

1. 2体問題と2体の連成振動

1. 質量が無視できる長さ 1m の棒の両端に、質量 0.1kg と 0.3kg のおもりを取り付ける。おもりの大きさは無視できるほど小さいとして、重心の位置を求めなさい。

(ヒント：図1のように棒に沿って x 軸，棒に垂直に y 軸と z 軸を取り， 0.1kg のおもりを原点とする。それぞれのおもりの位置ベクトルを求め，(1.5) 式にしたがって重心の位置 \mathbf{R} を計算すればよい。 y, z 成分は明らかなので， x 成分だけ計算してもよい。)

2. 太陽のまわりの地球の公転を2体問題として考え，以下の問いに答えなさい。ただし，(1) 力は地球と太陽の間の万有引力だけで他の天体からの力は無視でき，(2) 地球と太陽の大きさも無視して質点として扱ってよい，とする。また，太陽と地球の距離を $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ，地球の質量 m_E を $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ ，太陽の質量 m_S がその 3.3×10^5 倍とする。

- (a) 太陽の中心から重心までの距離を求めなさい。
- (b) 重心の運動方程式を書き，重心の運動を説明しなさい。
- (c) 換算質量 μ を求めなさい。
- (d) 相対位置の運動方程式を書き，重心に対する太陽と地球の運動を説明しなさい。

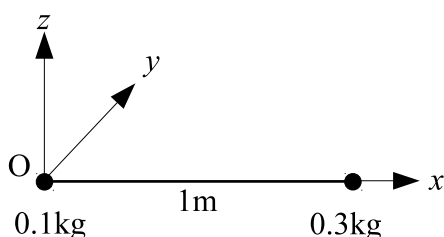


図 1

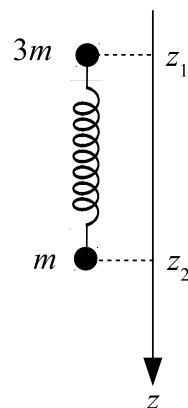


図 2

3. 図2のように質量 m と $3m$ の2つの質点をバネ定数 k ，自然長 l のバネの両端につけ，質量 $3m$ の質点を持って鉛直に垂らして静止させてから手を放した。鉛直下向きに z 軸を取り，質量 $3m, m$ の質点の座標をそれぞれ z_1, z_2 とする。また，重力加速度の大きさを g とする。

- (a) 手を放す前の質量 $3m$ の質点の位置を原点にとる。質量 m の質点が静止した位置 z_2 を求めなさい。
- (b) それぞれの質点の運動方程式を書きなさい。
- (c) 落ちている途中での重心座標 Z を，そのときの z_1, z_2 で表しなさい。
- (d) (b) の結果を使って重心の運動方程式を導き，それを解いて（積分して）手を放してから t 秒後の重心の位置 $Z(t)$ を求めなさい。
- (e) 換算質量を求めなさい。
- (f) (b) の結果を使って相対位置 $z = z_2 - z_1$ の運動方程式を導き，それを解いて $z(t)$ を求めなさい。
- (g) 質量 $3m$ と m の質点の t 秒後の位置 $z_1(t), z_2(t)$ を求めなさい。

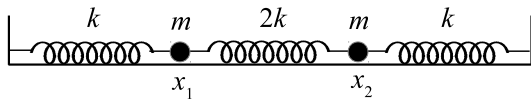


図 3

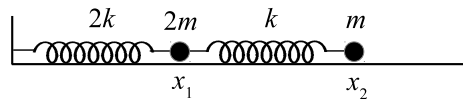


図 4

4. 図 3 のように質量 m の 2 個の小物体がばね定数 $k, 2k, k$ の 3 本のばねでつながれている。つり合いの位置からの変位を x_1, x_2 とする。プリント 2.2 節の方法で、この運動を調べてみよう。ただし、床との摩擦は無視できるとする。
- それぞれの物体の運動方程式を書きなさい。
 - 解として $x_1 = c_1 e^{i\omega t}$, $x_2 = c_2 e^{i\omega t}$ を仮定し、運動方程式に代入して c_1, c_2 についての方程式を作りなさい。
 - $c_1 = c_2 = 0$ 以外の解を持つための条件から、角振動数（基準振動数） ω_1, ω_2 を求めなさい。
 - それぞれの基準振動数に対応する解（ c_1 と c_2 の関係）を求めなさい。
 - x_1, x_2 の一般解を実数の形で求めなさい。
 - 時刻 $t = 0$ に $x_1 = a > 0, x_2 = 0$ で静止した状態からそっと手を放した場合の解を求めなさい。
5. 図 4 のように質量 $2m$ と m の 2 個の小物体がばね定数 $2k$ と k の 2 本のばねでつながれている。つり合いの位置（ばねが自然長の状態）からの変位を x_1, x_2 とする。また、床との摩擦は無視できる。
- それぞれの物体の運動方程式を書きなさい。
 - 解として $x_1 = c_1 e^{i\omega t}$, $x_2 = c_2 e^{i\omega t}$ を仮定し、運動方程式に代入して c_1, c_2 についての方程式を作りなさい。
 - $c_1 = c_2 = 0$ 以外の解を持つための条件から、角振動数（基準振動数） ω_1, ω_2 を求めなさい。（小さい方を ω_1 とする。）
 - それぞれの基準振動数に対応する解（ c_1 と c_2 の関係）を求めなさい。
 - x_1, x_2 の一般解を実数の形で求めなさい。
 - 時刻 $t = 0$ に、 $x_1 = 0, x_2 = 0, v_1 = 0, v_2 = b > 0$ という条件で運動を始めた場合の解を求めなさい。ただし、 v_1, v_2 は小物体 1 と 2 の速度である。

**2C1=C2っていう答えが出る
これによってAを出すとき
X2がX1の2倍ってこと**