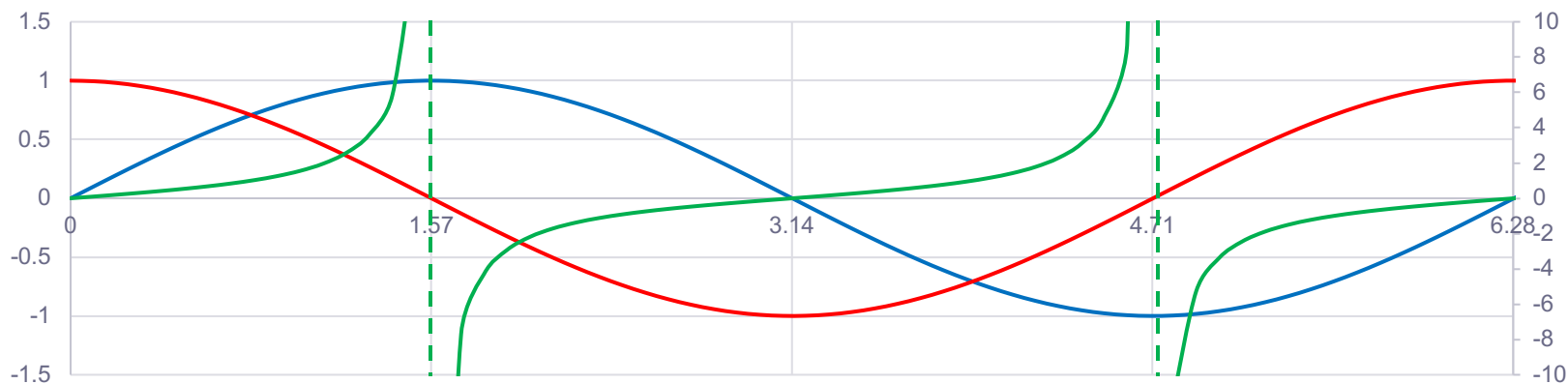


自然科学 II（物理学）

第 5 回

白倉 尚貴

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$(\pm\infty)$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0



抵抗だけの交流回路

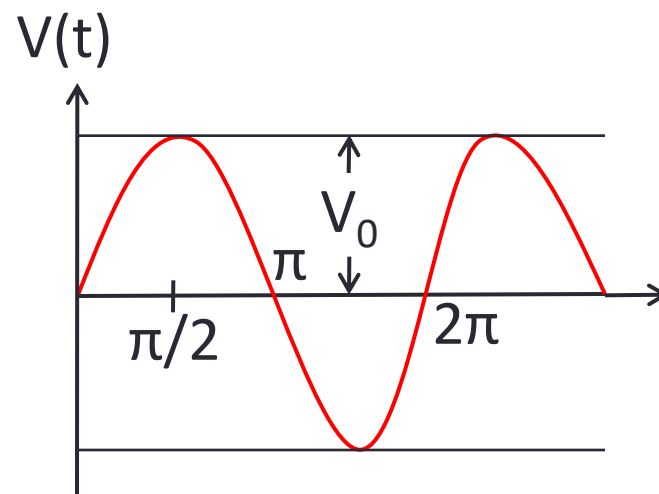
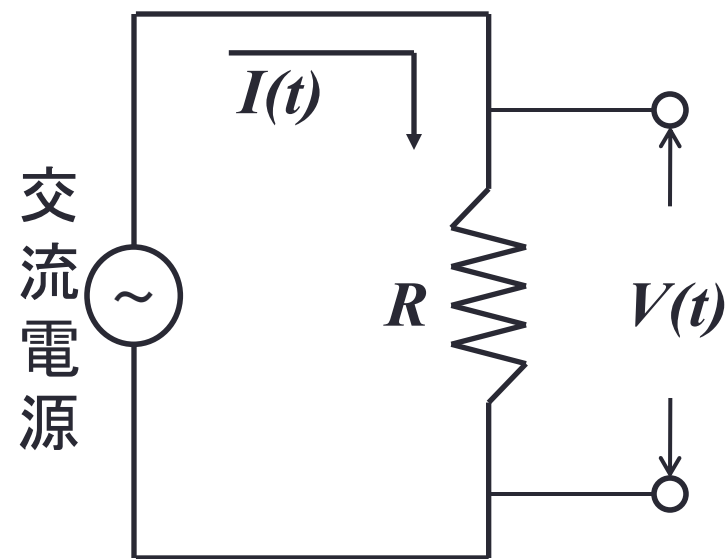
交流発電機によって得られた交流電源を(⊃)であらわし、抵抗 R を接続した回路を右図に示す

このとき R の両端の電圧 $V(t)$ は

$$V(t) = V_0 \sin \omega t \quad (\omega = 2\pi f)$$

抵抗 R に流れる電流 $I(t)$ はオームの法則より

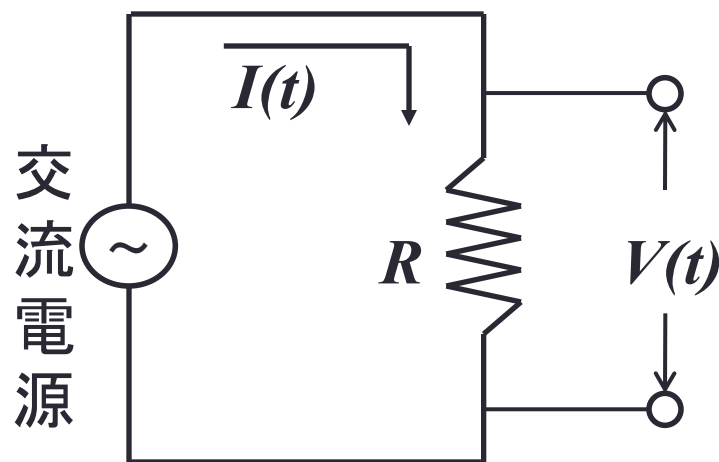
$$I(t) = \frac{V(t)}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$



復習1

右図のような回路に、交流電源が接続されている。以下の①~④の場合について、時刻が開始点より $\pi/6$ [s]進んだ時の電流の値はいくらか。

- ① 交流電源の最大値 V_0 を8[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [Hz]、抵抗 R を4[Ω]
- ② 交流電源の最大値 V_0 を7[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [Hz]、抵抗 R を1[Ω]



復習1解答

解答

①

$$I(t) = \frac{V_0 \sin \omega t}{R} = \frac{8 \sin \left(\frac{2\pi}{2\pi} \times \frac{\pi}{6} \right)}{4} = 2 \times \frac{1}{2} = 1.0[\text{A}]$$

②

$$I(t) = \frac{V_0 \sin \omega t}{R} = \frac{7 \sin \left(\frac{2\pi}{2\pi} \times \frac{\pi}{6} \right)}{1} = 7 \times \frac{1}{2} = 3.5[\text{A}]$$

今回の授業

5/14 交流回路2

- コンデンサ
- コンデンサの交流回路
- RLC回路

今回の授業

5/14 交流回路2

- コンデンサ
- コンデンサの交流回路
- RLC回路

導体と絶縁体

電気を通す物質 ⇒ 導体

電気を通さない物質 ⇒ 絶縁体

導体と絶縁体の中間 ⇒ 半導体

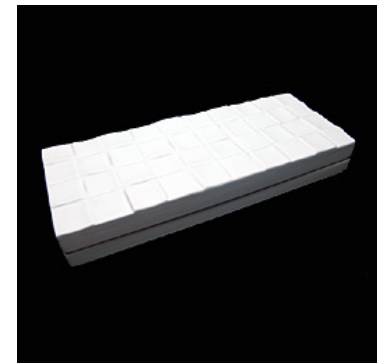
半導体はすごく低い温度だと絶縁体
室温だと若干電気を通す



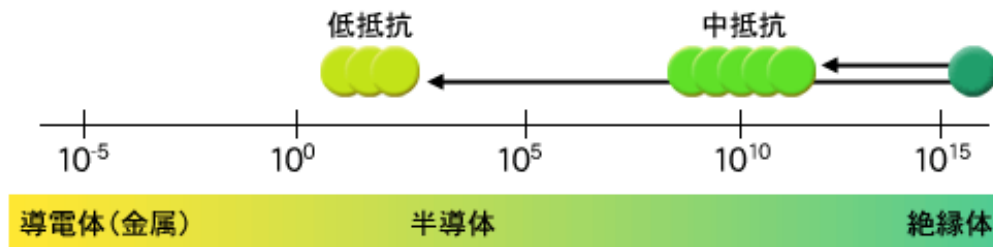
金属



半導体



絶縁体



抵抗率による物質の分類(単位: $\Omega \cdot \text{cm}$)

静電気

髪が＋
下敷きが－



絶縁体を布等でこする ⇒ 静電気が発生

二つの物質がこすれることで一方が＋に、一方が－に帯電
次のような**帯電列**に沿って＋に帯電するか－に帯電するか決定

＋側 毛皮→フланネル→水晶→ガラス→木綿→絹→木材
→プラスチック→発泡スチロール→ポリエチレン→金属 ー側

帯電列は基本的にはどれだけ物質の表面に**電子(電気の素)**
が飛び出しやすいかによって決まる。

コンデンサ

コンデンサ(キャパシタ)

二つの導体間に絶縁体を挟んだ構造で、電気を蓄える作用がある

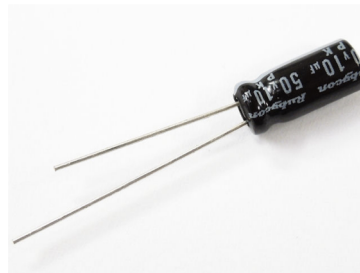
キャパシタンス(静電容量)

コンデンサ(キャパシタ)に電圧を加えたとき、1Vあたりどれだけの電気を **電荷** としてを蓄えることができるかを表す量

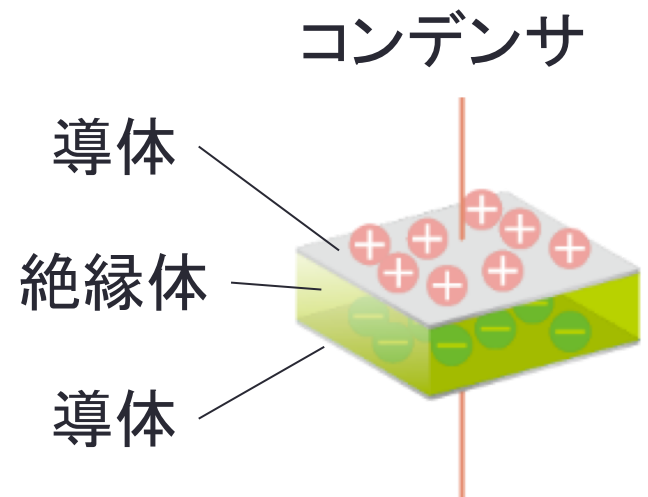
単位[**F** ファラド]



積層セラミックコンデンサ



電解コンデンサ



静電容量

右図の様に2枚の平らな金属板に電圧 V を与えると両端に電荷 $\pm q$ が発生

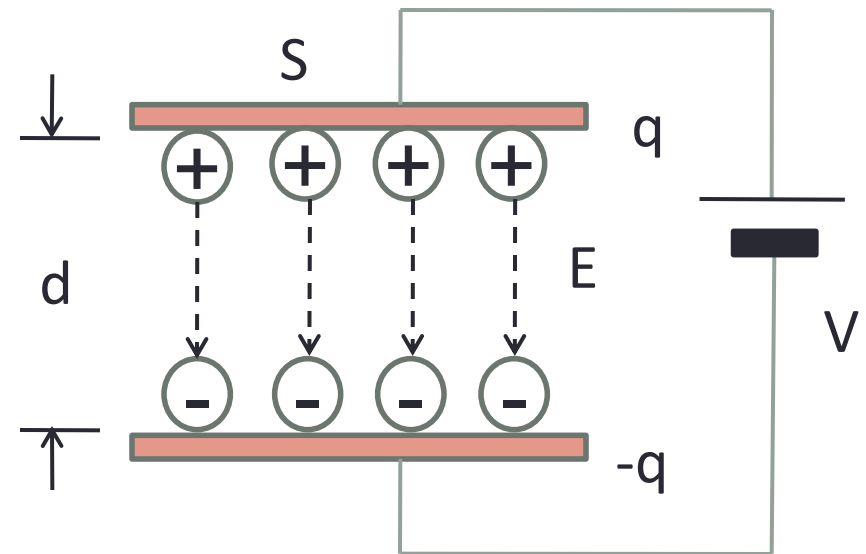
このとき金属板間の電界 E は

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 S}$$

ϵ_0 : 真空中の誘電率
 S : 面積

電圧 V は $V=Ed$ を用いて

$$V = \frac{qd}{\epsilon_0 S}$$



静電容量

以上から電荷 q は

$$q = \frac{\epsilon_0 V S}{d}$$

となり、電圧 V と面積 S に比例し、距離 d に反比例する
電圧が1Vのときにコンデンサにたまる電荷は

$$\frac{q}{V} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

となり、これを C_0 とすると、電荷 q は

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad \text{より} \quad q = C_0 V$$

C_0 を**静電容量**といい、単位はF: ファラッド

F: ファラッド = C / V

今回の授業

5/14 交流回路2

- コンデンサ
- コンデンサの交流回路
- RLC回路

コンデンサだけの交流回路

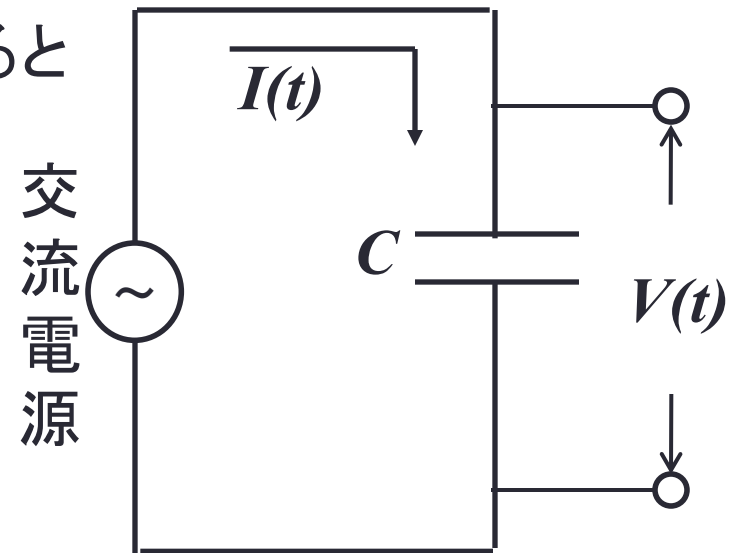
右図のようにコンデンサが接続されると、
交流に対するコンデンサ C のインピーダンス
(抵抗)の大きさ $|Z|$ は周波数が大きくなると
減少する。

すなわち C の $|Z|$ は

$$|Z| = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$\omega = 2\pi f$$

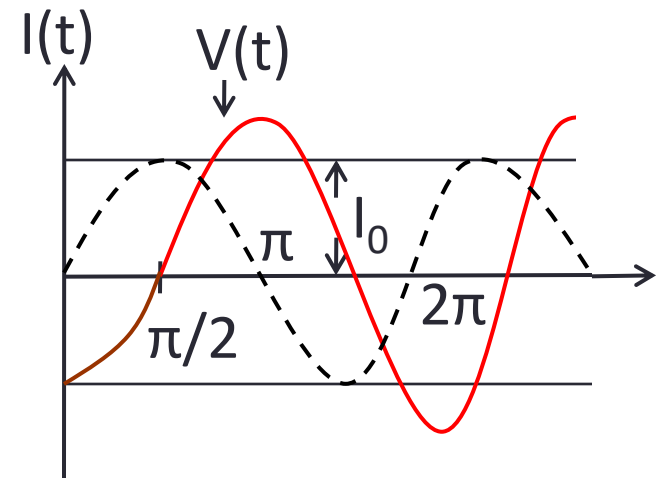
C : 静電容量



コンデンサだけの交流回路

電圧 $V(t) = V_0 \sin \omega t$ に対し
コンデンサに流れる交流の電流は

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V(t)}{|Z|} \\ &= \frac{V_0}{\frac{1}{\omega C}} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= V_0 \omega C \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$



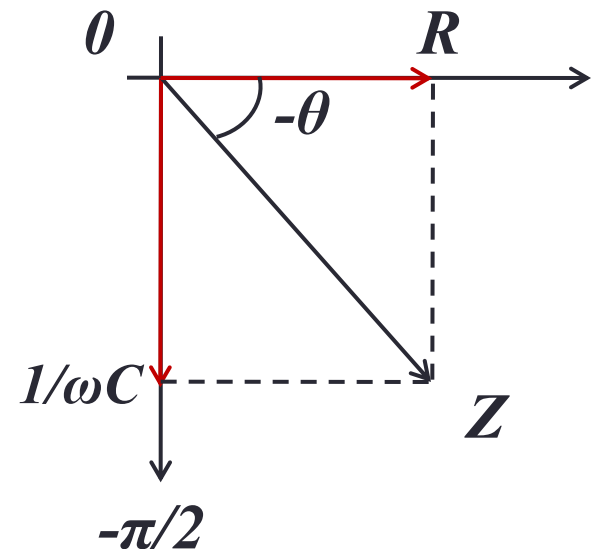
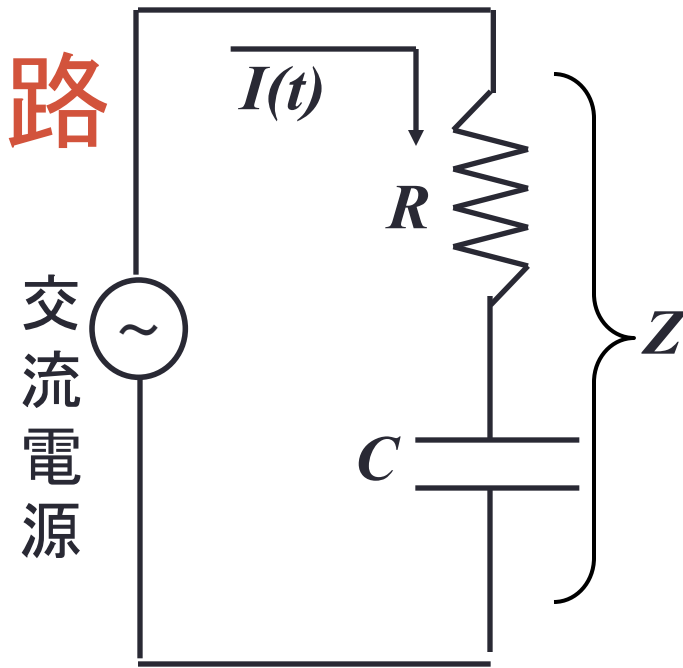
交流電流は電圧より $\pi/2 (= 90^\circ)$
位相が進む

コンデンサと抵抗の交流回路

一方、右図のように抵抗 R とコンデンサ C が接続されると、この回路のインピーダンス $|Z|$ は右下図より

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Z は R と -90° をなす $1/\omega C$ でつくられる角度 $-\theta$ をもつ合成ベクトルで示される



コンデンサと抵抗の交流回路

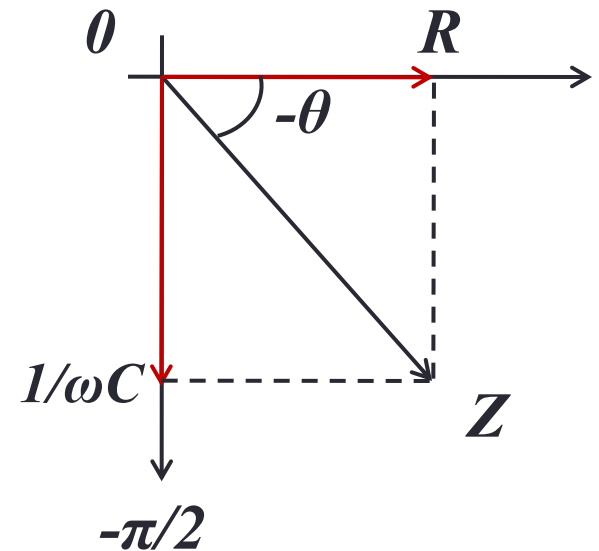
したがって、電圧 $V(t) = V_0 \sin \omega t$ に対し
電流 $I(t)$ は

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V(t)}{|Z|} \\ &= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

ただし

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{R\omega C}$$

逆に交流電流に対して交流電圧は
位相が θ だけ遅れた電圧が生じる



$$|Z| = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} 1/R\omega C$$

おさらい

コンデンサのインピーダンス

$$|Z| = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

コンデンサだけの回路に流れる電流

$$I(t) = \frac{V(t)}{|Z|} = V_0 \omega C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

コンデンサと抵抗のインピーダンス

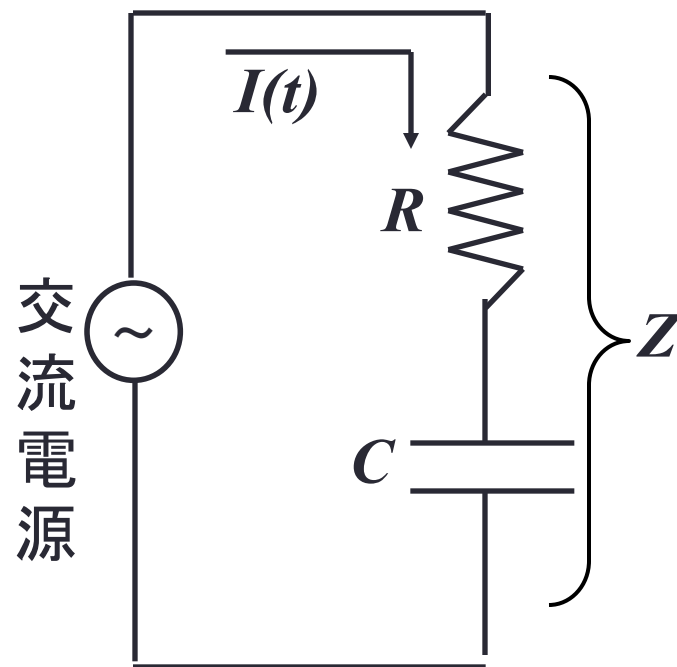
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

コンデンサと抵抗の回路に流れる電流

$$I(t) = \frac{V(t)}{|Z|} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t + \theta) \quad \text{ただし} \quad \theta = \text{Tan}^{-1} \frac{1}{R\omega C}$$

例題1

右図のように抵抗 R とコンデンサ C を交流電源に接続する。
抵抗 R を $5\ [\Omega]$, 静電容量 C を $1/4\ [\text{F}]$ とし、交流電源の周波数 f を
 $1/2\pi\ [\text{Hz}]$ 、最大電圧 V_0 を $5\ [\text{V}]$ とする。
回路の合成インピーダンス $|Z|$ を求めよ。
電流 $I(t)$ を式で記述せよ。



例題1解答

解答

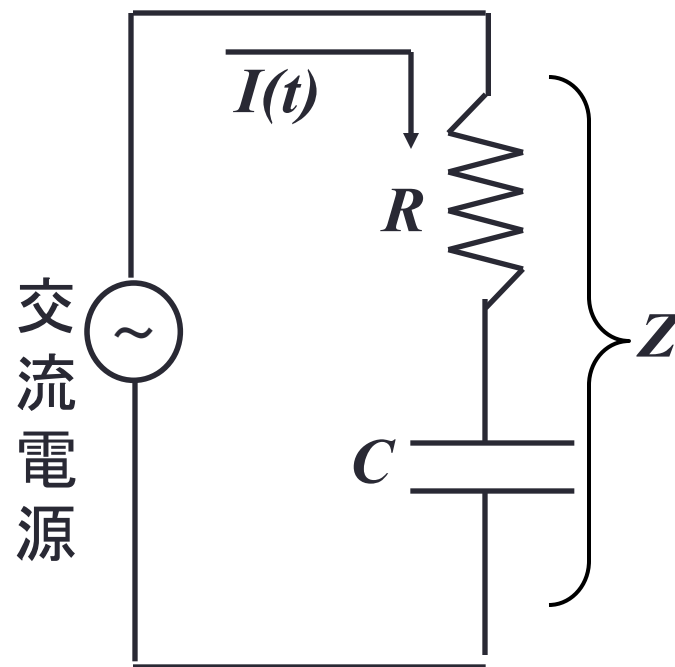
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{5^2 + \left(\frac{1}{2\pi \times \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{4}}\right)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$$

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t + \theta) \\ &= \frac{5}{\sqrt{41}} \sin\left(\frac{2\pi}{2\pi} t + \theta\right) = \frac{5}{\sqrt{41}} \sin(t + \theta) = \frac{5\sqrt{41}}{41} \sin(t + \theta) \end{aligned}$$

ただし $\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{1}{R\omega C} = \text{Tan}^{-1} \frac{4}{5}$

演習1

右図のように抵抗 R とコンデンサ C を交流電源に接続する。
抵抗 R を $4\ [\Omega]$, 静電容量 C を $1/3\ [\text{F}]$ とし、交流電源の周波数 f を
 $1/2\pi\ [\text{Hz}]$ 、最大電圧 V_0 を $10\ [\text{V}]$ とする。
回路の合成インピーダンス $|Z|$ を求めよ。
電流 $I(t)$ を式で記述せよ。



演習1解答

解答

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{1}{2\pi \times \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{3}}\right)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$$

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t + \theta) \\ &= \frac{10}{5} \sin\left(\frac{2\pi}{2\pi} t + \theta\right) = 2 \sin(t + \theta) \end{aligned}$$

ただし $\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{1}{R\omega C} = \text{Tan}^{-1} \frac{3}{4}$

今回の授業

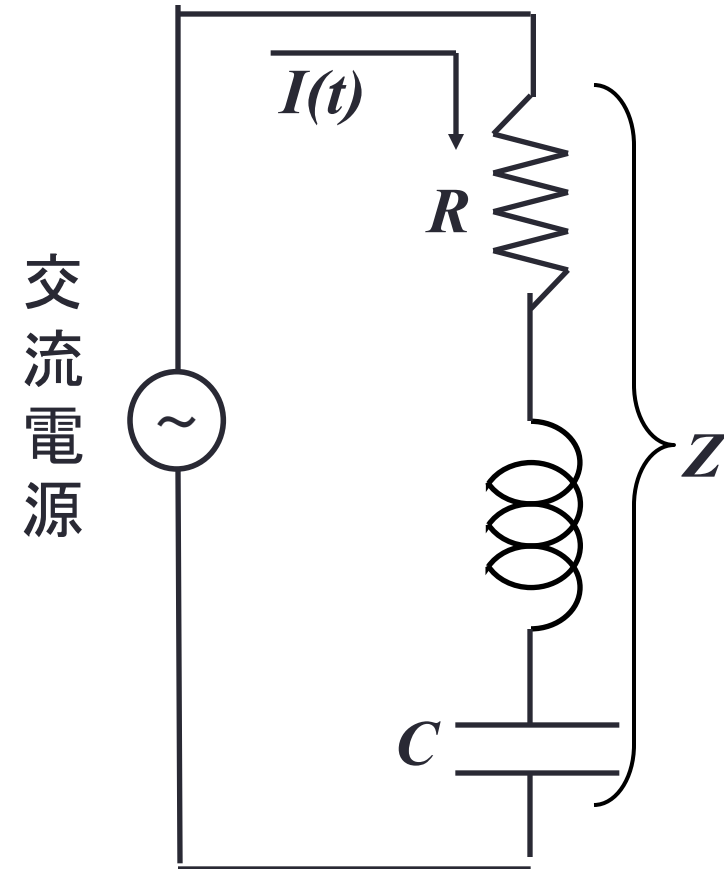
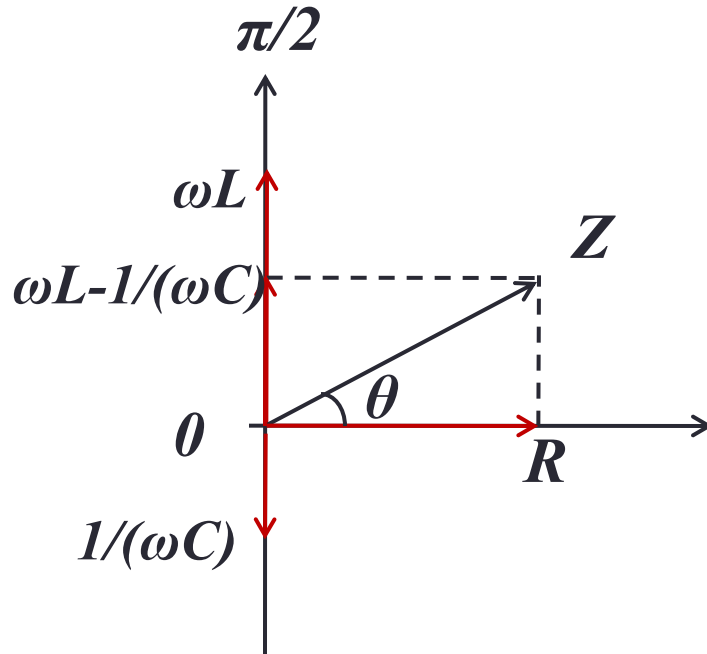
5/14 交流回路2

- コンデンサ
- コンデンサの交流回路
- RLC回路

R,L,Cの直列接続に対する交流回路

右図のように R, L, C を直列に接続
インピーダンス $|Z|$ は

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



R,L,Cの直列接続に対する交流回路

$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ これは右図のように抵抗 R にたいして ωL と $1/\omega C$ をプロットして、合成インピーダンス $(\omega L - 1/\omega C)$ と R でなす角度 θ を求める

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

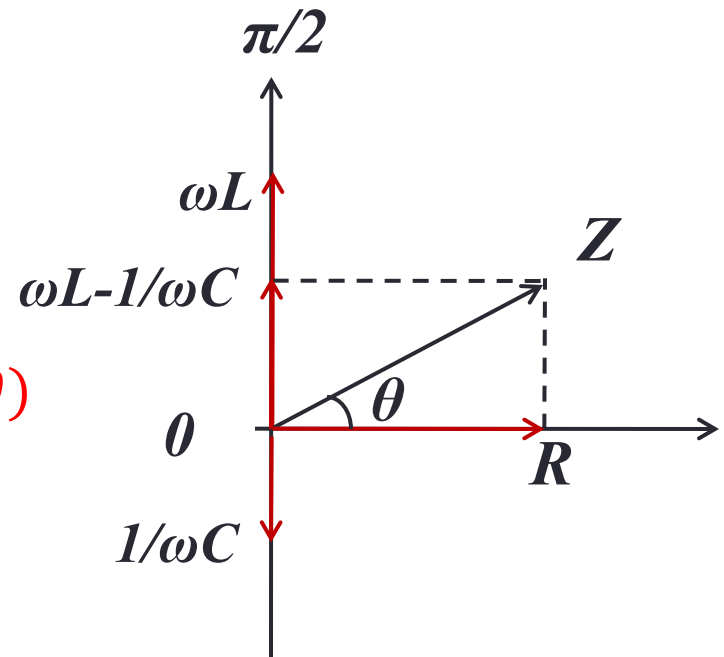
したがって、

$$I(t) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \theta)$$

ただし

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$
$$\theta = \tan^{-1} (\omega L - 1/\omega C)/R$$



おさらい

R,L,Cを直列に接続したときの合成インピーダンス

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

回路に流れる電流

$$I(t) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \theta)$$

ただし $\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

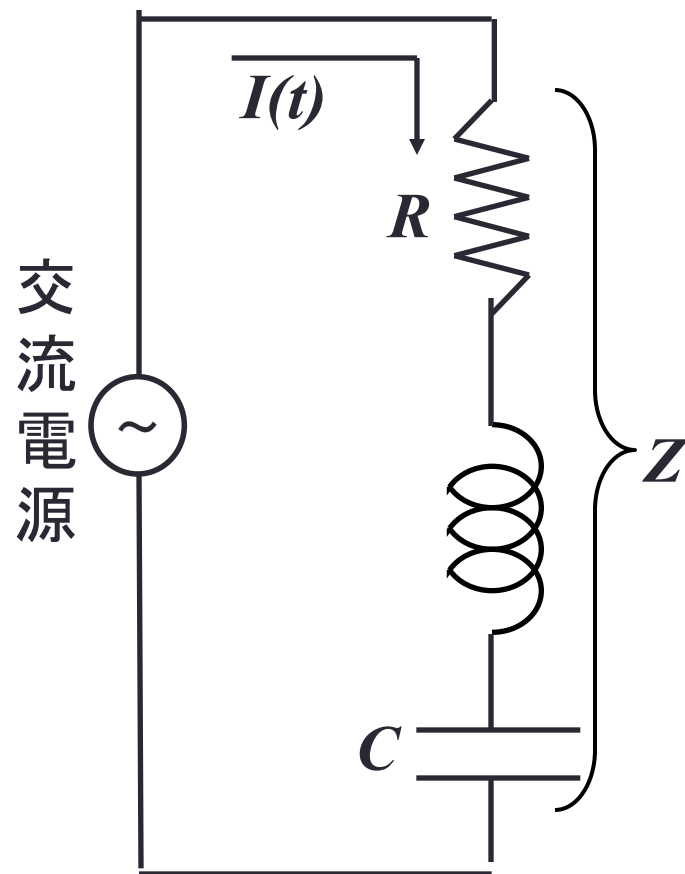
例題2

右図のように抵抗 R と自己インダクタンス L 、コンデンサ C を交流電源に接続する。

抵抗 R を $4\ [\Omega]$ 、自己インダクタンス L を 6[H] 、静電容量 C を $1/3\text{[F]}$ とし、交流電源の周波数 f を $1/2\pi$ 、最大電圧 V_0 を 10[V] とする。

回路の合成インピーダンス $|Z|$ を求めよう。

電流 $I(t)$ はどのようなになるか(式で書ける)



例題2

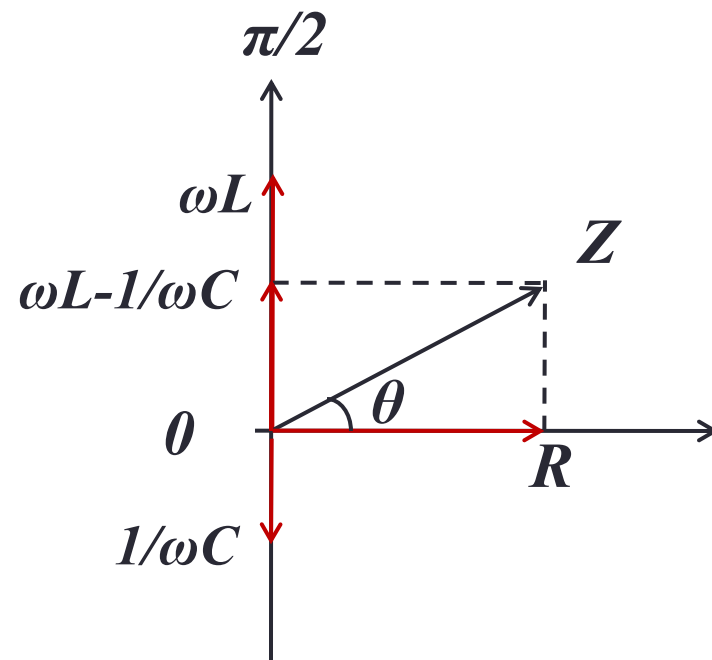
インピーダンス $|Z|$ は

$$\begin{aligned}|Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{2\pi}{2\pi} \times 6 - \frac{1}{\frac{2\pi}{2\pi} \times \frac{1}{3}}\right)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5\end{aligned}$$

電流 $I(t)$ は

$$\begin{aligned}I(t) &= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \theta) \\ &= \frac{10}{5} \sin\left(\frac{2\pi}{2\pi} t + \theta\right) = 2 \sin(t - \theta)\end{aligned}$$

ただし $\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \text{Tan}^{-1} \frac{3}{4}$



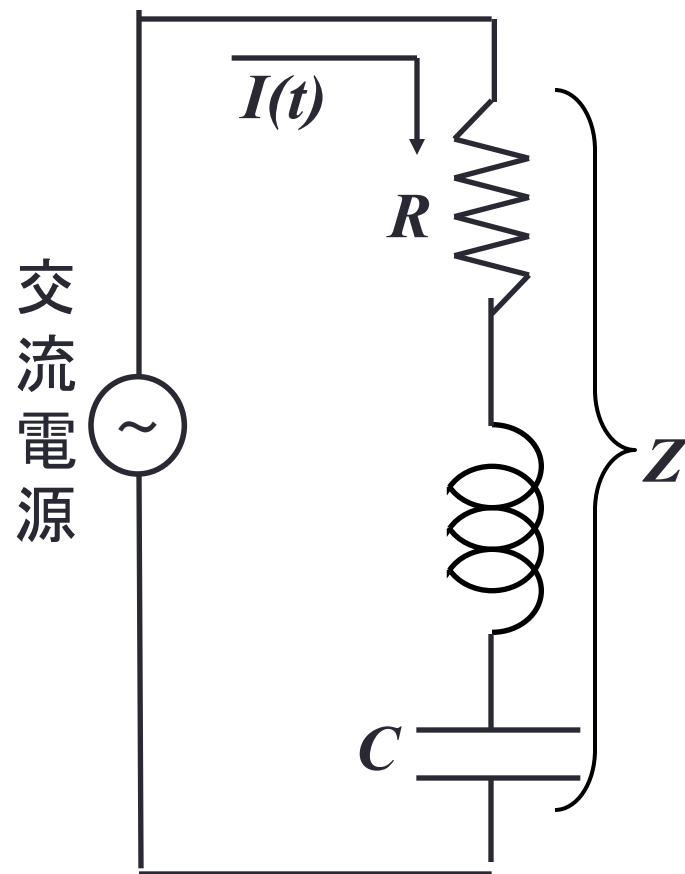
演習2

右図のように抵抗 R と自己インダクタンス L ,
コンデンサ C を交流電源に接続する。

抵抗 R を $8\ [\Omega]$ 、自己インダクタンス L を
 4[H] 、静電容量 C を $1/2\text{ [F]}$ とし、交流電源
の周波数 f を $1/2\pi\text{[Hz]}$ 、最大電圧 V_0 を 16 [V]
とする。

回路の合成インピーダンス $|Z|$ を求めよう。

電流 $I(t)$ はどのようなになるか(式で書ける)



演習2解答

解答

$$\begin{aligned}|Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{8^2 + \left(\frac{2\pi}{2\pi} \times 4 - \frac{1}{\frac{2\pi}{2\pi} \times \frac{1}{2}}\right)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{64 + 4} = 2\sqrt{17}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I(t) &= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \theta) \\ &= \frac{16}{2\sqrt{17}} \sin\left(\frac{2\pi}{2\pi} t + \theta\right) = \frac{8}{\sqrt{17}} \sin(t - \theta) = \frac{8\sqrt{17}}{17} \sin(t - \theta)\end{aligned}$$

ただし

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \text{Tan}^{-1} \frac{1}{4}$$

RLC直列回路の電力

Rだけの交流回路の平均電力

$$P = \frac{V_0 I_0}{2} = V_e I_e$$

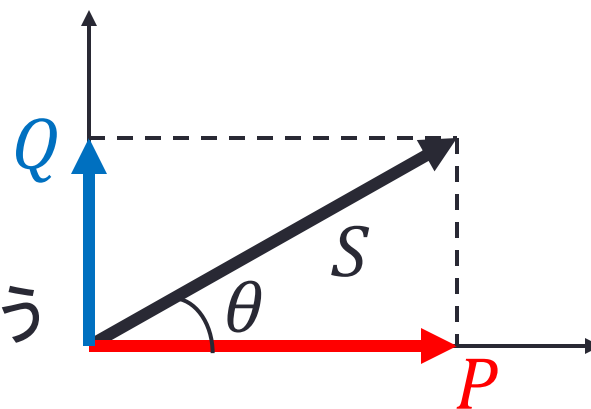
RLC直列回路の電力

$$P = \frac{V_0 I_0}{2} \cos \theta = V_e I_e \cos \theta \text{ [W]}$$

$$S = V_e I_e \text{ [VA]}$$

$$Q = V_e I_e \sin \theta \text{ [var]}$$

$\cos \theta$ を **力率** という



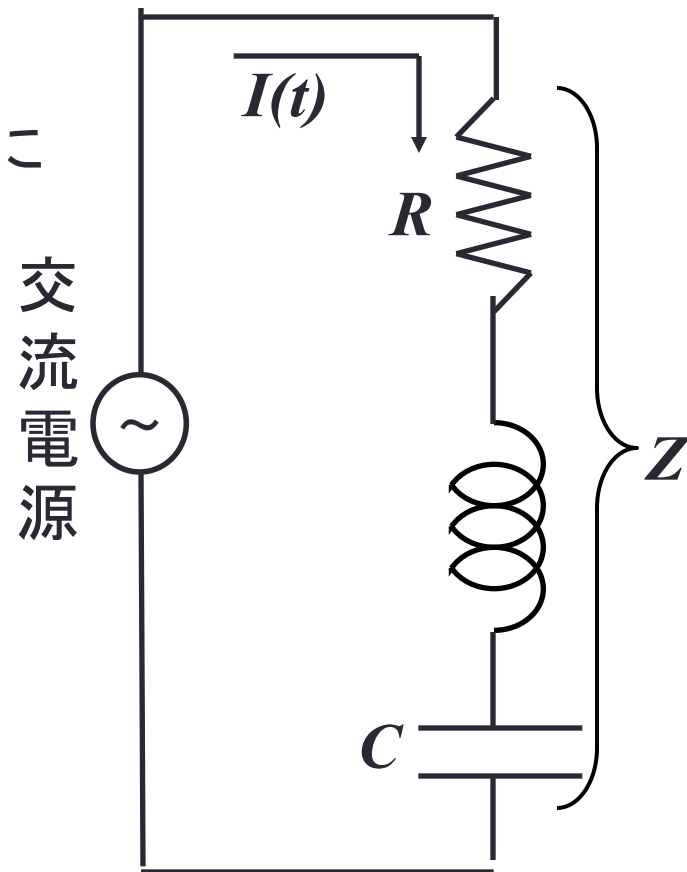
P は**有効電力**を表し、実際に負荷によって消費される電力を表す
 S は**皮相電力**を表し、ベクトル図における見かけ上の電力を表す
 Q は**無効電力**を表し、電源と負荷を往復するだけの電力を表す

交流回路において単に消費電力という時は**有効電力**をさす。

例題3

図の交流回路において、電源の最大電圧が $11[\text{V}]$ 、周波数が $\frac{1}{2\pi}[\text{Hz}]$ 、 $R = 10[\Omega]$ 、 $L = 22[\text{H}]$ 、 $C = 1[\text{F}]$ のとき、次の問いに答えよ。

- ①インピーダンスを求めよ
- ②消費電力(有効電力)を求めよ



例題3 解答

①インピーダンス

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &= \sqrt{10^2 + \left(\frac{2\pi}{2\pi} \times 22 - \frac{1}{\frac{2\pi}{2\pi} \times 1}\right)^2} \\ &= \sqrt{100 + (22 - 1)^2} \\ &= \sqrt{121} \\ &= 11 \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{21}{10} \right) \text{ } [\text{rad}]$$

例題3 解答

②消費電力

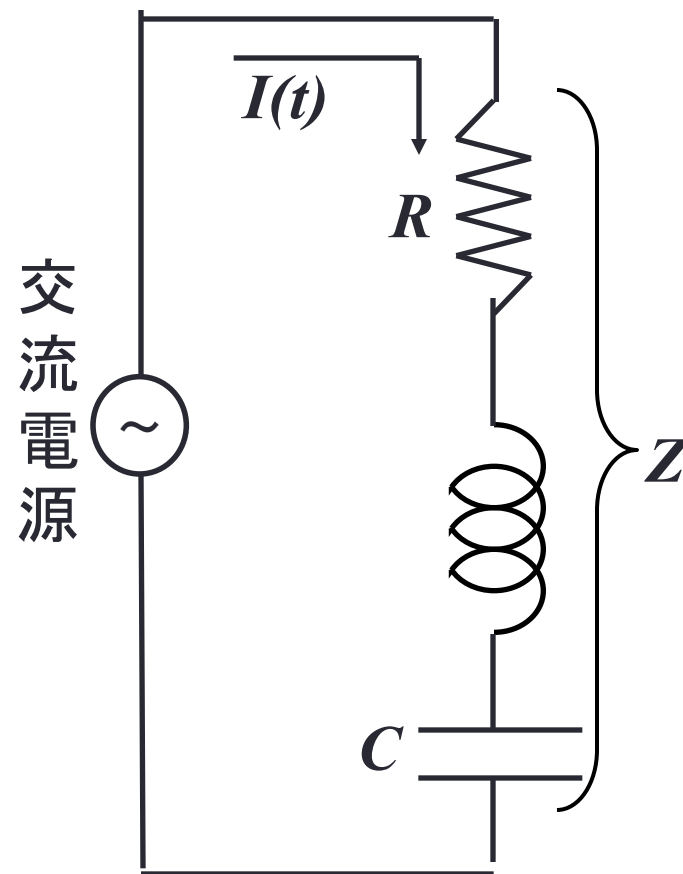
$$\begin{aligned} P &= V_e I_e \cos\theta = \frac{V_0 I_0}{2} \cos\theta \\ &= \frac{V_0}{2} \cdot \frac{V_0}{|Z|} \cos\theta \\ &= \frac{V_0^2}{2|Z|} \cos\theta \\ &= \frac{11^2}{2 \times 11} \cos\theta \\ &= \frac{11}{2} \cos\theta \end{aligned}$$

$$\text{ただし } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{21}{10} \right) \text{ [rad]}$$

演習3

図の交流回路において、電源の最大電圧が $12[\text{V}]$ 、周波数が $\frac{1}{2\pi} [\text{Hz}]$ 、 $R = 5[\Omega]$ 、 $L = 12[\text{H}]$ 、 $C = 1 [\text{F}]$ のとき、次の問いに答えよ。

- ①インピーダンスを求めよ
- ②消費電力(有効電力)を求めよ



演習3 解答

①インピーダンス

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + \left(\frac{2\pi}{2\pi} \times 12 - \frac{1}{\frac{2\pi}{2\pi} \times 1}\right)^2} \\ &= \sqrt{25 + (12 - 1)^2} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \text{ } [\Omega] \\ \theta &= \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{11}{5} \right) \text{ } [\text{rad}] \end{aligned}$$

演習3 解答

②消費電力

$$\begin{aligned} P &= V_e I_e \cos\theta = \frac{V_0 I_0}{2} \cos\theta \\ &= \frac{V_0}{2} \cdot \frac{V_0}{|Z|} \cos\theta \\ &= \frac{V_0^2}{2|Z|} \cos\theta \\ &= \frac{12^2}{2 \times 6} \cos\theta \\ &= 12 \cos\theta \end{aligned}$$

$$\text{ただし } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{11}{5} \right) \text{ [rad]}$$

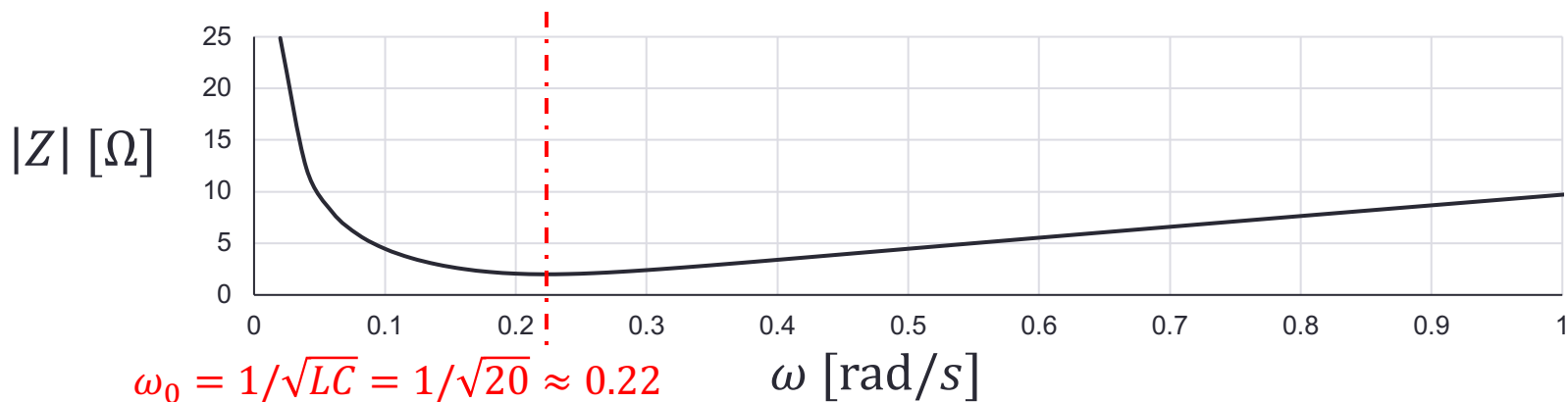
共振

RLC直列回路で、角周波数 ω を変化させていったとき、インピーダンスが最小となる瞬間がある。

この時の角周波数を **共振角周波数**、周波数を**共振周波数** といい、それぞれ次の式で表す。

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

共振周波数の時、交流回路の消費電力は **最大** になる



$R = 2, L = 10, C = 2$ の時のRLC直列回路のインピーダンス

共振周波数とインピーダンス

共振周波数の時、インピーダンスのLとCの成分が打ち消し合い、0になる

そのため、共振周波数の時のインピーダンスは抵抗Rの成分のみとなる

$$\begin{aligned}
 |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C}\right)^2} \\
 &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{\sqrt{LC}} \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C} \frac{L}{L}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L\sqrt{LC}}{LC} - \frac{L\sqrt{LC}}{LC}\right)^2} \\
 &= \sqrt{R^2 + 0^2} = \sqrt{R^2} = R
 \end{aligned}$$

また、位相差も $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \tan^{-1} \frac{0}{R} = 0$ になる

例題4

RLC直列回路において、 $R = 10[\Omega]$ 、 $L = 5[H]$ 、 $C = 0.1[F]$ の時、次の問いに答えよ。

- ①消費電力が最大となる時の電源の周波数を答えよ
- ② ①の時のインピーダンスの大きさ $|Z|$ を答えよ

例題4 解答

- ①消費電力が最大となる時の電源の周波数を答えよ
消費電力が最大となる時の周波数とは共振周波数のことである
したがって

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{8 \times 0.5}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{4}} = \frac{1}{2\pi \times 2} = \frac{1}{4\pi} [\text{Hz}]$$

- ② ①の時のインピーダンスの大きさ $|Z|$ を答えよ

$$|Z| = R = 10 [\Omega]$$

演習4

RLC直列回路において、 $R = 2[\Omega]$ 、 $L = 64[H]$ 、 $C = \frac{1}{4}[F]$ の時、次の問いに答えよ。

- ①消費電力が最大となる時の電源の周波数を答えよ
- ② ①の時のインピーダンスの大きさ $|Z|$ を答えよ

演習4 解答

- ①消費電力が最大となる時の電源の周波数を答えよ
消費電力が最大となる時の周波数とは共振周波数のことである
したがって

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{64 \times \frac{1}{4}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{16}} = \frac{1}{2\pi \times 4} = \frac{1}{8\pi} [\text{Hz}]$$

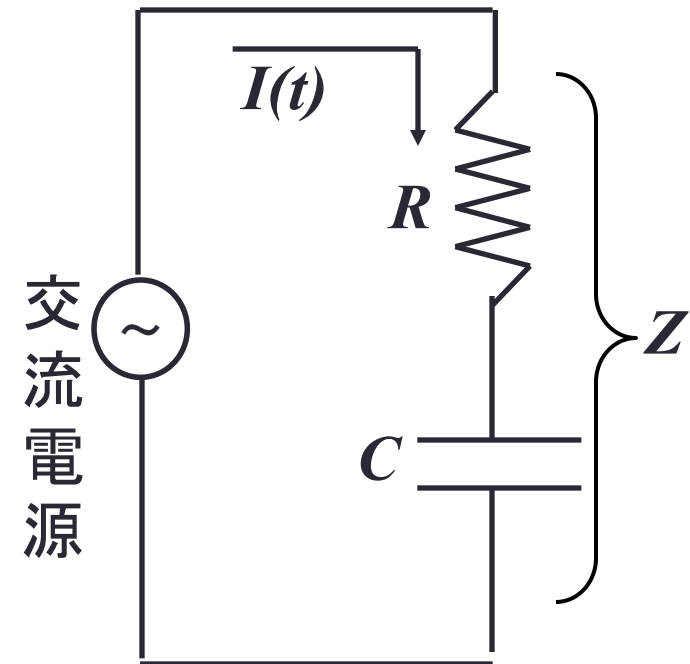
- ② ①の時のインピーダンスの大きさ $|Z|$ を答えよ

$$|Z| = R = 2 [\Omega]$$

練習1

右図のような回路に、抵抗 R とコンデンサ C を交流電源に接続する。
(1)回路の合成インピーダンス $|Z|$ (2)電流 $I(t)$ の式を記述せよ。

- ① 交流電源の最大値 V_0 を $26[\text{V}]$ 、周波数 f を $1/2\pi[\text{Hz}]$ 、
抵抗 R を $5[\Omega]$ 、静電容量 C を $1/12 [\text{F}]$
- ② 交流電源の最大値 V_0 を $25[\text{V}]$ 、周波数 f を $1/2\pi[\text{Hz}]$ 、
抵抗 R を $3 [\Omega]$ 、静電容量 C を $1/4[\text{F}]$



練習1(解答)

①(1) 13 (2) $I(t) = 2\sin(t-\theta)$

ただし $\theta = \tan^{-1} -12/5$

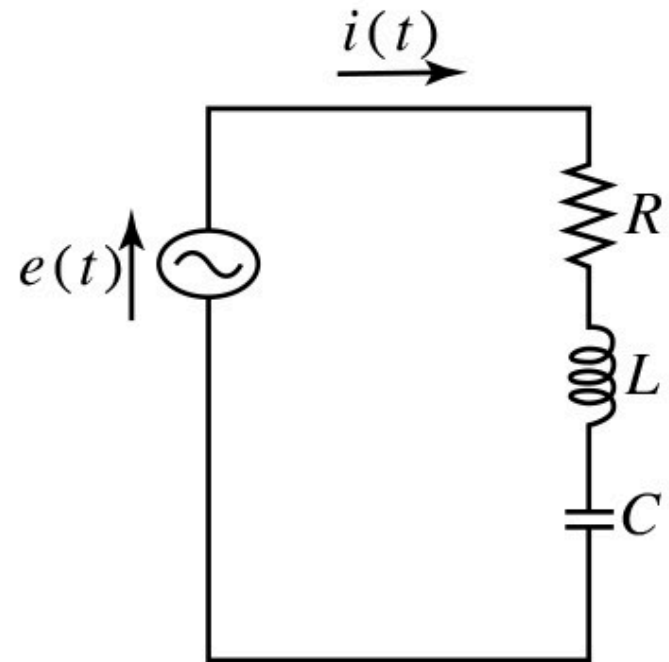
②(1) 5 (2) $I(t) = 5\sin(t-\theta)$

ただし $\theta = \tan^{-1} -4/3$

練習2

交流電源の最大値を $16\sqrt{2}$ [V]周波数を1 [Hz]、 $R=8[\Omega]$ 、 $L=15/2\pi$ [H]、 $C=1/14\pi$ [F]とする。

- (1) インピーダンスを求めよ。
- (2) 電流の式を求めよ。
- (3) 有効電力、皮相電力をそれぞれ求めよ。
- (4) 共振周波数を求めよ。
- (5) 共振周波数の時のインピーダンスを求めよ。



練習2 解答

(1) インピーダンス

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + \left(2\pi \times \frac{15}{2\pi} - \frac{1}{2\pi \frac{1}{14\pi}}\right)^2} \\ &= \sqrt{64 + (15 - 7)^2} \\ &= \sqrt{64 + 64} \\ &= 8\sqrt{2} \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{8}{8} \right) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{1}{1} \right) = \frac{\pi}{4} \text{ } [rad]$$

練習2 解答

(2) 電流

$$\frac{E_m}{|Z|} \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{16\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

(3) 電力

$$\text{皮相電力 } P_a = \frac{I_m V_m}{2} = \frac{2 \times 16\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2} \text{ [VA]}$$

$$\text{有効電力 } P_e = P_a \cos(\phi) = 16\sqrt{2} \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 16 \text{ [W]}$$

(4) 共振周波数

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{15}{2\pi} \times \frac{1}{14\pi}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{15}{28\pi^2}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{15}{7} \times \frac{1}{4\pi^2}}} \\ &= \frac{1}{2\pi \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{15}{7}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{15}{7}}} = \sqrt{\frac{7}{15}} = \frac{\sqrt{105}}{15} \end{aligned}$$