

Aucun document ou support autre que le sujet ou les copies d'examen n'est autorisé.
(la copie ou les brouillons du voisin ne sont pas des supports autorisés).
Éteignez impérativement vos mobiles.

Lorsque des calculs sont nécessaires, il est impératif de les présenter sur la feuille d'examen. Il est aussi nécessaire de **justifier** ses réponses.

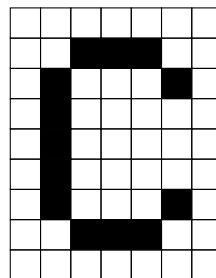
1 Exercice (arithmétique)

Soit les mots de 7 bits suivants $m_1 = 1111110$ et $m_2 = 0100100$.

1. S'il s'agit de nombres non signés sur 7 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 ? en base 4 ?
2. S'il s'agit de nombres signés en complément à deux sur 7 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 ? en base 4 ?
3. S'il s'agit de nombres signés en complément à deux sur 7 bits, calculer leur somme en base 2 ?
4. S'il s'agit de nombres non signés sur 7 bits, calculer leur produit en base 2 (le résultat doit être sur 14 bits).

2 Exercice (codage)

Soit la représentation, en image noir et blanc, de la lettre C :



On rappelle que le principe du codage RLE (ici appliqué à des suites de 0 et 1) consiste à coder une suite de symboles identiques par leur longueur, par exemple 0000000111 sera codé par 7, 3. Dans ce codage on considère que l'on commence toujours par des 0, donc le codage du mot 110000 sera codé 0, 2, 4. Dans la suite on supposera que les dimensions de l'image sont connues.

1. Sans codage combien de bits faut-il pour représenter l'image ? On utilisera 0 pour représenter la couleur blanche et 1 pour la couleur noire.
2. Utiliser le codage RLE pour coder l'image en codant **indépendamment chaque ligne** et dans l'ordre de la première à la dernière et de gauche à droite. Fournir la suite des valeurs.
3. Écrire une fonction Java qui permet à partir de la suite des longueurs RLE donnée sous la forme d'un tableau et de la largeur de l'image de reconstituer l'image avec des 0 et des 1. Le prototype de la fonction sera `void decode(int largeur, int []rle)`
4. Si l'on code les entiers de la suite comme des mots binaires de taille fixe, quelle sera la taille du code ? Quelle sera la taille du codage de la suite (c'est-à-dire de l'image) ? Dans notre cas, ce codage permet-il de compresser ?
5. À partir de la suite RLE, donner le tableau associant à chaque valeur y apparaissant, son nombre d'occurrences (c'est-à-dire le nombre de fois que cette valeur est répétée).
6. À partir du tableau construire l'arbre de Huffman correspondant. Prendre soin de préciser les poids de chaque nœud, les valeurs de la suite associées aux feuilles et les étiquettes associées aux arcs.
7. À partir de cet arbre, coder la suite avec le code de Huffman. Quelle est la taille du codage de l'image ? Dans ce cas, le double codage RLE puis Huffman permet-il de compresser ?

3 Exercice (codage, cryptographie)

Pour limiter la triche aux examens, vos enseignants ont inventé un exercice crypto-personnalisé. Pour qu'un étudiant puisse fournir une réponse il doit utiliser comme clé de cryptage la première lettre de son nom de famille (ex. : si son nom de famille est «Yunès», il doit utiliser Y (en majuscules). On rappelle les éléments utiles de la table ASCII :

Code hexa.	Lettre	Code hexa.	Lettre	Code hexa.	Lettre
41	A	42	B	43	C
44	D	45	E	46	F
47	G	48	H	49	I
4A	J	4B	K	4C	L
4D	M	4E	N	4F	O
50	P	51	Q	52	R
53	S	54	T	55	U
56	V	57	W	58	X
59	Y	5A	Z		

Le codage d'un mot $a_0a_1a_2 \dots a_{n-1}$ écrit avec l'alphabet des 26 lettres consiste alors à appliquer la fonction c :

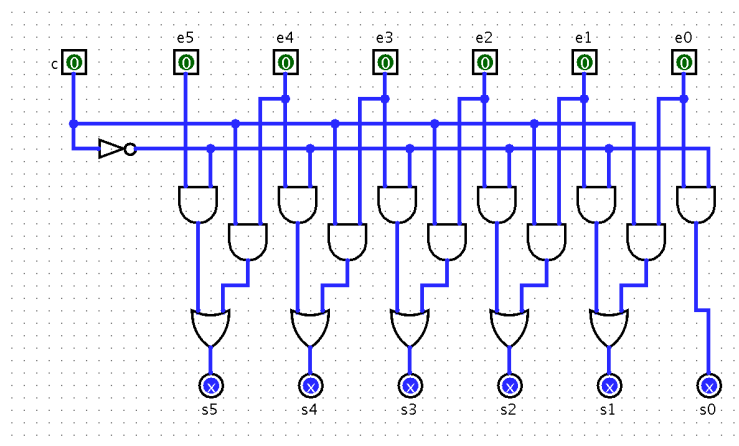
$$\begin{cases} c(a_0) = b(a_0) \oplus b(x) \\ \forall i \in [1, n[, \quad c(a_i) = b(a_i) + c(a_{i-1}) \end{cases}$$

où \oplus désigne le ou-exclusif bit-à-bit sur les représentations binaires des valeurs, x désigne la première lettre de votre nom de famille et $b(y)$ le code ASCII sur 7 bits de la lettre y .

1. Quelle est la première lettre de votre nom de famille (attention toute valeur qui se révélera «fausse» annulera l'évaluation de l'exercice en entier) ?
2. Quel est son code ASCII écrit en binaire sur 7 bits ?
3. Coder le mot PFUN.

4 Exercice (circuit, logique)

Soit le circuit suivant :



1. Si $e_3 = 1$ et $c = 0$ que vaut s_3 ?
2. Si $e_4 = 1$ et $c = 1$ que vaut s_5 ?
3. Écrire en fonction de c, e_i ($i \in [0, 5]$) les fonctions correspondantes aux sorties s_i ($i \in [0, 5]$)
4. Quelle est la fonction calculée par le circuit lorsque $c = 0$? et lorsque $c = 1$?
5. Quel est l'opérateur Java correspondant à la fonction lorsque $c = 1$ (s'il y avait 32 bits en non 6 en entrée) ?

5 Exercice (logique, circuit)

On cherche à modéliser le système de contrôle de feux de circulation tricolores. On rappelle que tout feu possède trois lampes, une verte, une orange, une rouge. D'autre part, un feu passe de vert à orange, d'orange à rouge puis de rouge à vert. À un carrefour on a deux paires de feux synchronisés et les feux d'une paire sont toujours de même couleur. Pour faire varier les feux on utilise une horloge t , celle-ci fournit au cours du temps et successivement 16 valeurs (les entiers de 0 à 15) en bouclant indéfiniment : 0, 1, ..., 15, 0, 1, ... Ces valeurs sont représentées sur 4 bits $t_3t_2t_1t_0$. Pour la paire de feux F_1 , les feux sont rouges pour toutes les valeurs d'horloge dans l'intervalle $[0, 7]$ (on notera ce prédicat R_1), verts dans l'intervalle $[8, 13]$ (prédicat V_1) et oranges dans l'intervalle $[14, 15]$ (prédicat O_1). Pour la paire de feux F_2 , les feux sont verts dans l'intervalle $[0, 6]$ (prédicat V_2), oranges dans l'intervalle $[7, 8]$ (prédicat O_2) et rouges dans l'intervalle $[8, 15]$ (prédicat R_2).

1. Donner la table de vérité regroupant les prédicats V_1 , O_1 , R_1 , V_2 , O_2 et R_2 en fonction de l'horloge exprimée sur 4 bits. C'est-à-dire sous la forme :

t_3	t_2	t_1	t_0	V_1	O_1	R_1	V_2	O_2	R_2
0	0	0	0						
\vdots									
1	1	1	1						

2. En lisant simplement le tableau précédent, donner une écriture simplifiée des fonctions $R_1(t)$ et $R_2(t)$.
3. En utilisant la méthode de Karnaugh simplifier les fonctions $V_1(t)$ et $V_2(t)$.
4. Simplifier par la méthode que vous voulez (une simple lecture de la table devrait suffire) les fonctions $O_1(t)$ et $O_2(t)$.
5. Dessiner le circuit qui prend en entrée les 4 bits de l'horloge et fournit en sortie les fonctions des différentes lampes des feux.