



MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

Mme Sofia OUENZAR

Année universitaire: 2022/2023



Objectifs du Module

- Transmettre les outils nécessaires pour réaliser les calculs financiers;
- Apprendre à résoudre les problèmes financiers par le recours aux calculs financiers;
- Se familiariser avec des concepts des mathématiques financières;
- Découvrir différents types d'opérations financières du court ou du long terme;
- Découvrir les principales implications des mathématiques dans les calculs d'indicateurs financiers clés et d'en donner les applications nécessaires dans la vie d'une personne physique ou d'une entreprise.



PLAN



✓ Introduction aux mathématiques financières / valeur et le temps

- ✓ *Introduction*
- ✓ *Définition*
- ✓ *Utilisation et principes*
- ✓ *Les justifications de l'intérêt*
- ✓ *Les modes de calcul de l'intérêt*



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)



PLAN



Introduction aux mathématiques financières

- ✓ *Introduction*
- ✓ *Définition*
- ✓ *Utilisation et principes*
- ✓ *Les justifications de l'intérêt*
- ✓ *Les modes de calcul de l'intérêt*

Introduction aux mathématiques financières

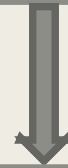
Introduction

- La **méthode comptable** est conçue pour résumer une activité économique passée en regroupant puis additionnant des dépenses et des recettes enregistrées, donc certaines, pendant une durée raisonnable.
- Elle révèle ses limites quand on souhaite l'étendre à des périodes trop longues et/ou à une activité économique future, donc incertaine.
- Les mathématiques financières proposent d'adapter la méthode pour tenir compte du prix du temps et du prix du risque

Introduction aux mathématiques financières

Définition des mathématiques financières

- On regroupe sous l'appellation de mathématiques financières l'ensemble des techniques mathématiques permettant de traiter des phénomènes régissant les marchés financiers, tel que les calculs relatifs aux taux d'intérêt, les annuités, les emprunts....., mais ainsi la modélisation mathématique du comportement aléatoire des marchés financiers.



- Il s'agit de mathématiques appliquées à la finance, autrement dit, c'est un domaine des mathématiques appliquées qui emprunte un certain nombre de calculs, de modèles et de raisonnements mathématiques pour faciliter les calculs en finance.

Introduction aux mathématiques financières

Définition des mathématiques financières



■ C'est quoi une opération financière?



■ On pourra définir une opération financière comme toute opération qui nécessite un investissement en capital et un résultat à une période donnée



Les emprunts



Les placements



les investissements

Introduction aux mathématiques financières

Utilisation et principes

- Non seulement les mathématiques financières s'appliquent-elles à toutes les situations comprenant le paiement ou la réception d'un intérêt au sens strict, mais elles sont également utilisées pour calculer le taux de rendement dans des situations où on ne trouve pas d'intérêt.
- En effet, elles permettent aussi de calculer le rendement annuel moyen d'un investissement en actions, dont les retombées pécuniaires se manifesteront sous forme de dividende et de gain en capital. On pourra également les utiliser pour calculer *le rendement d'un investissement*.

Introduction aux mathématiques financières

Utilisation et principes

- Les mathématiques financières sont fondées sur le principe que tout capital disponible peut être placé et rapporter un intérêt qui va augmenter la valeur du capital initial.

Exemple illustratif au niveau du cours

Introduction aux mathématiques financières

Les justifications de l'intérêt

- Selon les fondements des mathématiques financières, si le prêteur donnait son argent sans intérêts, il perdrait de l'argent même si l'emprunteur lui remboursait cette somme entière.



- L'intérêt:
 - C'est la contrepartie du renoncement à une consommation immédiate
 - C'est le prix contre la dépréciation du capital en période d'inflation
 - C'est la rémunération du risque de non remboursement
 - C'est un coût d'opportunité

Introduction aux mathématiques financières

Les modes de calcul de l'intérêt

- Il existe deux façons de calculer l'intérêt:



la technique de l'intérêt simple



la technique de l'intérêt composé

Les deux se calculent sur les mêmes bases, à savoir le montant du capital, la durée et le taux d'intérêt mais la méthode de calcul est différente pour les deux types d'intérêt.

Introduction aux mathématiques financières

Les modes de calcul de l'intérêt

- Il existe deux façons de calculer l'intérêt:



la technique de l'intérêt simple

la technique de l'intérêt composé



PLAN



Les intérêts simples

Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



✓ Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

Rappels mathématiques

Les calculs de puissance (exposant positif)

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad \text{Avec } n \geq 2$$

$$3,2^1 = 3,2$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^2 = a \times a$$

$$a^3 = a \times a \times a$$

Rappels mathématiques

Les calculs de puissance (exposant négatif)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} \quad ; \quad 2^3 = \frac{1}{2^{-3}}$$

Rappels mathématiques

Les calculs de puissance (synthèse)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Les calculs de puissance (synthèse)

Formules	Exemples
<p>Par convention $a^0 = 1$; $a^1 = a$</p> $a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \text{et} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	<ul style="list-style-type: none"> $\frac{1}{1+i} = (1+i)^{-1}$ $\frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$ $1\,000 \times 1,05^{-6} = \frac{1\,000}{1,05^6} \approx 746,22$ à 10^{-2} près
$a^n \times a^p = a^{n+p}$	<ul style="list-style-type: none"> $1,02^5 \times 1,02^6 = 1,02^{11}$
$(a^n)^p = a^{np}$ même si n et p sont des réels, pourvu que a soit positif strictement	<ul style="list-style-type: none"> $(1,05^2)^4 = 1,05^8 \approx 1,477$ à 10^{-3} près <u>Exemple important</u> Si $x^5 = 2,48832$ alors $(x^5)^{1/5} = (2,48832)^{1/5}$ soit $x = 1,2$ car $(x^5)^{1/5} = x^{5/5} = x^1$
$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	<ul style="list-style-type: none"> $\frac{1,02^5}{1,02^6} = 1,02^{5-6} = 1,02^{-1} = \frac{1}{1,02}$
$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	<ul style="list-style-type: none"> $(1,01 \times 1,2)^3 = 1,01^3 \times 1,2^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	<ul style="list-style-type: none"> $\left(\frac{100}{1,01}\right)^4 = \frac{100^4}{1,01^4}$

Les fractions

Formules	Exemples
$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$	<ul style="list-style-type: none">• $1\% + 0,3 = \frac{1}{100} + \frac{30}{100} = \frac{31}{100} = 31\% = 0,31$• $1 + t\% = \frac{100}{100} + \frac{t}{100} = \frac{100 + t}{100}$• $1 + 19,6\% = \frac{119,6}{100} = 1,196$
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$	<ul style="list-style-type: none">• $1\,000 \times 3\% = \frac{1\,000 \times 3}{100} = 30$
$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{d}{c}\right)$	<ul style="list-style-type: none">• $105 \div \frac{2}{3} = 105 \times \frac{3}{2} = \frac{315}{2} = 157,5$



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

■ Définition d'un intérêt en général

- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Définition d'un intérêt en général

- Un intérêt est la rémunération d'un placement pour un prêteur ou le coût d'un emprunt pour un emprunteur.
- Une banque rémunère ses clients sur des comptes d'épargne lorsque ceux-ci placent leur argent sur un compte à intérêts. ➡ Cela correspond à un principe de prêt/placement
- Le client immobilise une partie de son capital sur un compte et la banque utilise ce capital pendant la durée sur laquelle l'argent est sur le compte pour ses activités rémunératrices comme **les prêts d'argent**. En contrepartie de cette immobilisation d'argent, la banque distribue des intérêts à ses clients.



Cela correspond à un principe de d'emprunt

LES INTERETS SIMPLES

Définition d'un intérêt en général

- L'intérêt est fonction de la somme prêtée/placée, de la durée et du taux d'intérêt négocié entre le prêteur et l'emprunteur.

n : la durée du prêt ou du placement

t : le taux d'intérêt

C : le capital placé ou prêté

- **Le taux d'intérêt:** Le taux d'intérêt est le loyer de l'argent. Il est égal au rapport entre le montant des intérêts obtenus et le capital placé ou prêté.
 - Il est exprimé soit en pourcentage (intérêt perçu pour 100 dh) soit en nombre (intérêt perçu pour 1 dh)
 - Il est généralement annuel, toutefois, il peut être d'une autre durée notamment trimestriel, mensuel...

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt simple: définition et caractéristiques

- l'intérêt simple est un intérêt payé ou perçu, à l'échéance d'un contrat de prêt ou de placement, et calculé, pour chaque période, sur le capital initial non augmenté des intérêts des périodes précédentes.
- Étant donné que l'intérêt n'est ni versé à la fin de chaque période ni ajouté au capital initial aux fins du calcul de l'intérêt applicable aux périodes suivantes, il n'y a pas, dans un tel cas, composition de l'intérêt.

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt simple: définition et caractéristiques

- Les intérêts simples se calculent uniquement à partir du capital initialement placé.
- Il n'y a pas de cumuls d'intérêts d'une période à l'autre comme dans les intérêts composés.
- Généralement l'intérêt simple porte sur des durées très courtes. (≤ 1 année).
- Le capital initial reste invariable et les intérêts sont égaux de période en période.
- Il est versé en une seule fois au début de l'opération, c'est-à-dire lors de la remise du prêt, ou à la fin de l'opération c'est à dire lors du remboursement.

Exemple illustratif au niveau du cours

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt simple: définition et caractéristiques

Court terme/long terme

- Les mathématiques financières et la comptabilité ne distinguent que les échéances inférieures et supérieures à un an, appelées respectivement court terme et long terme.
- Il en est ainsi par exemple des dettes à court terme et des dettes à long terme dans le bilan comptable d'une entreprise. Les premières désignent celles à rembourser avant la clôture de l'exercice comptable en cours et les secondes celles à rembourser plus tard (lors d'un exercice ultérieur).
- Sur les marchés financiers, les expressions court, moyen et long terme désignent des horizons temporels, variables selon les pays, qui résultent d'habitudes prises et de textes réglementaires.



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques

■ Mode de calcul

- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



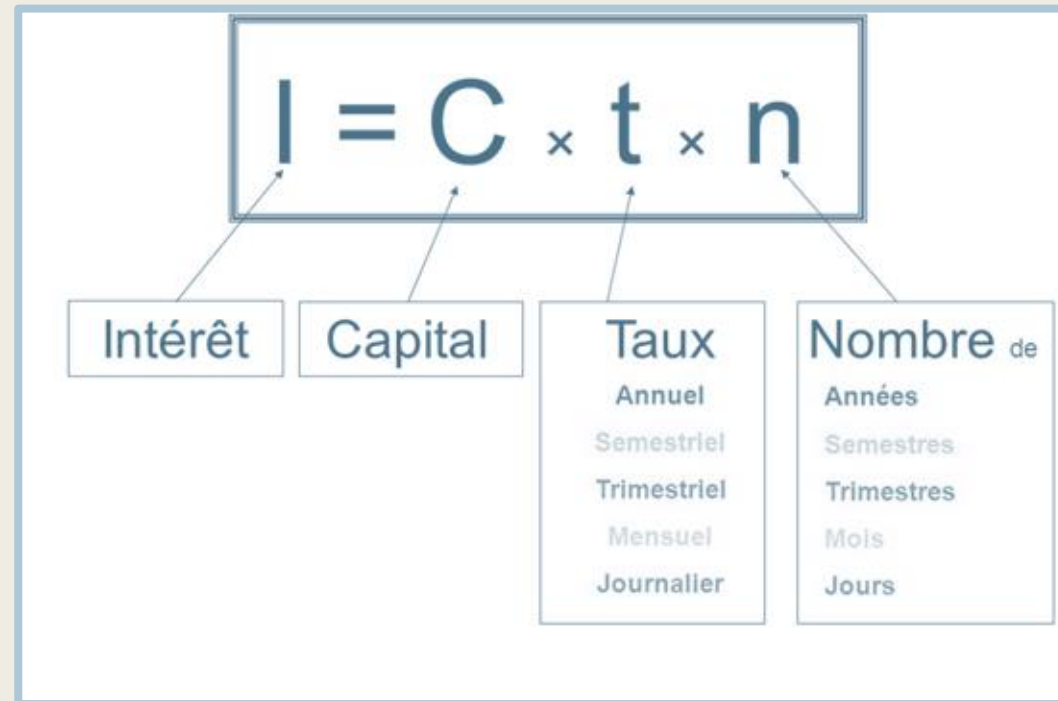
✓ Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Mode de calcul



ou

$$I = \frac{C \times n \times t}{100}$$

LES INTERETS SIMPLES

Mode de calcul

- I : montant de l'intérêt simple
- C : capital initial placé ou emprunté (nominal)
- n : nombre de périodes de placement ou d'emprunt (durée de l'opération financière « jours, quinzaines, mois, trimestres, semestres, années »)
- t : taux nominal d'intérêt relatif à la période

$$I = C \times t \times n$$

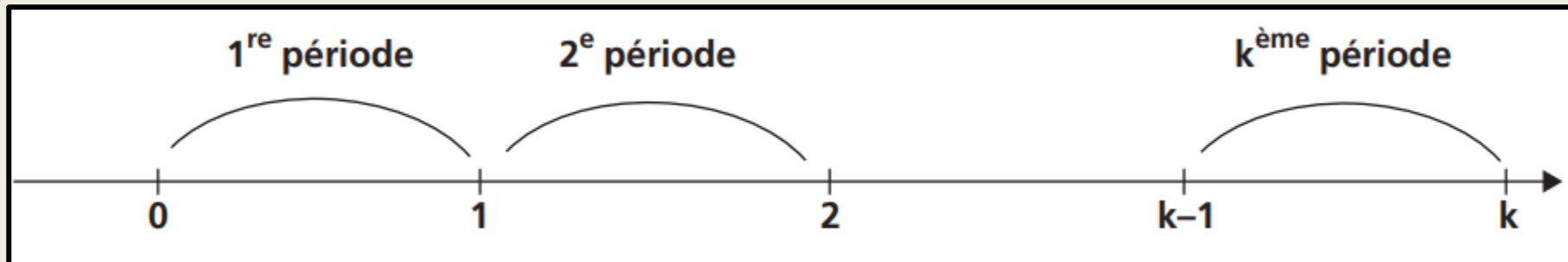
ou

$$\frac{I = C \times n}{100} \times t$$

LES INTERETS SIMPLES

Mode de calcul: composantes de la formule

- **Valeur nominale du capital:** La valeur nominale d'un capital est sa valeur à une date choisie comme date d'origine. Cette valeur doit obligatoirement être associée à une date d'origine t_0 .
- **Période de placement ou d'emprunt:** cela peut être exprimé en année; trimestre, semestre, mois et jours.



- **Taux nominal d'intérêt:** le taux convenu entre le prêteur et l'emprunteur au niveau du contrat (placement ou emprunt)

LES INTERETS SIMPLES

Mode de calcul

Attention

- Le taux doit nécessairement se rapporter à la période choisie comme unité : ainsi, si n est exprimée en jours, le taux t doit être journalier ; si n est exprimée en mois, le taux t doit être mensuel etc.
- En l'absence de toute autre stipulation, le taux d'intérêt est toujours supposé annuel.

LES INTERETS SIMPLES

Mode de calcul

En partant de la formule principale de l'intérêt simple, on peut trouver la valeur du capital, du taux d'intérêt ou la durée de placement:

$$C = I / t \times n$$

$$t = I / C \times n$$

$$n = I / C \times t$$

LES INTERETS SIMPLES

Mode de calcul

Exemple

Calculer le montant de l'intérêt rapporté par un capital de 10 000 DH, placé pendant 1 an sur un compte rémunéré à 1,5 % (taux annuel).

La durée de l'opération est égale à 1 an.

$$\text{L'intérêt } I = C \times t \times n = 10\,000 \times 0,015 \times 1 = 150 \text{ DH}$$

M. skalli décide d'emprunter une somme de 750 DH au taux d'intérêt annuel de 6 % par an. Quel est le montant des intérêts payés au bout après deux ans ?

$$\text{L'intérêt } I = C \times t \times n = 750 \times 0,06 \times 2 = 90 \text{ DH}$$



PLAN



Les intérêts simples

- Rappels mathématiques
- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents
- Rappels mathématiques
- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



✓ Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

- Les intérêts simples sont généralement appliqués pour des durées inférieures à un an. Il est donc nécessaire d'adapter la formule de calcul des intérêts simples ci-dessous à des durées plus courtes
- La formule relative au calcul de l'intérêt simple pour une période 'n' en années est peu utilisé car l'intérêt simple se calcule surtout pour des durées inférieures à l'année.

$$I = C \times t \times n$$

ou

$$I = \frac{C \times n \times t}{100}$$

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Correspondance. Taux proportionnels et
Taux équivalents à intérêts simples

On avait noté auparavant que le taux, au niveau de la formule du calcul d'intérêt doit nécessairement se rapporter à la période choisie comme unité :

$$I = C \times t \times n$$

Ainsi, si n est exprimée en jours, le taux t doit être journalier ; si n est exprimée en mois, le taux t doit être mensuel etc.

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Correspondance. Taux proportionnels et
Taux équivalents à intérêts simples

On aura besoin de convertir les différents taux d'intérêt communiqués en des taux périodiques selon la durée n sur laquelle on désire travailler.

Pour changer la périodicité attachée à un taux, il convient de calculer des **taux proportionnels ou des taux équivalents**.

Exemple: convertir un taux annuel en un taux trimestriel, convertir un taux trimestriel en un taux semestriel...

A noter que l'exemple le plus courant est le fait de convertir un taux annuel- taux le plus utilisé en pratique- à des taux périodiques pour calculer des intérêts trimestriels, mensuels...

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Correspondance. Taux proportionnels et
Taux équivalents à intérêts simples

Deux méthodes peuvent être utilisées:



La méthode des taux proportionnels

La méthode des taux équivalents

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

Deux taux sont proportionnels s'ils sont dans le même rapport que les périodes auxquelles elles s'appliquent. **Autrement dit**, Deux taux d'intérêts, t_D portant sur la période D et t_d portant sur la période d , sont proportionnels si leur rapport est égal au rapport des périodes respectives (à intérêts simples ou composés).

$$\frac{t_D}{t_d} = \frac{D}{d}$$

Avec :

t_D : taux portant sur la période D

t_d : taux portant sur la période d

Exemple illustratif au niveau du cours

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

$$\text{Taux proportionnel} = \text{Taux} / \text{Nombre de périodes}$$

Le taux de la durée qui est communiqué

Nombre de périodes au niveau de cette durée.
Par exemple: pour chercher un taux semestriel: on se pose la question dans une année combien il y a de semestre

Exemple

Calculer le taux semestriel proportionnel à un taux d'intérêt annuel de 12 %.

Le taux semestriel proportionnel est égal à : $12 \% / 2 \text{ semestres} = 6 \%$

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Cas de figure: Les taux d'intérêt proportionnels pour un taux annuel

Dans une année, il y a	Taux d'intérêt périodique t
360 jours (année commerciale)	$t = \frac{\text{taux annuel}}{360}$
24 quinzaines	$t = \frac{\text{taux annuel}}{24}$
12 mois	$t = \frac{\text{taux annuel}}{12}$
4 trimestres	$t = \frac{\text{taux annuel}}{4}$
2 semestres	$t = \frac{\text{taux annuel}}{2}$

→ Taux d'intérêt proportionnel

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Cas de figure: le calcul des intérêts simples avec les taux proportionnels à un taux annuel

	Formule intérêt simple avec t en virgule	Commentaire	Formule intérêts simple en $t=t/100$
n en années	$I = C \times t \times n$		$I = C \times t \times n$
n en semestres	$I = C \times t \times n/2$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/200$
n en trimestres	$I = C \times t \times n/4$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/400$
n en mois	$I = C \times t \times n/12$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/1200$
n en quinzaines	$I = C \times t \times n/24$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/2400$
n en jours	$I = C \times t \times n/360$ Ou $I = C \times t \times n/365$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/36000$ Ou $I = C \times t \times n/36500$

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

Attention

Cas du périodes en jours et des taux journaliers:

- Une année compte 365 jours, ou 366 jours lorsqu'il s'agit d'une année bissextile.
- Pour déterminer le taux journalier proportionnel à un taux annuel t_a , il faudrait donc diviser le taux annuel par 365 ou 366.
- Si cette division s'avère simple aujourd'hui, pour nous qui disposons d'outils de calcul performants, elle était hier bien compliquée, et il a été d'usage, pour faciliter le calcul des taux, de travailler avec **une année financière de 360 jours. On considère que l'année de 360 jours se décompose en 12 mois de 30 jours quelque soit les mois considérés, N mois représentant $(30 \cdot N)$**

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

Attention

Cas du périodes en jours et des taux journaliers:

- Aujourd'hui, selon le type d'opérations financières, selon l'établissement financier, selon même la catégorie de clients, les usages sont différents.
- Par exemple, le montant des coupons d'obligations est toujours calculé avec le nombre de jours réel, mais on utilise 360 jours pour les opérations du marché monétaire. Pour d'autres opérations, comme les opérations d'escompte, il n'y a pas d'homogénéité, et on pourra aussi bien trouver des calculs avec 360 qu'avec 365 jours.
- NB: même si la base retenue pour le calcul du taux journalier est 360 jours, le nombre de jours de l'opération financière est compté pour sa durée exacte (mois calendaires : 31 jours en janvier, 28 ou 29 en février, 31 en mars, etc.)

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

Attention

Cas du périodes en jours et des taux journaliers:

- Les cas les plus fréquents sont :
 - Base = 360 : on parle de base commerciale (année bancaire ou année financière), toutefois, Chaque mois compte pour 30 ou 31 jours (leurs nombres exacts).
 - Base = 365 ou 366 : on parle de base exacte (année civile)
- Dans les calculs d'intérêt, **Le premier jour du prêt**, placement, emprunt n'est pas considéré. on compte le dernier jour mais pas le premier. **Par exemple, du 14/09/N au 30/10/N, il faut compter : $(30 - 14) + 30 = 46$ jours.**

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

Attention

Cas du périodes en jours et des taux journaliers:

- Pour les contrats de date à date, le calcul se fait en nombre de jours réels mais toujours par rapport à 360.
- Pour les calculs de type compte sur carnet, seules les quinzaines complètes sont prises en compte.
- En intérêt simple, la durée est fréquemment exprimée en jours (découverts, escompte...)

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

Attention

Cas du périodes en jours et des taux journaliers:

- Quand l'année est retenue pour 365 jours, on parle d'intérêt civil : $I' = C t n / 36500$ alors que l'intérêt commercial se détermine à partir de 360 Jours: $I = C t n / 36000$

L'intérêt civil est moins cher que l'intérêt commercial

Exemple:

Un capital de 3000 DH placé à 10% pendant 30 j:

- $I = 3000 \times 10 \times 30 / 36000 = 25$ et $I' = 3000 \times 10 \times 30 / 36500 = 24.65$

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels

Attention

Cas du périodes en jours et des taux journaliers:

Exemple:

- La différence entre l'intérêt commercial et l'intérêt civil d'un capital placé à 9,5% pendant 72 j est égal à 1,14 , calculez le capital

$$(C \cdot 9,5 \cdot 72) / 36000 - (C \cdot 9,5 \cdot 72) / 36500 = 1,14$$

$$C = 4380$$

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels: année bissextile

Attention

Cas du périodes en jours et des taux journaliers:

Mois	Nombre de jours
Janvier	31
Février	28/29
Mars	31
Avril	30
Mai	31
Juin	30
Juillet	31
Août	31
Septembre	30
Octobre	31
Novembre	30
Décembre	31

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels: année bissextile

- Qu'est-ce qu'une année bissextile ?
- Les durées de l'année civile et de l'année solaire ne coïncident pas tout à fait, aussi on ajoute une journée intercalaire afin de rattraper le retard pris par l'année civile sur l'année solaire.

Ce jour intercalaire est le 29 février, ajouté aux 28 jours que compte le mois de février lorsque l'année est bissextile.

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels: année bissextile

Comment savoir si une année est bissextile ?

■ Les années bissextiles sont :

- soit divisibles par 4 mais non divisibles par 100 ;
- soit divisibles par 400.

■ Exemples :

- 2014 n'est pas divisible par 4 ($2014/4 = 503,5$) ; ce n'est donc pas une année bissextile.
- 2016 est une année bissextile puisque 2016 est divisible par 4 ($2016/4 = 504$).
- 2100 n'est pas une année bissextile ; en effet, 2100 est divisible par 4, mais est aussi divisible par 100 (et pas par 400).
- 2000 est une année bissextile puisqu'elle est divisible par 400 (peu importe alors qu'elle soit divisible par 100)

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels
CAS D'APPLICATION

Exemple

Soit un capital de 15 000 dhs placé à intérêts simples pendant 3 trimestres à un taux semestriel de 5%.
Calculer l'intérêt produit par ce capital.

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels
CAS D'APPLICATION

CORRECTION:

On peut utiliser les deux méthodes expliquées auparavant (taux proportionnel)

1^{ère} méthode:

$$\text{Taux proportionnel} = \text{Taux} / \text{Nombre de périodes}$$

On cherche le taux trimestriel:

Puisque un semestre contient 2 trimestre donc $t_t = 0,05/2 = 0,025$

Et donc les intérêts sont: $15000 \times 0,025 \times 3 = 1125 \text{ dhs}$

2^{ème} méthode:

On garde le taux semestriel et on transforme la durée « 3 trimestres » en semestres ce qui va nous donner $3/2$ semestres.

Et donc les intérêts sont: $15000 \times 0,05 \times 3/2 = 1125 \text{ dhs}$

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels
CAS D'APPLICATION

Exemple

Soit un capital de 25 000 dhs placé à intérêts simples pendant **3 ans** à un **taux trimestriel** de 3%. Calculer l'intérêt produit par ce capital.

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels
CAS D'APPLICATION

CORRECTION:

L'intérêt rapporté par le capital est donc : $I = C \times t \times n$

NB: puisque t et n doivent être en même unités comparables donc:

Si on garde le taux trimestriel on aura: $I = 25000 \times 0,03 \times 12$ (trimestres) = 9000 DH

Si on garde la durée en années, il faudra trouver le taux proportionnel:

Taux proportionnel = Taux / Nombre de périodes

Taux proportionnel = $0,03 / (1/4) = 0,03 \times 4 = 0,12$

DONC $I = 25000 \times 0,12 \times 3 = 9000$ DH

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Les taux d'intérêt proportionnels CAS D'APPLICATION

Exemple

Calculer le montant de l'intérêt rapporté par un capital de 6 000 DH, placé pendant 4 mois sur un compte rémunéré à 1,5 %.

L'intérêt rapporté par le capital est donc : $I = C \times t \times n/12 = 6000 \times 0,015 \times 4/12 = 30 \text{ DH}$

Exemple

Calculer le montant de l'intérêt rapporté par un capital de 15 000 DH, placé du 14 août 2022 au 10 novembre 2022 sur un compte rémunéré à 1,5 %.
On travaillera sur une base de 360 jours.

La durée de l'opération est égale à : $(31 - 14) + 30 + 31 + 10 = 88 \text{ jours}$.

L'intérêt rapporté par le capital est donc : $I = C \times t \times n/360 = 15\,000 \times 0,015 \times 88/360 = 55 \text{ DH}$

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Correspondance. Taux proportionnels et
Taux équivalents à intérêts simples

Deux méthodes peuvent être utilisées:

La méthode des taux proportionnels

La méthode des taux équivalents



```
graph TD; A[Deux méthodes peuvent être utilisées:] --> B[La méthode des taux proportionnels]; A --> C[La méthode des taux équivalents]; style C stroke:#f00,stroke-width:4px
```

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Taux équivalents à intérêts simples

Deux taux sont équivalents si quand ils sont appliqués **au même capital** pendant **la même durée** ils produisent **la même valeur acquise**. (à intérêts simples ou composés).

Exemple:

On dispose d'un capital C_0 placé à un taux annuel t_a , On veut calculer le taux semestriel pour $n = 1$ semestre.

**Démonstration (égalité des valeurs acquises en gardant la même période et le même capital)
au niveau du cours**

LES INTERETS SIMPLES

Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

Taux équivalents à intérêts simples

Remarque: Dans le cas des intérêts simples, les deux méthodes aboutissent au même taux périodique ce qui n'est pas le cas des intérêts composés ou on trouve une différence dans les taux selon la méthode choisie et ou le taux obtenu par équivalence est moins élevé que le proportionnel.

Démonstration:

Envisageons deux opérations financières:

- 1) Dans la première, le capital C_0 est placé pendant 1 an au taux d'intérêt annuel t_1 . Au bout de 1 an, la valeur acquise est : $C_0 (1 + t_1)$
- 2) Dans la seconde, le capital C_0 est placé pendant 12 mois au taux d'intérêt mensuel t_{12} . Au bout de 1 an, la valeur acquise est : $C_0 (1 + 12 \times t_{12})$.

Les 2 valeurs seront égales si : $1 + 12 \times t_{12} = 1 + t_1$

Par conséquent, le taux d'intérêt annuel t_{12} proportionnel au taux d'intérêt mensuel t_1 est égal à $t_1/12$.



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Définition de la valeur acquise et actuelle en général

- il y a essentiellement deux types de calculs auxquels l'on peut procéder selon les besoins:
- 1. Le calcul de la valeur à une date future des montants épargnés (ou empruntés) à un taux d'intérêt donné ;

Exemples:

- ✓ Un placement à taux fixe, au cours d'une période donnée ;
- ✓ Un découvert bancaire au profit de ses clients;
- ✓ Un emprunt auprès d'un établissement financier...

2. le calcul du montant requis au moment présent pour engendrer un montant désiré à une date future, si l'on suppose un taux d'intérêt précis.

Exemples:

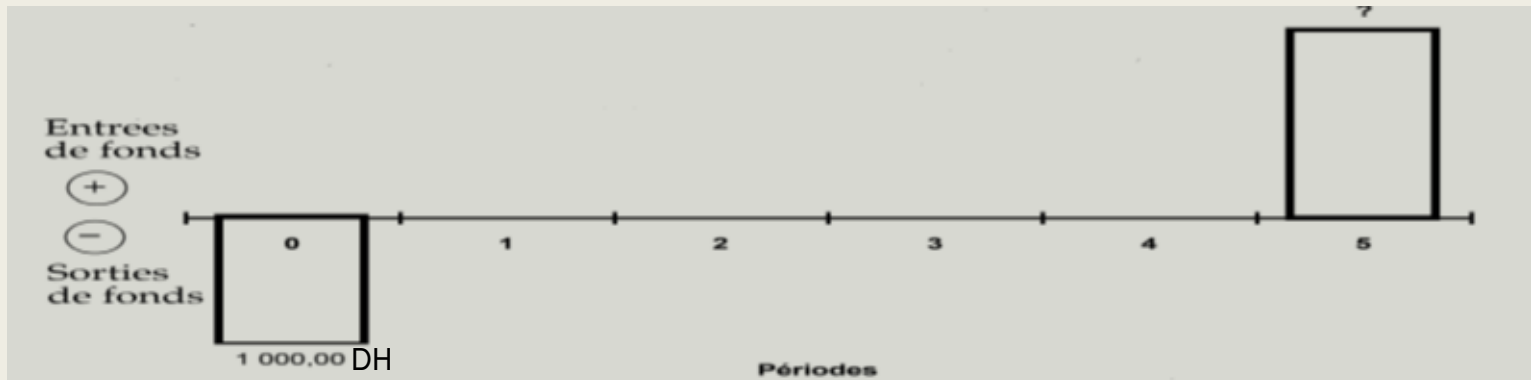
- ✓ le montant à épargner pour engendrer un montant recherché à une échéance donnée ;
- ✓ Une opération d'escompte accordée par une banque...

LES INTERETS SIMPLES

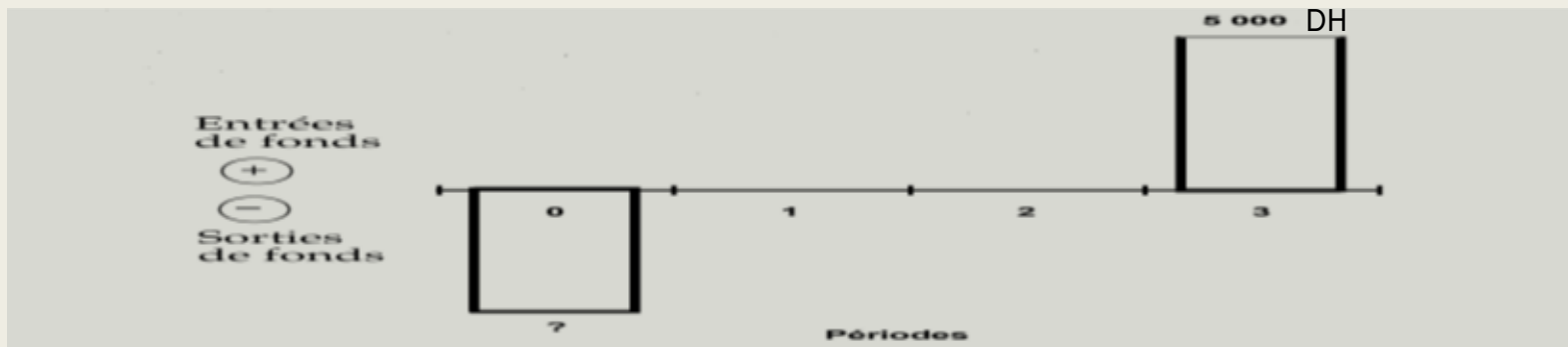
Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

- il y a essentiellement deux types de calculs auxquels l'on peut procéder selon les besoins:

1. le calcul de la valeur à une date future de montants épargnés (ou empruntés) à un taux d'intérêt donné ;



2. le calcul du montant requis au moment présent pour engendrer un montant désiré à une date future, si l'on suppose un taux d'intérêt précis.



LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Valeur acquise/valeur future en général

- La capitalisation consiste en le calcul de la valeur « C_n » d'un capital placé à $t=0$ « C_0 » .
- la capitalisation consiste à faire avancer dans le temps une valeur présente pour calculer sa valeur future appelée aussi Valeur Acquise.
- C_n est dite valeur acquise par un capital C_0 placé à intérêts simple au taux t et dans une durée de T est égale à $T_n - T_0$ et $C_n - C_0$ représente l'intérêt produit pendant t .



NB: les intérêts sont versés en fin de période

la capitalisation ainsi que le calcul des intérêts se fait en fin de période et une seule fois.

Le capital est évalué à une date postérieure à la date à laquelle il est connu.

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Valeur acquise/valeur future en général

- La valeur acquise : La valeur acquise notée C_n , désigne la somme du capital initial (C) et des intérêts (I) qu'il génère au terme des n périodes de placement.

$$C_n = C_0 + \text{intérêts}$$



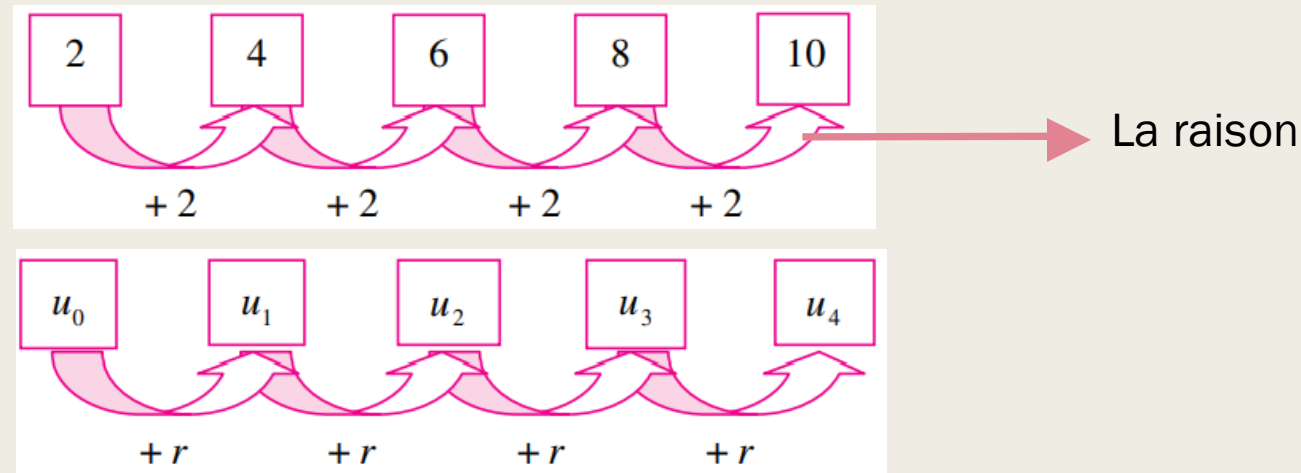
Exemple: Pour 100 DH placé à un taux annuel de 8%, j'aurai 8 DH à la fin de l'année 1 et la valeur acquise sera de **108** (**100+8**)

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

LES SUITES ARITHMÉTIQUES

- En mathématiques, une suite arithmétique est une suite dans laquelle chaque terme permet de déduire le suivant en lui ajoutant une constante appelée **raison**.



(U_n) est une suite arithmétique de premier terme $U_0=2$ et de raison $r=2$

- Ainsi, la définition d'une suite arithmétique est donnée par la relation:

$$u_{n+1} = u_n + r$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

LES SUITES ARITHMÉTIQUES

- La relation précédente ne permet pas de calculer rapidement un terme d'une suite arithmétique. Si l'on souhaite calculer le 50e terme, il est nécessaire de connaître le 49e qui, lui-même, se calcule à partir du 48e et ainsi de suite.
- Ainsi, pour atteindre le 50e terme, il sera nécessaire d'effectuer un grand nombre de calculs. C'est pour cela qu'il est essentiel de mettre en place une formule générale qui fournit n'importe quel terme indépendamment du précédent.

$$u_1 : u_1 = u_0 + r$$

$$u_2 = u_1 + r = (u_0 + r) + r = u_0 + 2 \times r$$

$$u_3 = u_2 + r = (u_0 + 2 \times r) + r = u_0 + 3 \times r$$

- Selon le principe de récurrence, on obtient la formule suivante:

$$u_n = u_0 + n \times r$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

LES SUITES ARITHMÉTIQUES

- Si l'on ne dispose pas du terme u_0 mais d'un autre terme u_k , le terme général d'une suite arithmétique est donné par la relation suivante :

$$u_n = u_k + (n - k) \times r$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Valeur acquise/valeur future à intérêt simple

■ Notons:

n : la durée d'un placement en années,

t : le taux d'intérêt annuel pratiqué (supposé constant sur la durée du placement)

et C_0 : le capital placé.

- Au bout d'un an, les intérêts calculés seront de $I_1 = C_0 \times t$, le capital sera donc $C_1 = C_0 + C_0 \times t$.
- La deuxième année, les intérêts sont à nouveau calculés à partir du capital C_0 et le capital placé devient $C_2 = C_1 + C_0 \times t$.
- De la même manière, l'année 3 on a $C_3 = C_2 + C_0 \times t$.
- $C_{n+1} = C_n + C_0 \times t$
- On remarque que la suite (C_n) est une suite arithmétique de raison $C_0 \times t$.
- On peut donc donner une expression de C_n en fonction du premier terme

$$u_n = u_0 + n \times r$$

$$I = C \times t \times n$$

$$C_n = C_0 + n \times C_0 \times t.$$

$$C_n = C_0(1 + n \times t)$$

Les intérêts sur n années sont :

$$I_n = n \times C_0 \times t$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Valeur acquise/valeur future à intérêt simple

CAS D'APPLICATION

- M. Taoudi prête 1 000 DH durant 3 mois au taux annuel de 3 %. Quelle montant percevra-t-il au bout des 3 mois ?

$$C_n = C_0(1 + n \times t)$$

Valeur acquise = $1\,000 (1 + 0,03 \times 3/12) = 1\,007,50$ DH

- 100 DH sont placés à intérêt simple sur 47 jours (année de 365j) au taux annuel de 3,5%.

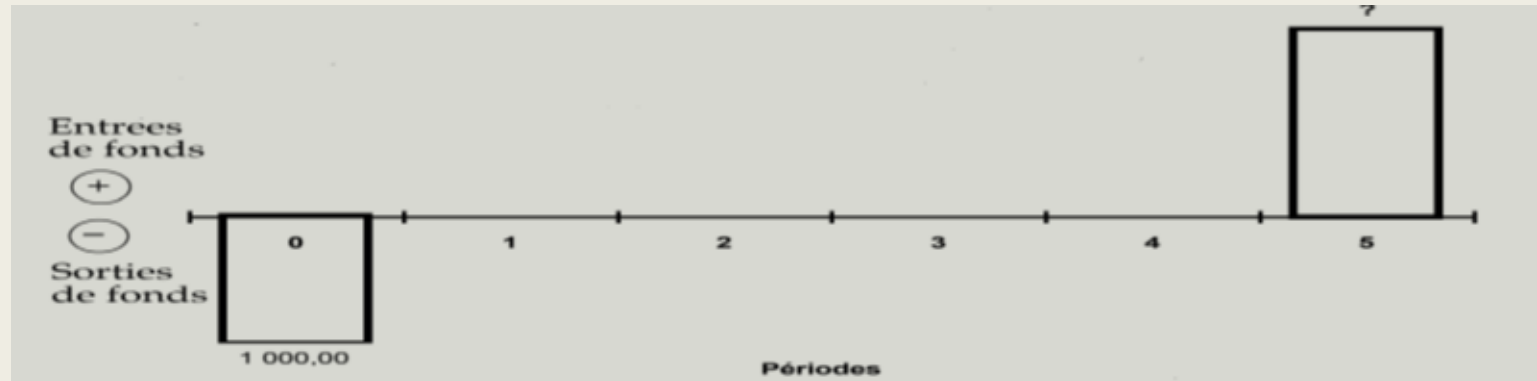
Le montant total figurant sur le compte au bout de 47 jours est :

$$100 \times (1 + 3,5\% \times 47/365) = 100,45 \text{ DH}$$

LES INTERETS SIMPLES

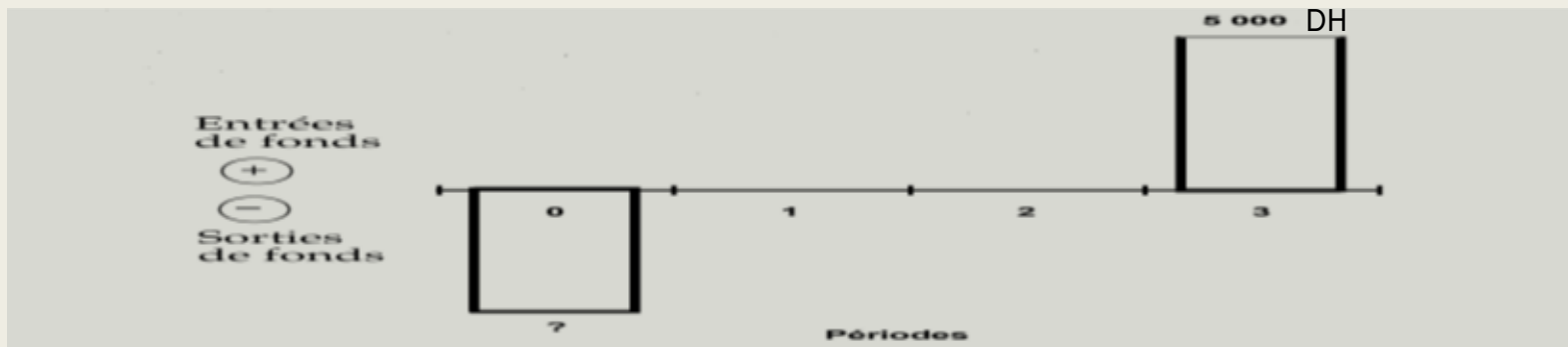
Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

- il y a essentiellement deux types de calculs auxquels l'on peut procéder selon les besoins:
 1. le calcul de la valeur à une date future de montants épargnés (ou empruntés) à un taux d'intérêt donné ;



DH

2. le calcul du montant requis au moment présent pour engendrer un montant désiré à une date future, si l'on suppose un taux d'intérêt précis.



LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

La valeur actuelle à intérêt simple

NB: les intérêts sont versés en fin de période

- L'actualisation permet de ramener à une date antérieure un capital futur. L'actualisation est une technique qui consiste à faire reculer dans le temps une valeur future pour calculer sa valeur présente appelée Valeur Actuelle.



- La valeur actuelle d'un capital est le montant de ce capital, évalué à une date antérieure à la date à laquelle il est connu.
- L'actualisation est généralement utilisée pour prendre une décision à l'instant T_0
- la valeur actuelle permet d'exprimer aujourd'hui la valeur d'une somme encaissable ou payable dans le futur. Elle est utilisée par les banques afin de calculer le montant des effets escomptés.
- Actualiser un capital C , c'est par exemple répondre à la question suivante : « de quel capital devrais-je disposer aujourd'hui pour obtenir à la date n , un capital C_n sachant que je pense le placer au taux t (taux d'actualisation) »

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

La valeur actuelle à intérêt simple

NB: les intérêts sont versés en fin de période



$$(1) C_n = C_0 + C_0 \times t \times n$$

$$(2) C_n = C_0 (1 + t \times n)$$

$$C_0 = C_n / (1 + t \times n)$$

$$C_0 = C_n / (1 + t \times n / 100)$$

Actualisation rationnelle/escompte rationnel

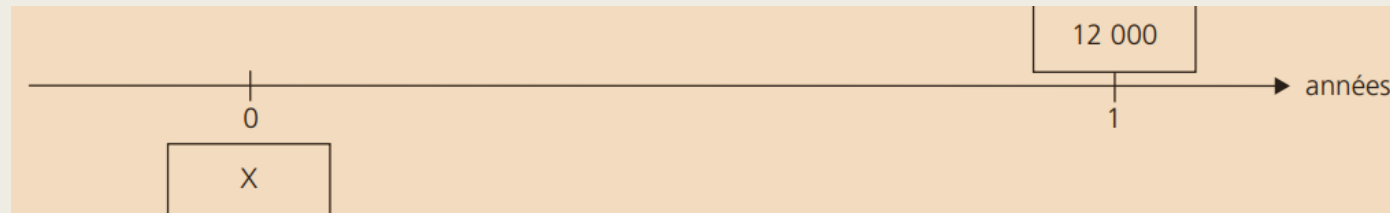
LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

La valeur actuelle à intérêt simple

CAS D'APPLICATION

Calcul de la valeur actuelle d'un capital placé pendant un an au taux de 1,5 %, qui, à l'issue de l'opération, vaut 12 000 €



Valeur acquise par le capital = Valeur actuelle du capital + Intérêt

$$12\ 000 = X + X \times 0,015 \times 1$$

$$\Leftrightarrow 12\ 000 = X (1 + 0,015)$$

$$\Leftrightarrow X = 12\ 000 / (1 + 0,015)$$

$\Leftrightarrow X = 11\ 822,66$ C'est donc un capital de 11 822,66 DH qui, placé pendant 1 an au taux de 1,5 %, a acquis une valeur de 12 000 DH.

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

La valeur actuelle à intérêt simple

CAS D'APPLICATION

Calcul de la valeur actuelle d'un capital placé du 10 novembre 2021 au 14 août 2022, qui à l'issue de l'opération vaut 4 600 DH. Le taux d'intérêt est égal à 1,4 % et la base retenue pour le calcul de l'intérêt est égal à 360 jours.

NB: l'année 2022 n'est pas une année bissextile

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

La valeur actuelle à intérêt simple

CAS D'APPLICATION

CORRECTION:

on ne connaît pas le montant du capital initial sur lequel se calcule l'intérêt, il faut résoudre une équation pour obtenir sa valeur.

La durée de l'opération est exprimée en jours, il ne faut donc pas oublier de déterminer le taux journalier proportionnel au taux annuel de 1,4 %.

Durée de l'opération : $(30 - 10) + 31 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 14 = 277$ jours

Valeur acquise par le capital = Valeur actuelle du capital + Intérêt

$$4600 = X + X \times 0,014/360 \times 277$$

$$\Leftrightarrow 4600 = X (1 + 0,014/360 \times 277)$$

$$\Leftrightarrow X = 12\,000 / (1 + 0,014/360 \times 277)$$

$$\Leftrightarrow X = 4550,97 \text{ DH}$$

Il faut donc placer 4 550,97 DH à 1,4 % pour obtenir, 277 jours plus tard un capital de 4 600 DH

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

complément

- C_0 et C_n font respectivement l'objet de diverses appellations équivalentes :

C_0	C_n
Capital ou montant investi, immobilisé, placé ou investi	Capital ou montant récupéré
Capital ou montant emprunté ou financé	Capital ou montant remboursé
Valeur présente	Valeur future
Valeur initiale	Valeur finale
Valeur actuelle	Valeur acquise



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
- La méthode des nombres et du diviseur fixe
- Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

Plusieurs problèmes de mathématiques financières comprennent un montant unique qu'il s'agit de capitaliser ou d'actualiser.

Dans un grand nombre de situations où l'on souhaite évaluer des flux financiers, on est aux prises avec, non pas un montant unique intervenant au début ou à la fin d'un contrat financier, **mais avec une série de versements à faire ou à recevoir.**

À titre d'exemple

- le remboursement d'un prêt hypothécaire ;
- le dépôt périodique d'un montant fixe assuré à l'intérieur d'un plan d'épargne systématique...

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Un montant unique
(capitalisation/actualisation)

capitalisation

actualisation

une série de flux
financiers ou de
trésoreries, de
versements, ou
d'annuités

(capitalisation/actualisation)

capitalisation

actualisation

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

- Les notions de capitalisation, d'actualisation, s'étendent à un système de capitaux, en posant très naturellement que la valeur de ce système est égale à la somme des valeurs des capitaux composant le système.

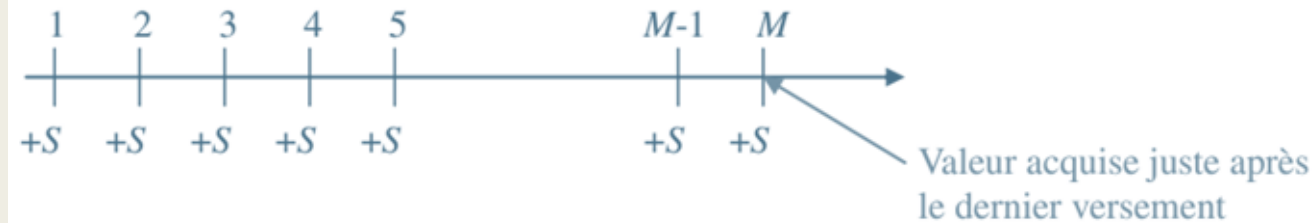
LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

Exemple

un individu place une même somme S tous les mois sur un compte au taux t annuel pendant M mois. On s'intéresse à la valeur sur le compte juste après le dernier versement⁺.



Le mois 1, la somme S placée va rester $M - 1$ mois sur le compte ; ainsi la valeur acquise de cette somme sera :

$$S \left(1 + t \times \frac{M - 1}{12} \right)$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

Exemple

- Le mois 2 la somme S va rester $M - 2$ mois sur le compte ; ainsi sa valeur acquise sera de :

$$S \left(1 + t \times \frac{M - 2}{12} \right)$$

- Le mois $M - 1$ la somme S va rester un mois sur le compte ; ainsi sa valeur acquise sera de :

$$S \left(1 + t \times \frac{1}{12} \right)$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

Exemple

La dernière somme S placée le mois M ne profitera pas d'intérêts. Ainsi la valeur acquise des versements sera la somme :

$$S + S \left(1 + t \times \frac{1}{12} \right) + \dots + S \left(1 + t \times \frac{M-2}{12} \right) + S \left(1 + t \times \frac{M-1}{12} \right)$$

Cette somme est la somme des termes d'une suite arithmétique de M termes dont le premier terme est S et le dernier est :

$$S \left(1 + t \times \frac{M-1}{12} \right)$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

Exemple

On peut donc simplifier cette somme par la formule de la somme des termes d'une suite arithmétique :
(1er terme + dernier terme) × Nombre de termes/2

Ainsi, en notant V cette somme, on a :

$$V = \frac{\left(S + S \left(1 + t \times \frac{M - 1}{12} \right) \right) \times M}{2}$$

En factorisant par S, on trouve :

$$V = S \times M \times \frac{2 + t \times \frac{M - 1}{12}}{2}$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

Exemple

Après simplification l'expression du capital V est:

$$V = S \times M \times \left(1 + t \times \frac{M - 1}{24} \right)$$

LES INTERETS SIMPLES

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Cas de plusieurs capitaux/flux de trésorerie

Exemple

Exemple On place 1 000 DH pendant 15 mois en intérêts simples à 5 %. Déterminer la valeur acquise des versements sur ce compte.

On a $V = 1\,000 \times 15 \times (1 + 0,05 \times 15 - 1/24) = 15\,437,50$ DH

Remarque : cette formule n'est valable que si l'instant d'observation se situe juste après le dernier versement. Si l'on se place plus tard après le dernier versement, il faudra encore prendre en compte les intérêts acquis sur la période qui sépare le dernier versement de la date d'observation.



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
 - Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec [La méthode des nombres et des diviseurs fixes](#)

	Formule intérêt simple avec t en virgule	Commentaire	Formule intérêt simple en $t=t/100$
n en années	$I = C \times t \times n$		$I = C \times t \times n$
n en semestres	$I = C \times t \times n/2$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/200$
n en trimestres	$I = C \times t \times n/4$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/400$
n en mois	$I = C \times t \times n/12$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/1200$
n en quinzaines	$I = C \times t \times n/24$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/2400$
n en jours	$I = C \times t \times n/360$ Ou $I = C \times t \times n/365$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/36000$ Ou $I = C \times t \times n/36500$

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec [La méthode des nombres et des diviseurs fixes](#)

	Formule intérêt simple avec t en virgule	Commentaire	Formule intérêt simple en $t=t/100$
n en années	$I = C \times t \times n$		$I = C \times t \times n$
n en semestres	$I = C \times t \times n/2$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/200$
n en trimestres	$I = C \times t \times n/4$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/400$
n en mois	$I = C \times t \times n/12$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/1200$
n en quinzaines	$I = C \times t \times n/24$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/2400$
n en jours	$I = C \times t \times n/360$ Ou $I = C \times t \times n/365$	Pour un taux annuel	$I = C \times t \times n/36000$ Ou $I = C \times t \times n/36500$

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec **La méthode des nombres et des diviseurs fixes**

- Lorsque la durée du calcul des intérêts est autre que l'année notamment plus petite (mois, jours, trimestres, semestre, quinzaines), on peut simplifier la formule en la transformant en une fraction avec un dénominateur fixe.

Exemple:

Si la durée est exprimée en jours, il est possible de simplifier la formule: $I = C \times t \times n / 36000$

Le numérateur et le dénominateur sont divisé par t , on a alors:

$$(C \times n \times t) / t = C \times n \quad \leftarrow \text{on l'appelle nombre}$$

et $36000/t$ est appelé diviseur fixe

la formule devient : $I = C \times n / 36000/t$ ou $I = N/D$ avec $N = C \times n$ et $D = 36000/t$

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec **La méthode des nombres et des diviseurs fixes**

- Cette méthode est appliquée dans le cas de plusieurs capitaux **C1, C2, ..., Ck** placés au même taux d'intérêt **t** pendant des durées différentes respectives **n1, n2, ..., nk**.
- L'intérêt total produit par les k capitaux est : **$I_{tot} = I_1 + I_2 + \dots + I_k$** .

Formule de l'intérêt global: $\sum C \times n / D = \sum N / D$

avec **$N = C \times n$**

et **D** qui va dépendre de la durée

$200/t$ pour une durée en semestres ou $36000/t$ pour une durée en jours etc

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec [La méthode des nombres et des diviseurs fixes](#)

[Exemple pour un seul capital](#)

$$C = 24\ 500$$

$$ta = 10\%$$

$$n = 30 \text{ jours}$$

$$N = 24\ 500 \times 30 = 735\ 000$$

$$D = 36\ 000 / 10 = 3600$$

$$I = 735\ 000 / 3600 = 204,167 \text{ DH}$$

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec [La méthode des nombres et des diviseurs fixes](#)

Exemple pour plusieurs capitaux (valeurs différentes et durée différentes avec un même taux)

Calculer l'intérêt produit par les trois capitaux suivants, placés à l'intérêt simple, au taux annuel de 6%

1^{er} capital : 35 000 DH placé du 1^{er} Avril au 15 Juillet de la même année

2^{ème} capital : 40 000 DH placé du 1^{er} Avril au 25 Aout de la même année

3^{ème} capital : 50 000 DH placé du 1^{er} Avril au 2 Octobre de la même année

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec [La méthode des nombres et des diviseurs fixes](#)

[Exemple pour plusieurs capitaux \(valeurs différentes et durée différentes avec un même taux\)](#)

Capital : C_i	Durée : n_i	Le nombre $N_i = n_i C_i$
35 000	105	3 675 000
40 000	146	5 840 000
50 000	184	9 200 000
- - -	Total	18 715 000

Le diviseur fixe $D = 36\,000 / 6 = 6\,000$ DH

L'intérêt total produit par les 3 capitaux est: $\sum N / D = 18\,715\,000 / 6\,000 = 3\,119,17$ DH

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec [La méthode des nombres et des diviseurs fixes](#)

Exemple pour plusieurs capitaux (valeurs différentes et durée différentes avec un même taux)

- Calculez par la méthode des N et D fixe, l'intérêt global fourni par le placement des capitaux suivants: $t_a=9\%$

5500 du 1 Mars au 31 juillet

2625 du 1 Mars au 31 Aout

870 du 1 mars au 30 septembre

Correction:

Les durées respectives: 152, 183, 213

Diviseur fixe : $36000/9 = 4000$

$$I_g = (5500 \cdot 152 + 2625 \cdot 183 + 870 \cdot 213) / 4000$$

$$i_g = 1501685 / 4000 = 375,42$$

LES INTERETS SIMPLES

Intérêt produit par plusieurs capitaux

Calcul des intérêts avec [La méthode des nombres et des diviseurs fixes](#)

NB: La méthode du diviseur fixe était très utile lorsqu'on ne disposait pas, dans le temps, de petites calculettes puissantes. Nous la donnons, cependant pour l'histoire, car de nos jours, les calculs peuvent être faits aisément et très rapidement par des machines (calculettes générales, calculettes financières, ordinateurs, etc.)



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
- La méthode des nombres et du diviseur fixe
- Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



✓ Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

TAUX D'intérêt

Taux moyen de plusieurs placements

- Dans le cas de plusieurs placements effectués à des taux différents, on calcule ce qu'on appelle le taux moyen de placement :
- Le taux moyen de placement serait le taux unique « T » qui appliqué aux capitaux respectifs et pour leurs durées respectives, conduirait au même intérêt total.

Capitaux	Taux	durée
C_1	t_1	n_1
C_2	t_2	n_2
C_3	t_3	n_3

$$\frac{C_1 \times t_1 \times n_1}{360} + \frac{C_2 \times t_2 \times n_2}{360} + \frac{C_3 \times t_3 \times n_3}{360} = \frac{C_1 \times T \times n_1}{360} + \frac{C_2 \times T \times n_2}{360} + \frac{C_3 \times T \times n_3}{360}$$

Donc pour k périodes:

Le taux moyen de plusieurs placements est donc la moyenne arithmétique des différents taux pondérés par les produits $n_i C_i$.

$$T = \frac{\sum C_i \times t_i \times n_i}{\sum C_i \times n_i}$$

TAUX D'intérêt

Taux moyen de plusieurs placements

M.X a placé 3 sommes d'argent 1000 DH pendant 62 j à 2% , 1500 DH pendant 90 j au taux de 3,5 % et 3000 DH pendant 100 jours au taux de 6 % sur 3 comptes différents rémunérés.

M.X souhaite remplacer ces 3 comptes par un seul compte. A quel taux il devrait placer ces montants pour ne pas avoir une différence avec ce qu'il avait déjà.

TAUX D'intérêt

Taux moyen de plusieurs placements

Calcul du taux moyen:

Calcul de l'intérêt total: $I_{total} = 1000 \times 2\% \times 62/360 + 1500 \times 3.5\% \times 90/360 + 3000 \times 6\% \times 100/360 = 66,57 \text{ DH}$

Le taux moyen de placement $T = 66,57 / (1000 \times 62/360 + 1500 \times 90/360 + 3000 \times 100/360) = 4,82\%$

NB: Pour confirmer la cohérence des calculs, on vérifie si notre taux moyen est compris entre le taux le plus faible 2% et le plus élevé 6%.



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



Les intérêts simples

■ Types de taux:

➤ Taux nominal

- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Types de taux d'intérêt

Taux nominal

- Le taux d'intérêt nominal est un taux négocié au niveau du contrat avec la banque et écrit explicitement au niveau dudit contrat.
- Le taux d'intérêt nominal décrit exclusivement les frais d'intérêt (en pourcentage) à payer ou à percevoir. D'autres frais comme les frais de traitement ou les commissions ou les frais d'assurance ou les frais de souscription... ne sont pas pris en compte.
- Le taux nominal est celui qui permet de calculer les intérêts d'un emprunt ou d'un placement. (on se base sur ce taux pour calculer les intérêts)



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



✓ Les intérêts simples

■ Types de taux:

- Taux nominal
- Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière
- Taux post-compté et taux précompté
- Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

TAUX D'intérêt

Taux post-comptés/taux précomptés

Deux modes de versement ou de paiement des intérêts sont possibles :

L'intérêt peut être payé soit:

- à la fin de la période de placement, il est dit post compté ou à terme échu

$$\begin{array}{ccc} C & \text{---} T=10\% & \text{---} C+I \\ 10000 & \text{---} & 10000+1000 \end{array}$$

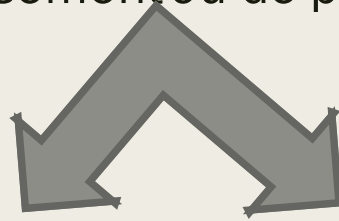
- au début de la période de prêt , il est dit précompté ou à terme à échoir

$$\begin{array}{ccc} C-I & \text{---} T=10\% & \text{---} C \\ 9000 & \text{---} & 10000 \end{array}$$

TAUX D'intérêt

Taux post-comptés/taux précomptés

Deux modes de versement ou de paiement des intérêts sont possibles :



Taux pré-compté

Les intérêts sont dits précomptés quand ils sont comptés et versés ou prélevés en début de période

la somme initiale C_0 que doit verser le prêteur est calculée à partir d'un montant C_n futur et des intérêts I en utilisant l'équation : $C_0 = C_n - I$:
On dit que ces intérêts sont Payables d'Avance (IPA) ou encore qu'ils sont précomptés.

Il s'agit de la pratique de l'escompte commercial qu'on va voir au niveau du chapitre qui suit

Taux post-compté (placement ou emprunt)

Les intérêts sont dits post-comptés quand ils sont comptés et versés ou prélevés en fin de période.

la somme finale C_n est calculée à partir du capital C_0 prêté et des intérêts I en utilisant l'équation $C_n = C_0 + I$: on dit que ces Intérêts sont Payables à l'Échéance (IPE) ou encore qu'ils sont post comptés.

C_n est alors appelée valeur acquise par le capital C_0 à la date finale.

en l'absence de toute autre stipulation, l'intérêt simple est toujours supposé postcompté

TAUX D'intérêt

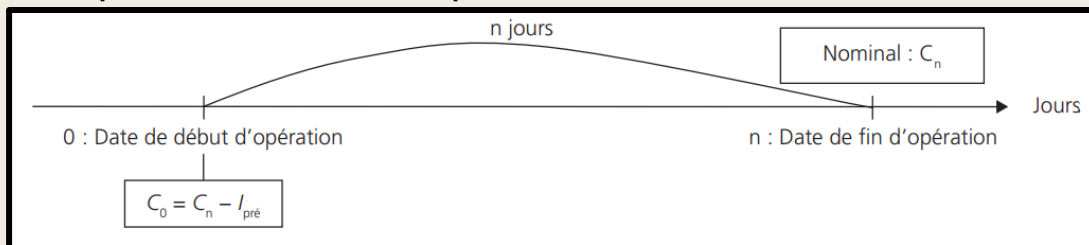
Taux post-comptés/taux précomptés

Deux modes de versement ou de paiement des intérêts sont possibles :

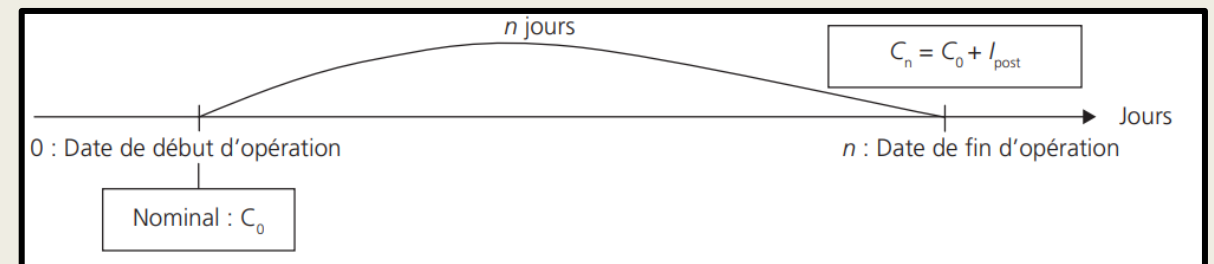
Taux pré-compté

Taux post-compté (placement ou emprunt)

le nominal est le montant du capital en fin d'opération financière, intérêts compris. L'intérêt précompté est calculé sur le capital prêté en début d'opération, et est déduit du nominal pour obtenir le capital en début d'opération.



Lorsque l'intérêt est postcompté, le nominal est le montant du capital engagé en début d'opération, intérêts non compris.

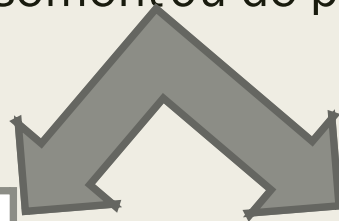


TAUX D'intérêt

Taux post-comptés/taux précomptés

Deux modes de versement ou de paiement des intérêts sont possibles :

Taux pré-compté



Taux post-compté

La valeur actuelle sera : $C_0 = C_n (1 - t \times n/360)$
La valeur acquise est : $C_n = C_0 / (1 - t \times n/360)$

Considérons une opération d'emprunt d'un montant de 100 000 DH, au taux d'intérêt précompté de 6%, débutant le 18.03.N pour terminer le 25.11.N ;

$n = 252$ jours

L'intérêt est : $100\,000 \times 6 \times 252 / 36000 = 4200$

La valeur actuelle de l'emprunt est : $100\,000 - 4200 = 95\,800$ DH.

La valeur actuelle sera : $C_0 = C_n / (1 + t \times n/360)$
La valeur acquise est : $C_n = C_0 (1 + t \times n/360)$

A- Monsieur X place pour neuf mois un montant de 2500 DH au taux de 5%.

La valeur acquise de cette opération à l'échéance est :
 $2500(1 + 5 \times 9/1200) = 2593,75$ DH

b- la somme qu'il peut emprunter aujourd'hui au taux de 7% s'il ne peut rembourser que 5600 DH dans onze mois. quelle est la valeur actuelle?

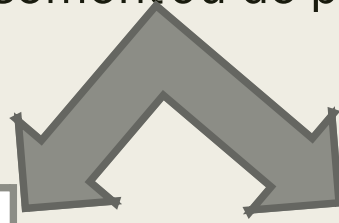
$5600 / (1 + 7 \times 11/1200) = 5\,262,33$ DH

TAUX D'intérêt

Taux post-comptés/taux précomptés

Deux modes de versement ou de paiement des intérêts sont possibles :

Taux pré-compté



Taux post-compté (placement ou
emprunt)

Exemple: opération d'escompte
d'une lettre de change

Exemple: un dépôt à terme



PLAN



Les intérêts simples

■ Rappels mathématiques

- Définition d'un intérêt en général
- Intérêt simple: définition et caractéristiques
- Mode de calcul
- Taux d'intérêt proportionnels et taux d'intérêt équivalents

■ Rappels mathématiques

- Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples
- Valeur acquise, valeur actuelle de plusieurs capitaux placés ou empruntés à intérêts simples
- Intérêt produit par plusieurs capitaux
 - La méthode des nombres et du diviseur fixe
 - Taux moyen de plusieurs placements



PLAN



✓ Les intérêts simples

■ Types de taux:

➤ Taux nominal

➤ Taux d'intérêt effectif ou taux réel d'une opération financière

➤ Taux post-compté et taux précompté

➤ Taux moyen de plusieurs placements (déjà vu)

LES INTERETS SIMPLES

Types de taux d'intérêt

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

1) Les opérations financières, en plus du versement de l'intérêt, sont souvent chargées de divers frais.

- Le taux d'intérêt n'est **pas le seul élément à prendre en compte pour déterminer le coût d'un emprunt ou le rendement d'un prêt**.
- S'agissant d'un produit d'épargne, il faut prendre en compte les frais payés à la banque lorsqu'ils existent (frais de souscription, frais annuels de gestion, etc.). Et il ne faut pas oublier les impôts.
- S'agissant d'un emprunt, il faut tenir compte des frais de dossier, des primes d'assurance (décès-invalidité...) et des frais de garantie.
- Pour comparer les conditions d'emprunt ou de placement, il ne suffit pas de comparer les taux d'intérêt annuels nominaux mais il faut comparer les taux annuels effectifs globaux (TAEG) calculés en incorporant tous les éléments du coût de l'emprunt ou du placement.
- NB: Dans le cas particulier d'un emprunt ce taux s'appelle **taux effectif global (TEG)**.

Le taux effectif est généralement supérieur au taux nominal d'intérêt retenu.

LES INTERETS SIMPLES

Types de taux d'intérêt

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

2) Les opérations financières avec des versements précomptés des intérêts sont également concernées par le taux effectif du moment que les intérêts sont payés en avance et viennent pour diminuer le montant reçu ou placé.

Exemple: l'escompte commercial, un placement avec un versement d'intérêt précompté...

Dans ce cas, l'emprunteur paie un montant d'intérêt plus élevé alors que le client prêteur reçoit moins d'intérêt (méthode de calcul des intérêts).

NB:

Le taux effectif de l'escompte commercial des effets de commerce est calculé d'une manière différente et à ce taux effectif, s'ajoute un autre taux qui est le taux de revient de l'escompte. Ces deux taux feront l'objet d'explication plus détaillée dans le chapitre qui traite de la pratique de l'escompte commercial.

LES INTERETS SIMPLES

Types de taux d'intérêt

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

- Le taux d'intérêt effectif (en pourcentage annuel) désigne les frais globaux qui doivent être payés pour un montant de crédit déterminé. Ces frais sont composés du taux d'intérêt nominal, des frais de traitement et des autres coûts éventuels.
- Le taux d'intérêt effectif indique, en pourcentage annuel, ce que le client doit effectivement payer. Il s'agit ainsi de la valeur permettant au client de comparer différentes offres entre elles.

TAUX D'intérêt

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'un crédit/emprunt

Une entreprise emprunte pour une durée de 90 jours un capital de 100 000 DH.

Les conditions sont les suivantes :

taux d'intérêt annuel 4,5 %.

Année financière de 360 jours.

Le versement du prêt est subordonné au versement de frais de dossier, à la charge de l'emprunteur, d'un montant de 500 DH

Déterminer le montant du taux d'intérêt effectif.

LES INTERETS SIMPLES

Types de taux d'intérêt

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

« Article 1 - Le taux effectif global annuel, hors taxe, tient compte, outre les intérêts calculés sur la base du taux contractuel :

- des frais de dossier ;
- des rémunérations et frais payés ou dus à des intermédiaires ayant intervenu dans le processus d'octroi des crédits ;
- des commissions ou toutes autres rémunérations liées à l'octroi du crédit.

Circulaire BAM, 2013

TAUX D'intérêt

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'un crédit/emprunt

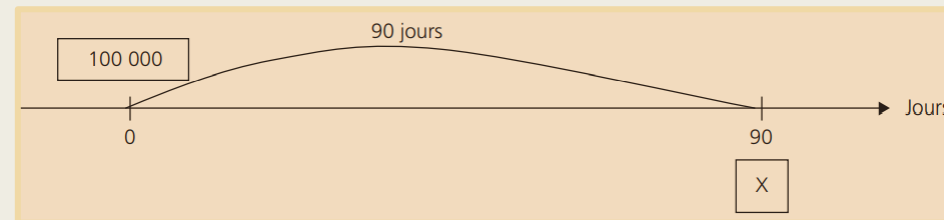
Calculons d'abord le montant du capital que devrait rembourser l'entreprise au terme de l'opération, compte tenu du taux nominal d'intérêt :

Valeur acquise par le capital = Valeur actuelle du capital + Intérêt

$$= 100\ 000 + 100\ 000 \times 0,045/360 \times 90$$

$$= 100\ 000 + 1125 = 101\ 125 \text{ DH}$$

C'est donc 101 125 DH que l'entreprise devra verser pour rembourser son emprunt de 100 000 DH, au taux nominal de 4,5 %, à l'issue des 90 jours d'emprunt.

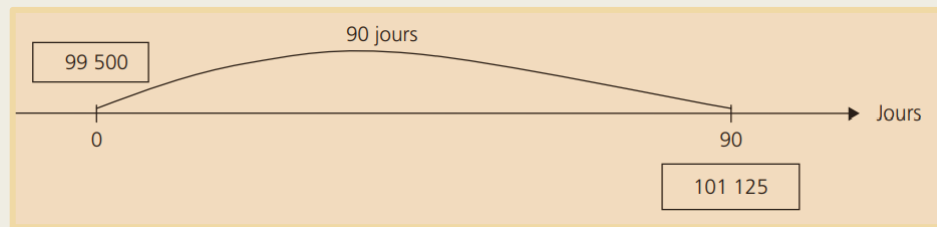


Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'un crédit/emprunt

Mais le versement du prêt est conditionné au versement de 500 DH de frais de dossier, à la charge de l'emprunteur



A la date de l'emprunt, l'entreprise ne reçoit réellement que : $100\ 000 - 500 = 99\ 500$ DH.

Le taux effectif de l'intérêt est donc supérieur au taux nominal annoncé.

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'un crédit/emprunt

Appelons t_{eff} ce taux effectif ; il satisfait la même équation de base :

Valeur acquise par le capital = Valeur actuelle du capital + Intérêt (calculé sur la valeur actuelle du capital)

$$101\ 125 = 99\ 500 + 99\ 500 \times t_{\text{eff}}/360 \times 90$$

$$1625 = 99\ 500 \times t_{\text{eff}}/360 \times 90$$

$$t_{\text{eff}} = 0,0653$$

C'est donc en réalité un taux de 6,53 % qui échange un capital de 99 500 DH, montant réellement reçu par l'emprunteur, contre 101 125 DH, montant qu'il doit verser au prêteur à l'issue de l'opération (au terme des 90 jours).

Le taux effectif de l'opération est égal à 6,53 %.

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'un placement à intérêt précompté

On place à intérêt précompté, au taux annuel de 9%, un capital de 20 000 dhs pendant 20 mois.

Calculez le taux effectif de placement?

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'un placement à intérêt précompté

- Intérêt fourni par le placement:

$$20000 * 9 * 20 / 1200 = 3000$$

$$\text{capital effectivement engagé : } 20000 - 3000 = 17000$$

$$17000 * t_e * 20 / 1200 = 3000$$

$$\text{ou } 1200 * 9 / 1200 - 9 * 20 = 10,59\%$$

$$t_e = \frac{1200 * ta}{1200 - n * ta}$$

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'intérêts précomptés

Pour l'emprunteur, puisque l'intérêt est précompté, le capital effectivement emprunté est:

$$C' = C - I = C - \frac{C * n * t}{36000} = C * \frac{36000 - n * t}{36000}$$

Le taux effectif payé par l'emprunteur est:

$$t_e = \frac{36000 * I}{n * C'} = \frac{36000 * \frac{C * n * t}{36000}}{C * n * \frac{36000 - n * t}{36000}}$$

C': le montant reçu par l'emprunteur
C: la valeur nominale
Te: le taux effectif
Ta ou t: le taux nominal annuel

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'intérêts précomptés

$$t_e = 100x t_a / 100 - t_a n$$

Donc, le taux effectif est égal à:

Si la durée est exprimée en jours:

$$t_e = \frac{36000 * t_a}{36000 - n * t_a}$$

Si la durée est exprimée en mois, cette formule devient:

$$t_e = \frac{1200 * t_a}{1200 - n * t_a}$$

Valeur acquise, valeur actuelle d'un capital placé ou emprunté à intérêts simples

Taux d'intérêt effectif d'une opération financière

CAS D'APPLICATION: cas d'un placement à intérêt précompté

- Un investisseur veut choisir entre deux types de placements pour une période d'un an:
- Le premier propose un taux d'intérêt simple de 7% , le second offre un taux précompté de 6,5%
- Passage du taux précompté au TEF:

$$te = 100 * 6,5 / 100 - 6,5 * 1 = 6,95\%$$

$$te = 100t_a / 100 - t_a n$$

Le premier placement est le meilleur