

## Circuite trifazate alimentate cu tensiuni simetrice

### 1. Chestiuni teoretice

Numim sistem trifazat un ansamblu de trei sisteme monofazate, în care cele trei tensiuni electromotoare au aceeași pulsație, dar faze inițiale diferite.

$$v_k = \sqrt{2} V_k \sin(\omega t + \varphi_k)$$

Tensiunile electromotoare sunt produse prin transformarea energiei mecanice în energie electrică în centralele electrice de către generatoarele trifazate.

Numim sistem trifazat simetric un ansamblu de trei mărimi sinusoidale ce au aceeași valoare efectivă (amplitudine) și aceeași frecvență și sunt defazate între ele cu un unghi de  $2\pi/3$ . Într-un sistem trifazat simetric de mărimi sinusoidale suma valorilor instantanee în orice moment este nulă. Funcție de succesiunea trecerii prin zero a celor trei mărimi sinusoidale  $y_1$ ,  $y_2$  și  $y_3$  distingem:

- sisteme trifazate de succesiune directă (sens orar) în care mărimea:

$$y_{1h}(t) = \sqrt{2} Y_h \sin(\omega t + \gamma_h);$$

$$y_{2h}(t) = \sqrt{2} Y_h \sin(\omega t + \gamma_h);$$

$$y_{3h}(t) = \sqrt{2} Y_h \sin(\omega t + \gamma_h)$$

este decalată în urma mărimii  $y_1(t)$  cu un unghi de  $2\pi/3$  ( $Y_h$  sunt valori efective). Un sistem trifazat de **succesiune directă** poate fi exprimat matematic prin relațiile:

$$y_1 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y_2 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$y_3 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t - 4\pi/3)$$

- sisteme trifazate de **succesiune inversă** (sens trigonometric) în care mărimea  $y_2(t)$  este decalată înaintea mărimii  $y_1(t)$  cu un unghi de  $2\pi/3$ . Sistemul trifazat de succesiune inversă este exprimat matematic prin relațiile:

$$y_1 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y_2 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t + 2\pi/3)$$

$$y_3 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t + 4\pi/3)$$

### 1.1 Reprezentarea în complex a sistemelor trifazate. Proprietăți.

Planul complex atașat reprezentării mărimii sinusoidale este determinat de axa reală și imaginară. Fiecărei axă i se atașează un versor (modul unitate). Astfel, versorul axei reale este 1 iar al celei imaginare este  $j$ . Sistemul de coordonate ales este ortogonal iar între versori există proprietatea că rotirea cu  $90^\circ$  în sens trigonometric al unuia îl determină pe celălalt.

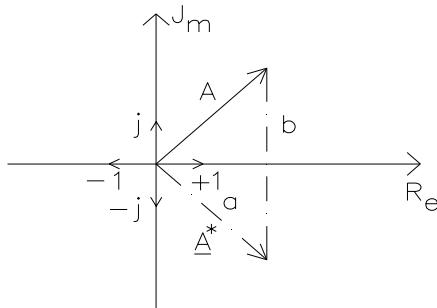


Figura 1

In planul complex orice număr are două forme de scriere: forma carteziană redată prin partea reală și imaginară a numărului complex și forma polară unde numărul este complet determinat de modul (argument) și unghiul ce-l face axa reală (fază inițială). Exemplificăm pe un număr complex:

$$\underline{A} = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{j^* \operatorname{arctg} \frac{b}{a}} = Ae^{j\varphi}.$$

Dacă mărimea complexă  $\underline{A}$  are modulul unitate  $|A|=1$ , atunci pentru  $\operatorname{Im}\{A\}=0$ ,  $Ae^{j\varphi} = a$ , iar pentru  $\operatorname{Re}\{A\}=0$ ,  $A \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = 0$ , ceea ce arată ca o rotire cu  $\frac{\pi}{2}$  a vesorului axei reale determină vesorul axei imaginare. În baza acestei constatări deducem:

$$j^2 = e^{j\frac{\pi}{2} \cdot 2} = -1, \quad j^3 = e^{j\frac{\pi}{2} \cdot 3} = -j, \quad j^4 = e^{j\frac{\pi}{2} \cdot 4} = 1 \quad \dots \text{etc.}$$

Complex conjugatul unui număr este  $\underline{A}^* = a - jb = Ae^{-j\operatorname{arctg} \frac{b}{a}}$  are același modul dar este rotit în sens invers trigonometric cu unghiul  $\operatorname{arctg}(b/a)=\varphi$ .

Reprezentarea în același plan complex a unui sistem trifazat de mărimi sinusoidale presupune alegerea uneia dintre mărimi drept origine de fază.

Întrucât defazajul între mărimi este de  $2\pi/3$ , imaginea în complex a celorlalte se obține prin rotirea cu  $2\pi/3$  a mărimii originii de fază. Asociind un sistem trifazat de coordonate în planul complex putem trasa trei axe de vesorii  $1$ ,  $e^{j2\pi/3}$  și  $e^{j4\pi/3}$ . Notăm vesorii acestor axe  $1$ ,  $a$ ,  $a^2$  conform figurii 2.

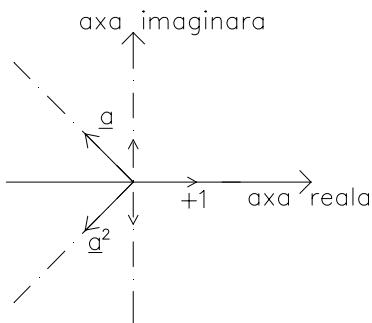


Figura 2

Sistemul trifazat de axe definit în planul complex are următoarele proprietăți:  $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$ ,  $\underline{a} = \underline{a} \cdot \underline{a} = \underline{a}^*$ ,  $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$ ,  $a^{3n} = 1$ ,  $a^4 = a^{3n+1} = a$ , ... etc. Sistemele trifazate de mărimi directe respectiv inverse admit în planul complex următoarea reprezentare, respectiv scriere:

$$\underline{U}_{1d} = U \cdot e^{j\gamma_1}$$

$$\underline{U}_{1I} = U \cdot e^{j\gamma_1}$$

$$\underline{U}_{2d} = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_{1d}$$

$$\underline{U}_{2I} = \underline{a} \cdot \underline{U}_{1I}$$

$$\underline{U}_{3d} = \underline{a} \cdot \underline{U}_{1d}$$

$$\underline{U}_{3I} = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_{1I}$$

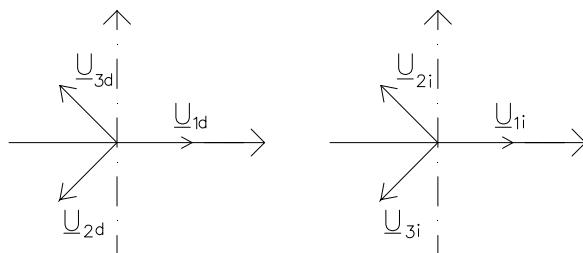


Figura 3

Avem ca: suma marimilor unui sistem trifazat simetric de succesiune directă sau inversă este nula atât în valori complexe cât și în valori instantanee.

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = \underline{U}(1 + \underline{a}^2 + \underline{a}) = 0 ; \quad u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

## 1.2 Conexiunile sistemelor trifazate

a) **Conexiunea stea (Y)**- obținută prin legarea sfârșitului celor trei faze la un același punct, numit *neutrul sau nul*.

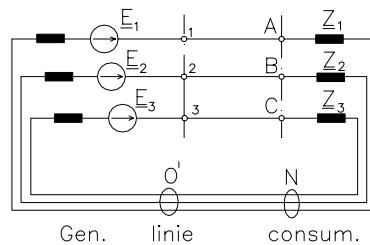


Figura 4

Fiecare circuit componentă în care acționează o sursă se numește fază. Dacă  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$ ,  $\underline{Z}_{1q} = \underline{Z}_{2q} = \underline{Z}_{3q}$ ,  $\underline{E}_1 = \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_1$ ,  $\underline{E}_3 = \underline{a} \cdot \underline{E}_1$ ,  $\underline{I}' = \underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_3 = 0$  atunci prin conductorul de întoarcere al curentului va circula un curent  $\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \equiv 0$ . Conexiunea astfel realizată se numește "stea" și pentru transportul energiei avem maximum patru conductoare. Curentul ce trece printr-o impedanță se numește curent de fază, iar curentul ce trece prin linia de transport se numește curent de linie. Este evident că pentru această conexiune curentul de linie este egal cu cel de fază. Tensiunile definite între bornele 1 - 0, 2 - 0, 3 - 0 se numesc tensiuni de fază. Tensiunile dintre două conductoare ale liniei de transport (1-2, 2-3, 3-1) se numesc tensiuni de linie. Diagrama de fazori corespunzătoare conexiunii stea este prezentată în figura 5.

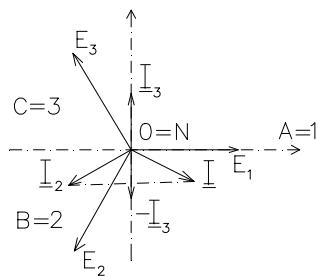


Figura 5

### Consecință:

Relațiile între mărimele de fază și cele de linie, pentru conexiunea stea sunt:  $I_{linie} = I_{fază}$ ,

$$U_{linie} = \sqrt{3} \cdot U_{fază}.$$

**b) Conexiunea triunghi ( $\Delta$ )**- obținuta prin legarea sfârșitului fiecarei faze la inceputul fazei următoare.

Să presupunem cele trei circuite monofazate în care acționează tensiunile de fază conectate conform schemei următoare:

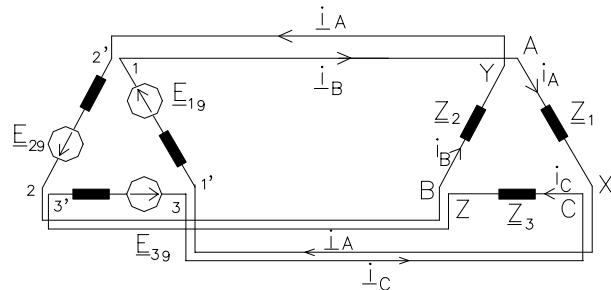


Figura 6

Notăm curenții prin fazele consumatorilor  $i_A$ ,  $i_B$ ,  $i_C$ , curenți ce formează un sistem trifazat simetric în ipoteza că  $Z_1 = Z_2 = Z_3$ , și  $E_1 = a^2 \cdot E_1$ ,  $E_2 = a \cdot E_1$ .

Dacă se realizează conexiunile  $A = Y$ ,  $B = Z$ ,  $C = X$  la consumator și  $1 = 2'$ ,  $2 = 3'$  respectiv  $3 = 1'$  la sursă, se obține conexiunea triunghi atât la consumator cât și la sursă. Prin aceste puncte de conexiune între două conductoare ale liniei de transport, tensiunea de linie este tensiunea de fază a sursei  $U_{linie} = U_{fază}$ .

Curentul total ce trece printr-un conductor de linie este diferența a doi curenți de fază. Astfel:  $I_l = I_A - I_C$  și are modulul  $|I_l| = \sqrt{3} \cdot I_A$  conform diagramei fazoriale atașate sistemului trifazat. Valoarea complexă a curentului de linie este:  $I_l = I_A - I_C = \sqrt{3} \cdot I_A \cdot e^{-j\pi/6}$ .

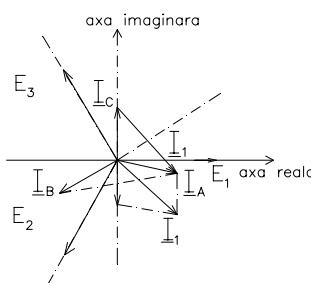


Figura 7

### Concluzie

Conexiunea triunghi a sistemelor trifazate conduce la următoarele relații între mărimele de fază și cele de linie:  $I_{linie} = \sqrt{3} I_{fază}$ ;  $U_{linie} = \sqrt{3} U_{fază}$ .

### Observatie

In regim simetric,in oricare conexiune, suma curentilor de linie si suma tensiunilor de linie este nula atat in valori instantanee cat si complexe.

## 2. Modul de lucru

Scopul lucrării constă în analizarea alimentării receptorului trifazat simulând diverse situații în care se poate găsi acesta:

- receptor echilibrat, respectiv neechilibrat;
- existența sau inexistența conductorului de nul;
- existența celor trei tensiuni de alimentare sau întreruperea unei faze.

În acest scop se efectuează câte 4 determinări pentru receptor echilibrat și neechilibrat, efectuându-se măsurători conform tabelului 1(a+b) pentru receptor conectat în stea respectiv tabelului 2 pentru receptor conectat în triunghi.

*Tabelul 1a (receptor echilibrat)*

Nr.crt	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>o</sub>	U <sub>o</sub>	U <sub>ab</sub>	U <sub>bc</sub>	U <sub>ca</sub>	U <sub>ao</sub>	U <sub>bo</sub>	U <sub>co</sub>	Obs
1												3F+N
2												2F+N
3												3F
4												2F

*Tabelul 1b (receptor neechilibrat)*

Nr.crt	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>o</sub>	U <sub>o</sub>	U <sub>ab</sub>	U <sub>bc</sub>	U <sub>ca</sub>	U <sub>ao</sub>	U <sub>bo</sub>	U <sub>co</sub>	Obs
1												3F+N
2												2F+N
3												3F
4												2F

*Tabelul 2*

Nr.crt	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>12</sub>	I <sub>23</sub>	I <sub>31</sub>	U <sub>ab</sub>	U <sub>bc</sub>	U <sub>ca</sub>	Obs
1										Echilibrat
2										Ne echilibrat

***Observație:***

În baza datelor experimentale se construiesc diagramele fazoriale și se verifică prin simulare numerică.