

Exercice 1 Chacune des affirmations suivantes est soit vraie, soit fausse :

Aamogar : "Trois consonnes et deux voyelles constituent Jhura"

Beonop : "Double de celle de Kerrka est la surface de Ptaryk."

Cincolen : "12 et 13 font 31 pour au moins une base".

Daenra : "Fausse est la phrase prononcée par Beonop".

Egweten : "Seule une des quatre phrases précédentes est vraie".

Déterminer les nombres d'affirmations vraies et fausses.

Exercice 2 Calculer le nombre d'opérateurs booléens unaires, binaires, puis ternaires. Préciser lesquels correspondent à des opérateurs java par exemple, en donnant leurs tables de vérité.

Exercice 3 Énoncer la réciproque et la contraposée de l'implication "si la base et le chiffre des unités sont multiples de douze alors le nombre aussi". Comparer et commenter. Énoncer aussi sa négation. Illustrer également ces notions en construisant une implication (de valeur vraie) à partir des trois éléments p : "être premier", q : "être impair" et r : "être égal à 2".

Exercice 4 Montrer que chacune des formules suivantes est une tautologie :

1. $p \Rightarrow p$
2. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
3. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$
4. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (((p \Rightarrow r) \Rightarrow q) \Rightarrow q)$
5. $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$
6. $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

Exercice 5 Déterminer comment *distribuer* l'implication dans les formules suivantes :

1. $p \Rightarrow (q \wedge r)$
2. $p \Rightarrow (q \vee r)$
3. $(p \wedge q) \Rightarrow r$
4. $(p \vee q) \Rightarrow r$

Exercice 6 Simplifier les expressions suivantes :

1. $\overline{(\bar{a} + b)(a + \bar{b})}$
2. $a\bar{b} + \bar{a}b + ab$
3. $(a + b) \Rightarrow (a + \bar{b} + c)$
4. $(a + b + c)\overline{(ab + ac + bc)}$

Exercice 7 Soit l'expression $\psi = a \wedge \neg b \Rightarrow \neg(c \Rightarrow \neg a \vee b)$.

1. Réécrire l'expression ψ avec des parenthèses.
2. Dessiner son arbre syntaxique.
3. En déduire ses écritures préfixée et postfixée.
4. Expliquer comment obtenir efficacement
 - (a) les valeurs des variables pour lesquelles l'expression s'évalue en \perp ;
 - (b) les valeurs des variables pour lesquelles l'expression s'évalue en \top .

Exercice 8 Soit l'expression $\phi = \neg(x \wedge y \wedge z) \wedge (x \wedge y \vee x \wedge z \vee y \wedge z)$.

1. Construire la table de vérité de ϕ .
2. En déduire une forme normale disjonctive pour ϕ .

Exercice 9 Soit l'expression $\theta = (x \iff \neg z) \vee (\neg x \iff y)$.

1. Construire la table de vérité de θ .
2. Comparer les formes normales disjonctives et conjonctives pour θ .