

## BÀI TẬP ĐẶC TẢ

1. Đặc tả tập hợp X gồm các số tự nhiên lẻ trong khoảng từ 100 đến 1000.

- Không tường minh

So\_tu\_nhien\_le (X: N-set) S: N-set

Pre  $X = (100; 1000)$

Post  $(r \in S) \wedge (r \in X) \wedge (1 = r \bmod 2)$

$$X = \{x: N \mid (x > 100) \wedge (x < 1000) \wedge (x \bmod 2 = 1)\}$$

- Tường minh

So\_tu\_nhien\_le:  $N \rightarrow N$

So\_tu\_nhien\_le (r) =  $(r \in X) \wedge \text{if } (r \bmod 2 = 1) \text{ then } r \text{ else false}$

2. Đặc tả tập hợp X gồm các số tự nhiên chẵn trong khoảng từ 100 đến 1000  
(không xét 100 và 1000)

(tương tự câu 1)

3. Đặc tả tập hợp P các số nguyên tố lớn hơn 100 và nhỏ hơn 65537.

- Không tường minh

Is\_prime (P: N-set) r: B

Pre  $P = (100; 65537)$

Post  $(r \in X) \wedge \forall (d > 2 \wedge d < \sqrt{r}) \wedge \neg(d \text{ divides } r)$

- Tường minh

Is\_prime:  $N \rightarrow B$

Is\_prime (r) =  $(r > 100 \wedge r < 65537) \wedge \forall (d > 2 \wedge d < \sqrt{r}) \wedge \neg(d \text{ divides } r)$

$X = \{r: N \mid (r > 100 \wedge r < 65537) \wedge \forall (d \geq 2 \wedge d * d \leq r) \wedge \neg(d \text{ divides } r)\}$  (hoi lai thay)

4. Đặc tả phát biểu: Với bất kỳ số tự nhiên x, luôn tìm được số nguyên lẻ y không vượt quá x.

$\forall x:N \cdot \exists y:Z \cdot (y < x) \wedge \text{La\_so\_nguyen\_le}(y)$

$\text{La\_so\_nguyen\_le}(x:N) r:B$

Pre true

Post  $r = (x \bmod 2 = 1)$

- Không tường minh

$\text{So\_nguyen\_le\_nho\_hon}(x: N\text{-set}) y: Z$

Pre

Post  $(\exists y < x) \wedge (r \in Z) \wedge (y \bmod 2 = 1)$

- Tường minh

$\text{So\_nguyen\_le\_nho\_hon}: N \rightarrow Z$

$\text{So\_nguyen\_le\_nho\_hon}(x) = (y < x) \wedge (y \bmod 2 = 1)$

5. Đặc tả phát biểu: Với bất kỳ số tự nhiên  $x$ , luôn tìm được số tự nhiên lẻ  $y$  không vượt quá  $x$ .

*(tương tự câu 4)*

6. Đặc tả phát biểu: Với bất kỳ số tự nhiên  $x$ , luôn tìm được số nguyên  $y$  nhỏ hơn  $x$ .

*(tương tự câu 4)*

7. Đặc tả phát biểu: Tồn tại số tự nhiên  $x$  sao cho  $x > 1000$ .

*(tương tự câu 4)*

8. Đặc tả phát biểu: Tồn tại số tự nhiên  $x$  sao cho  $x$  là số chẵn và  $x$  là số nguyên tố.

$\exists x:N \cdot (x \bmod 2 = 0) \wedge \text{La\_so\_nguyen\_to}(x)$

$\text{La\_so\_nguyen\_to}(x:N) r:B$

Pre true

Post

- Không tường minh

$\text{So\_nguyen\_to\_chan}(x: N\text{-set}) r: B$

Pre

Post  $r = (\text{is\_prime}(x)) \wedge (\text{so\_tu\_nhien\_chan}(x))$

Is\_prime (x: N) r: B (câu 3)

So\_tu\_nhien\_chan (x: N) r: B (câu 2)

- Tường minh

So\_nguyen\_to\_chan:  $N \rightarrow N$

So\_nguyen\_to\_chan (x) =  $(\text{is\_prime}(x)) \wedge (\text{so\_tu\_nhien\_chan}(x))$

9. Đặc tả phát biểu: Với bất kỳ số tự nhiên x và y, tìm được số tự nhiên z sao cho  $x + y < z$ . (tìm dc  $\Leftrightarrow \exists$ )

- Không tường minh

So\_lon\_hon\_tong (x: N-set, y: N-set) z: N

Pre

Post  $(z \in N) \wedge (x + y < z)$

- Tường minh

So\_lon\_hon\_tong:  $N \times N \rightarrow N$

So\_lon\_hon\_tong (x, y) =  $(x + y < z)$

10. Đặc tả phát biểu: Với bất kỳ số tự nhiên x và y, luôn tìm được số tự nhiên z < x + y.

(tương tự câu 9)

11. Đặc tả hàm kiểm tra số thực a lớn hơn hay bằng số thực b hay không.

- Không tường minh

Is\_greater\_than (a: R, b: R) r: B

Pre TRUE

Post  $(r = \text{TRUE}) \vee (a \geq b) \text{ HOAC } R = \text{FALSE} \vee A < B$

- Tường minh

Is\_greater\_than:  $R \times R \rightarrow B$

$\text{Is\_greater\_than}(a, b) \triangleq (a \geq b)$

12. Đặc tả hàm trả về giá trị lớn nhất trong 3 số thực  $a, b, c$ .

- Không tường minh

$\text{Max\_number}(a: R, b: R, c: R) r: R$

Pre

Post  $(r=a \vee r=b \vee r=c) \wedge (r \geq a) \wedge (r \geq b) \wedge (r \geq c)$

- Tường minh

$\text{Max\_number}: R \times R \times R \rightarrow R$

$\text{Max\_number}(a, b, c) = \text{if } ((b > a) \wedge (b > c)) \text{ then } r = b$

Else

If  $(c > a)$  then  $r = c$  else  $r = a$

13. Đặc tả hàm trả về số nguyên tố lớn nhất không vượt quá số tự nhiên  $n$  cho trước hoặc trả về -1 nếu không tìm được giá trị cần thiết.

- Không tường minh

$\text{Is\_prime\_max}(n: N) r: Z$

Pre

Post  $((r \leq n) \wedge (\text{is\_prime}(r) \wedge (\forall i (\text{is\_prime}(i) \wedge (i \leq n) \wedge \neg(i > r))))$   
 $\vee ((r \in Z) \wedge (r = -1) \wedge \neg(\text{is\_prime}(i) \wedge (i \leq n))))$

- Tường minh

$\text{Is\_prime\_max}: N \rightarrow Z$

$\text{Is\_prime\_max}(n) = \text{if } (\neg(\text{is\_prime}(i) \wedge (i \leq n))) \text{ then } -1$

Else  $r \wedge (r \leq n) \wedge (\text{is\_prime}(r) \wedge (\forall i (\text{is\_prime}(i) \wedge (i \leq n) \wedge \neg(i >$

$r))$

14. Đặc tả hàm kiểm tra năm  $n > 0$  có phải là năm nhuận hay không.

- Không tường minh

$\text{Nam\_nhuan}(n: N) r: B$

Pre

Post  $r = (((n \bmod = 0) \wedge \neg(n \bmod 100 = 0)) \vee (n \bmod 400 = 0))$

- Tường minh

Nam\_nhuan:  $N \rightarrow B$

Nam\_nhuan (n) = if  $((n \bmod = 0) \wedge \neg(n \bmod 100 = 0)) \vee (n \bmod 400 = 0)$   
then true  
else false

15. Đặc tả hàm trả về số ngày tối đa của một tháng trong 1 năm nhuận.

- Không tường minh

Ngay\_cua\_thang\_trong\_nam\_nhuan (t: N) sn: N

Pre  $t = \{1; \dots; 12\}$

Post  $((t = 2) \wedge (sn = 29)) \vee ((t = 4) \vee (t = 6) \vee (t = 9) \vee (t = 11) \wedge (sn = 30)) \vee ((t = 1) \vee (t = 3) \vee (t = 5) \vee (t = 7) \vee (t = 8) \vee (t = 10) \vee (t = 12) \wedge (sn = 31)))$

- Tường minh

Ngay\_cua\_thang\_trong\_nam\_nhuan:  $N \rightarrow N$

Ngay\_cua\_thang\_trong\_nam\_nhuan (t) =

Cases index:

(  
    1, 3, 5, 7, 8, 10, 12  $\rightarrow$  31,  
    4, 6, 9, 11  $\rightarrow$  30,  
    2  $\rightarrow$  29  
)

## ĐẶC TẢ KHÔNG TUỖNG MINH

### 15) Đặc tả hàm trả về số thứ tự ngày trong 1 năm ( $n > 0$ )

Days\_Of\_Month = [31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31]

CONVERSE\_TO\_DAY\_IN\_YEAR (d: N, m: N, y: N) r: N

Pre  $y > 0 \wedge 12 \geq m \geq 1 \wedge 1 \leq d \leq \text{Days\_Of\_Month}(m)$

Post  $(\text{LA\_NAM\_NHUAN}(y) = \text{false} \wedge r = \text{ALL\_DAYS\_OF\_ANYMONTH}(m-1) + d) \vee (\text{LA\_NAM\_NHUAN}(y) = \text{true} \wedge m < 3 \wedge r = \text{ALL\_DAYS\_OF\_ANYMONTH}(m-1) + d) \vee (\text{LA\_NAM\_NHUAN}(y) = \text{true} \wedge m > 2 \wedge r = \text{ALL\_DAYS\_OF\_ANYMONTH}(m-1) + d + 1)$

ALL\_DAYS\_OF\_ANYMONTH(month: N) r: N

Pre  $1 \leq \text{month} \leq 12$

Post  $(\text{month} = 1 \wedge r = 31) \vee (\text{month} > 1 \wedge r = \text{Days\_Of\_Month}(\text{month}) + \text{ALL\_DAYS\_OF\_ANYMONTH}(\text{month}-1))$

LA\_NAM\_NHUAN (y: N) rs: B

Pre  $y > 0$

Post  $rs = ((4 \text{ divides } y \wedge \neg 100 \text{ divides } y) \vee (400 \text{ divides } y))$

### 16. Đặc tả hàm trả về số ngày tối đa của tháng $t$ trong 1 năm ( $n > 0$ ).

DAYS\_IN\_MONTH (m: N, y: N) r: N

Pre  $y > 0 \wedge 12 \geq m \geq 1$

Post  $(r = 29 \wedge m = 2 \wedge \text{LA\_NAM\_NHUAN}(y) = \text{true}) \vee (r = \text{Days\_Of\_Month}(m) \wedge (m \neq 2 \vee \text{LA\_NAM\_NHUAN}(y) = \text{false}))$

### 17. Đặc tả hàm trả về số ngày chênh lệch từ ngày $n_1/t_1$ đến $n_2/t_2$ trong cùng năm. (ví dụ: từ ngày 1/1 đến ngày 2/1 chênh lệch nhau 1 ngày)

DIFFERENCE (d1: N, m1: N, y1: N, d2: N, m2: N, y2: N) r: N

Pre  $(y1 > 0 \wedge 12 \geq m1 \geq 1 \wedge 1 \leq d1 \leq \text{Days\_Of\_Month}(m1)) \wedge (y2 > 0 \wedge 12 \geq m2 \geq 1 \wedge 1 \leq d2 \leq \text{Days\_Of\_Month}(m2))$

Post  $r = \text{ABS}(\text{CONVERSE\_TO\_DAY\_IN\_YEAR}(d1, m1, y1) - \text{CONVERSE\_TO\_DAY\_IN\_YEAR}(d2, m2, y2))$

ABS(a:Z) rs:Z

Pre

Post  $(rs = a) \wedge (a \geq 0) \vee (rs = -a) \wedge (a < 0)$

### 18. Đặc tả hàm chuyển đổi từ milimetre sang metre.

CONV\_MILIMETRE\_TO\_METRE (ml: R) r: R

Pre  $ml \geq 0$

Post  $r * 1000 = ml$

### 19. Đặc tả hàm trả về số dư khi thực hiện phép chia $a/b$ (xét trên số tự nhiên).

**MOD** (y: N, x: N) m: N

Pre (x ≠ 0)

Post:  $\exists d \in \mathbb{Z} \bullet (y = d * x + m) \wedge (0 \leq m) \wedge (m < x)$

**20. Đặc tả hàm tính căn bậc 2 không âm của số thực x.**

**UNSIGN\_SQRT** (x: R) r: R

Pre  $x \geq 0$

Post  $r * r = x \wedge r \geq 0$

**21. Đặc tả hàm kiểm tra trong mảng a các số nguyên có tồn tại số không âm hay không.**

**TonTaiSoKhongAm** (a:  $\mathbb{Z}^*$ ) rs : B

Post  $(rs = \text{true} \wedge \forall x \in \text{elems } a \bullet x \geq 0) \vee (rs = \text{false} \wedge \exists x \in \text{elems } a \bullet x < 0)$

**22 Đặc tả hàm tính tổng giá trị của 1 mảng a các số thực.**

**Sum**(a:  $\mathbb{R}^*$ ) rs : R

Pre

Post  $(\text{len } a = 0 \wedge rs = 0)$

$\vee (\text{len } a > 0 \wedge rs = \text{hd } a + \text{Sum}(\text{tl } a))$

**23) Đặc tả hàm tính tổng các phần tử dương trong 1 mảng a các số thực.**

**TongDuong**(a:  $\mathbb{R}^*$ ) rs:R

Pre

Post  $(rs = 0 \wedge \text{len } (a) = 0)$

$\vee (\text{len } a > 0) \wedge \text{hd } a > 0 \wedge rs = \text{hd } a + \text{TongDuong}(\text{tl } (a))$

$\vee (\text{len } a > 0 \wedge \text{hd } a \leq 0 \wedge rs = \text{TongDuong}(\text{tl } a))$

**24) Đặc tả hàm tính tổng các số nguyên tố có trong mảng a các số tự nhiên.**

**IsPrime** (a: N) rs: B

Pre:

Post:  $(rs = \text{true} \wedge \forall x \in \mathbb{N}, 1 < x < a \text{ Mod}(a, x) \neq 0) \vee$

$(rs = \text{false} \wedge \exists x \in \mathbb{N}, 1 < x < a \text{ Mod}(a, x) = 0)$

**Mod**(y, x : N) rs : N

Pre:  $(x > 0 \wedge y > 0)$

Post:  $\exists d \in \mathbb{Z} \bullet (y = d * x + m) \wedge (0 \leq m) \wedge (m < x)$

**SumPrimeNumber** (a:  $\mathbb{N}^*$ ) rs: N

Post:  $(\text{len } a = 0 \wedge rs = 0) \vee$

$(\text{len } a > 0 \wedge \text{IsPrime}(\text{hd } a) = \text{true} \wedge rs = \text{hd } a + \text{SumPrimeNumber}(\text{tl } a)) \vee$

$(\text{len } a > 0 \wedge \text{IsPrime}(\text{hd } a) = \text{false} \wedge rs = 0 + \text{SumPrimeNumber}(\text{tl } a))$

**25) Đặc tả hàm kiểm tra 1 số tự nhiên x có xuất hiện trong mảng a các số tự nhiên hay**

không .

**IsExist** (x: Z, a: Z\*) rs: B

Pre

Post: (rs = false  $\wedge$  (len a = 0  $\vee$  x  $\notin$  a) )  $\vee$   
(rs = true  $\wedge$  len a > 0  $\wedge$  x  $\in$  a)

26. Đặc tả hàm trả về chỉ số đầu tiên (nếu có) của giá trị  $x$  trong mảng  $a$  các số thực, hoặc trả về giá trị 0 nếu không tồn tại giá trị  $x$  trong mảng  $a$ .

**FirstIndex** (x: Z, a: Z\*) rs: inds a  $\cup$  {0}

Post: (IsExist(x, a) = false  $\wedge$  rs = 0)

(IsExist(x,a) = true  $\wedge$  a(rs) = x  $\wedge$   
( $\forall y \in \text{inds } a \cdot (a(y) = x) \wedge (y \geq \text{rs})$ ))

27. Đặc tả hàm tính tổng các phần tử ở vị trí chẵn của mảng  $a$  các số thực.

**IsEven** (n: Z) rs: B

Post: (rs = false  $\wedge$  n mod 2  $\neq$  0)  $\vee$   
(rs = true  $\wedge$  n mod 2 = 0)

**RipOffOddIndex** (a: R\*) rs: R\*

Post: ( $\forall x \in \text{inds } a \cdot \bullet \text{IsEven}(x) = \text{false} \wedge a(x) \notin \text{rs}$ )  $\wedge$   
( $\forall y \in \text{inds } a \cdot \bullet \text{IsEven}(y) = \text{true} \wedge a(y) \in \text{rs}$ )

**SumEvenIndex** (a: R\*) rs: R

Post: rs = Sum(RipOffOddIndex(a) )

28. Đặc tả hàm trả về giá trị lớn nhất trong mảng  $a$  gồm các số thực.

**Max**(s: R\*) rs: R

Pre: s  $\neq$  []

Post: ( ( r = hd s )  $\wedge$  (len s = 1) )  
 $\vee$  ( ( r = hd s )  $\wedge$  ( r  $\geq$  maxnum (tl s)) )  
 $\vee$  ( ( r > hd s )  $\wedge$  ( r = maxnum (tl s)) )

29. . Đặc tả hàm trả về số chẵn lớn nhất trong mảng các số nguyên hoặc -1 nếu không có số chẵn

**RipOffOddNumber** (a: R\*) rs: R\*

Post: ( $\forall x \notin a \cdot \bullet \text{IsEven}(x) = \text{false} \wedge x \notin \text{rs}$ )  $\wedge$   
( $\forall y \in a \cdot \bullet \text{IsEven}(y) = \text{true} \wedge y \in \text{rs}$ )



**MaxEvenNumber**(a:  $R^*$ ) rs: R

Post:  $(\text{len}(\text{RipOffOddNumber}(a)) = 0 \wedge rs = -1) \vee$   
 $(\text{len}(\text{RipOffOddNumber}(a)) > 0 \wedge rs = \text{Max}(\text{RipOffOddNumber}(a)))$

30. Đặc tả hàm kiểm tra xem mảng  $a$  có phần tử trùng nhau hay không.

**Duplicate**(a:  $R^*$ ) rs: B

Pre:  $\text{len } a > 0$

Post:  $rs = (\forall i, j \in \text{inds } a \bullet a(i) = a(j) \wedge i \neq j)$

- Hàm minArrays  
 $\text{minArrays} : \mathbb{Z}^* \rightarrow \mathbb{Z}$   
 $\text{minArrays}(s) \triangleq$ 

```

    if len s = 1
    then hd s
    else
        if hd s ≥ minArrays (tl s)
        then hd s
        else minArrays (tl s)

```
- Hàm tính tích các phần tử của mảng  
 $\text{tich} : \mathbb{Z}^* \rightarrow \mathbb{Z}$   
 $\text{tich}(s) \triangleq$ 

```

    if len s = 1
    then hd s
    then (hd s) * tich(tl s)

```
- Hàm tìm phần tử lớn nhất không dương trong mảng  
 $\text{PhanTuLonNhatKhongDuongTrongmang}(a : \mathbb{R}^*) \text{ r} : \mathbb{R}$   
 $\text{Pre } a \# []$   
 $\text{Post } ((r \in \text{elems } a) \wedge (\forall n \in \text{elems } a) \wedge (r \leq 0) \wedge (n \leq 0) \bullet n \leq r)$
- Hàm tìm phần tử nhỏ nhất không âm trong mảng  
 $\text{PhanTuLonNhatKhongAmTrongmang}(a : \mathbb{R}^*) \text{ r} : \mathbb{R}$   
 $\text{Pre } a \# []$   
 $\text{Post } ((r \in \text{elems } a) \wedge (\forall n \in \text{elems } a) \wedge (r \geq 0) \wedge (n \geq 0) \bullet r \leq n)$
- Hàm kiểm tra là số chính phương  
 $\text{isSCP}(a : \mathbb{N}) \text{ rs} : \mathbb{B}$   
 $\text{pre}$   
 $\text{Post } (r = \text{true}) \wedge (\exists i \in \mathbb{N}1 \bullet a \text{ div } i = i) \wedge \vee (r = \text{false}) \wedge \neg (\exists i \in \mathbb{N}1 \bullet a \text{ div } i = i)$
- Hàm kiểm tra số nguyên tố  
 $\text{isPrime} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{B}$   
 $\text{isPrime}(i) \triangleq i \neq 1 \wedge \forall d \in \mathbb{N}1 \bullet d \text{ divides } i \Rightarrow d = 1 \vee d = i$
- Hàm kiểm tra là năm nhuận  
 $\text{isNamNhuan} : \mathbb{N}1 \rightarrow \mathbb{B}$   
 $\text{isNamNhuan}(n) \triangleq n \bmod 4 = 0 \wedge n \bmod 100 \neq 0$

Câu 31:

$\text{TapHopGiaTriTrongMang}(a : \mathbb{N}^*) \text{ rs} : \mathbb{N}^*$   
 $\text{Pre } a \# []$   
 $\text{Post } (\text{len rs} = \text{len } a) \wedge (\forall i \in \text{inds } a) \bullet \text{rs}(i) = a(i)$

Câu 32:

ViTriPhanTuLonNhatKhongDuongTrongMang(a:N\*) rs:N

Pre a # [ ]

Post  $(\exists i \in \text{inds } a) \wedge (a(i) = \text{phantulonnhatkhongduongtrongmang}(a)) \bullet rs = i \vee \neg(\exists i \in \text{inds } a) \wedge (a(i) = \text{phantulonnhatkhongduongtrongmang}(a)) \bullet rs = 1$

Câu 33:

ViTriPhanTuNhoNhatKhongAmTrongMang(a:N\*) rs:N

Pre a # [ ]

Post  $(\exists i \in \text{inds } a) \wedge (a(i) = \text{phantunhonhatkhongamtrongmang}(a)) \bullet rs = i \vee \neg(\exists i \in \text{inds } a) \wedge (a(i) = \text{phantunhonhatkhongamtrongmang}(a)) \bullet rs = -1$

Câu 34:

SoChinhPhuongLonNhat(x: N)r: N

Pre

Post  $(\text{isSCP}(r) \wedge (r < x)) \wedge ((\forall k < x) \wedge \text{isSCP}(k) \bullet k \leq r)$

Câu 35:

SoNgToMin(a:N1)rs:N1

Pre

Post  $(\text{isPrime}(rs) \wedge rs \geq a) \wedge ((\forall k \geq a) \wedge \text{isPrime}(k) \bullet k \geq r)$

Câu 36 :

DemSoNamNhuan : NxN  $\rightarrow$  N

DemSoNamNhuan(a,b) $\triangleq$  card{x:N | 0<a $\leq$  x  $\leq$  b $\wedge$ isNamNhuan(x)}

Câu 37 :

DemSoNgTo: NxN  $\rightarrow$  N

DemSoNgTo (a,b) $\triangleq$  card{x:N | 0<a $\leq$  x  $\leq$  b $\wedge$ isPrime(x)}

Câu 38 :

Uscln(a:N\*) r:N

Pre  $\forall x \in \text{elems } a \bullet x \geq 0$

Post  $((\text{la\_usc}(r, a) = \text{true} \vee \forall m \text{ n thuộc } N \text{ la\_usc}(n,a) = \text{true } n \leq r)$

La\_usc(n: N, a:N\*) r:B

Pre

Post:  $((n \leq \text{minArrays}(a)) \wedge (\forall x \in \text{elems } a, x \bmod n = 0)) \wedge r = \text{true}$

Hoac  $(\text{pd}(n \leq \text{minArrays}(a)) \wedge (\forall x \in \text{elems } a, x \bmod n = 0)) \wedge r = \text{false}$

Câu 39 :

$\text{Bcnn} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$\text{Bcnn}(n) \triangleq \text{tich}(n)/\text{Ucln}(n)$

Câu 40:

$\text{SapXepMangTang} : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{B}$

$\text{SapXepMangTang}(s) \triangleq \forall i, j \in \text{inds } s \bullet i > j \Leftrightarrow s(i) \geq s(j)$

41. Hãy đặc tả hàm trả sắp xếp mảng số thực  $A$  theo thứ tự giảm dần.

- Không tường minh:

$\text{sort\_array}(A: R^*) B: R^*$

pre

post:  $(\text{len } A \leq 1 \wedge B = A) \vee (\text{len } A > 1 \wedge B = \text{insert\_pos}(\text{hd } A, \text{sort\_array}(\text{lt } A)))$

- $\text{insert\_pos}(x: R, A: R^*) B: R^*$

pre

post:  $(\text{len } A = 0 \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{len } A > 0 \wedge ((\text{hd } A \leq x \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{hd } A > x \wedge B = \text{cons}(\text{hd } A, \text{insert\_pos}(x, \text{lt } A))))$

-----

42. Hãy đặc tả hàm sắp xếp mảng số thực  $A$  theo thứ tự giá trị tuyệt đối tăng dần.

- Không tường minh:

$\text{sort\_abs}(A: R^*) B: R^*$

pre:

post:  $(\text{len } A \leq 1 \wedge B = A) \vee (\text{len } A > 1 \wedge B = \text{insert\_pos}(\text{hd } A, \text{sort\_abs}(\text{lt } A)))$

- $\text{insert\_pos}(x: R, A: R^*) B: R^*$

pre:

post:  $(\text{len } A = 0 \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{len } A > 0 \wedge ((\text{abs}(\text{hd } A) \geq \text{abs}(x) \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{abs}(\text{hd } A) < \text{abs}(x) \wedge B = \text{cons}(\text{hd } A, \text{insert\_pos}(x, \text{lt } A))))$

-----

43. Hãy đặc tả hàm sắp xếp mảng số thực  $A$  theo quy luật sau:

- Các số dương (nếu có) ở đầu mảng và có thứ tự giảm dần.
- Các số âm (nếu có) ở cuối mảng và có thứ tự tăng dần.

- Không tường minh:

$\text{sort}(A: R^*) B: R^*$

pre:

post:  $(\text{len } A \leq 1 \wedge B = A) \vee (\text{len } A > 1 \wedge ((\text{hd } A \geq 0 \wedge \text{insert\_pos}(\text{hd } A, \text{sort } (\text{lt } A))) \vee (\text{hd } A < 0 \wedge \text{insert\_nag}(\text{hd } A, \text{sort } (\text{lt } A))))))$

- $\text{insert\_pos}(x : R, A : R^*) B : R^*$

pre:  $x \geq 0$

post:  $(\text{len } A = 0 \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{len } A > 0 \wedge ((\text{hd } A \leq x \wedge \text{hd } A \geq 0) \vee \text{hd } A < 0) \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{hd } A > x \wedge B = \text{cons}(\text{hd } A, \text{insert\_pos}(x, \text{lt } A))))$

- $\text{insert\_nag}(x : R, A : R^*) B : R^*$

pre:  $x < 0$

post:  $(\text{len } A = 0 \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{len } A > 0 \wedge ((\text{hd } A \geq x \wedge \text{hd } A < 0 \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee ((\text{hd } A < x \vee \text{hd } A \geq 0) \wedge B = \text{cons}(\text{hd } A, \text{insert\_nag}(x, \text{lt } A))))))$

---

44. Hãy đặc tả hàm sắp xếp mảng số nguyên  $A$  theo quy luật:

- các số chẵn (nếu có) ở đầu mảng và có thứ tự tăng dần,
- các số lẻ (nếu có) ở cuối mảng và có thứ tự giảm dần

- **Không tường minh:**

$\text{sort}(A : R^*) B : R^*$

pre:

post:  $(\text{len } A \leq 1 \wedge B = A) \vee (\text{len } A > 1 \wedge ((\text{is\_even}(\text{hd } A) \wedge \text{insert\_even}(\text{hd } A, \text{sort } (\text{lt } A))) \vee (\text{is\_odd}(\text{hd } A) \wedge \text{insert\_odd}(\text{hd } A, \text{sort } (\text{lt } A))))))$

- $\text{insert\_even}(x : R, A : R^*) B : R^*$

pre:  $\text{is\_even}(x)$

post:  $(\text{len } A = 0 \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{len } A > 0 \wedge ((\text{is\_even}(\text{hd } A) \wedge \text{hd } A \geq x) \vee \text{is\_odd}(\text{hd } A) \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee ((\text{is\_even}(\text{hd } A) \wedge \text{hd } A < x) \wedge B = \text{cons}(\text{hd } A, \text{insert\_even}(x, \text{lt } A))))))$

- $\text{insert\_odd}(x : R, A : R^*) B : R^*$

pre:  $\text{is\_odd}(x)$

post:  $(\text{len } A = 0 \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee (\text{len } A > 0 \wedge ((\text{is\_odd}(\text{hd } A) \wedge \text{hd } A \leq x \wedge B = \text{cons}(x, A)) \vee ((\text{is\_odd}(\text{hd } A) \wedge \text{hd } A > x) \vee \text{is\_even}(\text{hd } A) \wedge B = \text{cons}(\text{hd } A, \text{insert\_odd}(x, \text{lt } A))))))$

---

46. Hãy đặc tả hàm kiểm tra một chuỗi  $s$  có phải là chuỗi con của chuỗi  $t$  hay không?

- Không tường minh:

**is\_child** (s : String, t : String) r:B

pre:

post:  $r = (\exists p, q \in \text{String} \bullet t = p \rightarrow s \rightarrow q)$

- Tường minh:

**is\_child** : String  $\times$  String  $\rightarrow$  B

**is\_child** (s,t) = if(**len** t < **len** s) then **FALSE**

else if(s = **subseq** (t, 1, **len** s) then **TRUE**

else **is\_child**(s, **lt**( t ))

47. Hãy đặc tả hàm tạo ra chuỗi ký tự đảo ngược của chuỗi ký tự s.

- Không tường minh:

**reverse\_String**(s : String) r:String

pre:

post: (**len** s  $\leq$  1  $\wedge$  r = s)  $\vee$  (  $\forall i \in \text{inds } r \bullet r(i) = s(\text{len } s - i + 1)$ )

hoặc cách khác:

(**len** s < 1  $\wedge$  r = s)  $\vee$  (**reverse\_String** (**lt** A)  $\bar{\sim}$  **hd** A)

- Tường minh:

**reverse\_String**: String  $\rightarrow$  String

**reverse\_String**(s) = if (len s  $\leq$  1) then r

else **reverse\_String** (**lt** A)  $\bar{\sim}$  **hd** A

48. Một tiếng (word) là một chuỗi ký tự không có ký tự khoảng trắng. Đặc tả hàm chuẩn hóa một chuỗi ký tự s: xóa bỏ các ký tự khoảng trắng ở đầu và cuối chuỗi, giữa các tiếng (word) có duy nhất một ký tự khoảng trắng.

- Không tường minh

`standard_String ( s : String) r : String`

pre:

post:  $(\text{len } s = 0 \wedge r = s) \vee (\text{len } s > 0 \wedge (\text{hd } s = ' ' \wedge r = \text{standard\_String}(\text{lt } s)) \vee (s (\text{len } s) = ' ' \wedge r = \text{standard\_String}(s(1, \text{len } s - 1))) \vee (\exists i \in \text{inds } s \bullet s(i) = ' ' \wedge s(i+1) = ' ' \wedge r = \text{standard\_String}(s(1, i) \mathrel{\bar{\vee}} s(i+2, \text{len } s))) \vee (r = s))$

- Tường minh:

`standard_String: String  $\rightarrow$  String`

`standard_String(s) = if(len s = 0) then s`

`else if(hd s = ' ') then standard_String( lt s)`

`else if(s (len s) = ' ') then standard_String( s (1, len s - 1))`

`else ...`



### 56 a. Đặc tả Kiểu dữ liệu Phân Số:

PHANSO ::

TuSo : Z

MauSo : Z { MauSo # 0 }

Hàm Inv\_PHANSO kiểm tra tính hợp lệ của phân số

INV-PHANSO(PS)  $\triangleq$

PS.MauSo != 0

### Hàm Rút Gọn Phân số

**RutGonPhanSo**

Ext wr ps: Phân\_Số

Let ts = ps.TuSo, ms = ps.MauSo in

Let U = UCLN(ts,ms) in

Let ms1 = ts/U, ms1 = ms/U in

Ps = mk-Phân\_Số(ts1, ms1)

### b . Hàm Tính Tổng Phân Số:

Sum\_PS Phân\_Số-Set  $\rightarrow$  Phân\_Số

Sum\_PS(ps)  $\triangleq$

If len ps = 0 then

0

Else

If len ps = 1 then

ps

Else

Plus\_PS( Hd ps ,Sum\_PS( tl ps ) )

### Hàm Cộng 2 phân số :

Plus\_PS( ps1 : Phân\_Số, ps2 : Phân\_Số)

Ext wr ps : Phân\_Số

Let ts = ps1.Tu \* ps2.Mau + ps1.Mau \* ps2.Tu , ms = ps1.Mau \* ps2.Mau in

ps = RutGonPhanSo(mk-Phân\_Số ( ts,ms))

## 58 a. DIEM-DUONGTHANG

Diem

POINT::

X: Z

Y:Z

DuongThang

**LINE::**

A : R

B: R

Phương trình đường thẳng:  $ax + b = y$

### b. Kiểm tra 1 điểm thuộc đường thẳng

ThuocDuongThang(p : POINT) r: B

Ext Rd In :LINE

Pre true

Post r = ( ln.a \* p.X + ln.b = p.Y)

## 59 a. TAMGIAC

Tam Giác::

A: Diem

B: Diem

C: Diem

b. Kiểm tra tính hợp lệ của 3 đỉnh tam giác

INV-TamGiac (TG)  $\triangleq$

$\neg \text{THANGHANG}(A,B,C) \wedge \neg \text{the same}(A,B) \wedge \neg \text{the same}(A,C) \wedge \neg \text{the same}(B,C)$

Kiểm tra 3 điểm thẳng hàng

**THANGHANG**(A : POINT, B : POINT, C : POINT) r: B

Pre true

Post

$$r = (B.X - A.X) * (C.Y - A.Y) = (C.X - A.X) * (B.Y - A.Y)$$

Hàm Kiểm tra trùng điểm:

**THE SAME**(P1: POINT, P2 : POINT) r: B

pre true

postr = ( P1.X = P2.X  $\wedge$  P1.Y = P2.Y)

## 60 a. Đặc Tả STACK

**STACK** ::

Max : N { Max  $\geq$  0 }

A : N-Set

b. Một số hàm khác

Hàm **POP**

**POP**() r: N

Ext wr st: STACK, r : N

Len st.A = 0  $\wedge$  r = -1

$$r = \text{st.A}(\overleftarrow{\text{st}}.\text{Max}) \wedge \text{st.A}() = \overleftarrow{\text{st}}.\text{A}(1, \text{Len st.A} - 1)$$

Hàm **Push** ()

**PUSH**(x : N) r : B

Ext wr st: STACK

Pre true

Post

$$((r = \text{false}) \wedge \text{Len st.A} \geq \text{st.Max}) \vee ((r = \text{true}) \wedge \text{Len st.A} < \text{st.Max} \wedge \text{st.A} = \overleftarrow{\text{st}}.\text{A} \sim x)$$

Hàm **TOP**

**TOP**() r: N

Pre

Post

Ext rd st: STACK

$$(r = -1 \wedge \text{Len st.A} = 0) \vee (r = \text{st.A}(\text{Len st.A}) \wedge \text{Len st.A} \neq 0)$$

Hàm **ISEMPTY**

**ISEMPTY**() r: B

Pre true

Post Ext Rd st: STACK

$$r = (\text{Len st.A} = 0)$$

Hàm **ISFULL**

**ISFULL**() r: B

Pre

Post  
Ext Rd st: STACK  
R = ( Len st.A = st.Max)  
Hàm EMPTY  
**EMPTY()**  
Ext Rd st: STACK  
Pre  
Post Ext Wr st: **STACK**  
If Len st.A != 0  
St.A = { }

**Bài 71:** Đặc tả kiểu dữ liệu **NGAY**

**NGAY ::**

Ngày : { 1..31 }

Thang : { 1..12 }

Nam : {  $y \in N_1 \mid y \geq 000$  } // Trước Công Nguyên

**NamNhuan** ( nam :  $N_1$  ) kq : B

Pre

Post kq =  $((4 \bmod \text{nam} = 0) \wedge (100 \bmod \text{nam} \neq 0)) \vee (400 \bmod \text{nam} = 0)$

**Inv-NGAY** ( d : **NGAY** ) kq : B

Pre

Post kq =  $((d.\text{thang} \in \{1, 3, 5, 7, 8, 10, 12\} \wedge d.\text{ngay} \in \{1..31\}) \vee (d.\text{thang} \in \{4, 6, 9, 11\} \wedge d.\text{ngay} \in \{1..30\}) \vee (d.\text{thang} = 2 \wedge \text{NamNhuan}(d.\text{nam}) \wedge d.\text{ngay} \in \{1..29\}) \vee (d.\text{thang} = 2 \wedge \neg \text{NamNhuan}(d.\text{nam}) \wedge d.\text{ngay} \in \{1..28\}))$

**Bài 72:** Đặc tả hàm trả về ngày tiếp theo sau 1 ngày cho trước

**NgàyCuoiCung** ( d : **NGAY** ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $((d.\text{thang} \in \{1, 3, 5, 7, 8, 10, 12\} \wedge (kq = 31)) \vee (d.\text{thang} \in \{4, 6, 9, 11\} \wedge (kq = 30)) \vee (d.\text{thang} = 2 \wedge \text{NamNhuan}(d.\text{nam}) \wedge (kq = 29)) \vee (d.\text{thang} = 2 \wedge \neg \text{NamNhuan}(d.\text{nam}) \wedge (kq = 28)))$

**NgàyTiepTheo** ( d : **NGAY** ) kq : **NGAY**

Pre

Post  $((d.\text{ngay} + 1 < \text{NgàyCuoiCung}(d)) \wedge (kq.\text{ngay} = d.\text{ngay} + 1) \wedge (kq.\text{thang} = d.\text{thang}) \wedge (kq.\text{nam} = d.\text{nam})) \vee (\neg(d.\text{ngay} + 1 < \text{NgàyCuoiCung}(d)) \wedge (d.\text{thang} \neq 12) \wedge (kq.\text{ngay} = 1) \wedge (kq.\text{thang} = d.\text{thang} + 1) \wedge (kq.\text{nam} = d.\text{nam})) \vee (\neg(d.\text{ngay} + 1 < \text{NgàyCuoiCung}(d)) \wedge (d.\text{thang} = 12) \wedge (kq.\text{ngay} = 1) \wedge (kq.\text{thang} = 1) \wedge (kq.\text{nam} = d.\text{nam} + 1))$

**Bài 73:** Đặc tả hàm trả về ngày sau n ngày của 1 ngày cho trước

// Trả về số tháng tương ứng với số ngày

**BaoNhiềuThang** ( ngay, thang :  $N_1$  ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $((kq = 0) \wedge (\text{ngay} < \text{NgàyCuoiCung}(\text{thang})) \vee (kq = 1 + \text{BaoNhiềuThang}(\text{ngay} - \text{NgàyCuoiCung}(\text{thang}), \text{thang} + 1) \wedge (\text{thang} \leq 11)) \vee (kq = 1 + \text{BaoNhiềuThang}(\text{ngay} - \text{NgàyCuoiCung}(\text{thang}), 1) \wedge (\text{thang} \geq 12)))$

// Trả về số năm tương ứng với số tháng

**BaoNhiềuNam**( thang :  $N_1$ ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $(kq = 0) \wedge (thang \leq 12)$   
 $\vee (kq = 1 + \text{BaoNhiềuNam}(thang - 12) \wedge (thang > 12))$

**NgàyDu** ( ngay, thang :  $N_1$ ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $(kq = ngay) \wedge (ngay < \text{NgàyCuoiCung}(thang))$   
 $\vee ( \text{NgàyDu}(ngay - \text{NgàyCuoiCung}(thang), thang + 1) \wedge (thang \leq 11) )$   
 $\vee ( \text{NgàyDu}(ngay - \text{NgàyCuoiCung}(thang), 1) \wedge (thang \geq 12) )$

**ThangDu** (thang :  $N_1$ ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $(kq = thang) \wedge (thang \leq 12)$   
 $\vee ( \text{BaoNhiềuNam}(thang - 12) \wedge (thang > 12) )$

**NgàyTiepTheo**( n :  $N_1$ , d : NGÀY ) kq : NGÀY

Pre

Post  $((d.ngay + n < \text{NgàyCuoiCung}(d)) \wedge (kq.ngay = d.ngay + n) \wedge (kq.thang = d.thang) \wedge (kq.nam = d.nam))$   
 $\vee (\neg(d.ngay + n < \text{NgàyCuoiCung}(d)) \wedge (kq.ngay = \text{NgàyDu}(d.ngay + n)) \wedge (kq.thang = d.thang + \text{BaoNhiềuThang}(d.ngay + n)) \wedge (kq.thang \leq 12) \wedge (kq.nam = d.nam) )$   
 $\vee (\neg(d.ngay + n < \text{NgàyCuoiCung}(d)) \wedge (kq.ngay = \text{NgàyDu}(d.ngay + n)) \wedge (kq.thang = \text{ThangDu}(d.thang + \text{BaoNhiềuThang}(d.ngay + n))) \wedge (kq.thang > 12) \wedge (kq.nam = d.nam + \text{BaoNhiềuNam}(d.thang + \text{BaoNhiềuThang}(d.ngay + n))) )$

**Bài 74:** Đặc tả hàm trả về số ngày chênh lệch giữa 2 ngày cho trước

// Trả về số ngày tương ứng với năm

**NgàyCuaNam**( nam :  $N_1$ ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $(kq = 365) \wedge (\neg \text{NamNhuan}(nam) )$   
 $\vee (kq = 366) \wedge ( \text{NamNhuan}(nam) )$

// Tính tổng các ngày trong các tháng, từ tháng 2 đến tháng đưa vào

**TongNgàyCuaNam** ( nam :  $N_1$ ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $(kq = 0) \wedge (nam = 0)$   
 $\vee (kq = \text{NgàyCuaNam}(nam - 1) + \text{TongNgàyCuaNam}(nam - 1)) \wedge (nam > 0)$

// Tính tổng các ngày trong các tháng, từ tháng 2 đến tháng đưa vào

**TongNgàyCuaThang** ( thang :  $N_1$ ) kq :  $N_1$

Pre

Post  $(kq = 0) \wedge (thang = 1)$   
 $\vee (kq = \text{NgàyCuoiCung}(thang - 1) + \text{TongNgàyCuaThang}(thang - 1)) \wedge (thang > 1)$

// Tính tổng các ngày đã qua, từ ngày bắt đầu 1/1/000 đến ngày hiện tại

**TongNgay** ( d : NGAY ) kq : N<sub>1</sub>

Pre

Post kq = (d.ngay - 1) + **TongNgayCuaThang**( d.thang ) + **TongNgayCuaNam**( d.nam )

**ChenhLech** ( x, y : NGAY ) kq : N

Pre

Post kq = **TongNgay**(x) – **TongNgay**(y)

**Bài 75:** Cho biết ngày 12/5/2007 là ngày thứ bảy. Hãy đặc tả hàm trả về thứ của 1 ngày cho trước(trả về chuỗi kí tự)

**LayThu** ( x : N<sub>1</sub> ) kq : char\*

Ext rd danh sach thu = [“bay”, “chu nhat”, “hai”, “ba”, “tu”, “nam”, “sau”]

Pre x ≤ 7

Post kq = danh sach thu(x)

**TinhThu** ( d : NGAY ) kq : char\*

Ewt rd **macdinh** = mk-NGAY(15, 05, 2007)

Pre

Post kq = **LayThu**( 7 mod **ChenhLech** ( **macdinh**, x ) + 1)

## Hoi thay Nam ve su dung ext

## Su dung dac ta khong tuong minh doi voi kieu doi tuong phuc

**Bài 76:** Đặc tả kiểu DONTHUC và kiểu DATHUC.

**DONTHUC ::**

Heso : R

Somu : N<sub>1</sub>

**DATHUC ::**

donthuc : **DONTHUC**\*

**Inv-DATHUC** ( d : **DATHUC** ) kq : B

kq = ¬( ∃ i, j ∈ inds d.donthuc • ( i ≠ j ) → ( d(i).somu = d(j).somu ) )

**Bài 77:** Đặc tả hàm tính đạo hàm cấp 1 của Đa Thức

**DaoHam**(d : **DATHUC**) kq : **DATHUC**

Pre

Post ∀ i ∈ elems d.donthuc • ( ∃ j ∈ elems kq.donthuc • ( i.somu = j.somu + 1)

∧ ( i.heso \* (j.somu + 1) = j.heso va len d.donthuc

= len kq.donthuc )

**Bài 78:** Tìm tất cả các nghiệm phân biệt của 1 Đa Thức

**TAPNGHIEM ::**

Songhiem :  $N_1$

Nghiem :  $R^*$

**LuyThua**(  $x : R, n : N_1$  ) kq : R

Pre

Post  $((n = 0) \wedge (kq = 1))$

$\vee ((n > 0) \wedge (kq = x * \text{LuyThua}(x, n - 1)))$

**GiaTriDonThuc**(  $x : R, d : \text{DONTHUC}$  ) kq : R

Pre

Post  $kq = d.heso * \text{LuyThua}(x, d.somu)$

**GiaTriDaThuc** (  $x : R, d : \text{DATHUC}$  ) kq : R

Pre

Post  $((\text{len } d.donthuc = 0) \wedge (kq = 0))$

$\vee ((\text{len } d.donthuc > 0) \wedge (kq = \text{GiaTriDonThuc}(x, hd \text{ d.donthuc}) + \text{GiaTriDaThuc}(x, tl \text{ d.donthuc})))$

**Nghiem** (  $d : \text{DATHUC}$  ) kq : **TAPNGHIEM**

Pre

Post  $(kq.songhiem = \text{len } kq.nghiem) \wedge (\forall x \in \text{elems } kq.nghiem \bullet \text{GiaTriDaThuc}(x, p) = 0 \vee$   
 $(\text{koTonTai } x \text{ Kthuoc elems } kq.nghiem \bullet \text{GiaTriDaThuc}(x, p) = 0))$

**Bài 79:** Tính Giá trị Đa Thức từ một nghiệm  $x_0$  cho trước

Sử dụng lại các hàm trên cho tới hàm **GiaTriDaThuc**

**Bài 80:** Tính tích phân xác định trên  $[x_1, x_2]$

**TichPhan**(  $x_1, x_2 : R, d : \text{DATHUC}$  ) kq : R

Ext wr dh : **DATHUC**

Pre

Post  $(d = \text{DaoHam}(dh)) \wedge (kq = \text{GiaTriDaThuc}(x_2, dh) - \text{GiaTriDaThuc}(x_1, dh))$

## BÀI TẬP ĐẶC TẢ HÌNH THỨC TUẦN 9

Cho trước các đặc tả kiểu dữ liệu sau:

$VERTEX = \mathbb{N}$

$GRAPH ::$

$n: \mathbb{N}$

$A: \mathbb{R}^{**}$

Giải thích:

$n$ : là số lượng đỉnh trong đồ thị

$A$  là ma trận kề, với quy ước:  $A(i)(j) = 0$  nếu không có cung từ đỉnh  $i$  đến đỉnh  $j$

$A(i)(j) \neq 0$  là trọng số của cung từ đỉnh  $i$  đến đỉnh  $j$

TapDinh(g: GRAPH) r: VERTEX-set

pre

post  $r = \{x \mid ((x > 0) \wedge (x \leq g.n))\}$

Bài 81: Đặc tả hàm kiểm tra đồ thị  $G$  có phải là đồ thị vô hướng hay không.

LaDoThiVoHuong(g: GRAPH) r: B

pre

post  $(\forall i, j \in \text{TapDinh}(g) \cdot ((g.A(i)(j) \neq 0) \rightarrow (g.A(j)(i) \neq 0)) = r$

Bài 82: Đặc tả hàm kiểm tra đồ thị  $G$  có chứa cạnh có trọng số âm hay không

CoCanhTrongSoAm(g: GRAPH) r: B

pre

post  $(\exists i, j \in \text{TapDinh}(g) \cdot (g.A(i)(j) < 0)) = r$

Bài 83: Đặc tả hàm tính bậc của một đỉnh  $v$  trong đồ thị  $G$  cho trước.

$Degree(G: GRAPH, v: VERTEX) deg: \mathbb{N}$

Degree(g: GRAPH, v: VERTEX) deg: N

pre  $(v \in \text{TapDinh}(g))$

post  $(\text{card} \{u \in \text{TapDinh}(g) \mid ((g.A(v)(u) \neq 0))\} + \text{card} \{t \in \text{TapDinh}(g) \mid ((g.A(t)(v) \neq 0))\}) = \text{deg}$

Bài 84: Tự đặc tả kiểu dữ liệu  $PATH$  để lưu trữ được một đường đi trên đồ thị. Đặc tả hàm tính độ dài một đường đi cho trước. *Lưu ý: đường đi bao gồm các cung liên tiếp nhau (và phải tôn trọng hướng của cung)*

$PATH::$



G: GRAPH  
P: VERTEX\*

inv-PATH(p: PATH) r: B

pre (len p.P > 0)

post ( $\forall v \in \text{inds}(\text{tl } p.P) \bullet (p.G.A(p.P(v-1))(p.P(v)) \neq 0) = r$

Bài 85: Đặc tả hàm kiểm tra có tồn tại dây chuyền từ đỉnh  $u$  đến đỉnh  $v$  trong đồ thị  $G$  hay không. *Lưu ý:*

- Các cung trên dây chuyền **KHÔNG** cần tôn trọng hướng
- Đồ thị  $G$  có thể vô hướng hoặc có hướng

CoDuongDiVoHuong(g: GRAPH, u: VERTEX, v: VERTEX) r: B

pre ( $u, v \in \text{TapDinh}(g)$ )

post ( $g.A(u)(v) \neq 0 \vee g.A(v)(u) \neq 0 = r$

CoDayChuyen(g: GRAPH, u: VERTEX, v: VERTEX) r: B

pre ( $u, v \in \text{TapDinh}(g)$ )

post ((CoDuongDiVoHuong(g, u, v))  $\vee$

(!CoDuongDiVoHuong(g, u, v)  $\wedge$

( $\exists t \in \text{TapDinh}(g) \bullet (\text{CoDayChuyen}(g, u, t) \wedge \text{CoDayChuyen}(g, t, v))$ )

)

) = r

Bài 86: Đặc tả hàm kiểm tra một đồ thị  $G$  có liên thông hay không. *Gợi ý: Trong đồ thị liên thông, luôn tồn tại dây chuyền nối liền hai đỉnh phân biệt bất kỳ*

LaDoThiLienThong(g: GRAPH) r: B

pre

post ( $\forall u, v \in \text{TapDinh}(g) \bullet (u \neq v) \rightarrow (\text{CoDayChuyen}(g, u, v)) = r$

Bài 87: Đặc tả hàm kiểm tra một đồ thị  $G$  có phải là cây hay không. *Gợi ý: cây là đồ thị liên thông có đúng  $n-1$  cạnh (với  $n$  là số lượng đỉnh của đồ thị)*

SoCanh(g: GRAPH) r: N

pre

post ( $\text{card} \{ u, v \in \text{TapDinh}(g) \bullet (g.A(u)(v) \neq 0) \} = r \quad // \text{ co huong}$

SoCanh(g: GRAPH) r: N

pre

post ( $\text{card} \{ u, v \in \text{TapDinh}(g) \bullet ((u > v) \wedge (g.A(u)(v) \neq 0)) \} = r$

LaCay(g: GRAPH) r: B

pre

post ((LaDoThiLienThong(g))  $\wedge$  SoCanh(g) =  $g.n - 1$ ) = r

Bài 88: Tự đặc tả kiểu dữ liệu *SPANNING-TREE* để lưu trữ một cây khung của đồ thị. Đặc tả điều kiện hợp lệ *inv-SPANNING-TREE* cho kiểu dữ liệu này.

```

SPANNING-TREE
  Parent: GRAPH
  G: GRAPH

LaDoThiCon(sub: GRAPH, parent: GRAPH) r:B
pre
post ( $\forall u, v \in \text{TapDinh}(\text{sub}) \bullet$ 
  (
    ( $u, v \in \text{TapDinh}(\text{parent})$ )  $\wedge$ 
    ( $(\text{sub.A}(u)(v) \neq 0) \rightarrow (\text{parent.A}(u)(v) \neq 0)$ )
  )
)

Inv-SPANNING-TREE(sp: SPANNING-TREE)
pre
post ( $\text{LaCay}(\text{sp.G}) \wedge (\text{LaDoThiCon}(\text{sp.G}, \text{sp.Parent}))$ )

```

Bài 89: Đặc tả hàm tính trọng số của một cây khung cho trước. Đặc tả hàm xác định cây khung nhỏ nhất (có tổng trọng số nhỏ nhất) của một đồ thị vô hướng  $G$  cho trước. (không xử lý khi đồ thị không liên thông)

```

TongMang(A: R*) r: N
pre
post (( $r = 0$ )  $\wedge$  ( $\text{len } A = 0$ ))  $\vee$  (( $\text{len } A > 0$ )  $\wedge$  ( $r = \text{hd } A + \text{TongMang}(\text{tl } A)$ ))

TongMang2Chieu(A **: N) r: N
pre
post (( $r = 0$ )  $\wedge$  ( $\text{len } A = 0$ ))  $\vee$  (( $\text{len } A > 0$ )  $\wedge$  ( $r = \text{TongMang}(\text{hd } A) + \text{TongTrongSo}(\text{tl } A)$ ))

TrongSo(sp: SPANNING-TREE) r:N
pre
post  $\text{TongMang2Chieu}(\text{sp.G.A}) / 2 = r$ 

TapCayKhung(g: GRAPH) sp_set: SPANNING-TREE-set
pre
post  $\text{sp\_set} = \{ \text{sp: SPANNING-TREE} \bullet (\text{sp.Parent} = g) \}$ 

min_of_set_spanningtree(sp_set: SPANNING-TREE-set) sp: SPANNING-TREE
pre
post ( $\forall s \in \text{sp\_set} \bullet (\text{TrongSo}(\text{sp}) \geq \text{TrongSo}(s))$ )

CayKhungNhoNhat(g: GRAPH) sp: SPANNING-TREE
pre

```

```
post sp = min_of_set_spanningtree(TapCayKhung(g))
```

Bài 90: Đặc tả hàm kiểm tra một đồ thị vô hướng  $G$  có tồn tại đường đi Euler hay không? *Gợi ý: đồ thị  $G$  có tồn tại đường đi Euler nếu  $G$  có 0 hoặc 2 đỉnh bậc lẻ.*

```
SoDinhBacLe(g: GRAPH) r: N
```

```
pre
```

```
post (card { u ∈ TapDinh(g) • (Degree(g, u) mod 2 ≠ 0) }) = r
```

```
CoDuongDiEuler(g: GRAPH) r: B
```

```
pre
```

```
post ((SoDinhBacLe(g) = 0) v (SoDinhBacLe(g) = 2)) = r
```

# BÀI TẬP ĐẶC TẢ HÌNH THỨC TUẦN 10

Sử dụng các kiểu dữ liệu sau cho các câu từ 91 đến 95:

**SÂN-VẬN-ĐỘNG** ::

tên-Sân: char\*

sức-chứa:  $\mathbb{N}_1$

**TỶ-SỐ** ::

số-bàn-thắng-đội-nhà :  $\mathbb{N}$

số-bàn-thắng-đội-khách :  $\mathbb{N}$

**ĐỘI-BÓNG** ::

tên-Đội: char\*

sân-nhà : **SÂN-VẬN-ĐỘNG**

**TRẬN-ĐẤU** ::

đội-nhà : **ĐỘI-BÓNG**

đội-khách : **ĐỘI-BÓNG**

vòng-thi-đấu:  $\mathbb{N}_1$

tỷ-số : **TỶ-SỐ**

**Ghi chú:** Mỗi đội bóng thi đấu đúng 2 trận với các đội còn lại (một trận lượt đi trên sân khách, một trận lượt về trên sân nhà của chính mình).

## 91. Đặc tả hàm tính số trận thắng của một đội bóng trong giải vô địch

**Đội-nhà-thắng** (trận-đấu: **TRẬN-ĐẤU**) kq: **B**

Pre true

Post  $kq = \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-nhà} > \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-khách}$

**Đội-khách-thắng** (trận-đấu: **TRẬN-ĐẤU**) kq: **B**

Pre true

Post  $kq = \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-nhà} < \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-khách}$

**Là-đội-nhà** (đội: **ĐỘI-BÓNG**, trận-đấu: **TRẬN-ĐẤU**) kq: **B**

Pre true

Post  $kq = (\text{đội} = \text{trận-đấu} . \text{đội-nhà})$

**Là-đội-khách** (đội: **ĐỘI-BÓNG**, trận-đấu: **TRẬN-ĐẤU**) kq: **B**

Pre     true  
Post     $kq = ( \text{đội} = \text{trận-đấu} \cdot \text{đội-khách} )$

*Thắng* (đội: *ĐỘI-BÓNG*, trận-đấu: *TRẬN-ĐẤU*)  $kq: \mathbb{B}$

Pre     true  
Post     $kq = ( ( \text{Là-đội-nhà} (\text{đội}, \text{trận-đấu}) \wedge \text{Đội-nhà-thắng} (\text{trận-đấu}) ) \vee$   
 $( \text{Là-đội-khách} (\text{đội}, \text{trận-đấu}) \wedge \text{Đội-khách-thắng} (\text{trận-đấu}) ) )$

*Số-trận-thắng* (đội: *ĐỘI-BÓNG*, lịch-thi-đấu: *TRẬN-ĐẤU\**)  $kq: \mathbb{N}$

Pre     true  
Post     $(kq = 1 + \text{Số-trận-thắng} (\text{đội}, \text{tl lịch-thi-đấu}) \wedge \text{Thắng} (\text{đội}, \text{hd lịch-thi-đấu})) \vee$   
 $(kq = \text{Số-trận-thắng} (\text{đội}, \text{tl lịch-thi-đấu}) \wedge \neg \text{Thắng} (\text{đội}, \text{hd lịch-thi-đấu})) \vee$   
 $(kq = 0 \wedge \text{lịch-thi-đấu} = [])$

## 92. Đặc tả hàm tính số trận hòa của một đội bóng trong giải vô địch

*Hòa* (trận-đấu: *TRẬN-ĐẤU*)  $kq: \mathbb{B}$

Pre     true  
Post     $kq = ( \text{trận-đấu} \cdot \text{tỷ-số} \cdot \text{số-bàn-thắng-đội-nhà} = \text{trận-đấu} \cdot \text{tỷ-số} \cdot \text{số-bàn-thắng-đội-khách} )$

*Số-trận-hòa* (đội: *ĐỘI-BÓNG*, lịch-thi-đấu: *TRẬN-ĐẤU\**)  $kq: \mathbb{N}$

Pre     true  
Post     $(kq = 1 + \text{Số-trận-hòa} (\text{đội}, \text{tl lịch-thi-đấu}) \wedge \text{Hòa} ( \text{hd lịch-thi-đấu}) \wedge ( \text{Là-đội-nhà} (\text{đội}, \text{hd lịch-thi-đấu}) \vee \text{Là-đội-khách} (\text{đội}, \text{hd lịch-thi-đấu}) ) ) \vee$   
 $(kq = \text{Số-trận-hòa} (\text{đội}, \text{tl lịch-thi-đấu}) \wedge ( \neg \text{Hòa} ( \text{hd lịch-thi-đấu}) \vee \neg ( \text{Là-đội-nhà} (\text{đội}, \text{hd lịch-thi-đấu}) \vee \text{Là-đội-khách} (\text{đội}, \text{hd lịch-thi-đấu}) ) ) ) \vee$   
 $(kq = 0 \wedge ( \text{lịch-thi-đấu} = [] ) )$

**93. Đặc tả hàm tính điểm của một đội bóng với quy định: mỗi trận thắng được 3 điểm, mỗi trận hòa được 1 điểm, mỗi trận thua không có điểm.**

*Số-điểm* (đội: *ĐỘI-BÓNG*, lịch-thi-đấu: *TRẬN-ĐẤU*\*) kq:  $\mathbb{N}$

Pre true

Post  $kq = \text{Số-trận-hòa}(\text{đội}, \text{lịch-thi-đấu}) + 3 * \text{Số-trận-thắng}(\text{đội}, \text{lịch-thi-đấu})$

**94. Đặc tả hàm tính hiệu số bàn thắng bại của một đội bóng.**

*Số-bàn-thắng-trong-trận* (đội: *ĐỘI-BÓNG*, trận-đấu: *TRẬN-ĐẤU*) kq:  $\mathbb{N}$

Pre true

Post  $(\text{Là-đội-nhà}(\text{đội}, \text{trận-đấu}) \wedge kq = \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-nhà}) \vee$

$(\text{Là-đội-khách}(\text{đội}, \text{trận-đấu}) \wedge kq = \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-khách}) \vee$

$(\neg (\text{Là-đội-nhà}(\text{đội}, \text{trận-đấu}) \vee \text{Là-đội-khách}(\text{đội}, \text{trận-đấu})) \wedge kq = 0)$

*Số-bàn-thua-trong-trận* (đội: *ĐỘI-BÓNG*, trận-đấu: *TRẬN-ĐẤU*) kq:  $\mathbb{N}$

Pre true

Post  $(\text{Là-đội-nhà}(\text{đội}, \text{trận-đấu}) \wedge kq = \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-khách}) \vee$

$(\text{Là-đội-khách}(\text{đội}, \text{trận-đấu}) \wedge kq = \text{trận-đấu} . \text{tỷ-số} . \text{số-bàn-thắng-đội-nhà}) \vee$

$(\neg (\text{Là-đội-nhà}(\text{đội}, \text{trận-đấu}) \vee \text{Là-đội-khách}(\text{đội}, \text{trận-đấu})) \wedge kq = 0)$

*Số-bàn-thắng* (đội: *ĐỘI-BÓNG*, lịch-thi-đấu: *TRẬN-ĐẤU*\*) kq:  $\mathbb{N}$

Pre true

Post  $(kq = \text{Số-bàn-thắng-trong-trận}(\text{đội}, \text{hd lịch-thi-đấu}) + \text{Số-bàn-thắng}(\text{đội}, \text{tl lịch-thi-đấu})) \vee$

$(kq = 0 \wedge \text{len lịch-thi-đấu} = 0)$

*Số-bàn-thua* (đội: ĐỘI-BÓNG, lịch-thi-đấu: TRẬN-ĐẤU\*) kq:  $\mathbb{N}$

Pre true

Post  $kq = \text{Số-bàn-thua-trong-trận}$  (đội, hd lịch-thi-đấu) + *Số-bàn-thua* (đội, tl lịch-thi-đấu)

$(kq = 0 \wedge \text{len lịch-thi-đấu} = 0)$

*Hiệu-số-bàn-thắng-bại* (đội: ĐỘI-BÓNG, lịch-thi-đấu: TRẬN-ĐẤU\*) kq:  $\mathbb{Z}$

Pre true

Post  $kq = \text{Số-bàn-thắng}$  (đội, lịch-thi-đấu) – *Số-bàn-thua* (đội, lịch-thi-đấu)

**95. Đặc tả hàm sắp hạng các đội bóng theo điểm giảm dần. Nếu nhiều đội cùng điểm thì xét tiếp các tiêu chí sau: hiệu số bàn thắng bại (giảm dần), số bàn thắng (giảm dần), kết quả trận đối kháng trực tiếp.**

*Thua* (đội: ĐỘI-BÓNG, trận-đấu: TRẬN-ĐẤU) kq:  $\mathbb{B}$

Pre true

Post  $kq = ( (\text{Là-đội-nhà}$  (đội, trận-đấu)  $\wedge$  *Đội-khách-thắng* (trận-đấu) )  $\vee$   
 $(\text{Là-đội-khách}$  (đội, trận-đấu)  $\wedge$  *Đội-nhà-thắng* (trận-đấu)) )

*Hạng-cao-hơn* (đội-1: ĐỘI-BÓNG, đội-2: ĐỘI-BÓNG, lịch-thi-đấu: TRẬN-ĐẤU\*) kq:  $\mathbb{B}$

Pre true

Post  $kq = (\text{Số-điểm}$  (đội-1, lịch-thi-đấu)  $>$  *Số-điểm* (đội-2, lịch-thi-đấu))  $\vee$

$\left( (\text{Số-điểm}$  (đội-1, lịch-thi-đấu)  $=$  *Số-điểm* (đội-2, lịch-thi-đấu))  $\wedge$   $\left( \text{Hiệu-số-bàn-thắng-bại}$  (đội-1, lịch-thi-đấu)  $>$  *Hiệu-số-bàn-thắng-bại* (đội-2, lịch-thi-đấu)  $\vee$

$\left( \text{Hiệu-số-bàn-thắng-bại}$  (đội-1, lịch-thi-đấu)  $=$  *Hiệu-số-bàn-thắng-bại* (đội-2, lịch-thi-

Pre **elems** *ds-đội* = **elems** *kq-xếp hàng*  $\wedge$  **len** *ds-đội* = **len** *kq-xếp hàng*

Post  $\forall i \in [1, \dots, (\text{len } ds\text{-đội}) - 1] \bullet \text{Hạng-cao-hơn}(ds\text{-đội}(i), ds\text{-đội}(i+1), kq\text{-xếp hạng})$

Xét một hệ điều hành đơn giản. Cho trước đặc tả các kiểu dữ liệu biểu diễn thông tin của 1 tiến trình và ReadyList như sau:

*PROCESS\_INFO* ::

*CPUBurstTime*:  $\mathbb{R}$

Cho trước biến toàn cục *ready-List* : **READY\_LIST**

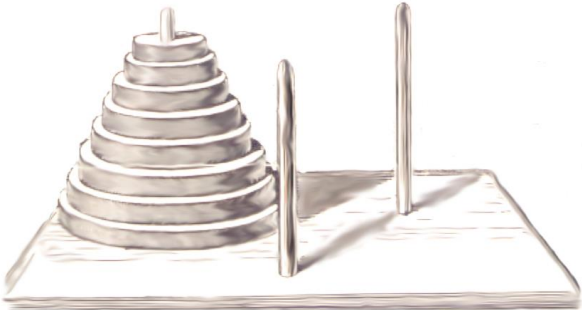
*FIFOScheduler* () *pID*: *PROCESS\_ID*

97. Hãy đặc tả hàm *SJFScheduler* cho phép chọn ra tiến trình theo chiến lược SJF (Shortest Job First) với thông tin các tiến trình đang chờ sử dụng CPU trong *ready-List*. Nếu có nhiều tiến trình



có cùng thời gian thực thi (*CPUBurstTime*) ngắn nhất bằng nhau thì ưu tiên chọn tiến trình có thời gian ngắn nhất xuất hiện trước trong *ready-List*.

*SJFScheduler* () *pID*: *PROCESS\_ID*



98. Tự định nghĩa kiểu dữ liệu *TOWER\_STATE* để biểu diễn 1 trạng thái của bài toán Tháp Hà Nội với 3 cột (A, B, C) và *n* đĩa (đánh số từ 1 đến *n*, đĩa 1 < đĩa 2 < ... < đĩa *n*). Đặc tả điều kiện ràng buộc đối với kiểu dữ liệu này (ghi chú: với mỗi cột, đĩa dưới phải lớn hơn đĩa trên)

<i>COLUMN_STATE</i> = $\mathbb{N}^*$ <i>inv-COLUMN_STATE</i> : <i>COLUMN_STATE</i> $\rightarrow$ B <i>inv-COLUMN_STATE</i> (cs) $\triangleq$ $\forall i, j \in \text{inds } cs \bullet i > j \Leftrightarrow cs(i) > cs(j)$	<i>TOWER_STATE</i> :: <i>Column-A</i> : <i>COLUMN_STATE</i> <i>Column-B</i> : <i>COLUMN_STATE</i> <i>Column-C</i> : <i>COLUMN_STATE</i> <i>inv- TOWER_STATE</i> : <i>TOWER_STATE</i> $\rightarrow$ B <i>inv- TOWER_STATE</i> (ts) $\triangleq$ let ac = ts . <i>Column-A</i> $\frown$ ts . <i>Column-B</i> $\frown$ ts . <i>Column-C</i> in len ac = card elems ac

99. Đặc tả thao tác **MoveAB** thực hiện việc di chuyển 1 đĩa (trên cùng) từ cột A sang cột B. Lưu ý chỉ xử lý nếu cột A có ít nhất 1 đĩa, và đĩa trên cùng của cột A phải nhỏ hơn đĩa trên cùng của cột B, hoặc cột B còn trống.

**MoveAB**( $S_0$ : **TOWER\_STATE**)  $S_1$ : **TOWER\_STATE**

Pre      true

Post     $(S_1 . Column-A = tl\ S_0 . Column-A) \wedge (S_1 . Column-B = hd\ S_0 . Column-A \hat{\ } S_0 . Column-B)$

100. Giả sử đã có sẵn các đặc tả của các thao tác di chuyển 1 đĩa (trên cùng) từ cột này sang cột khác.

**MoveAB**( $S_0$ : **TOWER\_STATE**)  $S_1$ : **TOWER\_STATE**

**MoveBA**( $S_0$ : **TOWER\_STATE**)  $S_1$ : **TOWER\_STATE**

**MoveAC**( $S_0$ : **TOWER\_STATE**)  $S_1$ : **TOWER\_STATE**

**MoveCA**( $S_0$ : **TOWER\_STATE**)  $S_1$ : **TOWER\_STATE**

**MoveBC**( $S_0$ : **TOWER\_STATE**)  $S_1$ : **TOWER\_STATE**

**MoveCB**( $S_0$ : **TOWER\_STATE**)  $S_1$ : **TOWER\_STATE**

Hãy đặc tả hàm biến đổi từ trạng thái  $S_0$  sang trạng thái  $S_n$  cho trước.