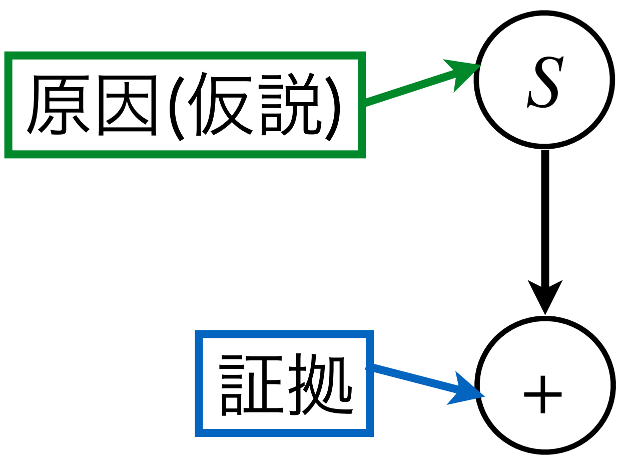
ベイズ推定と
ベイジアンネットワーク

Q. 4%のヒトが感染している病気(S)の検査法が開発された。この検査で, 病気(S)のヒトの80%が陽性 (+)とされるが、病気でないヒトの10%も陽性と判断されてしまう。陽性と判断されたヒトが実際に病気に感染している(S)確率は?



事前

○○確率(prior probability)

$P(S)$=0.04

尤度

○○(likelihood)

$P(+|S)$=0.8

$P(+|\sim S)$=0.1

知りたい値: 得られた**証拠**のもとで**仮説**が正しい確率

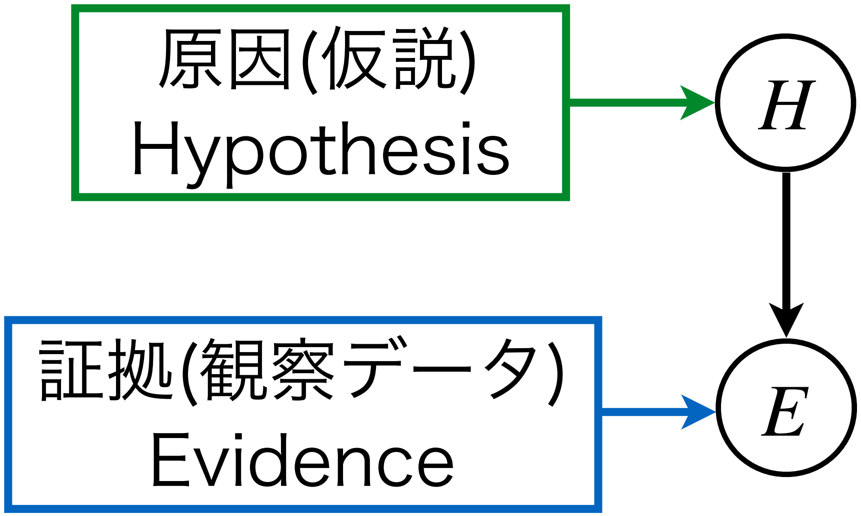
$P(S|+)$: ○○確率(posterior probability) or ○○○(belief)

計算してみよう!

ベイジアンネットワーク

ベイジアンネットワーク

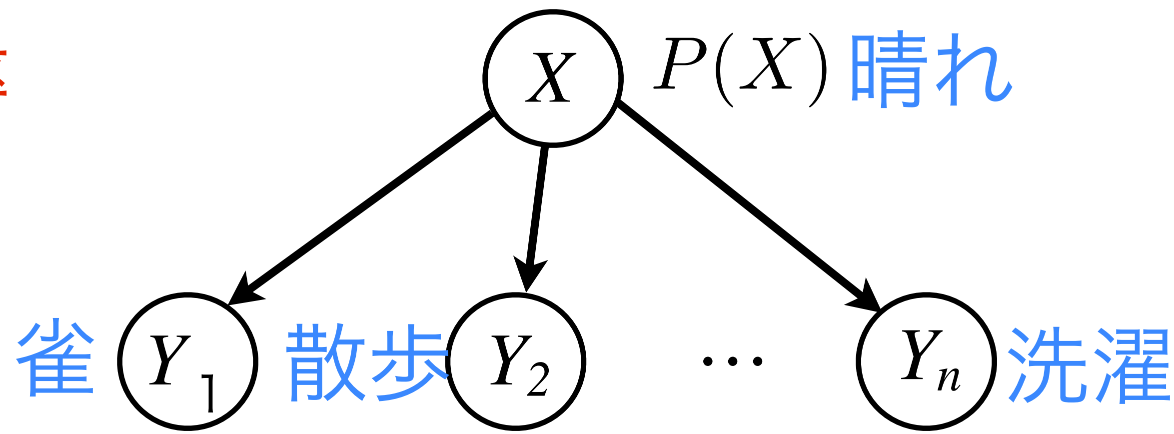
因果関係を非循環有向グラフで表したもの



ベイジアンネットワークのルール

マルコフ性: 各ノードは直近の親ノード(原因)のみに依存

事前確率



尤度　$P(Y_1 \mid X)$　$P(Y_2 \mid X)$　$P(Y_n \mid X)$

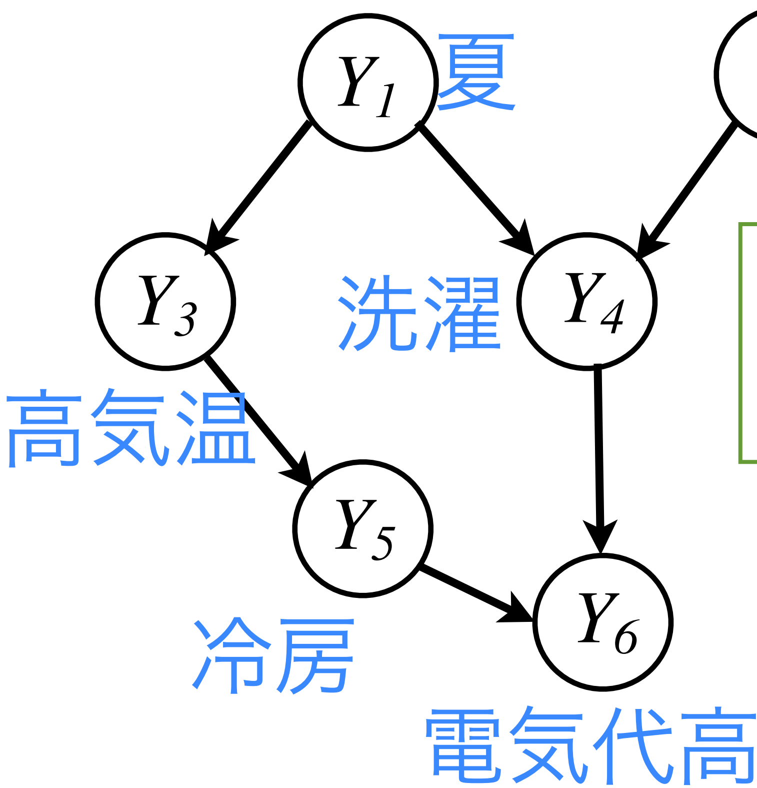
$$P(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n \mid X) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i \mid X)$$ …条件付き独立

(XのもとでYiは独立)

参考) $$P(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i)$$ …Yiが独立なとき

ベイジアンネットワークのルール

マルコフ性: 各ノードは直近の親ノード(原因)のみに依存



先祖ノードの情報については直近の
親ノードの情報のみがあれば十分!

$$P(Y_6|Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5) = P(Y_6|Y_4, Y_5)$$

$$P(Y_5|Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) = P(Y_5|Y_3)$$

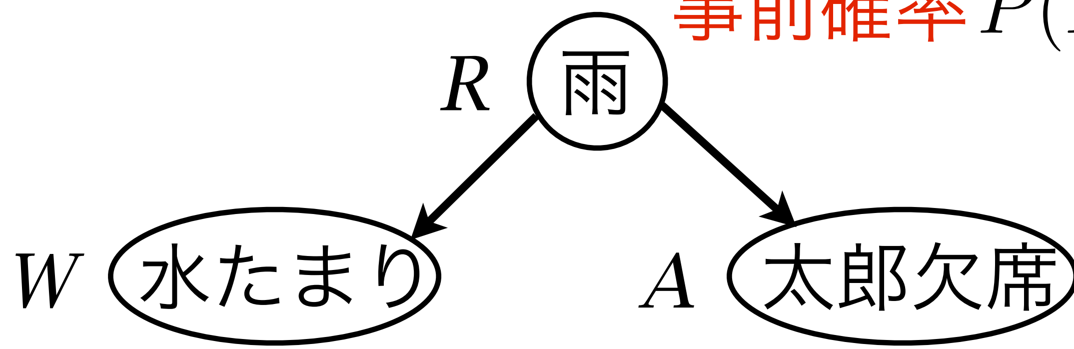
$$P(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6)$$

$$= P(Y_1)P(Y_2)P(Y_3|Y_1)\, P(Y_4|Y_1, Y_2)P(Y_5|Y_3)\, P(Y_6|Y_4, Y_5)$$

練習問題

雨と水たまりと太郎

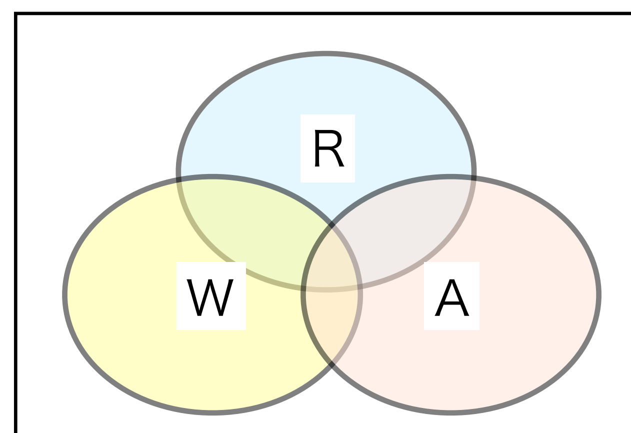
事前確率 $P(R) = 0.2$



尤度 $P(W \mid R) = 0.5$　$P(A \mid R) = 0.5$

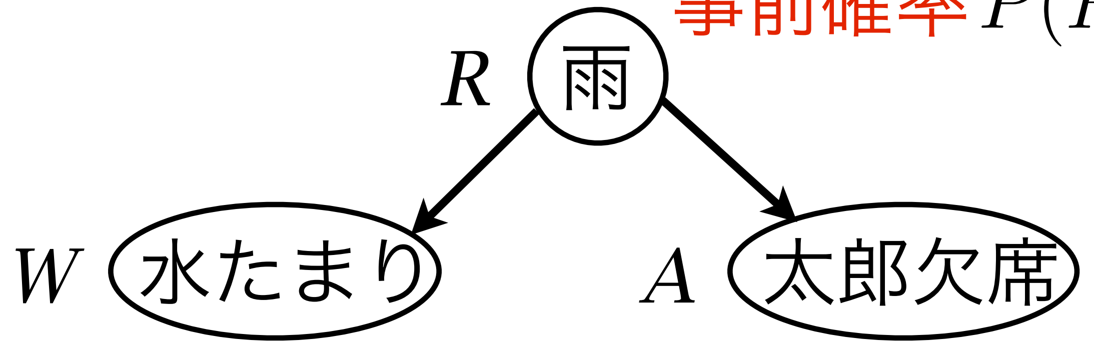
$P(W \mid \tilde{R}) = 0.1$　$P(A \mid \tilde{R}) = 0.25$

Q1. ある日に水たまりがある確率は?



雨と水たまりと太郎

事前確率 $P(R) = 0.2$

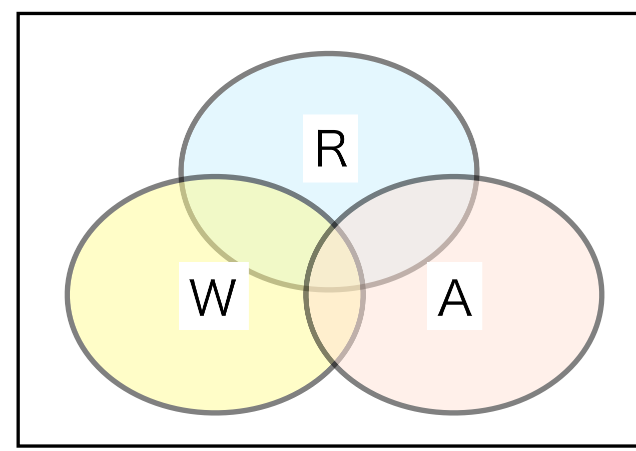


尤度 $P(W \mid R) = 0.5$ $P(A \mid R) = 0.5$

$P(W \mid {\sim}R) = 0.1$ $P(A \mid {\sim}R) = 0.25$

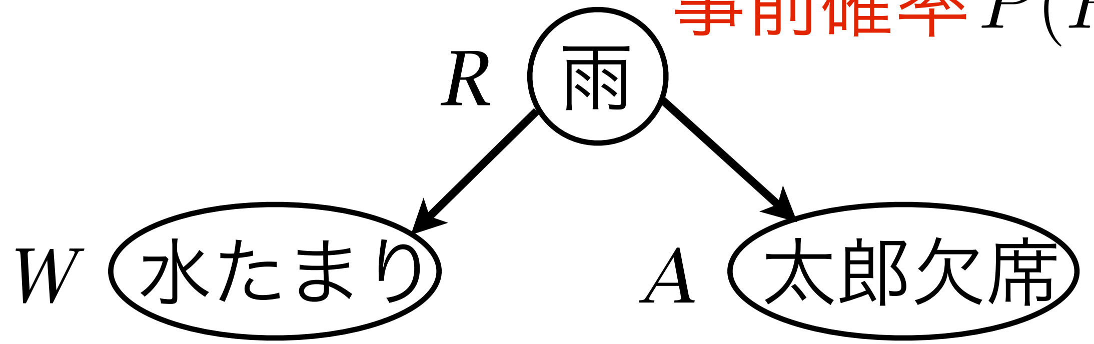
Q2. ある日に雨が降り(R)，かつ水たまりができ(W)，かつ
太郎君が欠席(A)の確率は?

P(R,W*,A)=P(R)P(W*|R)P(A|R)=0.05



雨と水たまりと太郎

事前確率 $P(R) = 0.2$



尤度 $P(W \mid R) = 0.5$ $\quad P(A \mid R) = 0.5$

$P(W \mid \tilde{}R) = 0.1$ $\quad P(A \mid \tilde{}R) = 0.25$

Q3. ある日に水たまり(W)があり，かつ太郎君が欠席(A)の確率は?

(1) その日が雨という情報がある時

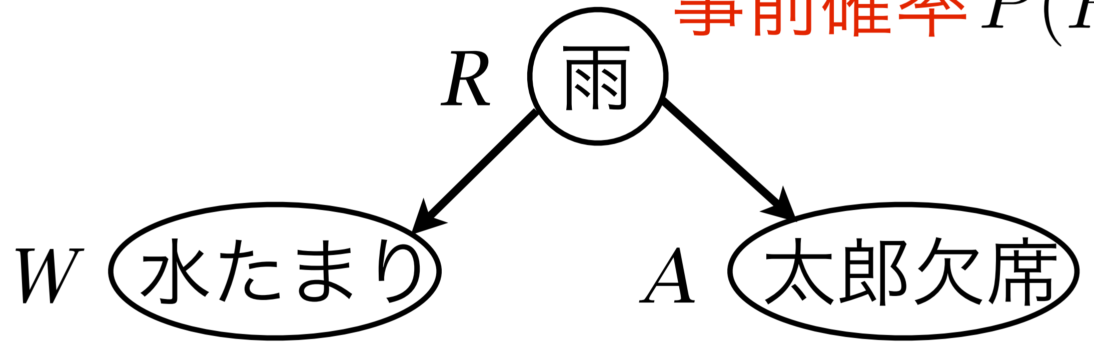
(2) その日の天気についての情報がない時

P(W*,AIR)=P(W*IR)P(AIR)=0.25 ??

P(W*,A)=P(R)P(W*IR)P(AIR)+P(R*)P(W*IR*)P(AIR*)

雨と水たまりと太郎

事前確率 $P(R) = 0.2$



尤度

$$P(W \mid R) = 0.5 \qquad P(A \mid R) = 0.5$$

$$P(W \mid {}^\sim R) = 0.1 \qquad P(A \mid {}^\sim R) = 0.25$$

Q4. ある日が雨 (R) だった確率は?

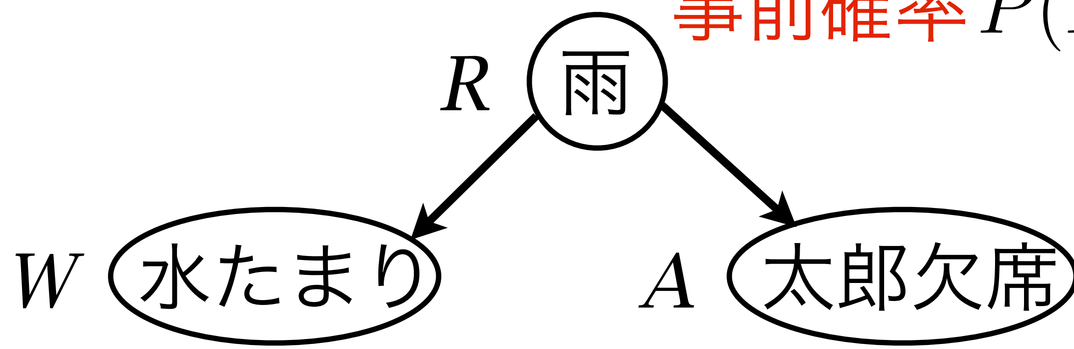
(1) 水たまりや太郎の情報がないとき　P(R)

(2) 水たまりがあったという情報があるとき　P(R|W)=P(R)P(R,W)/P(W)

(3) さらに，太郎欠席の情報が加わったとき　P(R|W,A)=P(R)P(W,A|R)/P(W,A)

雨と水たまりと太郎

事前確率 $P(R) = 0.2$



尤度 $P(W \mid R) = 0.5$ $\quad$ $P(A \mid R) = 0.5$

$P(W \mid {\sim}R) = 0.1$ $\quad$ $P(A \mid {\sim}R) = 0.25$

Q5. ある日に、水たまりがある確率は？

(1) なにも情報がないとき P(W)

(2) その日は雨という情報がある時 P(W|R)

(3) その日は雨かつ太郎欠席の情報がある時 P(W|R,A)

(4) 天気情報は無いが, 太郎欠席の情報がある時

P(W|A)=P(W,R|A)+P(W,R*|A)