

# 1 12/21 問題 4

ストークスの定理は関数の値が  $1/2$  ずつに別れて左右に速さ  $v$  で進んでいく

$$u(x,0) = e^{-x^2}, \quad u_t(x,0) = 0.$$

$$u(x,t) = \frac{1}{2} \{ \phi(x-vt) + \phi(x+vt) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ e^{-(x-vt)^2} + e^{-(x+vt)^2} \}$$

最後のは  $\cos$  を展開しただけ

$$(2) \quad u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = \sin x = \psi(x)$$

$$u(x,t) = \frac{1}{2v} \int_{x-vt}^{x+vt} \psi(s) ds$$

$$= \frac{1}{2v} \int_{x-vt}^{x+vt} \sin s ds = \frac{1}{2v} [-\cos s]_{x-vt}^{x+vt}$$

$$= \frac{1}{2v} \{-\cos(x+vt) + \cos(x-vt)\} = \frac{1}{v} \sin x \sin vt$$

上の式は無限空間、いまからのやつは有限の関数をかたっぽ有限でかたっぽゼロからの奇関数に広げるか、偶関数で広げるか

$$(a) \quad u(x,t) = \frac{1}{2} \{ \phi(x-vt) + \phi(x+vt) \} + \frac{1}{2v} \int_{x-vt}^{x+vt} \psi(s) ds$$

$$x=0 \text{ のとき}$$

$$u(0,t) = \frac{1}{2} \{ \phi(-vt) + \phi(vt) \} + \frac{1}{2v} \int_{-vt}^{vt} \psi(s) ds$$

$u_x(x,t)$  は関数  $u$  (ここでは上の式) を  $x$  で偏微分

$$(b) \quad u_x(x,t) = \frac{1}{2} \{ \phi'(x-vt) + \phi'(x+vt) \} + \frac{1}{2v} \{ \psi(x+vt) - \psi(x-vt) \}$$

$$x=0 \text{ のとき}$$

$$u_x(0,t) = \frac{1}{2} \{ \phi'(vt) + \phi'(vt) \} + \frac{1}{2v} \{ \psi(vt) - \psi(-vt) \}$$

$\phi$  は偶関数だが、偶関数の微分は傾きだから奇関数となる