1　電場

1.1　無限電場

・無限に長い直線上に電荷密度λで電荷が分布
→ P に作る電場は?
領域Δ S における電荷

$$= \lambda \Delta S$$

→ P に作る電場は

$$\frac{\lambda \Delta S}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{(\sqrt{r^2+s^2})^2}$$

$$E_{\perp} = \frac{\lambda \Delta S}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2+s^2} \frac{r}{\sqrt{r^2+s^2}} = \frac{\lambda \Delta S}{4\pi\varepsilon_0} \frac{r}{(\sqrt{r^2+s^2})^3}$$

線状全ての寄与を与える→全ての $E_{\perp}$ を積分

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \frac{r}{(r^2+s^2)^{\frac{3}{2}}} ds$$

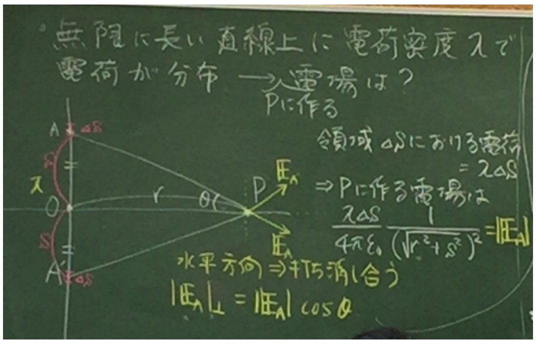
$$-\infty < S < \infty \rightarrow -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

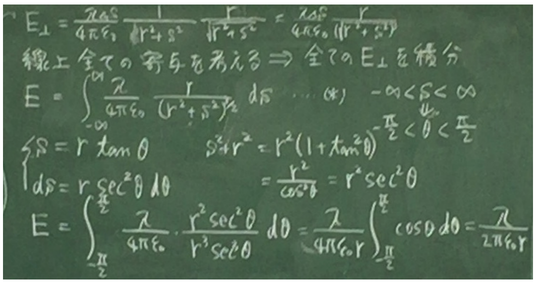
$$S = r \tan\theta \tag{1}$$

$$dS = r \sec^2\theta d\theta \tag{2}$$

$$s^2 + r^2 = r^2(1+\tan^2\theta) = \frac{r^2}{\cos^2\theta} = r^2\sec^2\theta$$

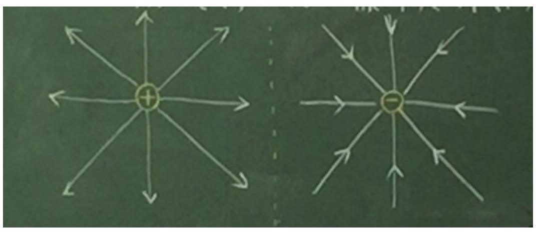
$$E = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \frac{r^2\sec^2\theta}{r^3\sec^3\theta} d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



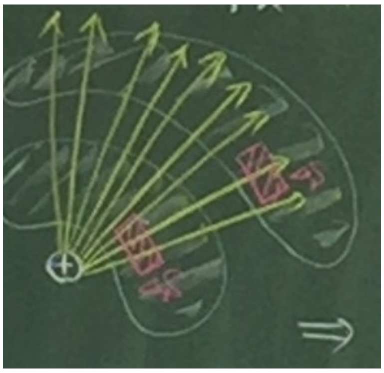


1.2　電気力線

・電場の様子を向き、強さで逗子
・正 (負) の電荷があると線の向き外 (内) 向き



微小面積ΔＳをΔＮの力線が貫いているとき、



電気力線の密度$\frac{\Delta N}{\Delta S}$ 同じΔＳであっても電荷に近い方がΔＮは大きい

→電場の強さ $\propto$ 電気力線の密度

・電荷を中心、半径 r の球の表面積 $S = 4\pi r^2$

電荷から出る力線の本数を N とする

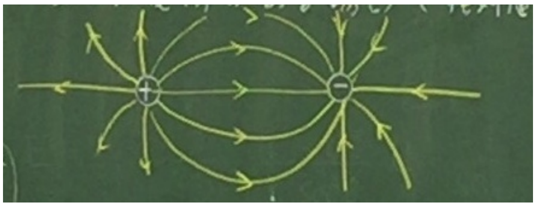
電気力線の密度：

$$\frac{N}{4\pi r^2}$$

電場の強度：

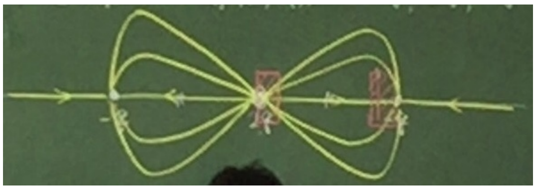
$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

・正負ついの電荷がある場合 (絶対値は等しい)



直線上に等間隔に $-q, 2q, -q$ と電荷が並ぶ場合 $(q > 0)$

同じ微小領域を貫く力線の本数に差がある

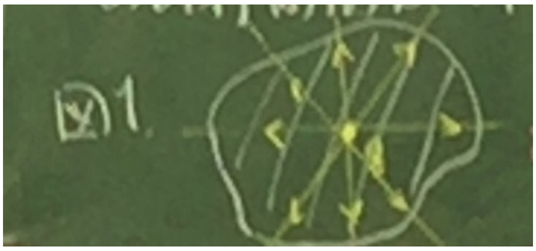


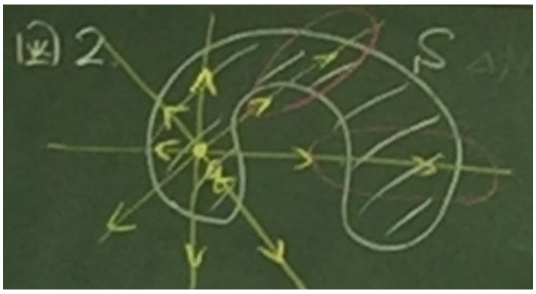
1.3　ガウスの法則

・ある閉曲面Ｓの内側に電荷がある場合

力線は全て内側→外側へ出る

Ｓを貫く力線の本数→電荷の大きさのみに依存





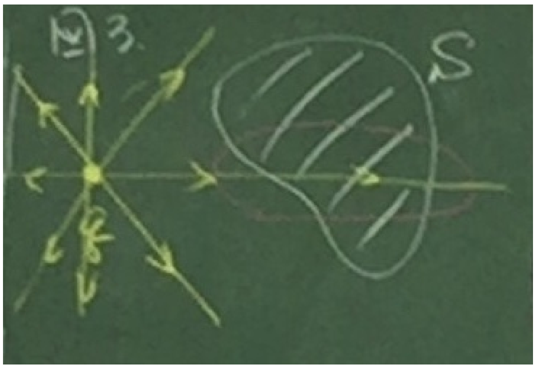
S から出た力線が再び S に入り、また出て行く

・外から入り込む→負

・外へ出て行く →正

よって、赤で囲った部分は 0 →力線の本数の代数和

S を貫く電気力線の代数和は電荷の大きさのみに依存→難しく考えすぎるな



・電荷が閉曲面の外

S を貫く力線の代数和は 0

・閉曲面の中に電荷がある

微小領域 ΔS を考える

ΔS を貫く電気力線の本数 ΔN、力線に垂直な面 $\Delta S'$、ΔS の法線ベクトル $\mathbf{r}$

$$\Delta S' = \Delta S \cos\theta$$

電気力線の密度：

$$\frac{\Delta N}{\Delta S'} = \frac{\Delta N}{\Delta S\cos\theta} = k|\boldsymbol{E}|$$

k は比例定数

$$\Delta N = k|\mathbf{E}|\cos\theta\boldsymbol{\Delta}\mathbf{S}$$

$$|\boldsymbol{E}|\cos\theta = \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n} = E_n$$

E_n：$|\mathbf{E}|$ を領域 ΔS に垂直な方向へ射影

閉曲面内全ての ΔS を足し合わせると、S を貫く力線の総和となる

$$N = k\sum(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n})\Delta S$$

S 内に電荷がない場合→

$$k\sum(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n})\Delta S = 0$$

$\Delta S \to 0$ の極限を考える

$$\int_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) dS = 0$$

面積分

局面の一部が平面の場合、直交座標 (x, y) で考えることができる $dS = dxdy$

$$\int\int E_n(x, y) dxdy$$