

Verificarea teoremelor Kirchhoff în c.a.
(CIRCUITE SERIE SI DERIVATE IN
CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT)

1. CONTINUTUL LUCRĂRII

- 1.1. Se vor realiza circuite serie și derivație cu R, L și C alimentate de la o sursă de tensiune alternativă și se vor nota valorile tensiunii și curenților din laturi;
- 1.2. Se vor executa, la scară, diagramele de fazori corespunzătoare ecuațiilor stabilite cu teoremele lui Kirchhoff aplicate fiecărui circuit realizat;
- 1.3. Se vor executa, la scară, triunghiul impedanțelor pentru fiecare circuit serie și triunghiul admitanțelor pentru fiecare circuit derivație realizat.

2. CONSIDERAȚII TEORETICE

2.1. Circuitul R,L,C serie

Se consideră un circuit compus dintr-un rezistor de rezistență R, o bobină ideală de inductanță L ($R_b=0$) și un condensator ideal de capacitate C ($R_c=0$) legați în serie (fig.1.).

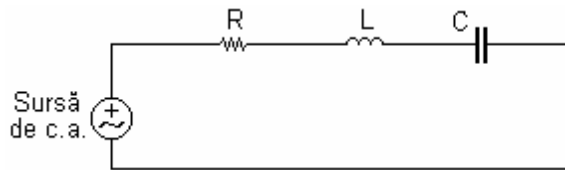


Fig.1. Circuit serie
R, L, C - ideal

Aplicând la borne o tensiune sinusoidală de valoare instantanee: $u(t) = \sqrt{2} \times U \sin(\omega t \pm \varphi)$, prin circuit va trece un curent sinusoidal de valoare instantanee: $i(t) = \sqrt{2} \times I \sin \omega t$, în care:

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \quad - \text{valoarea efectivă a tensiunii [V];}$$

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \quad - \text{valoarea efectivă a curentului [A];}$$

$$\omega = 2\pi f \quad - \text{pulsăția tensiunii, respectiv curentului [s}^{-1}\text{];}$$

$$\varphi \quad - \text{defazajul dintre tensiune și curent [rad].}$$

Conform teoremei a II-a a lui Kirchhoff, valoarea instantanee a tensiunii aplicate circuitului este egală cu suma algebrică a valorilor instantanee a căderilor de tensiune pe cele trei receptoare legate în serie:

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

Relația se poate scrie și asupra valorilor efective, vectorial sau simbolic, adică:

$$\overline{U} = \overline{U}_R + \overline{U}_L + \overline{U}_C$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = \underline{I} [R + j(X_L - X_C)] = \underline{I} \cdot \underline{Z}$$

unde:

$$X_L = \omega L \quad - \text{reactanța bobinei};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad - \text{reactanța condensatorului};$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j(X_L - X_C) \quad - \text{impedanța circuitului serie R,L,C sub formă simbolică.}$$

Echivalența dintre marimile reale și cele complexe este reprezentată în continuare:

<u>Mărimi reale instantanee</u>	<u>Imagine în complex</u>
i - curent	\underline{I}
u - tensiune	\underline{U}
e - t.e.m.	\underline{E}
R - rezistență	R
L - inductanță	L
C - capacitate	C
$\frac{d}{dt}$ - operator de derivare	$j\omega$
$\int dt$ - operator de integrare	$\frac{1}{j\omega}$
$z_j = R_j + L_j \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_j} \int dt$	$\underline{Z}_j = R_j + jX_j = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$
$y_j = G_j + \frac{1}{L_j} \int dt + C_j \frac{d}{dt}$	$\underline{Y}_j = G - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = G - jB_j$

Transformarea mărimilor și operatorilor din domeniu timp în domeniul complex conduce la asocierea imaginii circuitului în planul complex.

Diagrama de fazori pentru un circuit serie este reprezentată în **fig.2**. Dacă împărțim fazorii tensiunilor care formează triunghiul OAC, prin intensitatea curentului, se obține un triunghi asemenea numit triunghiul impedanțelor (**fig.3**) din care rezultă:

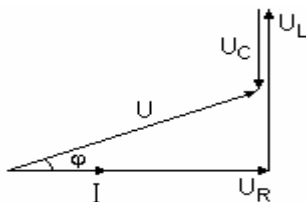


Fig.2. Diagrama de fazori a circuitului

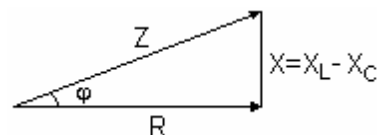


Fig.3. Triunghiul impedanțelor

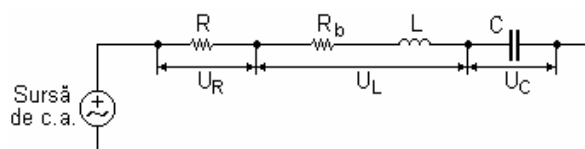


Fig.4. Circuit serie
R, L, C - real

Deoarece în practică bobina prezintă rezistența ohmică și rezistența inductivă, circuitului echivalent utilizat în mod curent fiind un circuit R_b, L serie, (R_b – rezistența chimică a bobinei) circuitul din **fig.1** se modifică ca în **fig.4**.

Diagrama de fazoni pentru circuitul din **fig.4** este reprezentată în **fig.5**, iar triunghiul impedanțelor în **fig.6**.

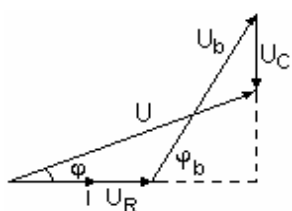


Fig.5.

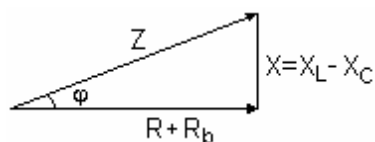


Fig.6.

2.2. Circuitul derivație R,L,C

Se consideră circuitul derivație din **fig.7**.

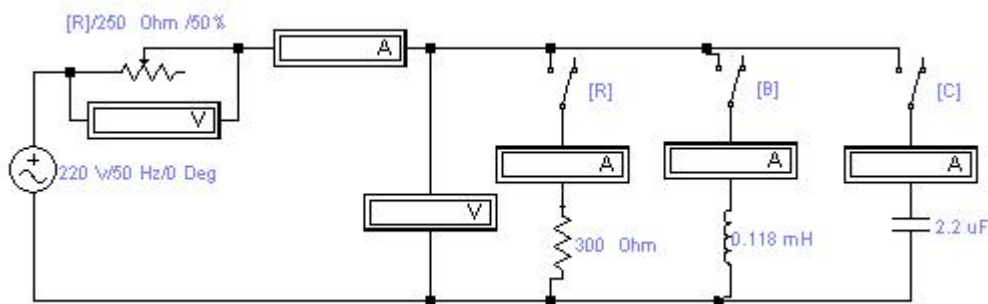


Fig.7. Circuit derivație ideal

Aplicăm teorema I-a a lui Kirchhoff, conform căreia suma algebrică a valorilor instantanee a curenților ce converg într-un nod este egală cu zero:

$$i - (i_R + i_L + i_C) = 0$$

Relația se poate scrie și asupra valorilor efective vectorial sau simbolic, adică:

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = \frac{U}{R} + \frac{U}{jX_L} + \frac{U}{-jX_C} = \underline{U} \left[\frac{1}{R} + j \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \right] =$$

$$= \underline{U} [G + j(B_C - B_L)] = \underline{U} \underline{y}$$

unde:

$$G = \frac{1}{R} \quad - \text{conductanța rezistorului } [\Omega^{-1}]$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} \quad - \text{susceptanța bobinei ideale (R}_b=0) [\Omega^{-1}]$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} \quad - \text{susceptanța condensatorului ideal (R}_C=0) [\Omega^{-1}]$$

$$\underline{y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} \quad - \text{admitanța sub formă simbolică } [\Omega^{-1}]$$

Diagrama de fazori pentru un circuit derivație este reprezentată în **fig.8**.

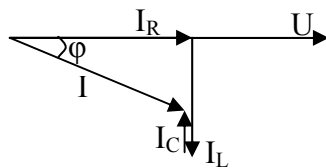


Fig.8. Diagrama de fazori pentru circuitul derivație

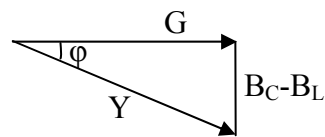


Fig.9. Triunghiul admitanțelor

Dacă împărțim fazorii curenților care formează triunghiul OAC prin tensiune, se obține un triunghi asemenea, numit triunghiul admitanțelor (**fig.9**), din care rezultă:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}; \quad \cos \varphi = \frac{G}{Y}$$

Deoarece în practică, bobina prezintă rezistența ohmică R_b și rezistența inductivă, circuitul echivalent utilizat în mod curent fiind un circuit R_b, L serie, circuitul din **fig.7** se modifică ca în **fig.10**.

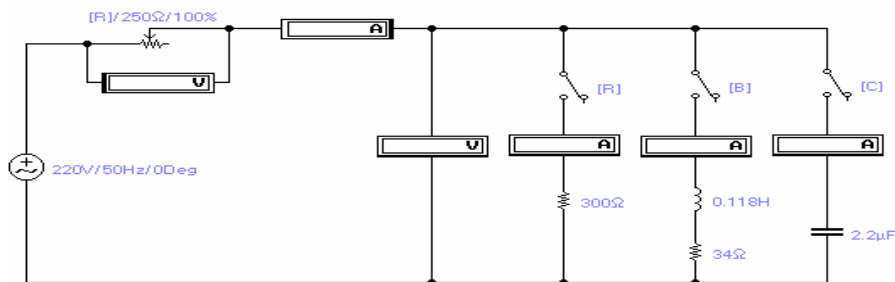


Fig.10. Circuit derivație real

***Valorile numerice ale elementelor de circuit pot fi folosite pentru partea de simulare in Electronics Workbench.*

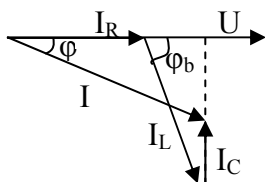


Fig.11. Diagrama de fazori

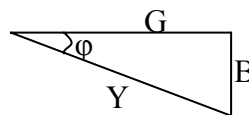


Fig.12. Triunghiul admitanțelor

Diagrama de fazori pentru circuitul din **fig.10** este reprezentată în **fig.11**, iar triunghiul admitanțelor în **fig.12**.

3. MODUL DE LUCRU

3.1. Se va realiza montajul din **fig.10**.

3.2. Se plasează cursorul reostatului R_1 pe poziția de rezistență maximă.

3.3. Se realizează circuite serie: R_1, R ; R_1, Z_b ; R_1, C prin închiderea succesivă a întrerupătoarelor K_1, K_2, K_3 .

3.3.1. Se citesc și se notează în **tabelul 1** valorile U (la voltmetrul V_2 când K este închis și K_1, K_2, K_3 deschise, iar R_1 scurtcircuitat), U_1, I și U_2 .

3.3.2. Se calculează și se notează în **tabelul 1**, valorile R – pentru circuitul serie R_1, R ; R_b, X_b, Z_b – pentru circuitul serie R_1, Z_b ; X_C – pentru circuitul serie R_1, C cât și $\cos \varphi$ în cazul fiecărui circuit serie.

Formule de calcul:

$$R = \frac{U_2}{I}; \quad Z_b = \frac{U_2}{I}; \quad \cos \varphi_b = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1U_2}; \quad \cos \varphi = \frac{U_2 \cos \varphi_b + U_1}{U}$$

$$R_b = Z_b \cos \varphi_b; \quad X_b = Z_b \sin \varphi_b; \quad X_C = \frac{U_2}{I}$$

3.3.3. Se construiesc diagramele de fazori ale tensiunilor, pe hârtie milimetrică, pentru fiecare circuit serie.

3.4. Se realizează circuite derivație: R, Z_b ; R, C ; Z_b, C și R, Z_b, C prin închiderea succesivă a câte două, respectiv trei întrerupătoare monopolare.

3.4.1. Reostatul R_1 rămâne fixat la poziția inițială.

3.4.2. Se citesc și se notează în tabelul 2 valorile tensiunii U_2 și a curentului I .

3.4.3. Se calculează și se trec în tabelul 2 valorile curenților din fiecare latură cât și a admitanțelor, conductanțelor, susceptanțelor și a unghiurilor de defazaj în fiecare caz.

Formule de calcul:

$$I_R = \frac{U_2}{R}; \quad I_b = \frac{U_2}{Z_b}; \quad I_c = \frac{U_2}{X_C}; \quad G = \frac{I}{R}; \quad G_b = \frac{R_b}{Z_b^2}; \quad Y_b = \frac{I}{Z_b}$$

$$B_b = \frac{X_b}{Z_b^2}; \quad B_C = \frac{I}{X_C}; \quad \cos \varphi_b = \frac{G_b}{Z_b}$$

(R, Z_b și X_C fiind cele calculate în tabelul 1).

3.4.4. Se trasează, la scară, pe hârtie milimetrică, diagramele de fazori ale curenților în fiecare caz.

4. DATE EXPERIMENTALE

Tabelul 1

Nr. crt.	U [V]	I [A]	U ₁ [V]	U ₂ [V]	R [Ω]	Z _b [Ω]	R _b [Ω]	X _b [Ω]	X _C [Ω ⁻¹]	cosφ	cosφ _b	Întreprătoare care se închid
1.												K ₁ (R ₁ +R)
2.												K ₂ (R ₁ , Z _b)
3.												K ₃ (R ₁ , C)

Tabelul 2

Nr. crt.	U ₂ [V]	I [A]	I _R [A]	I _b [A]	G [Ω ⁻¹]	Y _b [Ω ⁻¹]	G _b [Ω ⁻¹]	B _b [Ω ⁻¹]	B _C [Ω ⁻¹]	cosφ ₁₀	Întreprătoare care se închid
1.											K ₁ și K ₂ (R, Z _b)
2.											K ₁ și K ₃ (R, C)
3.											K ₂ și K ₃ (Z _b , C)
4.											K ₁ , K ₂ și K ₃ (R, Z _b , C)

5. APARATE ȘI UTILAJE ELECTRICE FOLOSITE

Se vor nota toate caracteristicile tehnice ale aparatelor și echipamentelor electrice folosite la efectuarea lucrării.

6. CONCLUZII

Se va scoate în evidență aplicarea teoremelor lui Kichhoff în curent alternativ.