

今日の授業で理解したいこと

交流回路に加える電圧と電流の関係

- ある交流電圧 $v(t)$ を電気素子に加えた時に流れる電流 $i(t)$

- 抵抗 R に流れる電流
- コンデンサ C に流れる電流
- インダクタ L に流れる電流

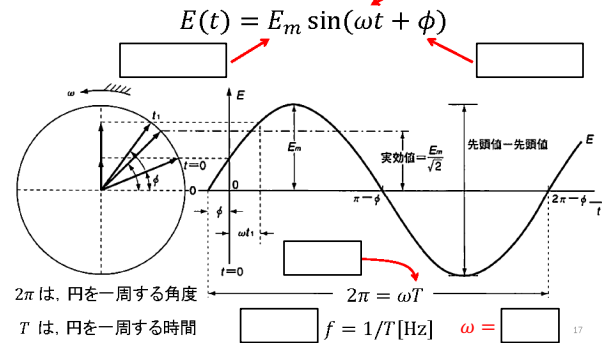
- RLC直列回路の交流特性

- 交流回路の電流と電圧の関係を表すインピーダンス
- インピーダンスを使った電流の計算

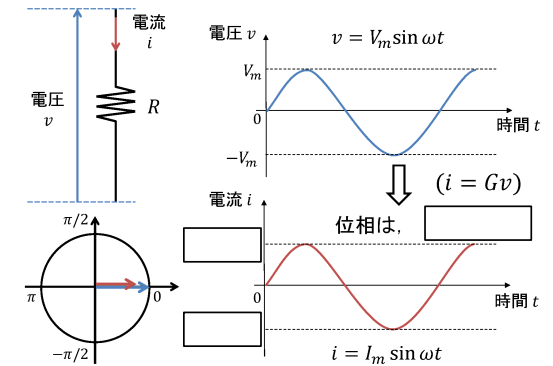
- 交流回路の電力

- 電圧、電流の実効値(直流回路と電力的に等価な電圧、電流値)
- 3種類の電力の表現(実効電力、皮相電力、無効電力)
- 共振、共振周波数

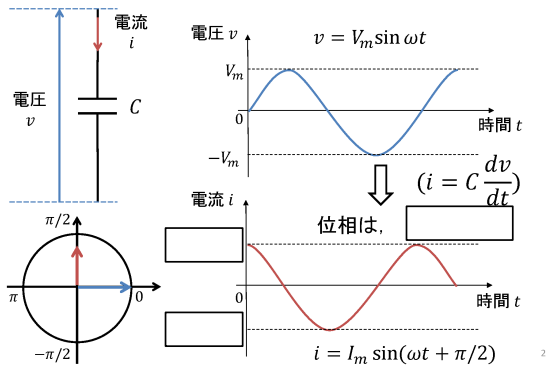
交流



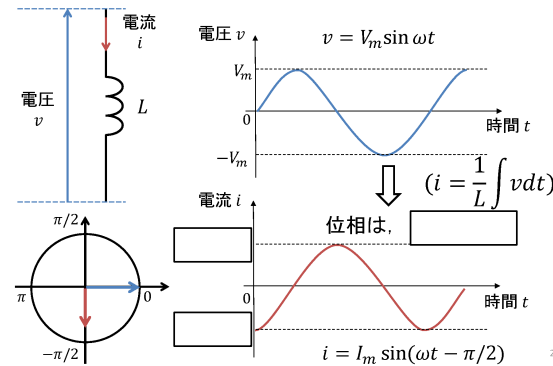
抵抗



コンデンサ



インダクタ



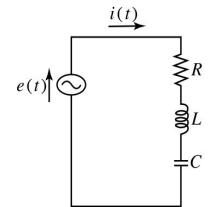
RLC直列回路

抵抗、コンデンサ、インダクタを直列に接続した回路。

RLC直列回路に流れる電流

- が変化
- どのくらい変わる?
- が変化
- 遅れる? or 進む?

とが、RLCの値によって変わる?



インピーダンス

電圧と電流の の比

$$Z = \frac{|v|}{|i|} = \frac{V_m}{I_m}$$

大きさ(振幅)を表す記号
例) $|\sin \omega t| = 1$

抵抗

$$I_m = V_m / R$$

$$Z_R =$$

オームの法則

コンデンサ

$$I_m = \omega C V_m$$

$$Z_C =$$

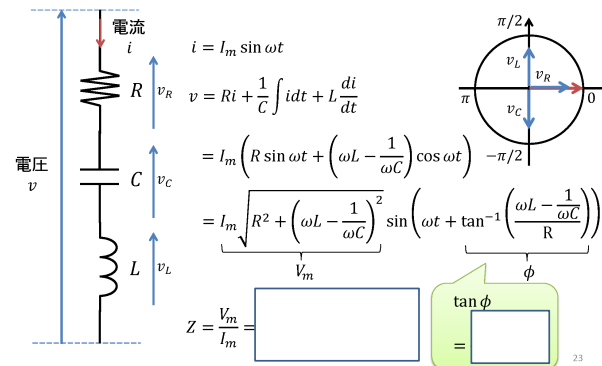
インダクタ

$$I_m = V_m / \omega L$$

$$Z_L =$$

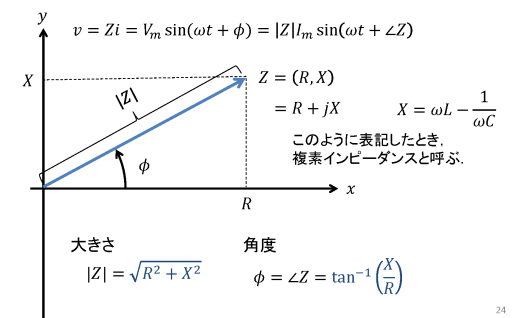
コンデンサとインダクタのインピーダンスは、 によって変化する。

合成インピーダンス(R-C-L回路)



インピーダンスのフェーザ表示

インピーダンスの大きさと位相のずれを同時に表現する方法



交流回路の電力

交流回路の電流、電圧

- 時間によって変化する。→ 電力も同様

瞬間電力 $p(t) = v(t) \times i(t)$

ある時刻における瞬間的な電力 (あまり意味はない)

平均電力

$$1 \text{ 周期分で平均した電力 } P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{V_m I_m}{2}$$

この時、 $P = V_e I_e$ (直流回路の電力と同じ形) で表した時の V_e , I_e をそれぞれ電圧、電流の とよび、以下で表す。

$$V_e = \text{, } I_e = \text{} \quad (\text{正弦波の場合})$$

商用交流100Vは実効値を表す。
振幅は約141Vになる。

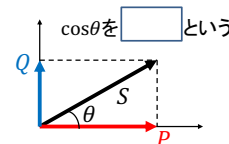
交流回路の電力

交流回路の電力

$$\begin{aligned} S &= \text{} && (\text{ボルトアンペア}) \\ P &= \text{} && (\text{ワット}) \\ Q &= \text{} && (\text{ヴァール}) \end{aligned}$$

S: ベクトル図における見かけ上の電力
P: 実際に負荷によって消費される電力
Q: 電源と負荷を往復するだけの電力

交流回路において単に消費電力という時は をさす
 θ を とよび、インピーダンスの位相角と同じである



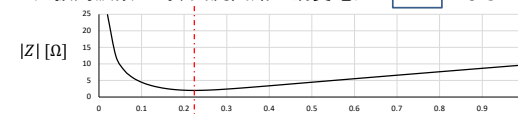
共振

RLC直列回路で、角周波数 ω を変化させていったとき、インピーダンスが最小となる瞬間がある。

この時の角周波数を
周波数を といい、それぞれ次の式で表す

$$\omega_r = \text{, } f_r = \text{$$

共振周波数の時、交流回路の消費電力は になる



$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{20} \approx 0.22 \quad \omega \text{ [rad/s]} \\ R = 2, L = 10, C = 2 \text{ の時の RLC 直列回路のインピーダンス}$$

共振周波数とインピーダンス

共振周波数の時、インピーダンスのLとCの成分が打ち消し合い、0になる

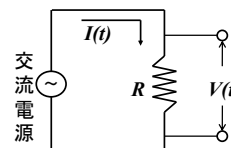
そのため、共振周波数の時のインピーダンスは抵抗Rの成分のみとなる

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{\sqrt{LC}} \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C} \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{LC}}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L\sqrt{LC}}{LC} - \frac{L\sqrt{LC}}{LC}\right)^2} \\ &= \sqrt{R^2 + 0^2} = \sqrt{R^2} = \text{} \\ \text{また、位相差も } \theta &= \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \tan^{-1} \frac{0}{R} = \text{} \text{ になる} \end{aligned}$$

練習問題1

交流電源の最大値 V_0 を30[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [s] とし、抵抗 R を10[Ω] とする。

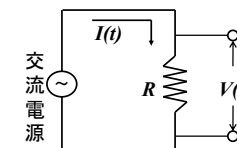
- 電流の式を求めよ
- 電流のグラフをかけ
- $\pi/4$ [s] 後の電流の瞬時値を求めよ



練習問題2

交流電源の最大値 V_0 を10[V]、周波数 f を $1/4\pi$ [s] とし、抵抗 R を6[Ω] とする。

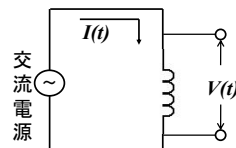
- 電流の式を求めよ
- 電流のグラフをかけ
- $\pi/4$ [s] 後の電流の瞬時値を求めよ



練習問題3

交流電源の最大値 V_0 を12[V]、周波数 f を $1/2\pi$ [s] とし、自己インダクタンス L を6[H] とする。

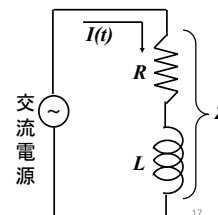
- 電流の式を求めよ
- 電流のグラフをかけ
- $\pi/6$ [s] 後の電流の瞬時値を求めよ



練習問題4

抵抗 R を8[Ω] 自己インダクタンス L を9[H] とし、交流電源の周波数 f を $1/2\pi$ 、最大電圧 V_0 を50[V] とする。

- インピーダンスを求めよ。
- 電流の式をかけ。



練習問題5

交流電源の最大値を20[V] 周波数を $1/2\pi$ [Hz]、 $R=10$ [Ω]、 $L=4$ [H]、 $C=1/8$ [F] とする。

- インピーダンスを求めよ。
- 電流の式を求めよ。
- 電流の式を求めよ。
- 有効電力を求めよ。
- 共振周波数を求めよ。

