

## Verificarea teoremelor Kirchhoff în c.a.

### (CIRCUITE SERIE SI DERIVATE IN CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT)

## 1. CONTINUTUL LUCRĂRII

- 1.1. Se vor realiza circuite serie și derivație cu R, L și C alimentate de la o sursă de tensiune alternativă și se vor nota valorile tensiunii și curenților din laturi;
- 1.2. Se vor executa, la scară, diagramele de fazori corespunzătoare ecuațiilor stabilite cu teoremele lui Kirchhoff aplicate fiecărui circuit realizat;
- 1.3. Se vor executa, la scară, triunghiul impedanțelor pentru fiecare circuit serie și triunghiul admitanțelor pentru fiecare circuit derivație realizat.

## 2. CONSIDERATII TEORETICE

### 2.1. Circuitul R,L,C serie

Se consideră un circuit compus dintr-un rezistor de rezistență R, o bobină ideală de inductanță L ( $R_b=0$ ) și un condensator ideal de capacitate C ( $R_C=0$ ) legați în serie (fig.1.).

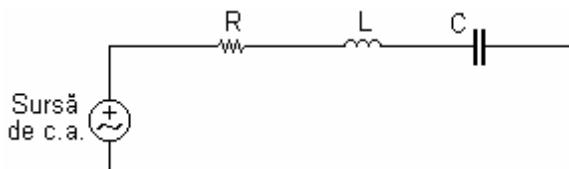


Fig.1. Circuit serie  
R, L, C - ideal

Aplicând la borne o tensiune sinusoidală de valoare instantanee:  $u(t) = \sqrt{2} \times U \sin(\omega t \pm \varphi)$ , prin circuit va trece un curent sinusoidal de valoare instantanee:  $i(t) = \sqrt{2} \times I \sin \omega t$ , în care:

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \quad \text{- valoarea efectivă a tensiunii [V];}$$

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \quad \text{- valoarea efectivă a curentului [A];}$$

$$\omega = 2\pi f \quad \text{- pulsația tensiunii, respectiv curentului [s}^{-1}\text{];}$$

$$\varphi \quad \text{- defazajul dintre tensiune și curent [rad].}$$

Conform teoremei a II-a a lui Kirchhoff, valoarea instantanee a tensiunii aplicate circuitului este egală cu suma algebrică a valorilor instantanee a căderilor de tensiune pe cele trei receptoare legate în serie:

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt$$

Relația se poate scrie și asupra valorilor efective, vectorial sau simbolic, adică:

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = \underline{I} [R + j(X_L - X_C)] = \underline{I} \cdot \underline{Z}$$

unde:

$$X_L = \omega L \quad - \text{reactanta bobinei};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad - \text{reactanta condensatorului};$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j(X_L - X_C) \quad - \text{impedanța circuitului serie R,L,C sub formă simbolică.}$$

Echivalenta dintre marimile reale și cele complexe este reprezentată în continuare:

#### Mărimi reale instantaneee

$i$  - curent

$u$  - tensiune

$e$  - t.e.m.

$R$  - rezistență

$L$  - inductanță

$C$  - capacitate

$\frac{d}{dt}$  - operator de derivare

$\int dt$  - operator de integrare

$$z_j = R_j + L_j \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_j} \int dt$$

$$y_j = G_j + \frac{1}{L_j} \int dt + C_j \frac{d}{dt}$$

#### Imagine în complex

$$\underline{I}$$

$$\underline{U}$$

$$\underline{E}$$

$$\underline{R}$$

$$\underline{L}$$

$$\underline{C}$$

$$j\omega$$

$$\frac{1}{j\omega}$$

$$\underline{Z}_j = R_j + jX_j = R + j \left( aL - \frac{1}{aC} \right)$$

$$\underline{Y}_j = G - j \left( \frac{1}{aL} - aC \right) = G - jB_j$$

Transformarea mărimilor și operatorilor din domeniu timp în domeniul complex conduce la asocierea imaginii circuitului în planul complex.

Diagrama de fazori pentru un circuit serie este reprezentată în **fig.2**. Dacă împărțim fazorii tensiunilor care formează triunghiul OAC, prin intensitatea curentului, se obține un triunghi asemenea numit triunghiul impedanțelor (**fig.3**) din care rezultă:

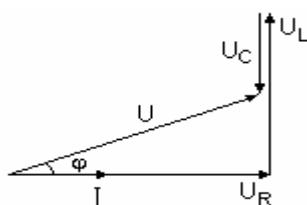


Fig.2. Diagrama de fazori a circuitului

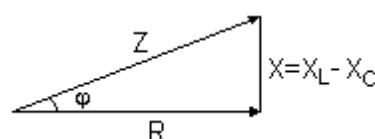


Fig.3. Triunghiul impedantelor

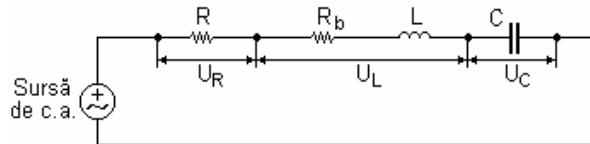


Fig.4. Circuit serie  
R, L, C - real

Deoarece în practică bobina prezintă rezistență ohmică și rezistență inductivă, circuitului echivalent utilizat în mod curent fiind un circuit  $R_b$ , L serie, ( $R_b$  – rezistență chimică a bobinei) circuitul din **fig.1** se modifică ca în **fig.4**.

Diagrama de fazori pentru circuitul din **fig.4** este reprezentată în **fig.5**, iar triunghiul impedanțelor în **fig.6**.

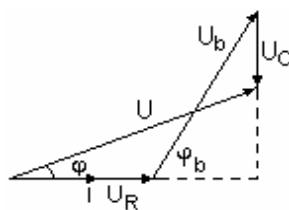


Fig.5.

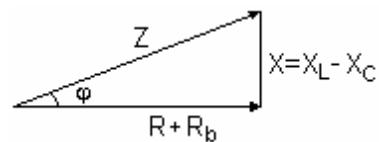


Fig.6.

## 2.2. Circuitul derivatie R,L,C

Se consideră circuitul derivatie din **fig.7**.

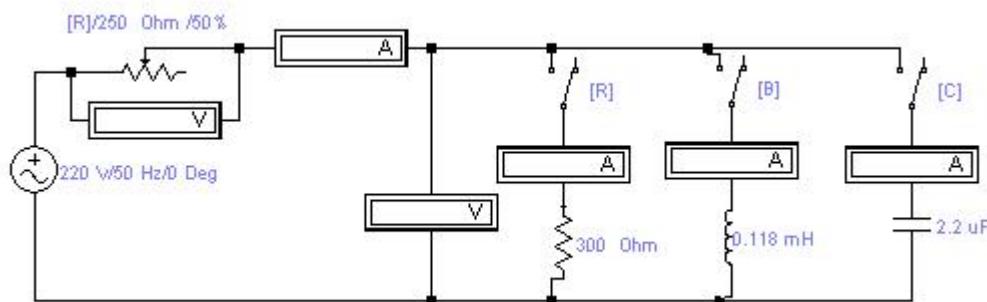


Fig.7. Circuit derivatie ideal

Aplicăm teorema I-a a lui Kirchhoff, conform căreia suma algebrică a valorilor instantanee a curenților ce converg într-un nod este egală cu zero:

$$i - (i_R + i_L + i_C) = 0$$

Relația se poate scrie și asupra valorilor efective vectorial sau simbolic, adică:

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = \frac{U}{R} + \frac{U}{jX_L} + \frac{U}{-jX_C} = U \left[ \frac{1}{R} + j \left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \right] = \\ = \underline{U} [\mathbf{G} + j(\mathbf{B}_C - \mathbf{B}_L)] = \underline{U} \mathbf{y}$$

unde:

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{- conductanța rezistorului } [\Omega^{-1}]$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} \quad \text{- susceptanța bobinei ideale } (R_b=0) [\Omega^{-1}]$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} \quad \text{- susceptanța condensatorului ideal } (R_C=0) [\Omega^{-1}]$$

$$y = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} \quad \text{- admitanță sub formă simbolică } [\Omega^{-1}]$$

Diagrama de fazori pentru un circuit derivație este reprezentată în **fig.8**.

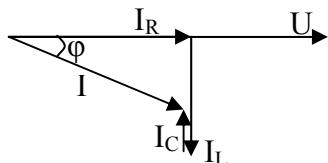


Fig.8. Diagrama de fazori pentru circuitul derivatie

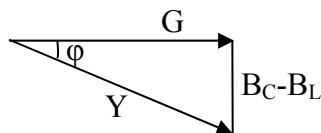


Fig.9. Triunghiul admitantelor

Dacă împărțim fazorii curentilor care formează triunghiul OAC prin tensiune, se obține un triunghi asemenea, numit triunghiul admitanțelor (**fig.9**), din care rezultă:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}; \quad \cos \varphi = \frac{G}{Y}$$

Deoarece în practică, bobina prezintă rezistență ohmică  $R_b$  și rezistență inductivă, circuitul echivalent utilizat în mod curent fiind un circuit  $R_b$ ,  $L$  serie, circuitul din **fig.7** se modifică ca în **fig.10**.

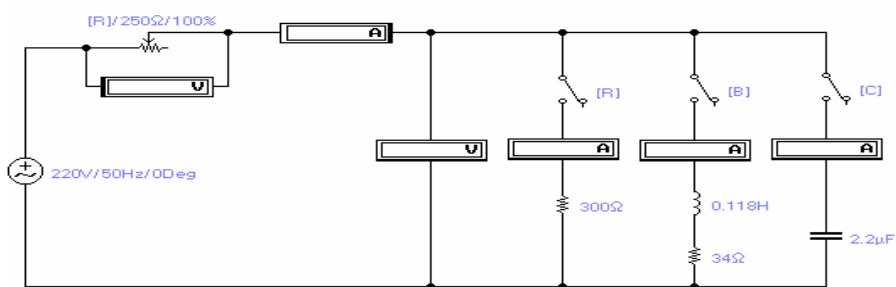


Fig.10. Circuit derivatie real

*\*\*Valorile numerice ale elementelor de circuit pot fi folosite pentru partea de simulare in Electronics Workbench.*

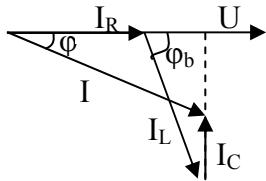


Fig.11. Diagrama de fazori

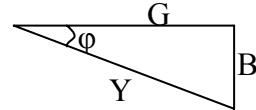


Fig.12. Triunghiul admitantelor

Diagrama de fazori pentru circuitul din **fig.10** este reprezentată în **fig.11**, iar triunghiul admitanțelor în **fig.12**.

### **3. MODUL DE LUCRU**

**3.1.** Se va realiza montajul din **fig.10**.

**3.2.** Se plasează cursorul reostatului  $R_1$  pe poziția de rezistență maximă.

**3.3.** Se realizează circuite serie:  $R_1, R$ ;  $R_1, Z_b$ ;  $R_1, C$  prin închiderea succesivă a întrerupătoarelor  $K_1, K_2, K_3$ .

**3.3.1.** Se citesc și se notează în **tabelul 1** valorile  $U$  (la voltmetrul  $V_2$  când  $K$  este închis și  $K_1, K_2, K_3$  deschise, iar  $R_1$  scurcircuitat),  $U_1, I$  și  $U_2$ .

**3.3.2.** Se calculează și se notează în **tabelul 1**, valorile  $R$  – pentru circuitul serie  $R_1, R$ ;  $R_b, X_b, Z_b$  – pentru circuitul serie  $R_1, Z_b$ ;  $X_C$  – pentru circuitul serie  $R_1, C$  cât și  $\cos\varphi$  în cazul fiecarui circuit serie.

*Formule de calcul:*

$$R = \frac{U_2}{I}; \quad Z_b = \frac{U_2}{I}; \quad \cos\varphi_b = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1U_2}; \quad \cos\varphi = \frac{U_2 \cos\varphi_b + U_1}{U}$$

$$R_b = Z_b \cos\varphi_b; \quad X_b = Z_b \sin\varphi_b; \quad X_C = \frac{U_2}{I}$$

**3.3.3.** Se construiesc diagramele de fazori ale tensiunilor, pe hârtie milimetrică, pentru fiecare circuit serie.

**3.4.** Se realizează circuite derivație:  $R, Z_b$ ;  $R, C$ ;  $Z_b, C$  și  $R, Z_b, C$  prin închiderea succesivă a către două, respectiv trei întrerupătoare monopolare.

**3.4.1.** Reostatul  $R_1$  rămâne fixat la poziția inițială.

**3.4.2.** Se citesc și se notează în tabelul 2 valorile tensiunii  $U_2$  și a curentului  $I$ .

**3.4.3.** Se calculează și se trec în tabelul 2 valorile curenților din fiecare latură cât și a admitanțelor, conductanțelor, susceptanțelor și a unghiurilor de defazaj în fiecare caz.

*Formule de calcul:*

$$I_R = \frac{U_2}{R}; \quad I_b = \frac{U_2}{Z_b}; \quad I_c = \frac{U_2}{X_C}; \quad G = \frac{I}{R}; \quad G_b = \frac{R_b}{Z_b^2}; \quad Y_b = \frac{I}{Z_b}$$

$$B_b = \frac{X_b}{Z_b^2}; \quad B_C = \frac{I}{X_C}; \quad \cos\varphi_b = \frac{G_b}{Z_b}$$

( $R, Z_b$  și  $X_C$  fiind cele calculate în tabelul 1).

**3.4.4.** Se trasează, la scară, pe hârtie milimetrică, diagramele de fazori ale curenților în fiecare caz.

#### **4. DATE EXPERIMENTALE**

**Tabelul 1**

Nr. crt.	U [V]	I [A]	U <sub>1</sub> [V]	U <sub>2</sub> [V]	R [ $\Omega$ ]	Z <sub>b</sub> [ $\Omega$ ]	R <sub>b</sub> [ $\Omega$ ]	X <sub>b</sub> [ $\Omega$ ]	X <sub>C</sub> [ $\Omega^{-1}$ ]	cosφ	cosφ <sub>b</sub>	Întrerupătoare care se închid
1.												K <sub>1</sub> (R <sub>1</sub> +R)
2.												K <sub>2</sub> (R <sub>1</sub> , Z <sub>b</sub> )
3.												K <sub>3</sub> (R <sub>1</sub> , C)

**Tabelul 2**

Nr. crt.	U <sub>2</sub> [V]	I [A]	I <sub>R</sub> [A]	I <sub>b</sub> [A]	G [ $\Omega^{-1}$ ]	Y <sub>b</sub> [ $\Omega^{-1}$ ]	G <sub>b</sub> [ $\Omega^{-1}$ ]	B <sub>b</sub> [ $\Omega^{-1}$ ]	B <sub>C</sub> [ $\Omega^{-1}$ ]	cosφ <sub>10</sub>	Întrerupătoare care se închid
1.											K <sub>1</sub> și K <sub>2</sub> (R, Z <sub>b</sub> )
2.											K <sub>1</sub> și K <sub>3</sub> (R, C)
3.											K <sub>2</sub> și K <sub>3</sub> (Z <sub>b</sub> , C)
4.											K <sub>1</sub> ,K <sub>2</sub> și K <sub>3</sub> (R, Z <sub>b</sub> , C)

#### **5. APARATE SI UTILAJE ELECTRICE FOLOSITE**

Se vor nota toate caracteristicile tehnice ale aparatelor și echipamentelor electrice folosite la efectuarea lucrării.

#### **6. CONCLUZII**

Se va scoate în evidență aplicarea teoremelor lui Kichhoff în curent alternativ.