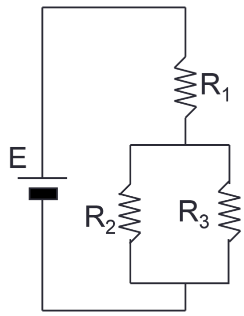
第１回の練習問題の解説･解答例

※　R_2とR_3の合成抵抗をR_{23}のように表すことにする。

問題１

(1) 合成抵抗値



$$
\begin{aligned}
R_{23} &= \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \\
&= \frac{3 \times 7}{3 + 7} \\
&= \frac{21}{10} \\
&= 2.1[\Omega] \\
R_{123} &= R_1 + R_{23} \\
&= 1.9 + 2.1 \\
&= 4.0[\Omega]
\end{aligned}
$$

R1 = 1.9 [Ω]

R2 = 3 [Ω]

R3 = 7 [Ω]

E = 19[V]

(2) 消費電力

電圧Eが合成抵抗R_{123}にかかっている

抵抗R_1を流れる電流I_1（＝電源Eを流れる電流）

$$I_1 = \frac{E}{R_{123}}$$

消費電力の公式

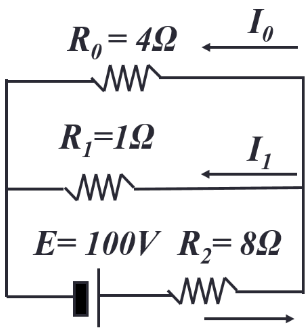
$$\boxed{P = VI}$$

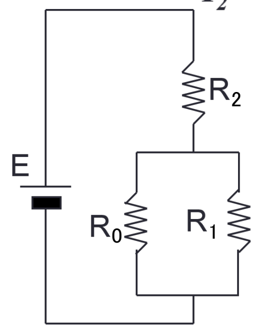
$$\boxed{電力[\mathrm{W}] = 電圧[\mathrm{V}] \times 電流[\mathrm{A}]}$$

$$
\begin{aligned}
P &= EI_1 \\
&= E\frac{E}{R_{123}} \\
&= \frac{E^2}{R_{123}} \\
&= \frac{19^2}{4} \\
&= 90.25[\mathrm{W}]\ (\cong 90[\mathrm{W}])
\end{aligned}
$$

問題 2

書き換えると問題 1 と同じ形の回路になる





方針としては

1. 並列部分の合成抵抗R_{01}を求める

$$R_{01} = \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1}$$

2. 全体の合成抵抗R_{012}を求める

$$R_{012} = R_{01} + R_2$$

3. I_2を求める

$$I_2 = \frac{E}{R_{012}}$$

4. V_2を求める

$$V_2 = R_2 I_2$$

5. V_0 $(= V_1)$ を求める

$$V_0 = E - V_2$$

6. I_0を求める

$$I_0 = \frac{V_0}{R_0}$$

ここでは全部一気に代入して計算してみると

$$I_0 = \frac{E - R_2 \dfrac{E}{\dfrac{R_0 R_1}{R_0 + R_1} + R_2}}{R_0}$$

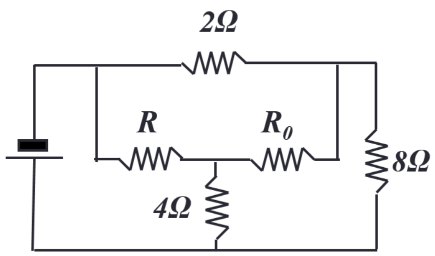
$$= \frac{100 - 8 \dfrac{100}{\dfrac{4 \times 1}{4 + 1} + 8}}{4}$$

$$= 2.3 \text{ [A]}$$

問題 3

一見複雑だが、ホイートストンブリッジと呼ばれる、既知の抵抗 2 個と可変抵抗 1 個を使って未知の抵抗 R を調べるために使われる回路と同じ

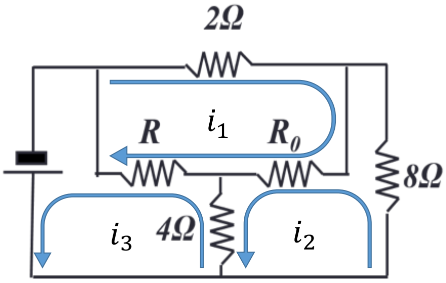
詳細は $\boxed{\text{ホイートストンブリッジ}}$ $\boxed{\text{検索}}$



$$4 : 8 = R : 2$$

$$8 \times R = 4 \times 2$$

$$R = 1$$



問題３（キルヒホッフの法則による解法）

右の図のようにループ電流i_1~i_3を定義する。

各閉ループについて回路方程式を次のように求める。

$$\begin{cases} 0 = (2 + R + R_0)i_1 + R_0 i_2 + R i_3 \\ 0 = R_0 i_1 + (12 + R_0)i_2 - 4i_3 \\ E = R i_1 - 4i_2 + (4 + R)i_3 \end{cases} \quad \cdot\cdot\cdot(1)$$

R_0を流れる電流は 0 であるから次式が成り立つ。

$$i_1 + i_2 = 0$$

$$i_2 = -i_1 \qquad \cdot\cdot\cdot(2)$$

これを式(1)に代入すると次のようになる。ただし、回路方程式中の第３式は R の導出に必要ないため省略する。

$$\begin{cases} 0 = (2 + R)i_1 + R i_3 \\ 0 = -12 i_1 - 4 i_3 \end{cases} \quad \cdot\cdot\cdot(3)$$

式(3)の第２式をi_3についてまとめると次式が得られる。

$$i_3 = -3i_1 \qquad \cdot\cdot\cdot(4)$$

式(4)を式(3)の第１式に代入し整理すると次のようになり、R を求めることができる。

$$0 = (2 + R)i_1 - 3R i_1$$

$$0 = (2 - 2R)i_1$$

$$R = 1\ [\Omega]$$

問題４

(1)

10Ωと 90Ωの並列合成抵抗を求めるときに出くわす式の形

「並列合成抵抗の逆数は個別の抵抗の逆数の和に等しい」ので

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{10} + \frac{1}{90}$$

$$R' = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{90}}$$

$$= \frac{10 \times 90}{\frac{10 \times 90}{10} + \frac{10 \times 90}{90}}$$

$$= \frac{10 \times 90}{90 + 10}\ \left(\text{以上が面倒ならここから始めてよい}\right)$$

$$= \frac{900}{100}$$

$$= 9$$

(2)

$\log_{\mathrm{n}} x$は対数関数で、指数関数n^xとは逆関数の関係にある

例えば……

$$\log_{10} 10000 = 4 \leftrightarrow 10^4 = 10000$$
$$\log_{10} 10 = 1 \leftrightarrow 10^1 = 10$$
$$\log_{10} 1 = 0 \leftrightarrow 10^0 = 1$$
$$\log_{10} 0.1 = -1 \leftrightarrow 10^{-1} = 0.1$$
$$\log_{10} 0.0001 = -4 \leftrightarrow 10^{-4} = 0.0001$$
$$\log_2 32 = 5 \leftrightarrow 2^5 = 32$$
$$\log_2 2 = 1 \leftrightarrow 2^1 = 2$$
$$\log_2 1 = 0 \leftrightarrow 2^0 = 1$$
$$\log_2 \frac{1}{2} = -1 \leftrightarrow 2^{-1} = \frac{1}{2}$$
$$\log_2 \frac{1}{32} = -5 \leftrightarrow 2^{-5} = \frac{1}{32}$$

(3)

$$\sin x \rightarrow 微分 \rightarrow \cos x$$
$$\cos x \rightarrow 微分 \rightarrow -\sin x$$
$$\sin x \rightarrow 積分 \rightarrow -\cos x + C$$
$$\cos x \rightarrow 積分 \rightarrow \sin x + C$$

$\int_a^b \sim dx$ とは「~の部分にあるxを変数とみなしてaからbの区間で積分する」という意味

計算方法は次の通り

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} \sin x \, dx &= [-\cos x]_0^{\pi} \\ &= (-\cos \pi) - (-\cos 0) \\ &= \left(-(-1)\right) - (-1) \\ &= 1 + 1 \\ &= 2\end{aligned}$$

問題 5