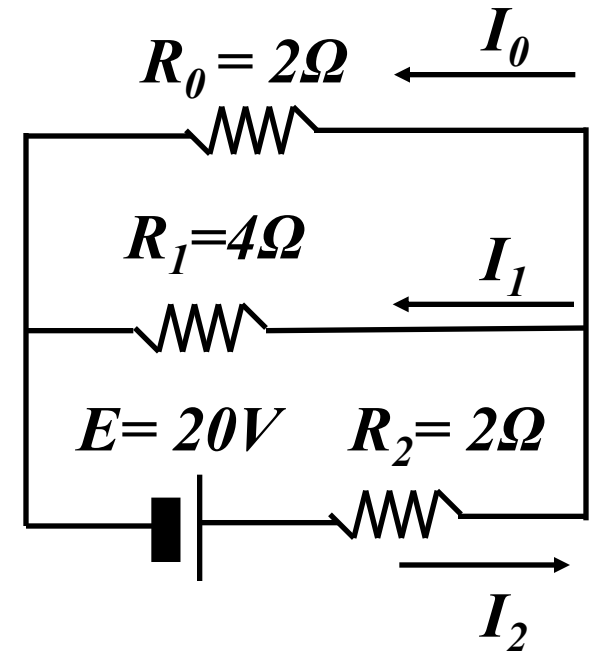
問題2-2

右図に示す回路において矢印のような電流が流れているとき抵抗 R_0 を流れる電流 I_0 は何(A)か？
ただし、内部抵抗は無視するものとする。



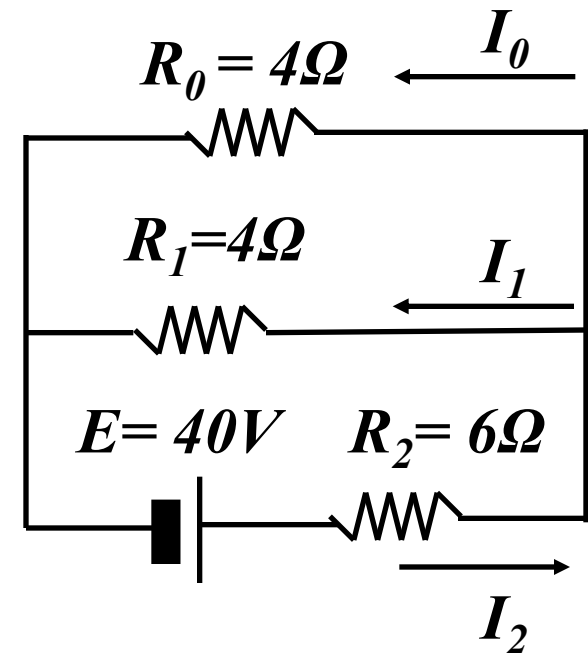
問題2-3

キルヒホッフの法則を使って
各抵抗を流れる電流を求めよ。



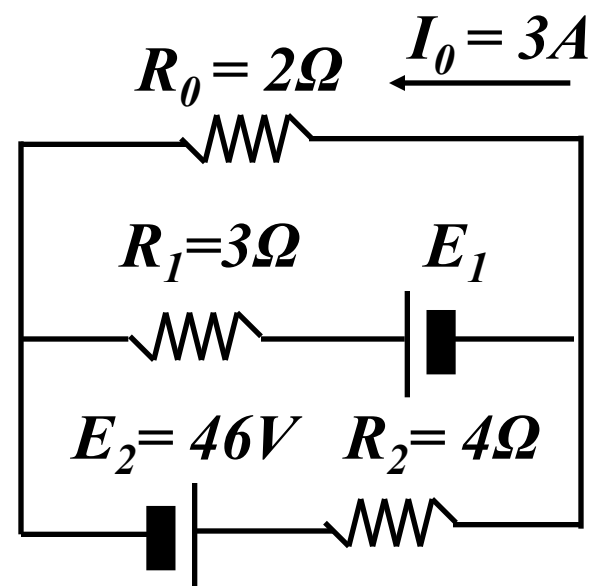
問題2-4

キルヒホッフの法則を使って
抵抗 R_0 を流れる電流 I_0 を求めよ。



問題2-5

電池の起電力 E_1 は何Vか？

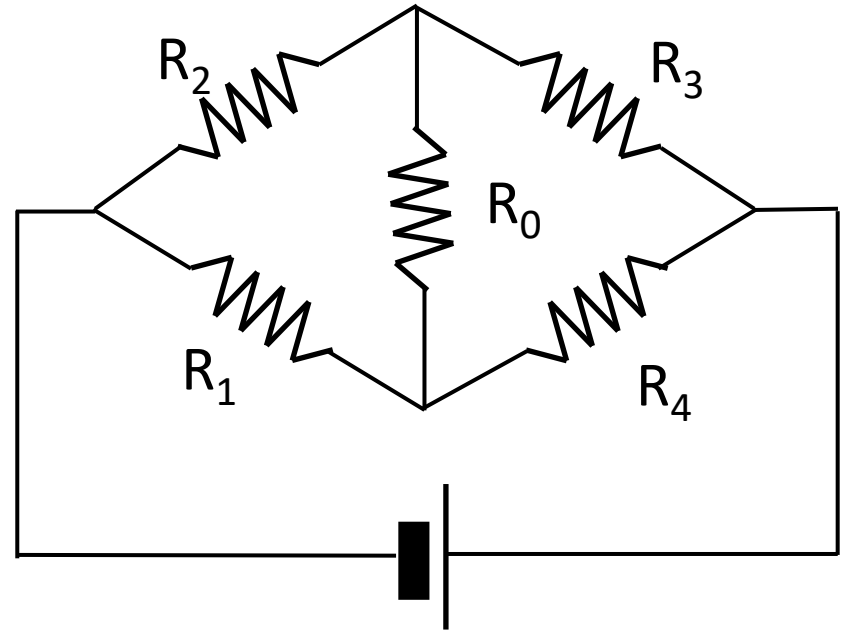


3 ホイーストンブリッジ

ブリッジの平衡条件

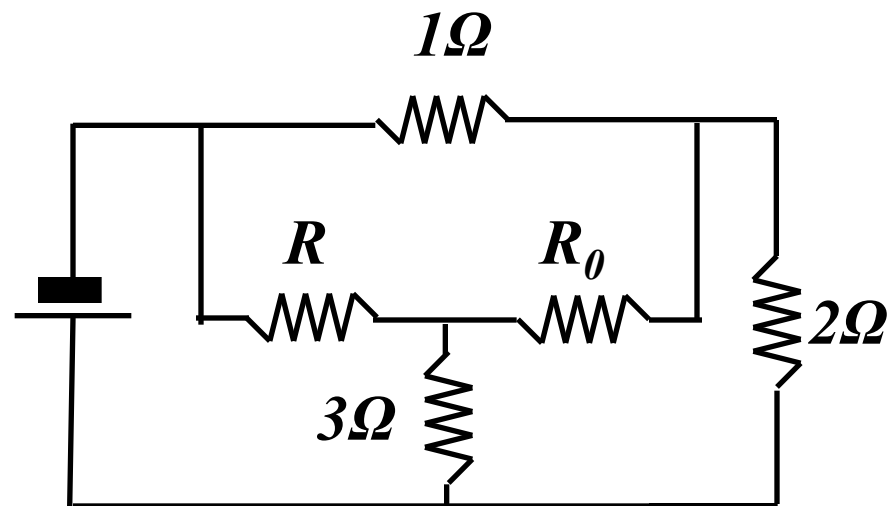
$$R_2 R_4 = R_1 R_3$$

の時、 R_0 の電流が0になる。



例題3

抵抗 R_0 に流れる電流が0[A]になるとき、
抵抗 R の値はいくらか

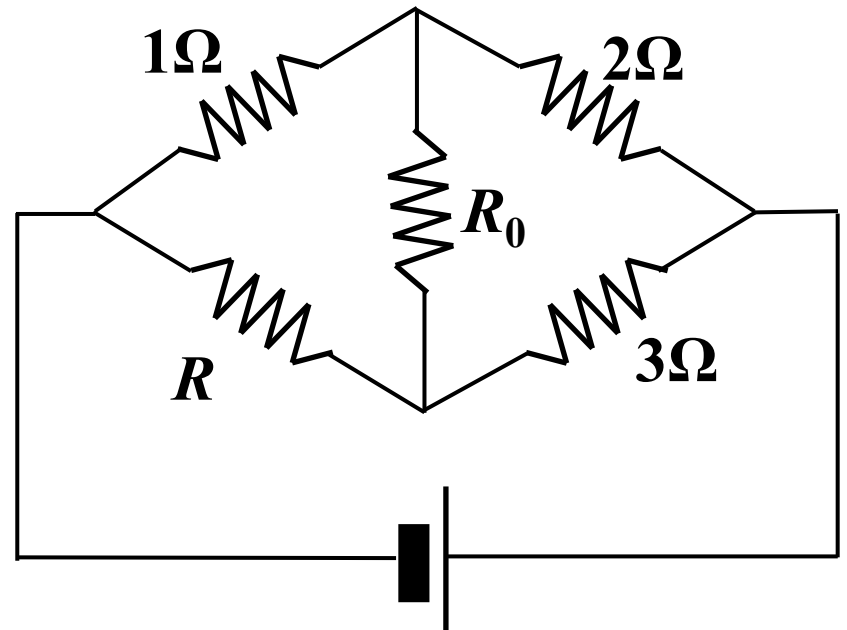


例題3 解答

図の回路はホイートストンブリッジである。

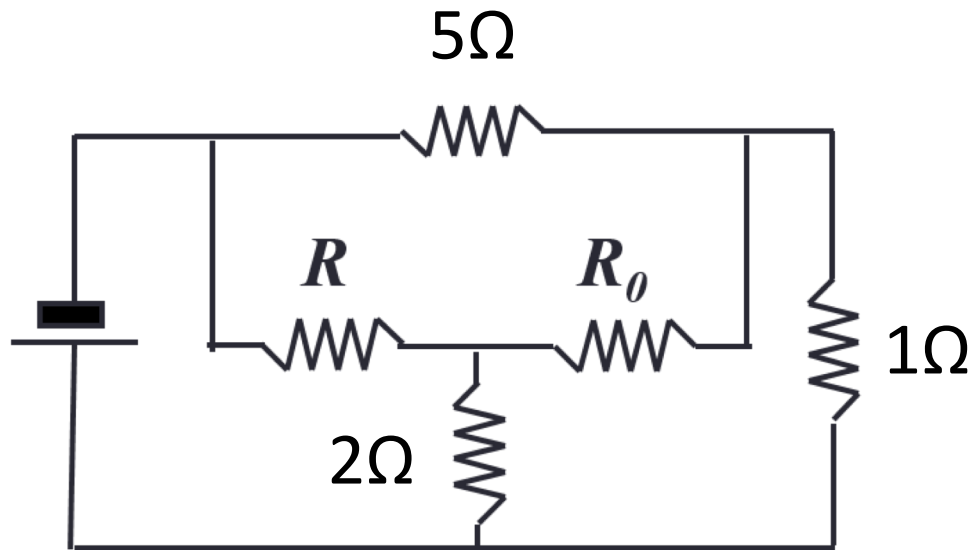
問題から、平衡条件が成り立っているので、次の式が成り立つ。

$$\begin{aligned}\frac{1}{R} &= \frac{2}{3} \\ R &= \frac{3}{2} \\ &= 1.5 \text{ } [\Omega]\end{aligned}$$



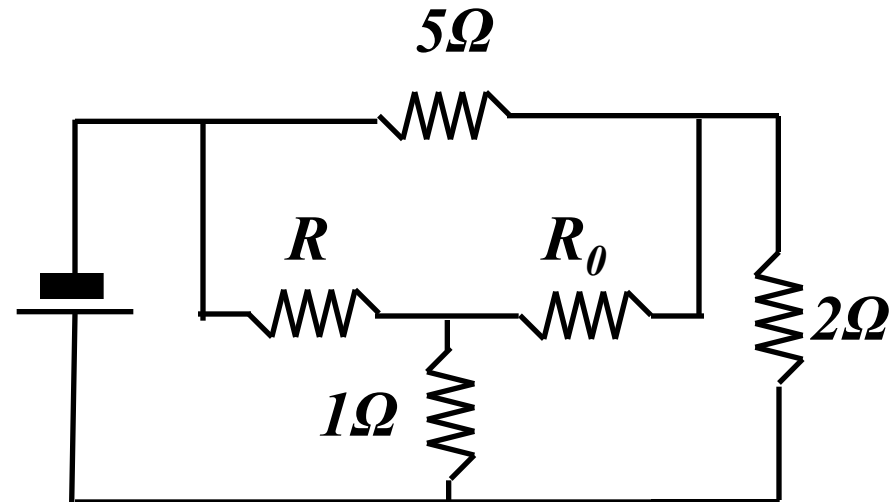
問題3-1

抵抗 R_0 に流れる電流が0[A]になるとき、抵抗 R の値を求めよ



問題3-2

図の回路において抵抗 R_0 に流れる電流が0[A]になるとき、抵抗 R の値を求めよ。



4 ひずみ

- ・応力： 引き伸ばしたり、押し縮めた時の反発力

$$\text{応力}\sigma = \frac{\text{荷重}P[N]}{\text{面積}A[m^2]}$$

- ・変形量： 実際に変形した量（長さ）

$$\text{変形量}\Delta L[m] = \text{変形後の長さ}L_1[m] - \text{変形前の長さ}L_0[m]$$

- ・ひずみ： 元の長さに対する変形量の割合（単位無し）

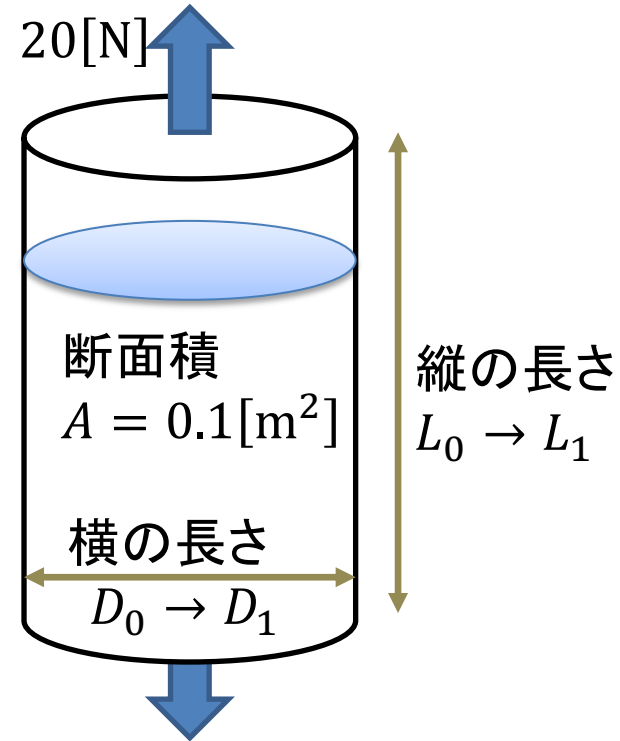
$$\text{ひずみ}\varepsilon = \frac{\text{変形量}\Delta L[m]}{\text{変形前の長さ}L_0[m]}$$

- ・ポアソン比： 縦歪みと横歪みの比（単位無し）

$$\text{ポアソン比}m = \left| \frac{\text{横ひずみ}\varepsilon_d}{\text{縦ひずみ}\varepsilon_l} \right|$$

例題4

引張荷重
 $P = 20[\text{N}]$



材料に引張荷重を加えると変形し、
縦の長さ $L_0 = 10\text{cm} \rightarrow L_1 = 12\text{cm}$
横の長さ $D_0 = 5\text{cm} \rightarrow D_1 = 4.5\text{cm}$
に変化した。

- (1) 応力 σ を求めよ
- (2) 縦変形量 ΔL 横変形量 ΔD を求めよ
- (3) 縦ひずみ ε_l 横ひずみ ε_d を求めよ
- (4) ポアソン比 m を求めよ

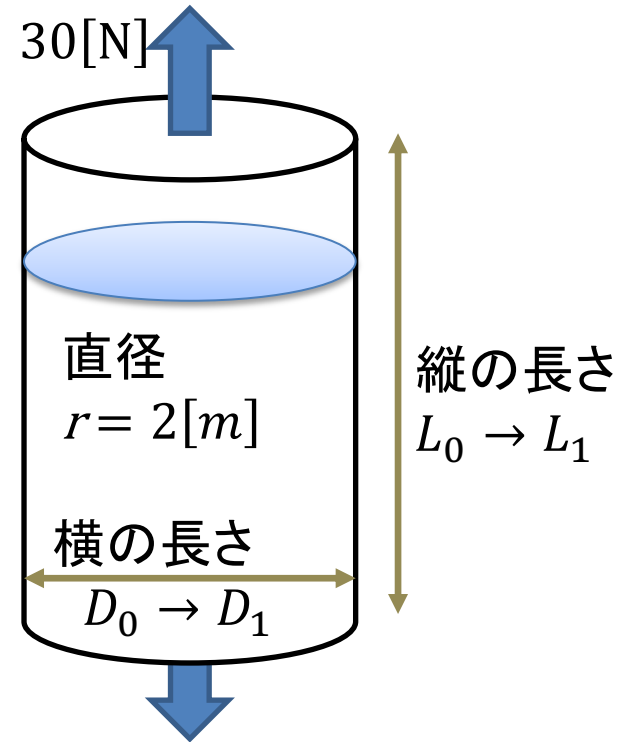
例題4 解答

- $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{20}{0.1} = 200 \text{ [N]}$
- $\Delta L = L_1 - L_0 = 12 - 10 = 2 \text{ [cm]}$
- $\Delta D = D_1 - D_0 = 4.5 - 5 = -0.5 \text{ [cm]}$
- $\varepsilon_l = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{2}{10} = 0.2$
- $\varepsilon_d = \frac{\Delta D}{D_0} = \frac{-0.5}{5} = -0.1$
- $m = \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l} \right| = \frac{0.1}{0.2} = 0.5$

問題4-1

引張荷重
 $P = 30[\text{N}]$

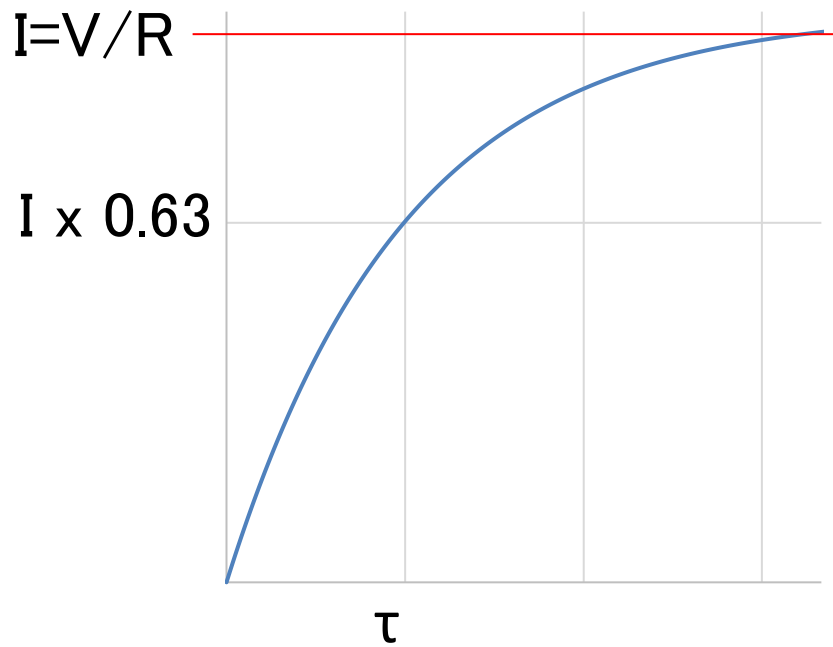
材料に引張荷重を加えると変形し、
縦の長さ $L_0 = 10\text{cm} \rightarrow L_1 = 12\text{cm}$
に変化した。



- (1) 応力 σ を求めよ。
- (2) ポアソン比 $m = 0.5$ の時、横変形量 ΔD を求めよ。

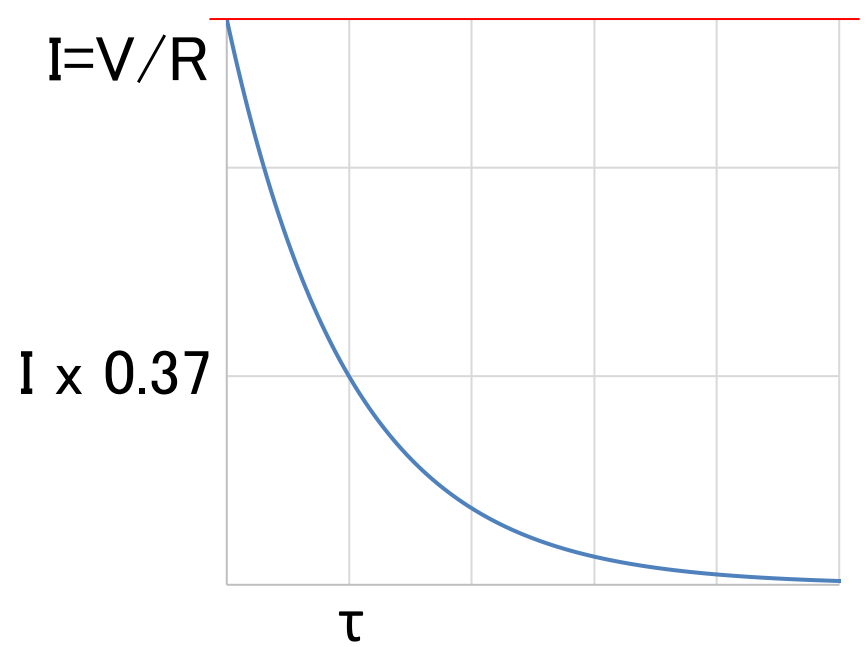
5 過渡現象

・RL回路の電流



時定数: $\tau = L/R$

・RC回路の電流

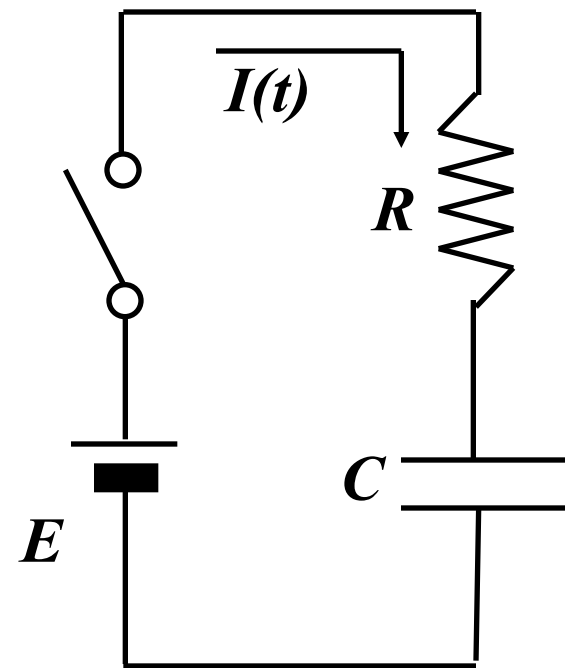


時定数: $\tau = CR$

例題5-1

電池の起電力 $E=32$ [V]、抵抗 $R=4$ [Ω]
コンデンサの静電容量 $C=5$ [F]

- (1) 時定数 τ の値を求めよ。
- (2) 抵抗に加わる電圧、電流のグラフを描け。グラフには電圧、電流の最大値、時定数、時定数の時の電圧、電流の値を明確に示せ。

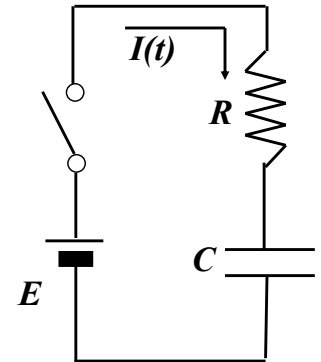


例題5-1 解答

$$E=32 \text{ [V]}$$

$$R=4 \text{ } [\Omega]$$

$$C=5 \text{ [F]}$$



(1) 時定数 τ の値を求めよ。

$$\tau = CR = 5 \times 4 = 20 \text{ [s]}$$

(2) 電圧、電流のグラフ

$$v(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

電圧

$t = 0$ の時抵抗に加わる電圧は E [V]

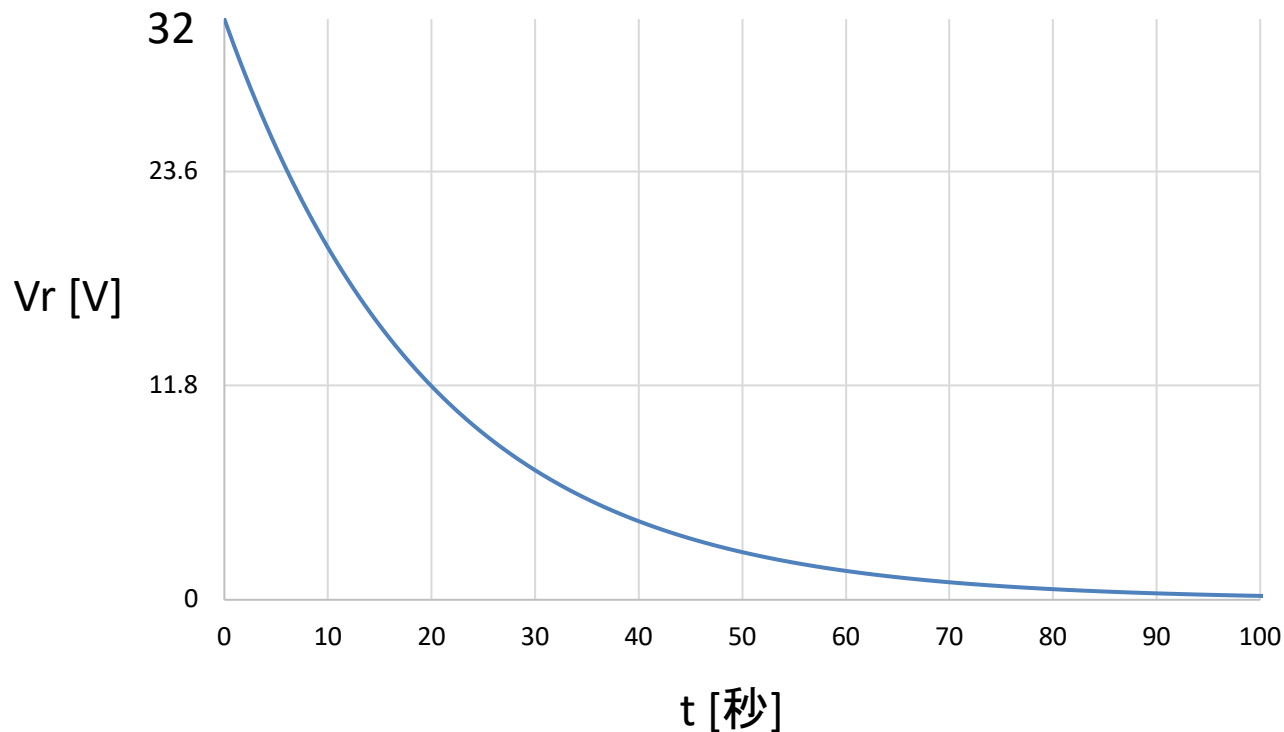
$t \rightarrow \infty$ の時、抵抗に加わる電圧は 0 [V]

電流

$$t = 0 \text{の時} \quad i(t) = \frac{E}{R} \quad t \rightarrow \infty \text{の時} \quad i(t) = 0$$

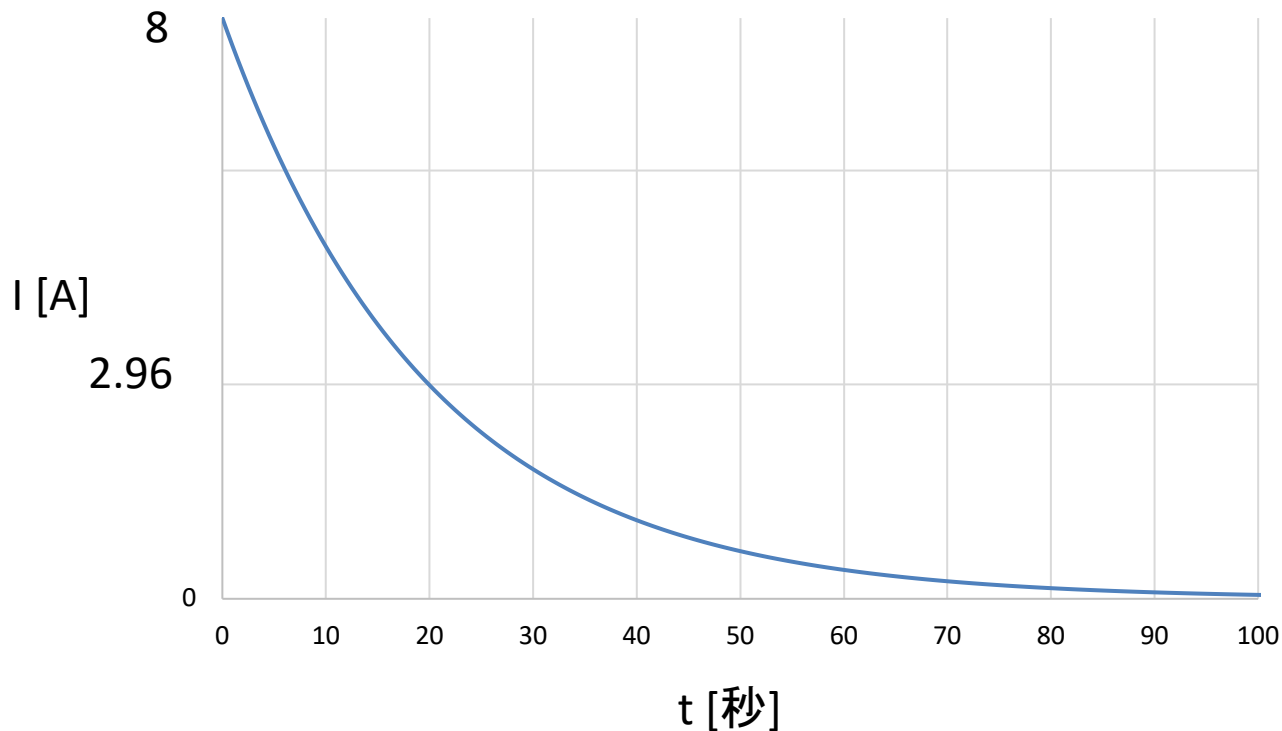
例題5-1 解答

$$\tau = 20, \quad v(\tau) = 32 \times 0.37 = 11.84$$



例題5-1 解答

$$\tau = 20, \quad i(\tau) = \frac{11.84}{R} = \frac{11.84}{4} = 2.96$$

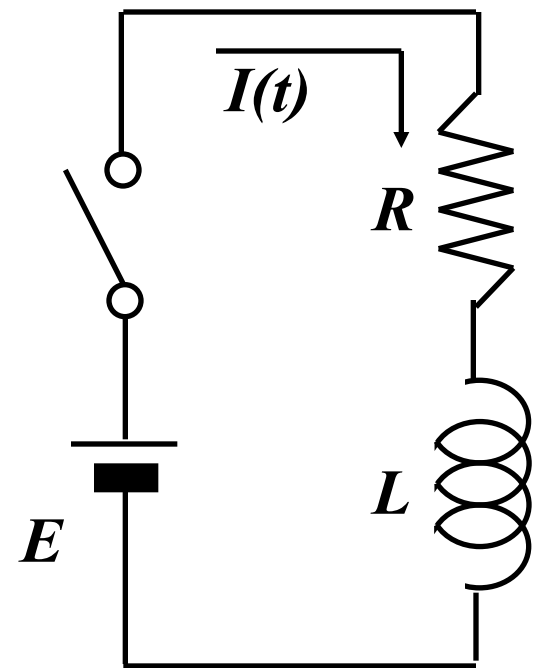


例題5-2

電池の起電力 $E=20$ [V]、抵抗 $R=5$ [Ω]
コイルの自己インダクタンス $L=15$ [H]

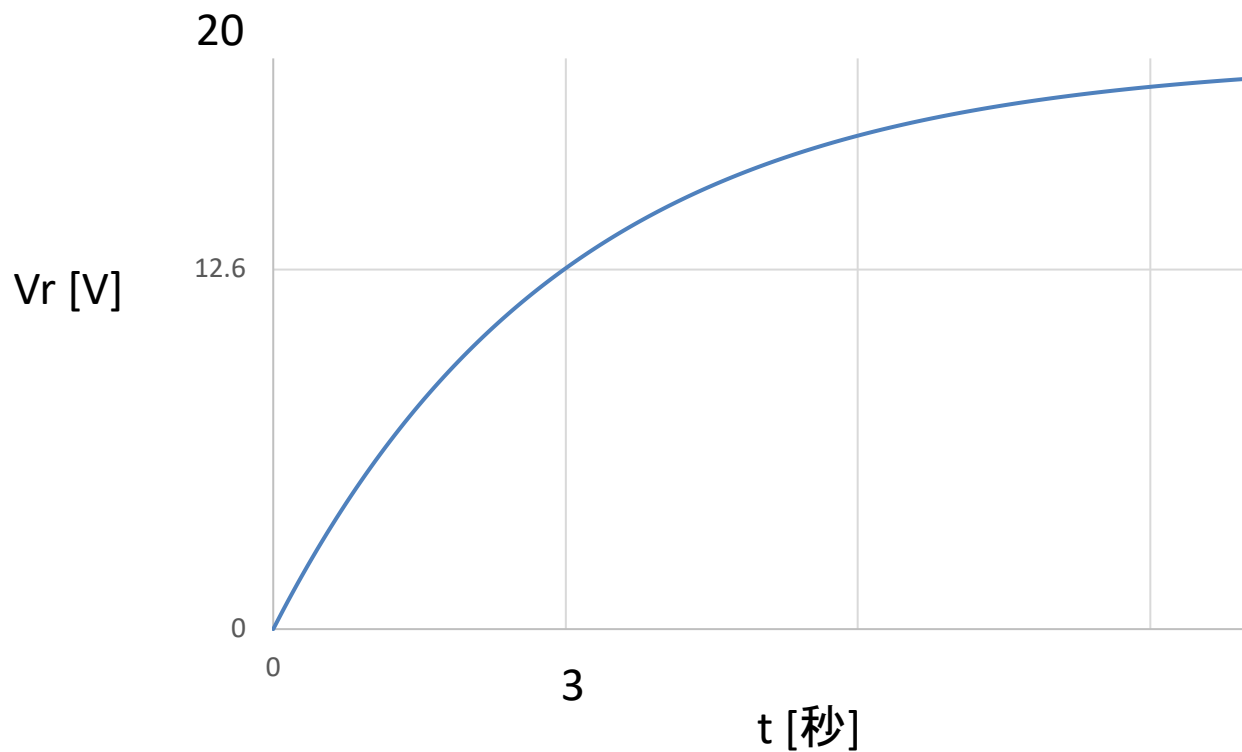
(1) 時定数 τ の値

(2) 抵抗に加わる電圧、電流のグラフを描け。グラフには電圧、電流の最大値、時定数、時定数の時の電圧、電流の値を明確に示せ。



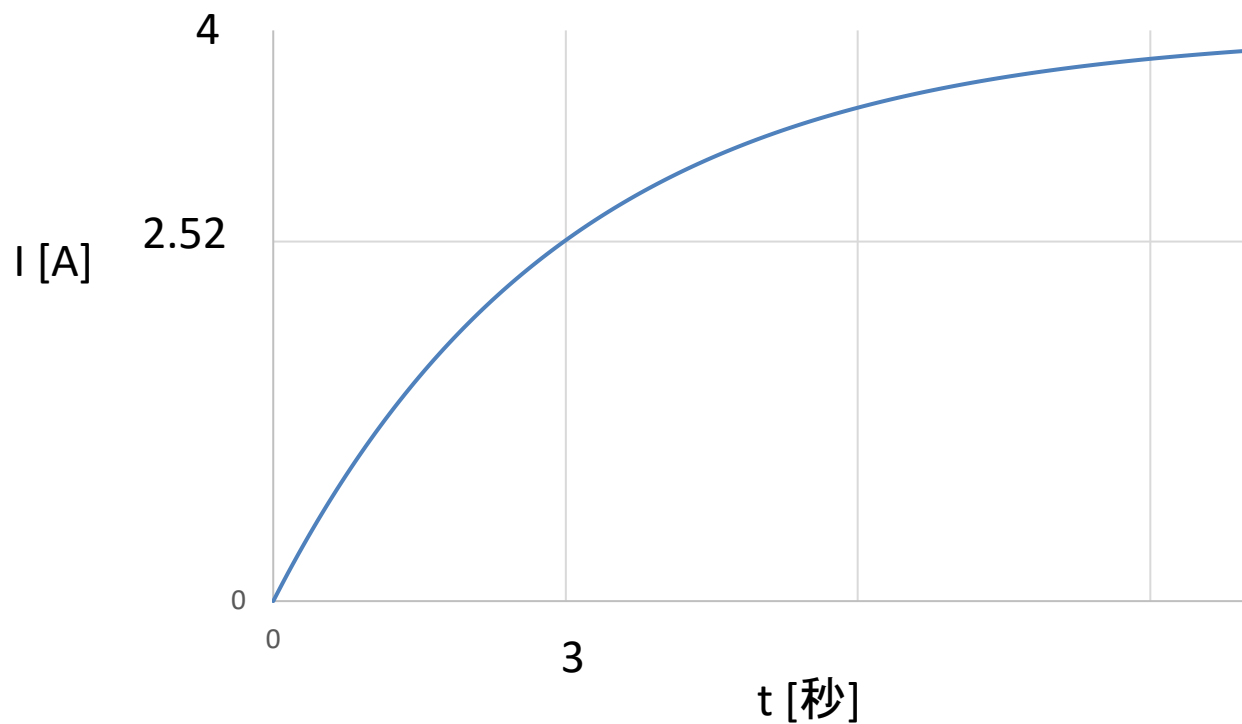
例題5-2 解答

$$\tau = \frac{L}{R} = 3, \quad v(\tau) = 20 \times 0.63 = 12.6$$



例題5-2 解答

$$\tau = \frac{L}{R} = 3, \quad i(\tau) = 4 \times 0.63 = 2.52$$



6 交流回路の電圧、電流

交流電圧の式

$$e(t) = E \sin(\omega t + \phi)$$

E: 振幅、 ω : 各周波数 $=2\pi f=2\pi/T$ 、 Φ : 位相

・抵抗に流れる交流電流

$$i(t) = \frac{E}{R} \sin(\omega t)$$

・コンデンサに流れる交流電流

$$i(t) = \omega C E \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

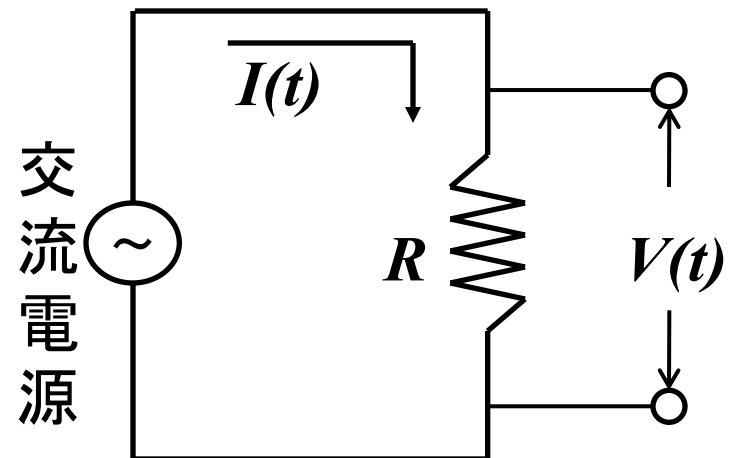
・インダクタに流れる交流電流

$$i(t) = \frac{E}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

例題6-1

交流電源の最大値 V_0 を10[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [Hz]とし、抵抗 R を5[Ω]とする。

- (1) 電流の式を求めよ
- (2) 電流をのグラフをかけ
- (3) $\pi/6$ [s]後の電流の瞬時値を求めよ



例題6-1 解答

単位円において
 ω : 一秒間に進む角度
 T : 一周にかかる時間
 2π : 一周の角度

解答

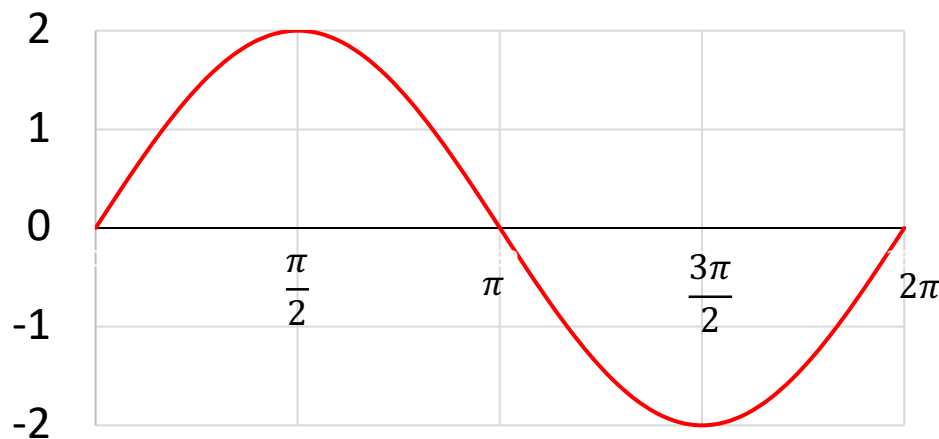
抵抗のみの場合、
振幅だけが変わる

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$(1) \quad I(t) = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = \frac{10}{5} \sin \left(\frac{2\pi}{2\pi} \times t \right) = 2 \sin(t)$$

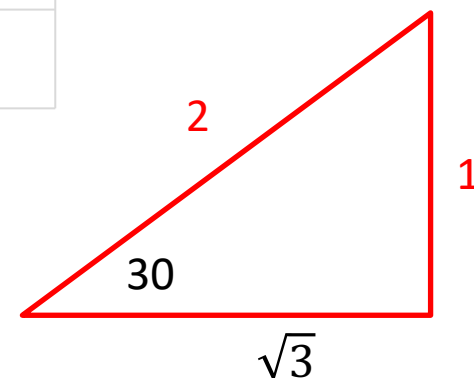
(2)

位相は変わらない



(3)

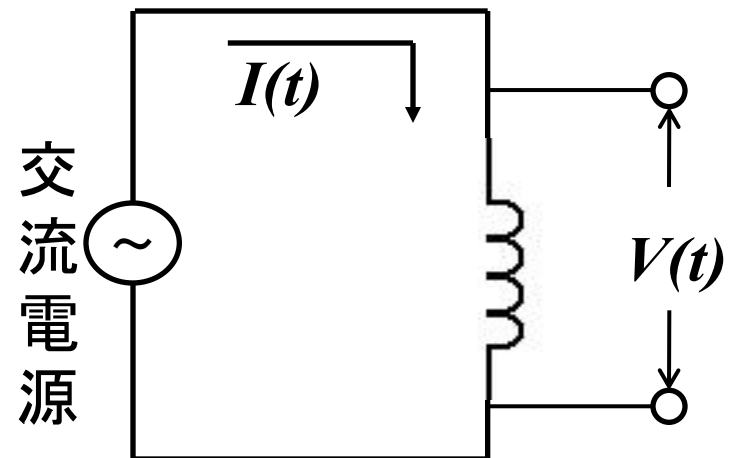
$$I\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1 [\text{A}]$$



例題6-2

交流電源の最大値 V_0 を6[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [s]とし、自己インダクタンス L を2[H]とする。

- (1) 電流の式を求めよ
- (2) 電流をのグラフをかけ
- (3) $\pi/6$ [s]後の電流の瞬時値を求めよ

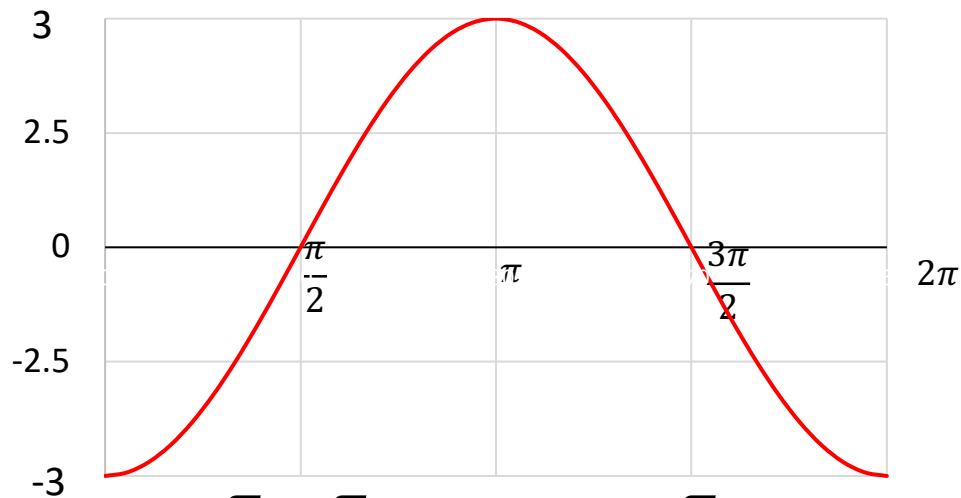


例題6-2 解答

解答

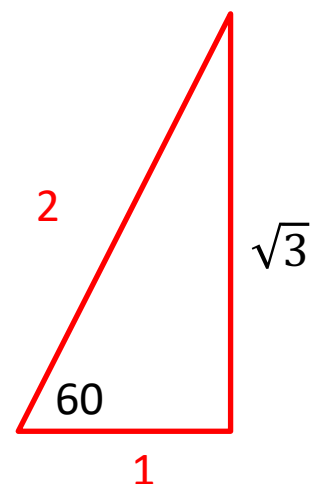
$$(1) \quad i(t) = \frac{V_0}{\omega L} \sin \omega t = \frac{6}{2} \sin \left(t - \frac{\pi}{2} \right) = 3 \sin \left(t - \frac{\pi}{2} \right)$$

(2)



(3)

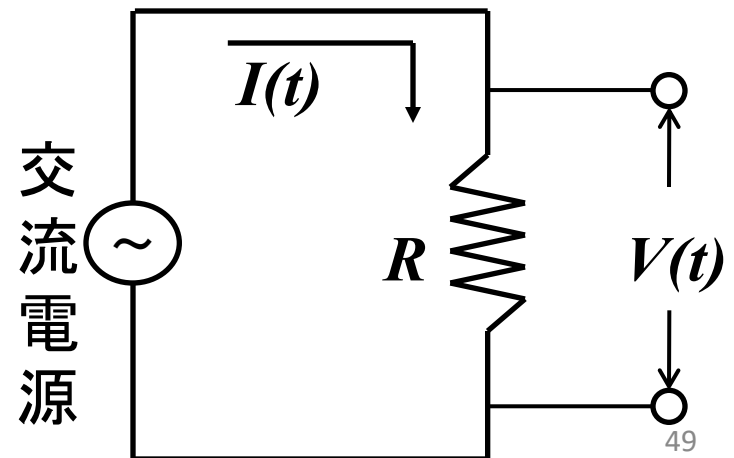
$$\begin{aligned} i\left(\frac{\pi}{6}\right) &= 3 \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = 3 \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \\ &= -3 \sin \left(\frac{\pi}{3} \right) = -3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} [\text{A}] \end{aligned}$$



問題6-1

交流電源の最大値 V_0 を30[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [s]とし、抵抗 R を10[Ω]とする。

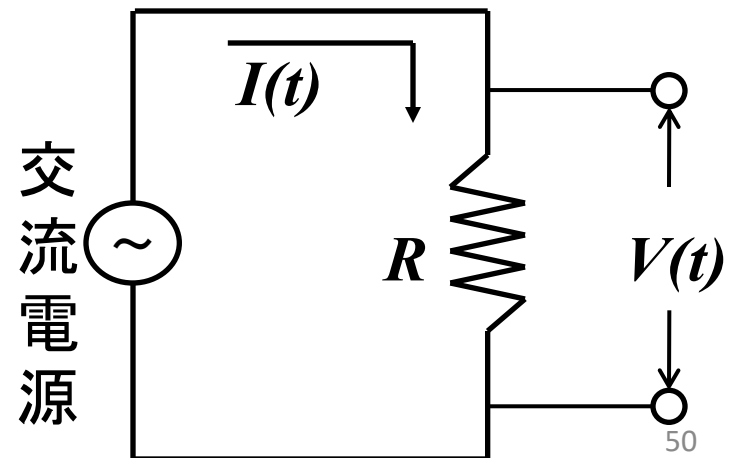
- (1) 電流の式を求めよ
- (2) 電流をのグラフをかけ
- (3) $\pi/4$ [s]後の電流の瞬時値を求めよ



問題6-2

交流電源の最大値 V_0 を $10[\text{V}]$ 、周波数 f を $1/4\pi[\text{s}]$ とし、抵抗 R を $6[\Omega]$ とする。

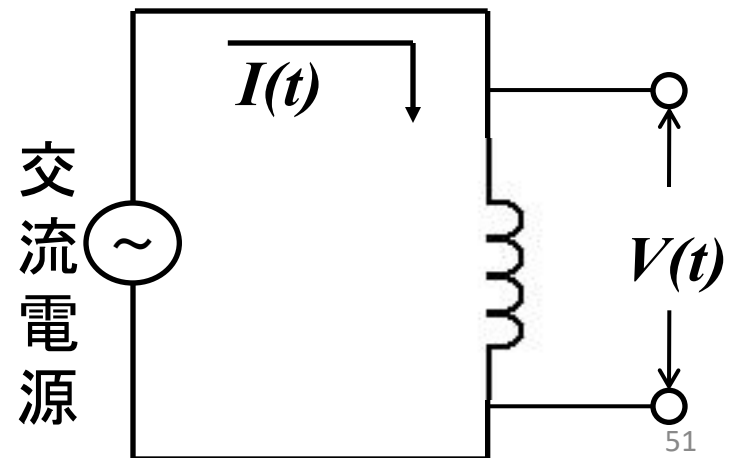
- (1) 電流の式を求めよ
- (2) 電流をのグラフをかけ
- (3) $\pi/4[\text{s}]$ 後の電流の瞬時値を求めよ



問題6-3

交流電源の最大値 V_0 を12[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [s]とし、自己インダクタンス L を6[H]とする。

- (1) 電流の式を求めよ
- (2) 電流をのグラフをかけ
- (3) $\pi/6$ [s]後の電流の瞬時値を求めよ



7 インピーダンス

交流回路の電圧と電流の関係を表したものの。

- ・インピーダンスの大きさ

電流と電圧の振幅の比を表す

$$|Z| = \frac{V_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

- ・インピーダンスの角度

電流から見た電圧の位相差を表す

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right), \quad \tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

- ・交流回路の電力

皮相電力(見かけの上の電力) $P_a = I_m V_m / 2$

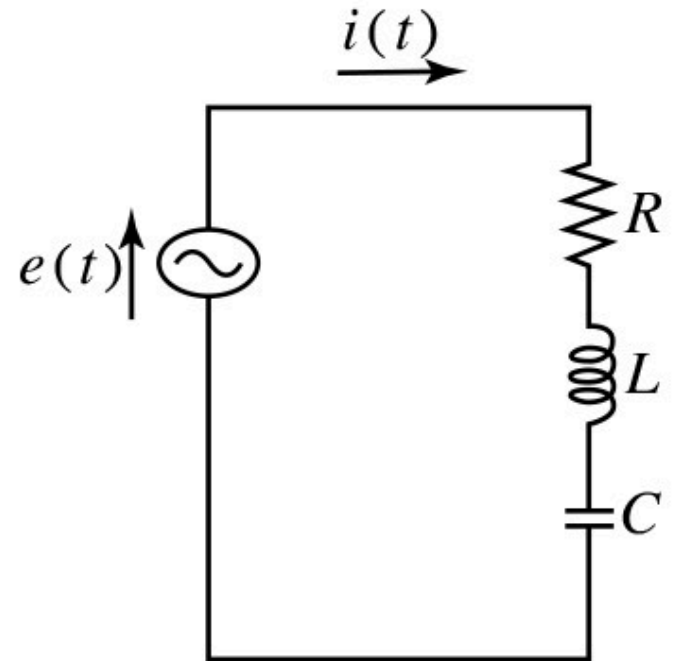
有効電力(平均電力、電力) $P_a \cos(\phi)$

無効電力 $P_a \sin(\phi)$

例題7

交流電源の最大値を $16\sqrt{2}$ [V]を1 [Hz]、 $R=8[\Omega]$ 、 $L=15/2\pi$ [H]、 $C=1/14\pi$ [F]とする。

- (1) インピーダンスを求めよ。
- (2) 電流の式を求めよ。
- (3) 電流のグラフをかけ。
- (4) 有効電力、皮相電力をそれぞれ求めよ。



例題7 解答

(1) インピーダンス

$$\begin{aligned}|Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\&= \sqrt{8^2 + \left(2\pi \times \frac{15}{2\pi} - \frac{1}{2\pi \frac{1}{14\pi}}\right)^2} \\&= \sqrt{64 + (15 - 7)^2} \\&= \sqrt{64 + 64} \\&= 8\sqrt{2} \text{ } [\Omega]\end{aligned}$$

$$\phi = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{8}{8} \right) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{1}{1} \right) = \frac{\pi}{4} \text{ } [rad]$$

例題7 解答

(2) 電流

$$\frac{E_m}{|Z|} \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{16\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

(3) 電力

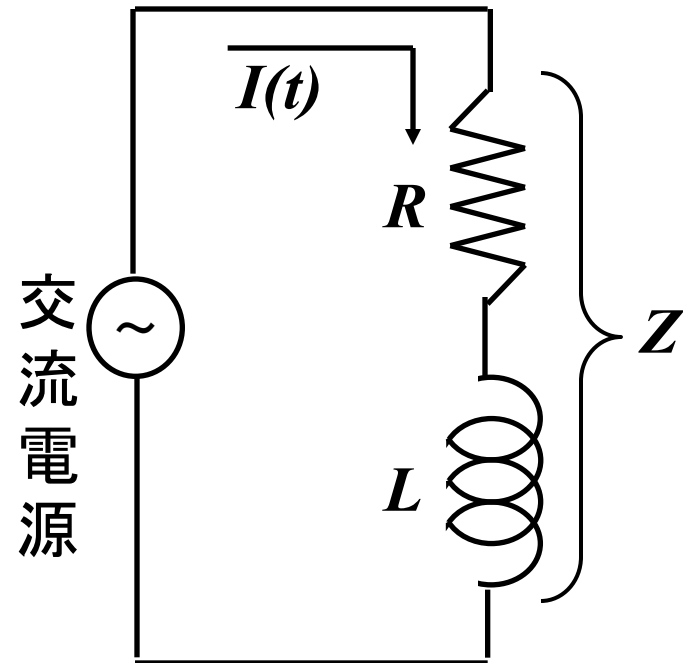
$$\text{皮相電力 } P_a = \frac{I_m V_m}{2} = \frac{2 \times 16\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2} \text{ [VA]}$$

$$\text{有効電力 } P_e = P_a \cos(\phi) = 16\sqrt{2} \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 16 \text{ [W]}$$

問題7-1

抵抗 R を8 [Ω]自己インダクタンス L を9 [H]とし、
交流電源の周波数 f を $1/2\pi$ 、最大電圧 V_0 を50 [V]とする。

- (1) インピーダンスを求めよ。
- (2) 電流の式をかけ。



8 共振

RLC直列回路で電圧が特定の周波数の時、インピーダンスの大きさが最小になる。その現象を共振といい、その時の周波数を共振周波数という。

$$\text{共振周波数 } f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

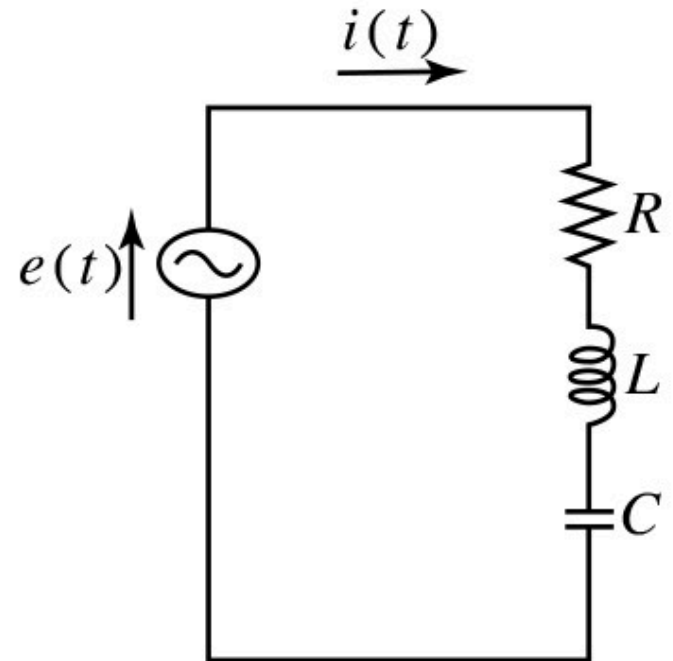
共振周波数の時はインピーダンスのLとCの成分が消えて抵抗の成分だけになる。

$$|Z| = R$$

例題8

図の交流回路で $R=8[\Omega]$ 、
 $L=40[\text{H}]$ 、 $C=0.1[\text{F}]$ とする。

- (1) 共振周波数を求めよ
- (2) 共振周波数の時のインピーダンス $|Z|$ を求めよ。



例題8 解答

図の交流回路で $R=8[\Omega]$ 、 $L=40[H]$ 、 $C=0.1[F]$ とする。

(1) 共振周波数

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{40 \times 0.1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{4}} = \frac{1}{4\pi}$$

(2) インピーダンス

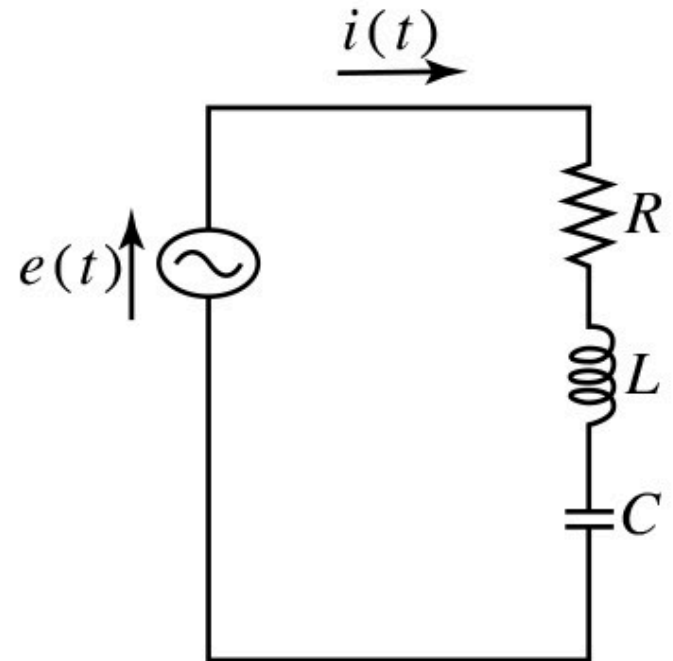
$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{64 + \left(\frac{1}{2} \times 40 - \frac{1}{\frac{1}{2} \times 0.1}\right)^2} \\ &= \sqrt{64 + \left(20 - \frac{2}{0.1}\right)^2} = \sqrt{64 + (20 - 20)^2} = \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

Rのみのインピーダンス
と等しくなる

問題8-1

図の交流回路で $R=10[\Omega]$ 、 $L=80[\text{H}]$ 、 $C=0.2[\text{F}]$ とする。

- (1) 共振周波数を求めよ
- (2) 共振周波数の時のインピーダンス $|Z|$ を求めよ。



9実効値

- 実効値から振幅

$$\text{振幅(最大値)} V_m = \text{実効値} V_e \times \sqrt{2}$$

- 振幅から実効値

$$\text{実効値} V_e = \frac{\text{振幅(最大値)} V_m}{\sqrt{2}}$$

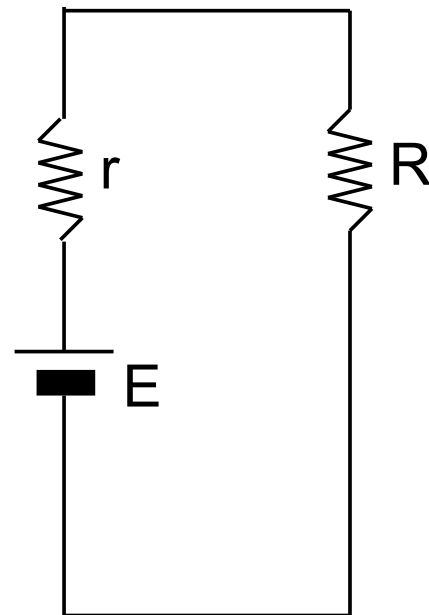
例題9

- (1) 交流電源 $e = 5\sin(\omega t + \phi)$ の実効値を求めよ。
- (2) 商用電源100Vは電圧の実効値を表している。この時振幅はいくつになるか。

10 インピーダンスマッチング

内部抵抗 $r[\Omega]$ を持つ電源から、負荷抵抗 $R[\Omega]$ に最大電力を供給するためには、内部抵抗と負荷抵抗を等しくするすれば良い。

$R = r$ の時、 R での消費電力最大



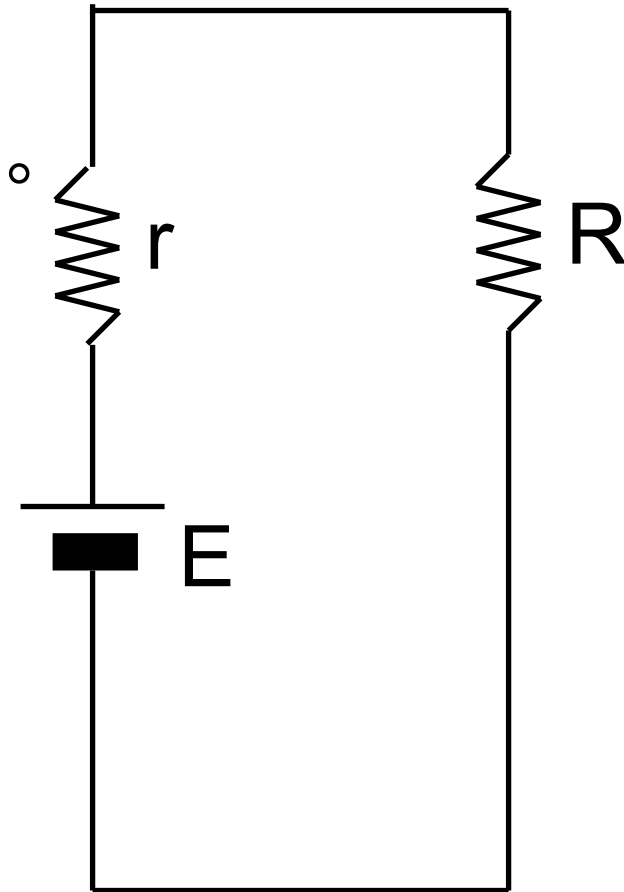
例題10

図の回路において r は電源 E の内部抵抗、 R は回路に接続された負荷を表す。

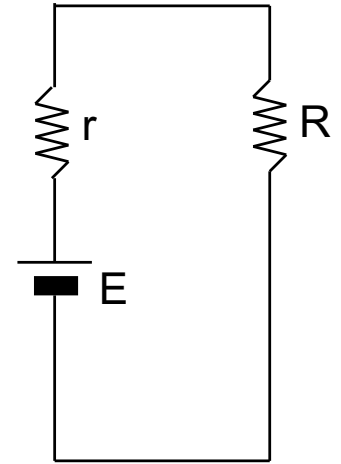
(1) 負荷 R の消費電力の式を求めよ

(2) 負荷 R に最大電力が供給される時の R の式を求めよ。

(3) $r=1$ 、 $E=10$ とした時の負荷 R における最大電力を求めよ。



例題10 解答



(1)

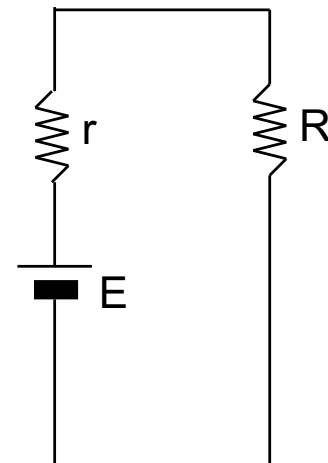
$$P = VI = RI I = RI^2$$

$$I = \frac{E}{r + R}$$

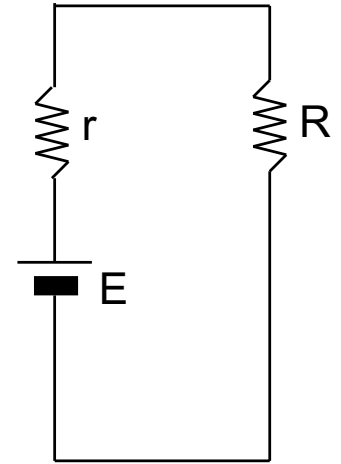
$$P = RI^2 = R \frac{E^2}{(r + R)^2} = E^2 \frac{R}{(r + R)^2}$$

例題10 解答

$$(2) R = r$$



例題10 解答



(3)

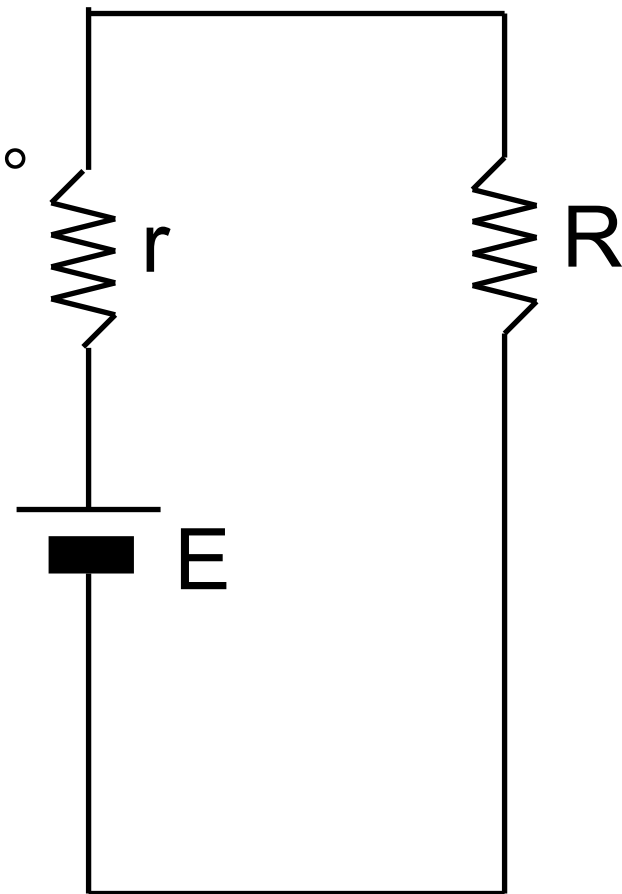
$$\begin{aligned} P &= E^2 \frac{R}{(r + R)^2} = E^2 \frac{r}{(r + r)^2} \\ &= E^2 \frac{r}{(2r)^2} = E^2 \frac{r}{4r^2} = E^2 \frac{1}{4r} = \frac{10^2}{4 \times 1} = \frac{100}{4} \\ &= 25[W] \end{aligned}$$

問題10

図の回路において r は電源 E の内部抵抗、 R は回路に接続された負荷を表す。

(1) $r=5[\Omega]$ 、 $E=10[V]$ 、 R を可変としたとき、インピーダンスマッチングで得られる負荷 R の最大消費電力を求めよ。

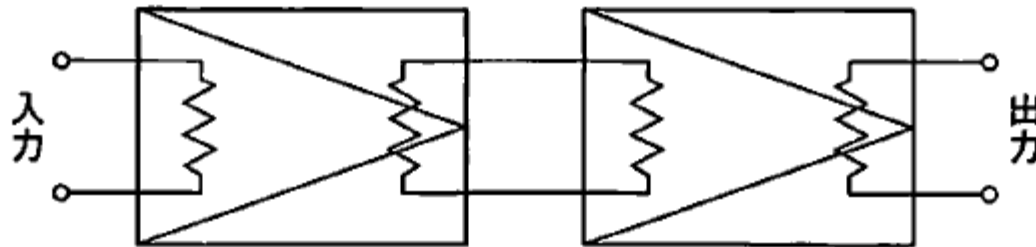
(2) $r=10[\Omega]$ 、 $R=30[\Omega]$ とする。このとき R に並列で抵抗 R_x を追加することで、 R 及び R_x で消費される電力を最大化したい。この時の R_x の抵抗値を求めよ。



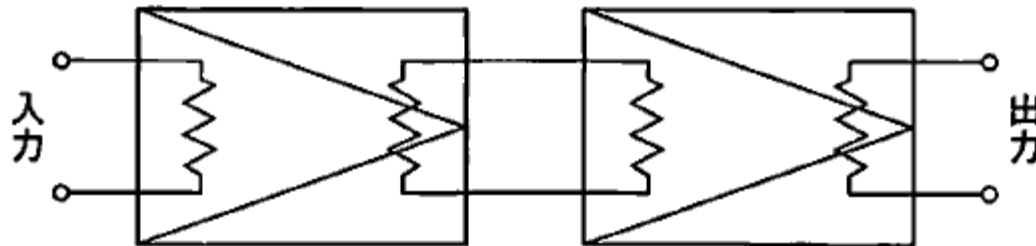
例題11 増幅度

増幅度が何倍のとき、
電圧利得が何dBかを計算しています

$$\begin{array}{rclclcl} 2\text{倍} & \times & 5\text{倍} & = & 10\text{倍} \\ (0.3\text{B})\ 3\text{dB} & + & (0.7\text{B})\ 7\text{dB} & = & (1\text{B})\ 10\text{dB} \end{array}$$

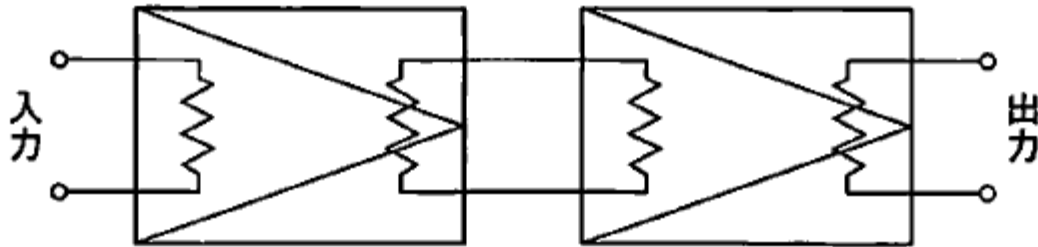


$$\begin{array}{rclclcl} 100\text{倍} & \times & 1,000\text{倍} & = & 100,000\text{倍} \\ (2\text{B})\ 20\text{dB} & + & (3\text{B})\ 30\text{dB} & = & (5\text{B})\ 50\text{dB} \end{array}$$

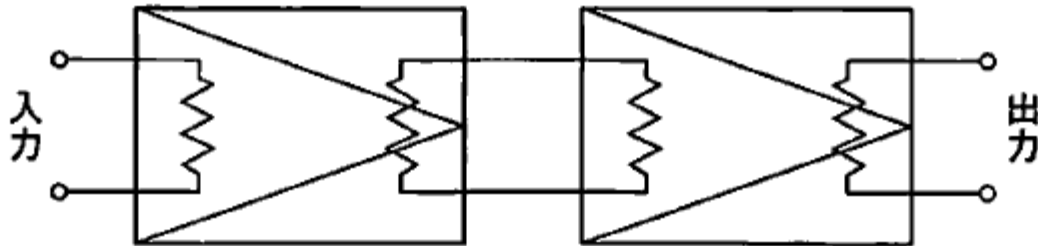


問題11

$$\begin{aligned} 1/2\text{倍} \times 1/5\text{倍} &= 1/10\text{倍} \\ &= \text{dB} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1/100\text{倍} \times 1,000\text{倍} &= 10\text{倍} \\ &= \text{dB} \end{aligned}$$



例題12 サンプリング定理

最高周波数5Hzのアナログ信号波形をAD変換する際の最大サンプリング周期Tはいくつか。

サンプリング定理より

サンプリング周波数 $f > 2f_{max}$

$$f = \frac{1}{T} \text{ より } \frac{1}{T} > 2f_{max}$$

$$T < \frac{1}{2f_{max}}$$

$$T < \frac{1}{2 \times 5}$$

$$T < 0.1 \text{ [s]}$$

不等式の逆数を取ると、
不等号の向きが変わる

問題12-1

- (1) 最高周波数が100Hzのアナログ信号をAD変換する際の最大サンプリング周期はいくつか。
- (2) 最高周波数が25Hzのアナログ信号をAD変換する際の最低サンプリング周波数はいくつか。

問題12-2

$y = 8\sin(6\pi t + \frac{\pi}{2})$ で表されるアナログ信号波形をAD変換する時、信号が復元可能であるための条件を、サンプリング周波数 f_s を用いて表せ。