複素関数論 レポート

1422020156 奥屋 直己

2018 年 11 月 13 日

1　次の式の複素共役な式を作りなさい

(1) $\frac{i}{2+3i}$
分母分子にに (2-3i) をかけると

$$\frac{i}{2+3i} = \frac{i(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{2i-3i^2}{4+9i^2} = \frac{3+2i}{4-9} = -\frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$$

よって、複素共役数は

$$u^* = -\frac{3}{5} + \frac{2}{5}i$$

(2) $e^{(2+5i)\ \pi}$
式変形を行うと

$$e^{(2+5i)\pi} = e^{(2\pi+5i\pi)} = e^{2\pi}e^{5i\pi}$$

オイラーの公式より

$$e^{2\pi}e^{5i\pi} = e^{2\pi}(\cos 5\pi + i\sin 5\pi) = e^{2\pi}(1+0) = e^{2\pi}$$

よって虚部が 0 になるため、複素共役は

$$u^* = e^{2\pi}$$

(3) $(\sqrt{3}-i)^{\frac{3}{2}}$
$(\sqrt(3)-i)^3$ を展開すると

$$(\sqrt{3}-i)^3 = (3-2\sqrt{3}i-1)(\sqrt{3}-i) = (2-2\sqrt{3})(\sqrt{3}-i) = 2\sqrt{3}-2i-6i-2\sqrt{3} = -8i$$

よって

$$(\sqrt{3}-i)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{-8i} = 2\sqrt{2}i^2 = -2\sqrt{2}$$

よって虚部が 0 になったので、複素共役は

$$u^* = -2\sqrt{2}$$

(4) $\log(-2+2i)$