

Exercice 1 Le langage Shadok contient quatre mots de base : *ga*, *bu*, *zo* et *meu*.



- Proposer un codage binaire de longueur fixe minimal permettant de coder ces mots. Donner ses propriétés détectrices et correctrices.
- Soit le codage binaire $\chi(ga) = 0000$, $\chi(bu) = 0110$, $\chi(zo) = 1001$ et $\chi(meu) = 1111$.
 - Combien d'erreurs peut-il détecter ?
 - Combien d'erreurs peut-il corriger ?
 - Si on reçoit 0000 0110 0100 1001 puis 0000 0110 0110 1001, de quoi peut-on être sûr ?
- Proposer un codage binaire 2-correcteur.

Exercice 2 Pouvoir corriger toute erreur simple pour m bits de données demande r bits de contrôle avec $m + r < 2^r$. Le codage de Hamming ($2^r - 1, 2^r - r - 1$) prend $2^r - r - 1$ bits de données et ajoute r bits de parité aux positions $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{r-1}$. Le bit de donnée en position $\sum_{j=0}^{r-1} a_j 2^j$ est vérifié par les bits de parité aux positions j avec $a_j = 1$. Si un bit est erroné, sa position est obtenue comme la somme des positions des bits de parité non conformes.

- Justifier la première phrase de l'énoncé.
- Compléter le mot

		1		0	1	0
--	--	---	--	---	---	---

 en un mot du code de Hamming (7,4).
- Les mots 1010110 et 0110011 se présentent au destinataire pour le code de Hamming (7,4). En supposant qu'il n'y ait pas plus d'un bit erroné par mot, retrouver les mots d'origine.
- Même question avec les mots 0x3fa4, 0x5d4b et 0x046d pour le code de Hamming (15,11).
- Écrire les méthodes de codage (d'un mot binaire de longueur $2^r - r - 1$) et de décodage (d'un mot binaire de longueur $2^r - 1$).

Exercice 3 On propose de coder un coup au jeu du morpion avec l'alphabet $S = \{A, B, C, 1, 2, 3, X, O\}$ (A, B, C représentent les colonnes, 1, 2, 3 les lignes). Il n'y a pas d'ordre préétabli : par exemple *marquer d'une croix la case à l'intersection de la colonne 1 et de la ligne 3* peut s'écrire A3X, X3A, XA3, etc.

- Proposer un codage binaire 1-correcteur pour l'alphabet S.
- On propose maintenant le codage suivant :

A = 1111100000010 B = 0001111100001 C = 1110000110001 X = 0000000010111
1 = 0011000001100 2 = 1000011001011 3 = 1000100100100 O = 1111111111000

Discuter des propriétés détectrices et correctrices de ce codage.

- On reçoit les trois coups suivants :

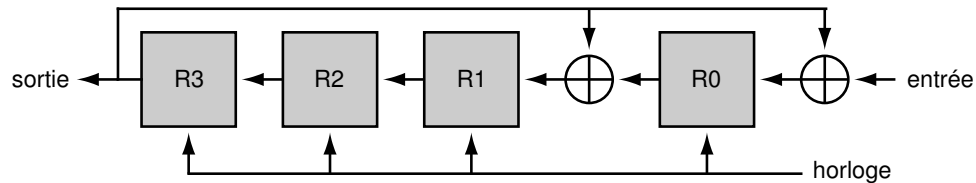
0001111100001 1000011001011 1111111111000
1111100000011 0011000000101 0011000010101
1110000110001 1000100100100 1000011110100

Pour ces trois coups reçus :

- indiquer s'il y a détection d'erreur ;
 - si ce n'est pas le cas, décoder ;
 - si c'est le cas, indiquer si une correction est possible et dans ce cas corriger et décoder.
- De quel autre moyen dispose-t-on pour éviter d'interpréter un mauvais coup (*i.e.* ce n'est pas le coup que le joueur a envoyé mais son altération donne un coup plausible) ?

Exercice 4 On considère un code polynomial défini par le polynôme $G(x) = x^4 + x + 1$.

1. Rappeler le principe des codes polynomiaux.
2. Quel est le nombre de bits de redondance qui seront ajoutés par G ?
3. On veut calculer les bits de redondance du mot $M = 1101101011$. Donner le polynôme $D(x)$ correspondant à M . Calculer le reste $R(x)$ de la division euclidienne de $D(x).x^4$ par $G(x)$. En déduire la valeur des bits de redondance.
4. Vérifier le mot de code $N = 101010010010001010101$.
5. Les bits de redondance sont en général fabriqués par un dispositif matériel utilisant des portes logiques et des registres à décalage. Pour cet exemple, le circuit a le schéma suivant :



Donner le contenu des registres à chaque coup d'horloge pour $D(x).x^4$.

6. Dessiner le circuit correspondant au polynôme générateur $H(x) = x^6 + x^5 + x^3 + x + 1$.

Exercice 5 Soit $w = 101010010010001010101$.

1. Calculer le CRC de w avec le polynôme générateur $x^6 + x^5 + x^3 + x + 1$.
2. Vérifier le CRC de w avec le polynôme générateur $x^4 + x^3 + x^2 + 1$.