

Universidad de Alcalá Escuela Politécnica Superior

Máster Universitario en Ingeniería Electrónica

Trabajo Fin de Máster

Effects on the polarization due to Fast Steering Mirrors

ESCUELA POLITÉCNICA
Autor: Narek Stepanyan

Tutor: Dr. Alberto Álvarez Herrero

Cotutora: Dra. Sonia Martín López

2022

UNIVERSIDAD DE ALCALÁ

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Máster Universitario en Ingeniería Electrónica

Trabajo Fin de Máster

Effects on the polarization due to Fast Steering Mirrors

Autor: Narek Stepanyan

Tutor: Dr. Alberto Álvarez Herrero

Cotutora: Dra. Sonia Martín López

Tribunal:

Presidente: José Luis Martín Sánchez

Vocal 1º: Julio Pastor Mendoza

Vocal 2º: Fco. Javier Rodríguez Sánchez

Fecha de depósito: 7 de septiembre de 2022

RESUMEN

En los instrumentos polarimétricos de imagen es necesario introducir un sistema de estabilización de imagen para la adecuada adquisición de las medidas. Esto se realiza mediante un sistema de control en lazo cerrado en el que un espejo, denominado Fast Steering Mirror (FSM), realiza los movimientos de rotación adecuados para estabilizar la imagen mediante actuadores piezoelectrinos que cambian su inclinación (*tip-tilt*).

Es bien conocido que el estado de polarización de un haz cambia, en general, al ser reflejado por un espejo y este cambio viene determinado por el tipo de recubrimientos (i.e.: metálicos, dieléctricos...) y el ángulo de incidencia. Todo ello viene caracterizado por la matriz de Mueller del espejo y es parte de la calibración del instrumento. Sin embargo, el espejo de estabilización cambia su ángulo con el tiempo por lo que producirá efectos de polarización residual sistemática y despolarización. Tradicionalmente se ha asumido que estos efectos son despreciables y no se han tenido en consideración, sin ninguna evaluación en detalle. Esta problemática es extensible a cualquier instrumento polarimétrico que disponga de sistemas de apuntamiento de este tipo.

En este trabajo se desarrollan los modelos matemáticos necesarios y se analizan diversos casos prácticos, para poder alcanzar las máximas prestaciones polarimétricas de estos instrumentos. En particular, se ha estudiado el caso del instrumento SO/PHI (Polarimetric and Helioseismic Imager on Solar Orbiter) a bordo de la misión Solar Orbiter de la Agencia Espacial Europea y NASA, así como el caso de instrumentos para la distribución de claves cuántica (QKD, Quantum Key Distribution) que disponen de sistemas FSM similares.

De los resultados obtenidos se deduce que los FSM producen cambios en los estados de polarización y despolarización del haz incidente en los instrumentos polarimétricos y, por tanto, deben tenerse en cuenta. La magnitud de estos efectos depende de forma crítica en el ángulo de incidencia nominal, el rango de movimiento de los FSM durante la operación y los tiempos de integración de los detectores del instrumento. Aunque habitualmente, de forma no cuantitativa, se han elegido los parámetros de diseño adecuados en los casos de los sistemas estudiados, los modelos desarrollados en este trabajo permiten definir los requisitos de los FSM durante su diseño para evitar estos efectos indeseados durante el funcionamiento de los instrumentos.

Palabras clave: Solar Orbiter, Polarimetric Helioseismic Imager, polarización instrumental, despolarización, Fast Steering Mirror, Quantum Key Distribution, apuntamiento, tracking, polarimetría, instrumentación espacial, física solar

ABSTRACT

In polarimetric imaging instruments it is necessary to introduce an image stabilization system for the proper acquisition of measurements. This is achieved through a closed-loop control system in which a mirror, called Fast Steering Mirror (FSM), performs the appropriate rotational movements to stabilize the image using piezoelectric actuators that change its tilt (*tip-tilt*).

It is well known that the polarization state of a beam changes, in general, when it is reflected by a mirror and this change is determined by the type of coatings (i.e.: metallic, dielectric...) and the angle of incidence. All of this is characterized by the mirror's Mueller matrix and is part of the instrument's calibration. However, the stabilizing mirror changes its angle over time so it will produce systematic residual polarization and depolarization effects. These effects have traditionally been assumed to be negligible and have not been taken into consideration, without any detailed evaluation. This problem is also applicable to any polarimetric instrument that has pointing systems of this type.

In this work, the necessary mathematical models are developed and various practical cases are analyzed, in order to achieve the maximum polarimetric performance of these instruments. In particular, the case of the SO/PHI (Polarimetric and Helioseismic Imager on Solar Orbiter) instrument on board the Solar Orbiter mission of the European Space Agency and NASA has been studied, as well as the case of instruments for the distribution of quantum keys (QKD, Quantum Key Distribution) which have similar FSM systems.

On the basis of the obtained results, it is clear that in polarimetric instruments in which FSMs are used the polarization and depolarization state of the incident beam changes, therefore these variations must be taken into account. The magnitude of these effects critically depends on the nominal angle of incidence, the range of motion of the FSMs during operation, and the integration times of the instrument's detectors. Although usually, in a non-quantitative way, the appropriate design parameters have been chosen in the cases of the studied systems, the models developed in this work allow defining the requirements of the FSM during their design to avoid these undesired effects during the operation of the systems. instruments. instrumentos.

Key words: Solar Orbiter, Polarimetric Helioseismic Imager, instrumental polarization, depolarization, Fast Steering Mirror, Quantum Key Distribution, pointing, tracking, polarimetry, spatial instrumentation, solar physics

AGRADECIMIENTOS

Sólo le falta el tiempo a quien no sabe aprovecharlo.

Gaspar Melchor de Jovellanos

En primer lugar agradezco a mi familia, en especial a mi madre, Susanna por haber tomado la valiente decisión de migrar a España para brindarme un futuro mejor, y enseñarme a vivir con ilusión.

A Alberto, sin su tutela y ayuda este trabajo no habría sido posible, además de eso también le estoy agradecido a él y al resto de compañeros del Departamento de Óptica Espacial del INTA por haberme acogido tan bien.

A Sonia y al resto de docentes del Máster en Ingeniería Electrónica por los conocimientos y el trato que me han dado durante este periodo formativo.

A mis amigos, quienes aun estando en la distancia me han apoyado.

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Instrumento SO/PHI de la Misión Solar Orbiter.	3
1.1.1. Funcionamiento del instrumento SO/PHI	6
1.2. QKD.	7
1.3. Planteamiento del problema.	9
1.4. Estado del arte y objetivos.	11
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	13
2.1. La luz como onda electromagnética	13
2.2. Elipse de polarización	15
2.3. Índice de refracción	17
2.4. Coeficientes de reflexión de Fresnel	18
2.5. Parámetros de Stokes	20
2.5.1. DOP (Degree of Polarization).	21
2.5.2. PER (Polarization Extinction Ratio)	21
2.5.3. Quantum Bit Error Rate (QBER)	23
2.6. Matrices de Müller	24
2.6.1. Polarizador lineal.	24
2.6.2. Retardador lineal	25
2.6.3. Espejo ideal.	25
2.6.4. Rotación.	26
2.6.5. Despolarizador	26
2.6.6. DI (Depolarization Index)	27
3. MODELO MATEMÁTICO	28
3.1. Espejos rápidos de direccionado del haz (FSM)	29
3.1.1. Consecuencias del <i>tip-tilt</i> de un FSM de dos ejes	29
3.1.2. <i>tip-tilt</i> de los FSM para realizar el apuntamiento grueso y fino	31
3.2. Modelado de la variación en la polarización debido al apuntamiento grueso	34
3.2.1. Modelado usando el formalismo de Müller-Stokes	34

3.2.2. Verificación respecto al software WVASE32	37
3.3. Modelado de la variación en la polarización debido al apuntamiento fino	41
3.3.1. Modelado usando el formalismo de Müller-Stokes	41
3.3.2. Generación de las rotaciones aleatorias usando MATLAB	50
3.3.3. Verificación respecto al software WVASE32	54
3.4. Variables para la caracterización de la variación en la polarización	59
3.4.1. Caracterización de la polarización debido al <i>tip-tilt</i> de apuntamiento grueso ($\alpha_{\text{coarse}}(t)$)	
60	
3.4.2. Caracterización de la polarización debido al <i>tip-tilt</i> de apuntamiento fino ($\alpha_{\text{fine}}(t)$) y apuntamiento grueso ($\alpha_{\text{coarse}}(t)$)	60
3.5. Modelado del efecto del FSM en el instrumento SO/PHI	62
3.6. Modelado del efecto del FSM en los sistemas QKD	65
4. RESULTADOS ESPECÍFICOS APLICABLES AL INSTRUMENTO SO/PHI.	66
4.1. Datos espejo FSM M2	67
4.2. Datos del <i>jitter</i> de la nave de la misión Solar Orbiter	70
4.3. Efecto del <i>tip-tilt</i> de apuntamiento grueso	74
4.4. Efecto del <i>tip-tilt</i> de apuntamiento fino	78
4.4.1. Efecto del espejo FSM M2 en la polarimetría realizada por SO/PHI	78
4.4.2. Despolarización producida por el espejo M2	80
5. RESULTADOS ESPECÍFICOS APLICABLES A LOS SISTEMAS QKD	84
5.1. Propiedades ópticas del espejo de $SiO_2 - Al$	85
5.1.1. Índice de refracción complejo.	85
5.1.2. Espesor (d) que maximiza la reflectancia	86
5.1.3. Reflectancia en función del AOI	89
5.1.4. Matriz de Müller en función del AOI.	91
5.2. Efecto del <i>tip-tilt</i> de apuntamiento grueso	92
5.3. Efecto del <i>tip-tilt</i> de apuntamiento fino	93
5.3.1. Despolarización	93
5.3.2. PER (Polarization Extinction ratio)	98
5.3.3. QBER (Quantum Bit Error Rate)	99
6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO	104

LISTA DE ACRÓNIMOS	107
BIBLIOGRAFÍA	108
ANEXO A: CÓDIGO EN MATLAB	113

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Instrumentos de la sonda Solar Orbiter.	3
1.2	Imagen tomada del Sol con el telescopio de alta resolución (HRT) del instrumento SO/PHI de la misión Solar Orbiter.	4
1.3	Imagen tomada del Sol con el Full Disk Telescope (FDT) de SO/PHI.	4
1.4	Imagen tomada del Sol con el instrumento Extreme Ultraviolet Imager (EUI) de la misión Solar Orbiter.	5
1.5	Matriz de Muller 0° a 90°.	5
1.6	Esquema óptico del sistema de estabilización de imagen (ISS) usado en el telescopio HRT.	7
1.7	Diagrama del protocolo de distribución de clave cuántica B92 con un FSM, usado para estabilizar el haz incidente en el receptor (BOB) modificado a partir de [10]. . .	8
1.8	Plataforma piezo-eléctrica tip-tilt para alojar un FSM [13].	9
1.9	Cambio en la polarización debido a la reflexión en una superficie.	10
2.1	Propagación de una onda electromagnética en el vacío, adaptado de [13].	13
2.2	Elipse de polarización correspondiente a un haz con polarización elíptica [13]. Existe un desfase $\pi/4$ entre las componentes Ex e Ey.	15
2.3	Elipse de polarización correspondiente a un haz con polarización elíptica [27]. . . .	16
2.4	Propagación de una onda electromagnética a través de un medio absorbente (<i>a</i>) y uno no absorbente (<i>b</i>), adaptado de [13].	18
2.5	Criterios en los signos de la fase en una onda [13].	20
2.6	Elipse de polarización usada para definir el PER.	22
3.1	Componentes de luz polarizada <i>s</i> y luz polarizada <i>p</i> [13].	30
3.2	Variación del ángulo de incidencia en función del tiempo debido al <i>tip-tilt</i> de apuntamiento de un FSM.	30
3.3	Variación del ángulo de incidencia ($\alpha(t)$) en función del tiempo debido al <i>tip-tilt</i> del FSM.	31
3.4	<i>tip-tilt</i> ($\alpha_{coarse}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento grueso, en inglés <i>Coarse poniting</i>	32

3.5	<i>tip-tilt</i> ($\alpha_{fine}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento fino, en inglés <i>Fine poniting</i>	33
3.6	<i>Tip-tilt</i> ($\alpha_{coarse}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento grueso, en inglés <i>Coarse poniting</i>	34
3.7	Índice de refracción complejo del Cu ₂ O.	37
3.8	Índice de refracción complejo del Ti.	38
3.9	Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, en función del espesor de la capa fina de Cu ₂ O sobre un substrato de Ti. AOI _{offset} =55°; $\lambda=500nm$	38
3.10	Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, para un modelo óptico de Cu ₂ O-Ti, en función del ángulo de incidencia. Espesor del recubrimiento =150nm; $\lambda=500nm$	39
3.11	Matriz de Müller en función del ángulo de incidencia para un modelo óptico de Cu ₂ O-Ti. Espesor del recubrimiento =150nm; $\lambda=500nm$	40
3.12	<i>Tip-tilt</i> ($\alpha_{fine}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento fino, en inglés <i>Fine poniting</i>	42
3.13	a) Ángulo de incidencia de un haz colimado. a) Ángulo de incidencia de un haz enfocado.	44
3.14	Función de densidad de probabilidad del ángulo de incidencia α	45
3.15	Variación del ángulo de incidencia en función del tiempo debido al <i>tip-tilt</i> de apuntamiento de un FSM. α_0 es el ángulo de incidencia nominal, α_T es la amplitud máxima del <i>tip-tilt</i> del FSM, $\alpha_1 = \alpha_0 - \alpha_T$ y $\alpha_2 = \alpha_0 + \alpha_T$	47
3.16	Elementos ($f_1 f_2 f_3 f_4$) de la matriz de Müller de un espejo de Titanio, con una capa de dióxido de cobre. Los elementos han sido calculados con la ecuación 3.24 y 3.26. Espesor de la capa de dióxido de Cobre ($d = 150nm$). $\lambda = 500nm$. $\alpha_T = 2^\circ$. Ancho de banda de $\alpha_{fine}(t) = 30Hz$	48
3.17	Equivalencia entre modelos con $\alpha_T 25^\circ$ y 10° . a) Índice de despolarización obtenido con el modelo de Zettler (3.24), en función de α_T . b) Índice de despolarización obtenido con la ecuación 3.26 en función del tiempo de integración. $\lambda = 500nm$. Espesor de la capa de dióxido de Cobre ($d = 150nm$). Ancho de banda de $\alpha_{fine}(t) = 30Hz$	49
3.18	Equivalencia entre modelos con $\alpha_T 40''$ y $10''$. a) Índice de despolarización obtenido con el modelo de Zettler (3.24), en función de α_T . b) Índice de despolarización obtenido con la ecuación 3.26 en función del tiempo de integración. $\lambda = 500nm$. Espesor de la capa de dióxido de Cobre ($d = 150nm$). Ancho de banda de $\alpha_{fine}(t) = 30Hz$	50
3.19	Función de densidad de probabilidad del ángulo de incidencia α	51
3.20	Figura a) Array de rotaciones $\alpha_{fine}(t)$ con un ancho de banda de 30Hz y un periodo de muestro 16.7ms. Figura b) Modulo de la FFT de $\alpha_{fine}(t)$. Figura c) <i>pdf</i> de $\alpha_{fine}(t)$.	52

3.21	a) Array de rotaciones $\alpha_{fine}(t)$ con un ancho de banda de 30Hz y un periodo de muestreo 1ms. b) Modulo de la FFT de $\alpha_{fine}(t)$. c) <i>pdf</i> de $\alpha_{fine}(t)$.	53
3.22	Comparación de la PDF del array de rotaciones del FSM antes y después de sobre-muestrear.	54
3.23	Ángulo de incidencia nominal (α_0) máximo.	55
3.24	Comparación de la reflectancias en las componentes s, para un modelo óptico de Cu ₂ O Ti. AOI _{offset} =65°; α_{TT} =25°; espesor del recubrimiento 150 nm.	56
3.25	Comparación de la reflectancia en las componentes p, para un modelo óptico de Cu ₂ O Ti. AOI _{offset} =65°; α_{TT} =25°; espesor del recubrimiento 150 nm.	56
3.26	Comparación de la reflectancia en las componentes s, para un modelo óptico de Cu ₂ O Ti. AOI _{offset} =80°; α_{TT} =10°; espesor del recubrimiento 150 nm.	57
3.27	Comparación de la reflectancia en las componentes p, para un modelo óptico de Cu ₂ O Ti. AOI _{offset} =80°; α_{TT} =10°; espesor del recubrimiento 150 nm.	57
3.28	Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, en función de la longitud de onda, para un modelo óptico de Cu ₂ O Ti. AOI _{offset} =65°; α_{TT} =25°.	58
3.29	Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, en función de la longitud de onda, para un modelo óptico de Cu ₂ O Ti. AOI _{offset} =80°; α_{TT} =10°; espesor del recubrimiento 150 nm.	58
3.30	Matriz de Müller en función del ángulo de incidencia (eje horizontal) y del ángulo tip-tilt (eje vertical) para un modelo óptico de Cu ₂ O-Ti. Espesor del recubrimiento =150nm; λ =500nm.	59
3.31	Diagrama temporal del proceso de modulación realizado en SO/PHI para obtener los vectores de Stokes de cada pixel.	63
4.1	Índice de refracción complejo de la plata en función de la longitud de onda.	67
4.2	Reflectancias en las componentes ortogonales s y p de la plata en función del AOI.	68
4.3	Matriz de Müller de un espejo de Ag en $\lambda = 617,3 \text{ nm}$ en función del AOI.	68
4.4	Matriz de Müller de un espejo de Ag en $\lambda = 617,3 \text{ nm}$ en función del AOI y del rango angular de tip-tilt ($\pm\alpha_T$).	69
4.5	PDF del jitter de apuntamiento del satélite de la misión SO. <i>a)</i> jitter en el eje x; <i>b)</i> jitter en el eje y.	70
4.6	Espectrograma del <i>jitter</i> de apuntamiento del satélite de la misión SO durante 14 horas.	71
4.7	Módulo de la FFT del desplazamiento entre imagines tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SOPHI, en lazo abierto. La figura <i>a</i> representa los desplazamientos en el eje x, y la figura <i>b</i> los desplazamientos en el eje y.	72

4.8	Módulo de la FFT del desplazamiento entre imagines tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SO/PHI, en lazo cerrado. La figura <i>a</i> representa los desplazamientos en el eje <i>x</i> , y la figura <i>b</i> los desplazamientos en el eje <i>y</i>	72
4.9	PDF del desplazamiento entre imágenes entre imágenes tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SO/PHI, en lazo cerrado.	73
4.10	PDF del desplazamiento entre imagines entre imagines tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SO/PHI, en lazo abierto.	73
4.11	Vector de Stokes asociado a campo magnético solar fuerte S^a $[1 \ 0,05 \ 0,05 \ 0,2]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.	75
4.12	Vector de Stokes asociado a campo magnético solar fuerte S^b $[1 \ 0,01 \ 0 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.	75
4.13	Vector de Stokes asociado a campo magnético solar fuerte S^c $[1 \ 0 \ 0,01 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.	76
4.14	Vector de Stokes asociado a campo magnético solar débil S^a $[1 \ 0,005 \ 0,005 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.	76
4.15	Vector de Stokes asociado a campo magnético solar débil S^b $[1 \ 0,01 \ 0 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.	77
4.16	Vector de Stokes asociado a campo magnético solar débil S^c $[1 \ 0 \ 0,01 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.	77
4.17	Índice de despolarización en función del tiempo de integración para espejo de plata a 617 nm, $BW_{FSM} = 30Hz$, $\alpha_T = 60''$, $\alpha_0 = 8^\circ$	81
4.18	Índice de despolarización en función del tiempo de integración para espejo de plata a 617 nm, $BW_{FSM} = 300Hz$, $\alpha_T = 60''$, $\alpha_0 = 8^\circ$	81
4.19	Índice de despolarización e función del ángulo de incidencia (<i>AOI</i>) para espejo de plata a $\lambda = 617$ nm.	82
4.20	Índice de despolarización e función del ángulo de incidencia (<i>AOI</i>), hasta 8° , para espejo de plata a $\lambda = 617$ nm.	83
4.21	Índice de despolarización en función de α_T , para espejo de plata a $\lambda = 617$ nm, con un <i>AOI</i> = 45°	83
5.1	Índice de refracción complejo del dióxido de silicio.	85
5.2	Índice de refracción complejo del aluminio.	86
5.3	Rsp en función de <i>d</i> . AOI $\alpha_0=10^\circ$	87
5.4	Rsp en función de <i>d</i> . AOI $\alpha_0=25^\circ$	87
5.5	Rsp en función de <i>d</i> . AOI $\alpha_0=45^\circ$	88

5.6	Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=10^\circ$ Espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$.	88
5.7	Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=25^\circ$. Espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$.	89
5.8	Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=45^\circ$. Espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$.	89
5.9	Rsp en función del ángulo de incidencia en un espejo FSM de $Al-SiO_2$. $\lambda=850$; $\alpha_T=500''$; $d=300$ nm.	90
5.10	Rsp en función del ángulo de incidencia en un espejo FSM de $Al-SiO_2$. $\lambda=1500$; $\alpha_T=500''$; $d=530$ nm.	90
5.11	Matriz de Muller del SiO_2-Al . $\lambda=850nm$. $d=300nm$.	91
5.12	Matriz de Muller del SiO_2-Al . $\lambda=1500nm$. $d=530nm$.	91
5.13	Variación del vector de Stokes (con polarización lineal a 45°) reflejado respecto del vector incidente en un espejo de aluminio con recubrimiento de 300 nm de dióxido de silicio a una $\lambda = 850 nm$.	92
5.14	Variación del vector de Stokes (con polarización lineal a 45°) reflejado respecto del vector incidente en un espejo de aluminio con recubrimiento de 530 nm de dióxido de silicio a una $\lambda = 1500 nm$.	93
5.15	Índice de despolarización en función del tiempo de integración t_f para un espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 850nm$; espesor del recubrimiento($d = 300nm$); Ángulo de incidencia nominal $\alpha_0 = 25^\circ$; Amplitud del tip-tilt del FSM $\pm\alpha_T = 1000''$; Ancho del tip-tilt del FSM $BW_{FSM} = 300Hz$.	94
5.16	Índice de despolarización en función del tiempo de integración t_f para un espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$; espesor del recubrimiento($d = 530nm$); Ángulo de incidencia nominal $\alpha_0 = 25^\circ$; Amplitud del tip-tilt del FSM $\pm\alpha_T = 1000''$; Ancho del tip-tilt del FSM $BW_{FSM} = 300Hz$.	94
5.17	Índice de despolarización en función del tiempo de integración t_f para un espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 850nm$; espesor del recubrimiento($d = 300nm$); Ángulo de incidencia nominal $\alpha_0 = 25^\circ$; Amplitud del tip-tilt del FSM $\pm\alpha_T = 1000''$; Ancho del tip-tilt del FSM $BW_{FSM} = 30Hz$.	95
5.18	DI en función del ángulo de incidencia y para tres valores diferentes de amplitud angular del FMS (α_T) en un espejo de $Al-SiO_2$. $\lambda=850$; $d=300nm$.	96
5.19	DI en función del ángulo de incidencia y para tres valores diferentes de amplitud angular del FMS (α_T) en un espejo de $Al-SiO_2$. $\lambda=1500$; $d=530nm$.	96
5.20	Índice de despolarización en función de α_T para un espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 850nm$; espesor del recubrimiento($d = 300nm$).	97
5.21	Índice de despolarización en función de α_T para un espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$; espesor del recubrimiento($d = 530nm$).	97

5.22 Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ en función del AOI. $\lambda=850$; d=300nm.	100
5.23 Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ en función del AOI. $\lambda=1500$; d=530nm.	100
5.24 Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ en función del AOI; $\alpha_T = 1000''$; $\lambda=850$; d=300nm.	101
5.25 Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ en función de α_T ; AOI=5°; $\lambda=850$; d=300nm.	102
5.26 Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ en función del AOI; $\alpha_T = 1000''$; $\lambda=1500$; d=530 nm.	102
5.27 Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ en función en función de α_T ; AOI=5°; $\lambda=1500$; d=530 nm.	103

ÍNDICE DE TABLAS

4.1	Variación en parámetros de Stokes asociados a campos magnéticos solares fuertes y en su grado de polarización.	79
4.2	Variación en parámetros de Stokes asociados a campos magnéticos solares débiles y en su grado de polarización.	80
5.1	Valores del dop y el PER de haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ . AOI=25°; λ=850; α _T =500''; d=300nm.	98
5.2	Valores del dop y el PER de haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ . AOI=45°; λ=850; α _T =500''; d=300nm.	99
5.3	Valores del dop y el PER de haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ . AOI=25°; λ=1500; α _T =500''; d=530nm.	99
5.4	Valores del dop y el PER de haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ . AOI=45°; λ=1500; α _T =500''; d=530nm.	99
5.5	Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ . λ=850; d=300nm.	101
5.6	Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO ₂ . λ=1500; d=530nm.	101

1. INTRODUCCIÓN

El instrumento óptico SO/PHI (The Polarimetric and Helioseismic Imager on Solar Orbiter) a bordo de la misión espacial Solar Orbiter de la European Space Agency (ESA) y la National Aeronautics and Space Administration (NASA) es un espectro-polarímetro de imagen para el estudio de los campos magnéticos solares en la fotosfera del Sol. Las observaciones realizadas con este instrumento y otros a bordo de la nave, permitirán estudiar la dinámica solar y, de esa forma, ampliar el conocimiento sobre el funcionamiento de nuestra estrella. Esto es clave desde un punto de vista de Física Fundamental, pero también lo es debido a la influencia de los diferentes fenómenos solares en la Tierra. Las tormentas y otros eventos solares pueden generar diversos efectos negativos como dejar fuera de servicio satélites, fuentes de alimentación o sistemas de navegación y comunicaciones [1]. Por todo ello, los sistemas de predicción del denominado *Space Weather* son de gran importancia actualmente.

Los polarímetros de imagen en general, y SO/PHI en particular, requieren de sistemas de apuntamiento y estabilización de imagen dinámicos para obtener las prestaciones de resolución espacial y polarimétricas necesarias. Uno de los dispositivos más habituales en estos sistemas son espejos móviles, también denominados Fast Steering Mirrors (FSM), que pueden rotar gracias a actuadores piezoelectrómicos. Los movimientos del espejo se controlan mediante un sistema de control en lazo cerrado y permiten redirigir el haz de luz incidente para tener un adecuado apuntamiento y/o estabilización de la imagen en el detector.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que estas rotaciones angulares para modificar el camino óptico del haz, cambian el ángulo de incidencia en el espejo. Esta variación del ángulo de incidencia que ocurre durante el proceso de reflexión, varía el estado de polarización del haz incidente. Por tanto, si no se tiene en cuenta este efecto, la medida realizada incluirá un error instrumental que puede llevar a la incorrecta determinación del estado de polarización del luz proveniente de la fuente que se quiere observar.

Esto no solo sucede en el caso de SO/PHI y las observaciones solares, sino que existen muchos otros instrumentos polarimétricos que tienen una problemática semejante. En ese sentido cabe destacar, por su actualidad y relevancia, los sistemas de comunicaciones de distribución de clave cuántica, Quantum Key Distribution (QKD).

En efecto, la irrupción de la computación cuántica supone un cambio de paradigma en la informática y promete grandes avances científicos y tecnológicos, pero a su vez supone una amenaza para la transmisión de información encriptada con los métodos actuales. La robustez de estos métodos ante intentos de interceptar la información por terceros no deseados, se basa en el excesivo tiempo de computación necesario para descifrar la clave de encriptación, sin embargo con el uso de ordenadores cuánticos dichos tiempos de computación se reducen significativamente haciendo que la encriptación de la información no sea segura [2]. En respuesta a esta amenaza la Agencia Nacional

de Seguridad estadounidense (NSA, por sus siglas en inglés) ha emitido una declaración recomendando la transición a métodos de encriptación robustos contra ataques realizados a través de ordenadores cuánticos. En este sentido, los sistemas QKD [3] son una de las alternativas más factibles. Estos sistemas QKD son, en la mayoría de los casos, telescopios polarimétricos que también disponen de sistemas de apuntamiento basados en espejos móviles FSM.

El objetivo de este trabajo es desarrollar modelos matemáticos que permitan evaluar los efectos en la polarización de los espejos FSM en el instrumento SO/PHI y en sistemas QKD. Además del gran interés de estos modelos para el correcto análisis de las actuales observaciones de Solar Orbiter, los resultados obtenidos permitirán diseñar sistemas de apuntamiento que produzcan variaciones en la polarización despreciables o calibrables.

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera, en este capítulo se explica de forma simplificada el funcionamiento del instrumento SO/PHI y los sistemas QKD, y la función que los espejos de estabilización o direccionamiento del haz realizan. Asimismo se plantea el problema; se evalúa el estado del arte y se presentan los objetivos y aplicaciones de este trabajo. En el capítulo 2 se recopilan y exponen los fundamentos teóricos necesarios para la realización y compresión de este trabajo. En el capítulo 3 se desarrolla el modelo matemático utilizado para caracterizar la variación en la polarización. En los capítulos 4 y 5 se obtienen los resultados particularizados para las condiciones de la misión Solar Orbiter y los sistemas QKD, respectivamente. Por último, en el capítulo 6 se sintetizan las conclusiones y se exponen las posibles futuras líneas de trabajo.

1.1. Instrumento SO/PHI de la Misión Solar Orbiter

La misión Solar Orbiter, liderada por la ESA, y en colaboración con la NASA consta de un satélite científico con diversos instrumentos para la medición detallada de la dinámica del vector campo magnético en la superficie solar, de los niveles de radiación en la heliosfera interna y del viento solar, así como para realizar observaciones de las regiones polares del Sol desde órbitas de latitudes altas. Todas estas medidas tienen como objetivo conocer los distintos factores que intervienen en el mecanismo por el cual el Sol controla la heliosfera. La sonda fue lanzada el 10 de febrero de 2020 a las 4:03 UTC a bordo de un cohete Atlas V de la NASA, desde la Estación de la Fuerza Aérea de Cabo Cañaveral en Florida, Estados Unidos[4].

El satélite consta de seis instrumentos de teledetección (i.e.: telescopios) y cuatro *insitu* como se ilustra en la figura 1.1. Este trabajo se centra en el funcionamiento del instrumento PHI (Polarimetric and Helioseismic Imager), el cual fue diseñado y construido estableciendo un consorcio entre instituciones y empresas de Alemania, España y Francia. El Departamento de Óptica Espacial del Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA) fue responsable de desarrollar uno de los dos telescopios que constituyen PHI, el Full Disk Telescope (FDT), incluida la ventana de rechazo de calor que está en el escudo térmico de la nave. Adicionalmente, el INTA fue el responsable desarrollar los moduladores de polarización del FDT y del High Resolution Telescope (HRT) que se utilizan para realizar las medidas polarimétricas usando tecnologías de cristal líquido. Esta tecnología es pionera en su aplicación en telescopios espaciales. Además, el INTA realizó el análisis de radiación del instrumento completo y participó en la calificación del filtro ópticopectral sintonizable de niobato de litio, que también se utiliza por primera vez en el espacio, en esta misión. Finalmente, el INTA tuvo una importante participación en las pruebas de calificación y aceptación a nivel de instrumento completo, así como en la caracterización y calibración del mismo.

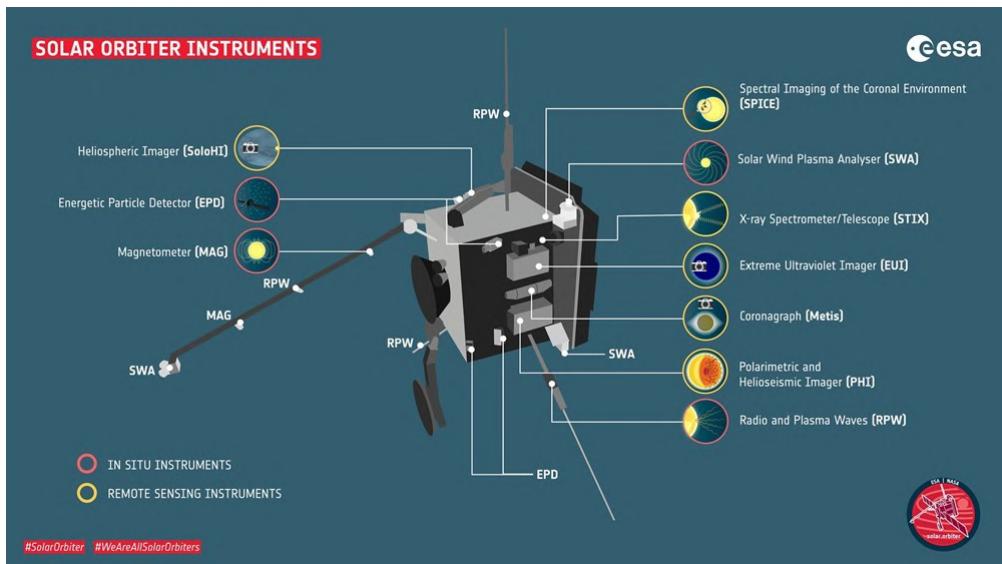


Fig. 1.1. Instrumentos de la sonda Solar Orbiter.

La misión permitirá observar por primera vez los polos magnéticos del Sol, ya que su órbita saldrá de la eclíptica hasta 33° en su fase extendida. En su punto más cercano Solar Orbiter estará a 0.28 unidades astronómicas y ya ha adquirido las imágenes del Sol más cerca de lo que ninguna otra misión ha logrado durante la fase de puesta a punto tras el lanzamiento y durante los primeros meses de su fase operativa científica . Así, proporcionará datos e imágenes únicos del Sol como las ilustradas en las figuras [1.2 - 1.5]

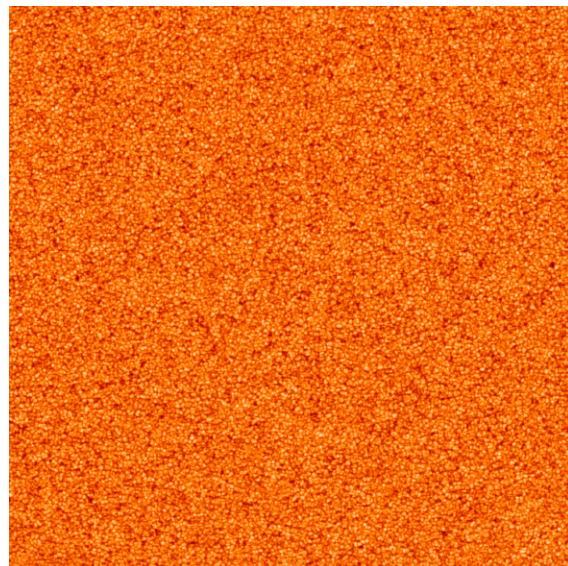


Fig. 1.2. Imagen tomada con el 28 de mayo de 2020 con el telescopio de alta resolución (HRT) del instrumento SO/PHI de la misión Solar Orbiter de la ESA. El área tiene aproximadamente 200 000 km x 200 000 km de ancho y está centrada en el centro del Sol. Muestra el patrón de granulación del Sol que resulta del movimiento del plasma caliente bajo la superficie visible del Sol.

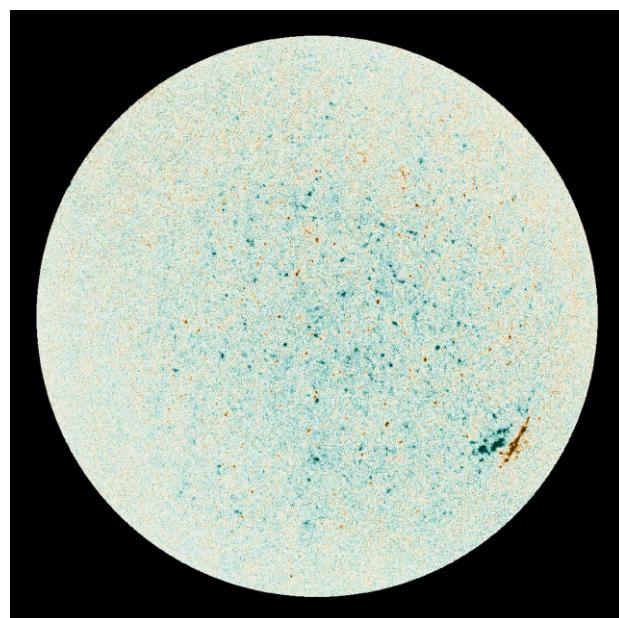


Fig. 1.3. La imagen muestra un mapa de propiedades magnéticas para todo el Sol basado en las medidas polarimétricas realizadas con el Full Disk Telescope (FDT) de SO/PHI. se observa una gran región magnéticamente activa en el cuadrante inferior derecho del Sol.

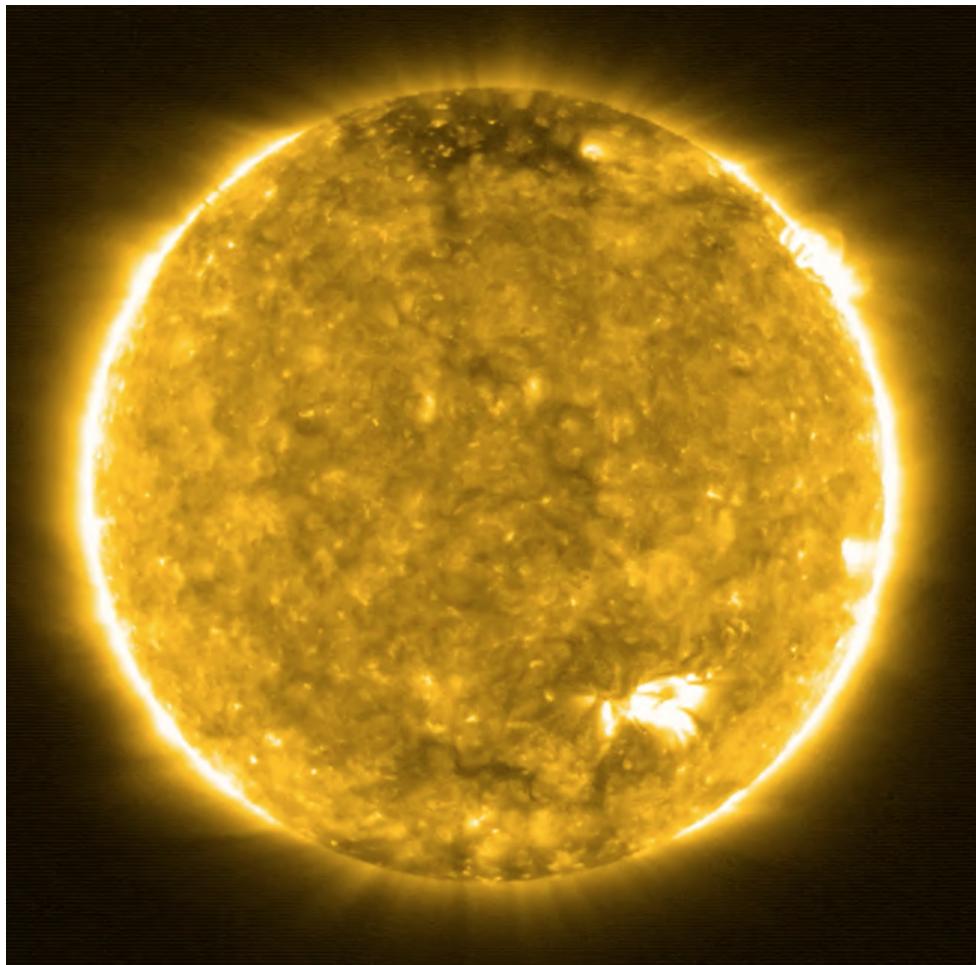


Fig. 1.4. Una imagen del disco completo del Sol tomada, el 30 de mayo de 2020, en una longuitud de onda de 17nm, por el instrumento Extreme Ultraviolet Imager (EUI) en la nave espacial Solar Orbiter de la ESA, usando el telescopio HRIEUV.

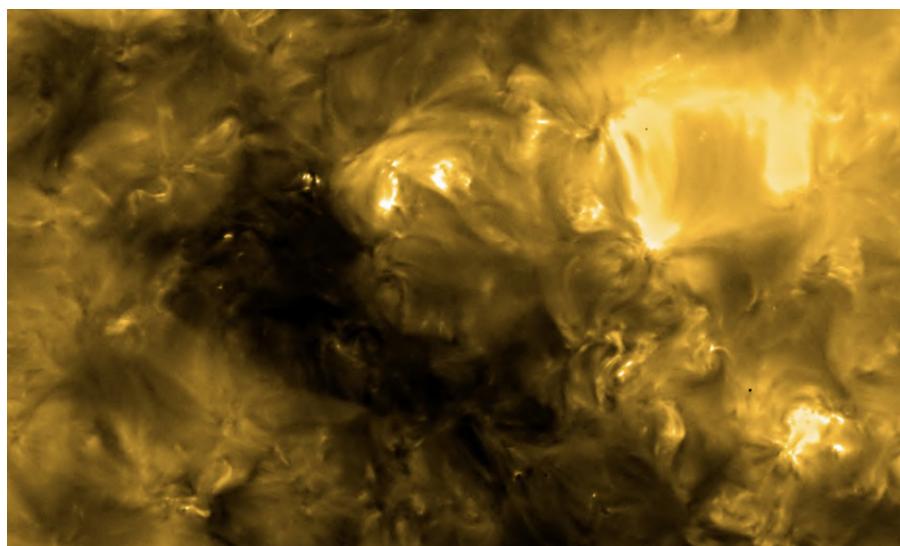


Fig. 1.5. Una imagen de alta resolución tomada, el 30 de mayo de 2020, en una longuitud de onda de 17nm, por el instrumento Extreme Ultraviolet Imager (EUI) en la nave espacial Solar Orbiter de la ESA, usando el telescopio Full Sun Imager (FSI).

1.1.1. Funcionamiento del instrumento SO/PHI

SO/PHI es un instrumento complejo y la explicación detallada de su funcionamiento, realizada por Solanki *et al.* [5], queda fuera del alcance de este trabajo. Sintetizando se puede decir que SO/PHI realiza una espectro-polarimetría de imagen de banda estrecha en torno a la línea espectral de absorción del Fe I (617.3nm). Desgranando la frase anterior, el instrumento realiza lo siguiente: adquiere imágenes completas del Sol o de áreas específicas utilizando el telescopio Full Disc Telescope (FDT) o el High Resolution Telescope (HRT), respectivamente. El instrumento realiza un barrido de seis puntos en el espectro, al rededor de la λ de absorción del Fe I(617.3 nm), calculando el vector de Stokes asociado a cada píxel de las imágenes tomadas para cada una de esas longitudes de onda. A partir de estas medidas polimétricas (el vector de Stokes de cada píxel en función de la longitud de onda) es posible obtener el vector campo magnético en el Sol (figura 1.3).

En la figura 1.6 se ilustra parte del camino óptico del telescopio HRT, y el sistema de estabilización de imagen, Image Stabilization System (Image Stabilization System (ISS)), implementado por Volkmer *et. al* [6]. El ISS es necesario porque mientras los detectores del HRT están realizando la medición de intensidad luminosa para formar las imágenes necesarias para la realización de las medidas polarimétricas, el desplazamiento relativo entre una imagen y la siguiente, correspondientes a diferentes estados de modulación, no debe superar 1/20 pixeles. Este requerimiento es incompatible con el *jitter* de apuntamiento de la nave, por lo tanto se introduce un sistema de estabilización de imagen para limitar el desplazamiento relativo entre imágenes, debido a las vibraciones de la nave. Este efecto, es inapreciable para el caso del FDT y, por ello, no requiere un sistema de estabilización de imagen en este otro telescopio. El desplazamiento relativo entre imágenes se consigue calculando el desplazamiento relativo angular entre una imagen de referencia, tomada cada 60 segundos, y las imágenes en tiempo real tomadas cada 0.002 ms, estas imágenes son tomadas por la cámara del ISS. Esta cámara es alimentada desviando un 2 % de la luz que se refleja en el FSM (M2 en la figura 1.6), usando el beam splitter (CT_BS). Nótese que el término FSM, en este caso hace referencia al *Feed Selector Mechanism*, el cual es el mecanismo que permite seleccionar el telescopio que se va usar, el HRT o el FDT. El ISS también cuenta con un sistema de reenfoque compuesto por las lentes CT_L2 y CT_L1; un filtro para seleccionar la banda deseada (CT_Filter); y la pupila donde se forma la imagen y está dispuesto el detector óptico (CT_IP). La señal de error digital obtenida es amplificada, convertida a analógica y enviada a los actuadores piezoeléctricos que hacen rotar el espejo M2.

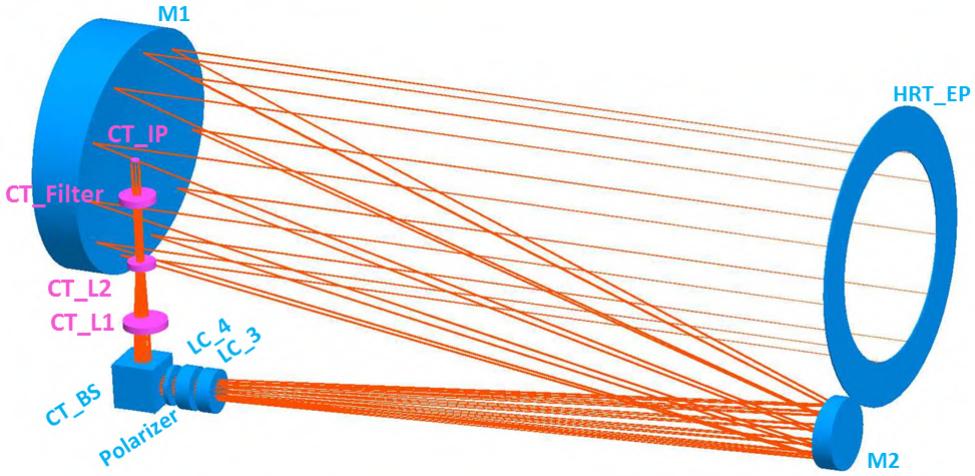


Fig. 1.6. Esquema óptico del sistema de estabilización de imagen (ISS) usado en el telescopio HRT.

En la figura 1.6 también se ilustra el PSA (Polarization State Analyizer) del HRT usado para realizar las medidas polarimétricas, es decir determinar los 4 parámetros del vector de Stokes asociado a la luz solar que llega al instrumento. Alvarez-Herrero *et al.* [7] describe este proceso de medición polimétrica usando Liquid Crystal Variable Retarders (LCVRs) (retardadores variables de cristal líquido, en inglés, *Liquid Crystal Variable Retarders*), los cuales se utilizan por primera vez en una misión espacial. El PSA está compuesto por dos LCVRs (LC_3 y LC_4), y un polarizador (Polarizer), el funcionamiento del PSA se describe en la sección 3.5

1.2. QKD

Como se mencionó anteriormente la computación cuántica supone una revolución en el dominio de la informática, esto puede suponer un gran impacto en otras áreas. Una de éstas son las comunicaciones seguras.

En la figura 1.7 se explica de manera simplificada el protocolo de distribución de clave cuántica B92 [8]. Donde el transmisor (ALICE), transmite la señal cuántica (unos y ceros codificados en el estado de polarización de cada fotón, generados con los correspondientes polarizadores P_0 y P_1) a una longitud de onda aproximada de 850 nm; y la señal combinada de sincronización temporal y seguimiento del haz a una λ aproximada de 1550 nm.

Cabe destacar que el protocolo B92 es similar al BB94[9], en este último se usan cuatro estados de polarización lineales generados con dos bases. Por ejemplo, con una base ortogonal a 90° y 0° formada por un polarizador ubicado en esas dos posiciones angulares; y otra base ortogonal generada de la misma manera, pero ubicando el polarizador a $\pm 45^\circ$.

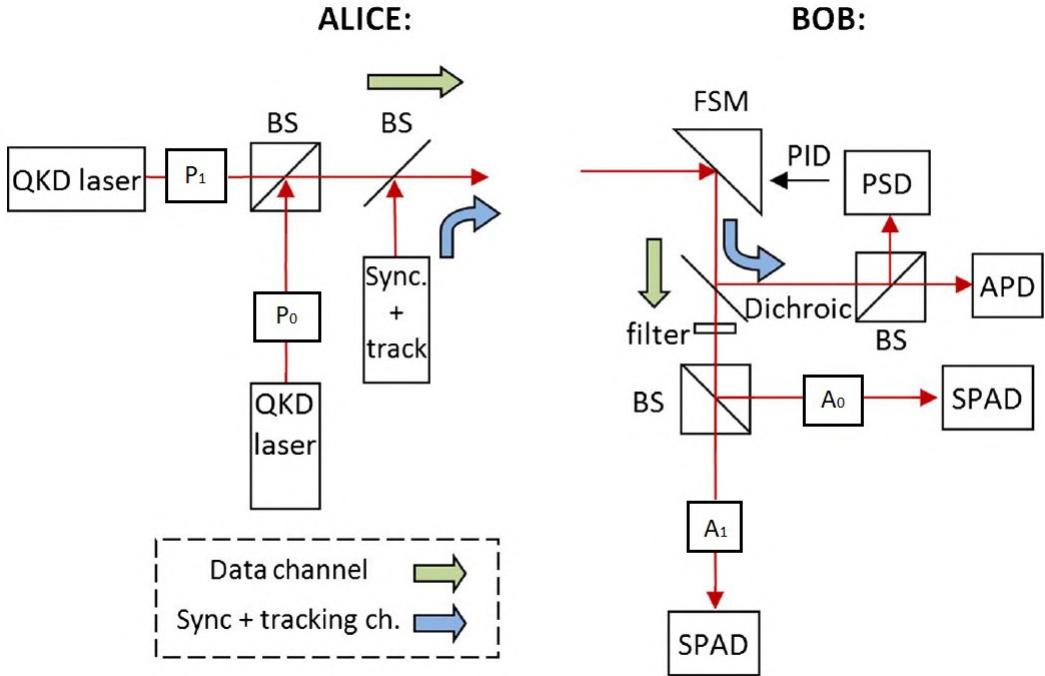


Fig. 1.7. Diagrama del protocolo de distribución de clave cuántica B92 con un FSM, usado para estabilizar el haz incidente en el receptor (BOB) modificado a partir de [10].

Estas tres señales (señal cuántica, señal de sincronización y señal de seguimiento del haz) son recibidas en el receptor (BOB), donde después de producirse la reflexión en el FSM, la señal cuántica es separada de las señales de sincronización y seguimiento del haz por un espejo dicroico (Dichroic, en la figura), éste separa las señales transmitiendo el haz en torno a 850 nm y reflejando el haz en torno a 1550 nm.

La señal cuántica es filtrada para reducir la energía acoplada de la luz solar, después del filtrado ésta incide sobre un *beam-splitter*, que de manera aleatoria, con una probabilidad del 50 % dirige cada fotón transmitido por el espejo dicroico al SPAD (Single Photon Avalanche Detector, por sus siglas en inglés) correspondiente a cada base de polarización (A_0 y A_1), no ortogonal; 45 y 0, por ejemplo.

La señal de sincronización y seguimiento es reflejada por el espejo dicroico, cuando incide en el *beam-splitter*, la mitad de la intensidad es transmitida al ADP (avalanche photodiode, por sus siglas en inglés) donde es usada para realizar la sincronización temporal entre el emisor y receptor. A diferencia de la señal de sincronismo y seguimiento, la señal cuántica incidente en el beamspliter no es dividida en dos y enviada a los dos SPADs, sino que al tratarse de un único fotón, cada fotón tendrá un 50 % de probabilidad de llegar al polarizador de cada base.

En los sistemas QKD los FSM pueden ser usados en el emisor [11] y/o en el receptor [12], para atenuar diferentes perturbaciones, como las vibraciones que generan desapuntamiento en el enlace, o rotaciones en el frente de onda debido a las turbulencias atmosféricas. Los FSM fundamentalmente son usados como actuadores dentro de un lazo de control donde son alimentados por una señal proporcional a las rotaciones calculadas por el sistema de control para minimizar el error obtenido entre una referencia establecida y la medida obtenida.

La señal de sincronización, después de reflejarse en el beam splitter, llega al detector sensible a la posición (PSD, por sus siglas en inglés). El PSD genera la señal de error como la diferencia entre la intensidad dada por el sensor PSD debido al haz incidente, y la intensidad establecida como valor de referencia, esta señal de error es la entrada al control PID, el cual genera la señal a enviar al FSM en bucle cerrado, minimizando de esta manera el valor de la señal de error, que corresponde a la diferencia entre el punto de referencia de incidencia del haz y el punto erróneo en el cual incide debido a las perturbaciones atmosféricas [12].

1.3. Planteamiento del problema

Como se mencionó anteriormente, tanto el instrumento SO/PHI de la misión Solar Orbiter, como los sistemas QKD basan su funcionamiento, entre otras cosas, en medidas polimétricas. Esencialmente estas medidas consisten en determinar el estado de polarización del haz de luz que llega del Sol al telescopio, en el caso de SO/PHI; y del emisor al receptor, como parte del canal de comunicaciones, en el caso de los sistemas QKD. En ambos sistemas se utilizan espejos para el apuntamiento y direccionado del haz, estos espejos están montados sobre una estructura piezoeléctrica (figura 1.8) que al deformarse, debido a las señales eléctricas que se le aplican, hace que el espejo rote respecto a los ejes X e Y, variando el ángulo de incidencia, y por tanto la dirección del haz reflejado. De ahora en adelante, en este trabajo estos espejos serán denominados como FSM, en inglés Fast Steering Mirrors, y la rotación respecto a los ejes X e Y representados en la figura 1.8 será denominada *tip-tilt*.

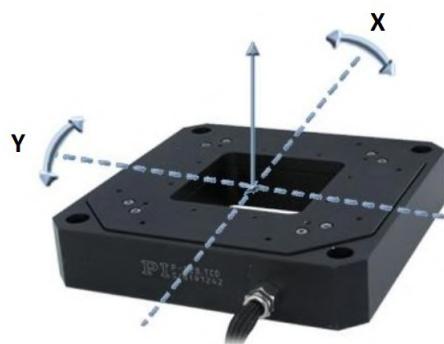


Fig. 1.8. Plataforma piezo-eléctrica tip-tilt para alojar un FSM [13].

El estado de polarización del haz se ve modificado debido al cambio de fase y amplitud que se produce entre las dos componentes ortogonales del campo electro-magnético del haz a medida que esté se refleja y transmite a través de los diferentes elementos ópticos del sistema, incluidos los FSM. Esto se ilustra en la figura 1.9, donde se aprecia que las componentes del campo eléctrico del haz reflejado (\mathbf{E}_{rp} , \mathbf{E}_{rs}) presentan un desfase adicional Δ entre sus componentes ortogonales y una variación en las amplitudes de $|\mathbf{E}_{rp}|$, $|\mathbf{E}_{rs}|$, respecto de \mathbf{E}_{ip} , \mathbf{E}_{is} , que son las componentes correspondientes al haz incidente.

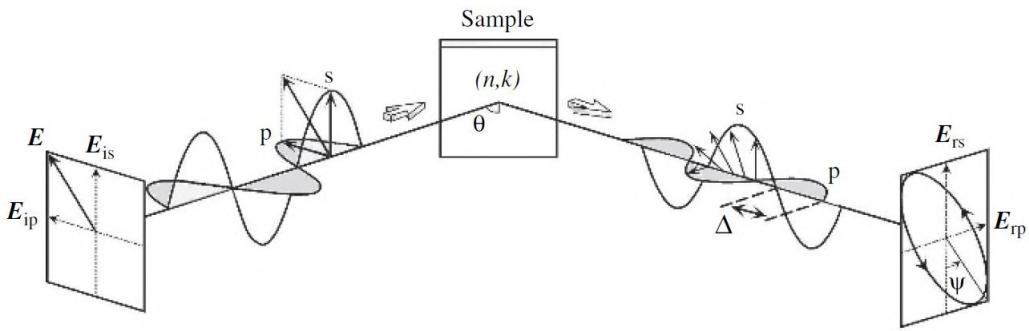


Fig. 1.9. Cambio en la polarización debido a la reflexión en una superficie.

Si el cambio de la polarización anteriormente mencionada se corresponde a un ángulo de incidencia constante θ . Este cambio se puede caracterizar, calibrar y compensar con elementos ópticos de polarización como láminas retardadoras. Sin embargo, en el caso de los FSM, el ángulo de incidencia será variable precisamente para realizar las tareas de apuntado y estabilización mientras el instrumento opera. En ese caso, se producirán cambios en los estados de polarización de entrada que variarán con el tiempo.

En concreto, el FSM tendrá dos tipos de movimiento que producirán diferentes efectos en los estados de polarización entrantes. Por un lado el FSM realizará típicamente una rotación continua para el seguimiento del haz de entrada, típicamente para compensar el movimiento de translación de la nave (apuntamiento grueso). Por otro lado, efectuará pequeñas rotaciones para compensar los desplazamientos aleatorios debido a las vibraciones y otras perturbaciones (apuntamiento fino). El primer movimiento causará un variación del estado de polarización entrante al ir cambiando el ángulo de incidencia, pero no producirá despolarización del haz. Por lo contrario, el segundo tipo de movimiento, si los cambios son en tiempos menores que el tiempo de integración del detector, producirá además despolarización. La despolarización en la reflexión se produce cuando se superponen ondas reflejadas con diferentes desfases y/o amplitudes, puesto que el desfase y/o diatenuación introducido entre las componentes de la onda reflejada depende del ángulo de incidencia, para varios ángulos de incidencia se superpondrán varios haces con diferentes estados de polarización. El resultado será una despolarización del haz en un cierto grado.

Estos efectos en los estados de polarización de entrada producirán errores en las medidas polímetricas que realiza el instrumento. En el caso de SO/PHI, producirá un error en la determinación de los campos magnéticos solares. En el caso de QKD, introducirá una tasa de errores en las comunicaciones disminuyendo la robustez del canal e incluso imposibilitando la distribución de clave de una forma segura. La evaluación de estos efectos producidos por los FSMs, por tanto, es crítica para estos instrumentos.

1.4. Estado del arte y objetivos

No existe una literatura muy amplia en lo concerniente a la caracterización de la variación del estado de polarización de un haz debido al *tip-tilt* de los espejos del sistema de apuntamiento/estabilización de imagen y direccionado del haz. Puesto que la amplitud de estas rotaciones suele ser del orden de arco segundos [6] [14], se asume que las variaciones producidas en la polarización del haz reflejado son de una magnitud pequeña y pueden ser desparecidas para la mayoría de aplicaciones. Sin embargo, no existe una caracterización del fenómeno, ni una determinación de los parámetros que hacen que estos efectos no sean despreciables.

La variación de la polarización debido a elementos ópticos estáticos es modelada, cuantificada y corregida en el proceso de diseño y calibración del sistema. Por el contrario, la variación que se da en la polarización debido el uso de espejos móviles, como los FSM no es calibrada.

Una de estas técnicas, bien conocidas, es la disposición de dos pares de espejos dobladores con sus planos de incidencia a 90 grados para compensar y anular la polarización instrumental introducida por los mismos [15]. Otra técnica usada para corregir la polarización instrumental consiste en el uso de retardadores y diatenuadores.

Existen otros trabajos, como el realizado por (Breckinridge et al., 2015) [16], donde se cuantifica la contribución a la PSF (*Point Spread Function*), debido al retardo y la di-atenuación producidos en la reflexión sobre los espejos usados en un telescopio. Aunque estas variaciones inducidas en el estado de polarización del haz reflejado suponen una variación pequeña, pueden ser relevantes en aplicaciones como la búsqueda y caracterización de exoplanetas, donde se espera obtener imágenes de objetos con una intensidad lumínica 10^{10} inferior a la intensidad inducida por la PSF instrumental.

Respecto a los sistemas QKD, existen varios estudios en los que se modela, cuantifica experimentalmente y compensa la polarización instrumental introducida por los diferentes elementos ópticos, como los espejos de los telescopios, los espejos de direccionado rápido del haz (FSM), y el desapuntamiento o desalineamiento entre el emisor y receptor, pero no tenemos constancia de trabajos existentes sobre el efecto despolarizante de los FSM.

Hay estudios sobre el cambio de los estados de polarización debido a diferentes causas [17]. Por ejemplo, el sistema de referencia sobre el que se instalan tanto, los polarizadores usados para dotar a los fotones enviados por el transmisor de la polarización deseada, como los polarizadores usados por el receptor para realizar la medición de los mismos; estas dos bases deben estar en concordancia, teniendo la misma orientación. La desviación angular entre ambas bases genera que algunos de los bits cuánticos emitidos por el emisor sean recibidos de manera incorrecta por el receptor. El modelado, detección y compensación de esta desviación angular entre la base del emisor y receptor se desarrolla en [18] y [19].

Micius es el primer satélite, chino, con la capacidad de establecer un enlace de distribución de clave cuántica entre él mismo y varias estaciones terrenas. Esto permite transmitir la clave cuántica con un SKR (Secret Key Rate, medido en bits/segundo) suficientemente grande como para establecer una transmisión de información en tiempos factibles y sin estar sujeto a la limitación de distancia que presentan los sistemas QKD por fibra óptica [20]. Un parámetro crítico en el proyecto Micius, y en los sistemas QKD en general, es la mantenimiento del estado de polarización. Para ello se han realizado estudios experimentales y modelos matemáticos de la variación de la polarización en el telescopio transmisor, debido a la curvatura de los espejos y las propiedades ópticas de los materiales de los cuales están hechos [21]. Además, WU *et al.*[17] también realizaron el diseño óptico (selección de longitudes de onda, aperturas, distancias focales, materiales de los elementos, entre otros.) de los terminales de Micius para cumplir los requisitos de mantenimiento de la polarización.

Existen estudios sobre la implementación de sistemas QKD en espacio libre, en los que se ha modelado el efecto en la polarización debido a los FSM y discutido técnicas para su compensación [22]. También se han caracterizado las variaciones en la polarización, debido a la incidencia oblicua de haces enfocados en los espejos del transmisor de un sistema QKD [23].

Respecto a despolarización, hay trabajos realizados por [24] y [13] para modelar la despolarización debida a un haz enfocado. También se ha modelado la despolarización generada debido a haces enfocados, provenientes de aperturas grandes [25], y se han presentado diferentes modelos de despolarización aplicados a la técnica de medición basada en la elipsometría de Müller [26]

En ninguno de los trabajos anteriormente mencionados se ha modelado el efecto despolarizante que generan los FSM, y tampoco tenemos conocimiento de la existencia de publicaciones en las que se estudie ese tema. El objetivo de este trabajo es modelar y caracterizar la variación en la polarización debido a los FSM.

Los resultados obtenidos en este trabajo servirán para saber caracterizar la variación en la polarización introducida por el espejo M2 (un espejo FSM) del instrumento SO/PHI y el efecto que esto tiene en el proceso de determinación del vector de Stokes incidente del Sol.

Por otro lado, servirán para caracterizar la variación en la polarización introducida por los espejos FSM en un sistema QKD.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo expone de manera esencial los fundamentos teóricos necesarios para la realización del trabajo y el correcto análisis de los resultados obtenidos.

2.1. La luz como onda electromagnética

A mediados del siglo XIX, Maxwell demostró que la luz puede ser modelada como una onda electromagnética. En la figura 2.1 se ilustra una onda electromagnética propagándose en la dirección z, donde \mathbf{E} y \mathbf{B} son respectivamente el campo eléctrico y el vector campo magnético. Las ondas electromagnéticas son ondas transversales (no existe oscilación en la dirección de propagación), cuyo mecanismo de propagación se basa en que un campo eléctrico variable genera un campo magnético variable y viceversa, por tanto son ondas que pueden propagarse en un medio o en el vacío. El campo eléctrico y magnético se relacionan a través de la velocidad de propagación de la onda ($E = cB$), de este modo una onda electromagnética se puede definir a través de uno de los campos.

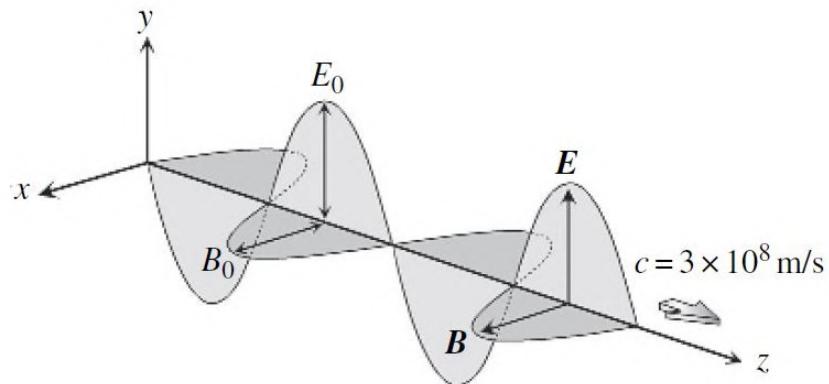


Fig. 2.1. Propagación de una onda electromagnética en el vacío, adaptado de [13].

Por otro lado, en 1905, Einstein propuso una teoría que trata la luz como partículas de energía, ahora conocidas como fotones. Más tarde, se confirmó que la luz también presenta propiedades corpusculares, y que puede emitirse y absorberse como un fotón. La energía del fotón viene dada por la siguiente ecuación, donde ν es la frecuencia de la radiación, h es la constante de Plank, y E es la unidad mínima de energía a esa frecuencia.

$$E = h \nu \quad (2.1)$$

Como se mencionó antes, estas ondas se pueden definir matemáticamente con \mathbf{E} o \mathbf{B} , generalmente se usa el campo eléctrico (\mathbf{E}) para realizar dicha definición. A partir de las ecuaciones del

electromagnetismo de Maxwell es posible llegar a una ecuación de onda en la cual el campo eléctrico (**E**) representa la perturbación o oscilación de la onda [13]. Las ecuaciones de onda 2.2 y 2.3 representan las perturbaciones en la dirección x , e y respectivamente.

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 E_x = c^2 \left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \right); \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 E_y = c^2 \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \right); \quad (2.3)$$

Donde (x, y, z) , representan las coordenadas del vector asociado a la dirección de propagación, por otro lado t es el tiempo.

$$E_x = E_x(x, y, z, t); \quad E_y = E_y(x, y, z, t); \quad (2.4)$$

Las ecuaciones 2.6 y 2.7 son la solución de las ecuaciones diferenciales 2.2 y 2.3, considerando una onda plana, transversal, monocromática que se propaga en la dirección z . δ es la fase de cada componente; y k y ω son el número de onda y la frecuencia angular, respectivamente. Las ecuaciones 2.6 y 2.7 representan las componentes ortogonales del vector campo eléctrico de una onda que se propaga en la dirección z , estas ecuaciones también se pueden escribir en forma de exponentiales complejas usando la ecuación de Euler (ec. 2.5)

$$C = a + i \cdot b = |C| \cdot (\cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha)) = |C| \cdot e^{i \cdot \alpha} = |C| \cdot \exp(i \cdot \alpha) \quad (2.5)$$

$$E_x(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \delta_x) = E_{0x} \cdot R\{\exp(i \cdot (\omega t - kz + \delta_x))\} \quad (2.6)$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \delta_y) = E_{0y} \cdot R\{\exp(i \cdot (\omega t - kz + \delta_y))\} \quad (2.7)$$

Las ecuaciones anteriores se expresan omitiendo $R\{\}$ y el término $\exp\{i \cdot (\omega t - kz)\}$, quedando $E(z, t)$ definida como el siguiente vector columna, el cual se conoce como vector de Jones.

$$\mathbf{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_{0x} \cdot \exp(i \delta_x) \\ E_{0y} \cdot \exp(i \delta_y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.2. Elipse de polarización

Operando las componentes ortogonales $E_x(z, t)$ y $E_y(z, t)$ de la onda electromagnética representada en la ecuación 2.9 es posible llegar a la ecuación 2.10, la cual es la ecuación de una elipse rotada y la definición formal de polarización [27]. El lugar geométrico de los puntos formado por el vector del campo eléctrico compuesto por E_x y E_y se corresponde con una elipse (o alguna de sus formas especiales, como una circunferencia o una línea recta) mientras que la onda se propaga (figura 2.2).

$$E(z, t) = E_x(z, t) + E_y(z, t) \quad (2.9)$$

$$E(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \delta_x) \hat{x} + E_{0y} \cos(\omega t - kz + \delta_y) \hat{y}$$

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta) = \sin(\delta)^2 \quad (2.10)$$

$$\delta = \delta_y - \delta_x$$

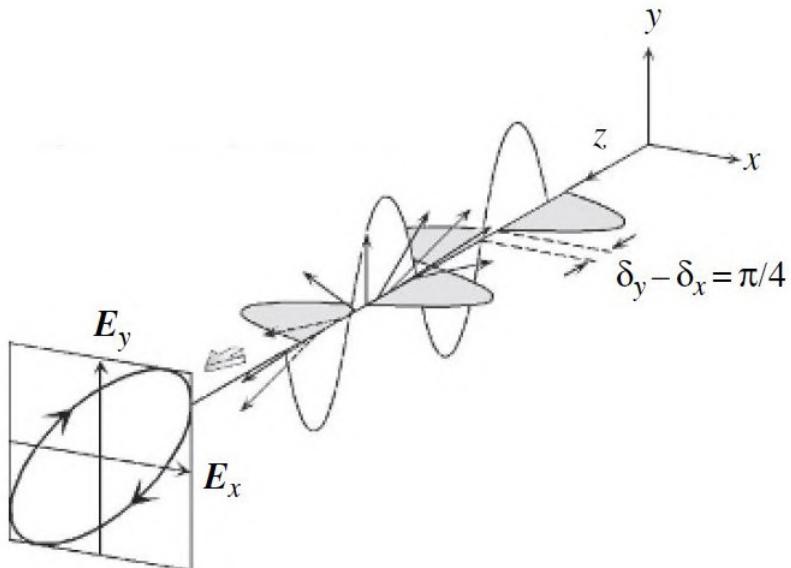


Fig. 2.2. Elipse de polarización correspondiente a un haz con polarización elíptica [13]. Existe un desfase $\pi/4$ entre las componentes E_x e E_y .

La ecuación 2.10 es la ecuación de una elipse, pero como se indica a continuación puede representar los tres estados de luz completamente polarizada, polarización lineal, polarización circular y polarización elíptica.

Si $\delta = 0$ o π la ecuación 2.10 se convierte en la ecuación 2.11, la cual corresponde a la ecuación de una recta de pendiente $\pm m$, y representa cualquier estado de **polarización lineal**.

$$E_y = \pm \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) E_x \quad (2.11)$$

Si $\delta = \pi/2$ o $3\pi/2$ y $E_0 = E_{0x} = E_{0y}$, la ecuación 2.10 se convierte en la ecuación 2.12, la cual corresponde a la ecuación de una circunferencia de radio unidad, y representa los estados de **polarización circular** en sentido horario ($\delta = \pi/2$) y antihorario ($\delta = 3\pi/2$).

$$1 = \frac{E_x^2}{E_0^2} + \frac{E_y^2}{E_0^2} \quad (2.12)$$

Si $\delta = \pi/2$ o $3\pi/2$, la ecuación 2.10 se convierte en la ecuación 2.13, la cual corresponde a la ecuación de una elipse, y representa los estados de **polarización elíptica**. Cualesquiera otros valores de δ , E_{0x} y E_{0y} diferentes de las configuraciones que dan polarización lineal y circular, generarán una polarización elíptica.

$$1 = \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} \quad (2.13)$$

Los parámetros de la elipse de polarización (figura 2.3) son el ángulo de elipticidad (χ) y el ángulo de orientación o azimut (ψ), indicados respectivamente en las ecuaciones 2.15 y 2.14. Estos dos parámetros caracterizan la elipse y se pueden escribir en función del retardo entre componentes (δ), y el ratio entre las amplitudes de las componentes del campo eléctrico ($\tan \alpha$).

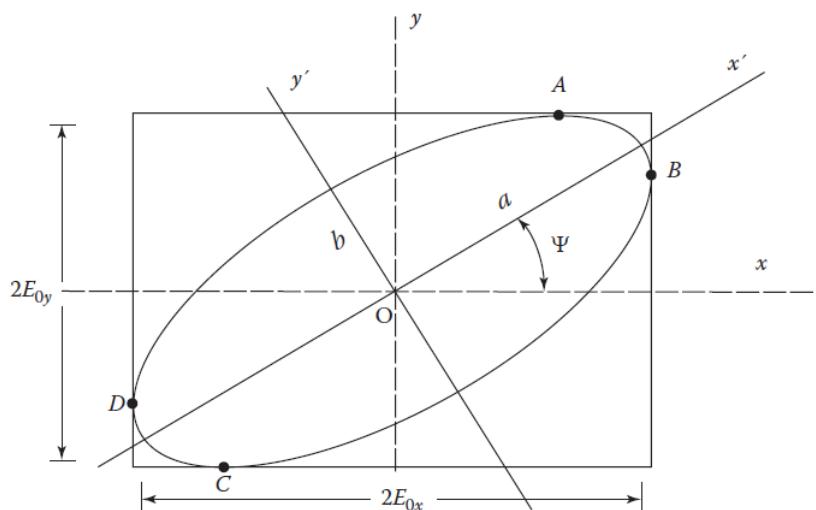


Fig. 2.3. Elipse de polarización correspondiente a un haz con polarización elíptica [27].

$$\tan 2\psi = (\tan 2\alpha) \cos \delta = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \quad \psi \in [0, 180] \quad (2.14)$$

$$\sin 2\chi = (\sin 2\alpha) \sin \delta \quad \chi \in [-45, +45] \quad (2.15)$$

$$\tan \alpha = \frac{E_{y0}}{E_{x0}} \quad (2.16)$$

2.3. Índice de refracción

La refracción ocurre cuando la luz se propaga de un medio a otro, con propiedades ópticas diferentes. El fenómeno de la refracción se define mediante el índice de refracción de cada medio, representado en la ecuación 2.17, donde c es la velocidad de la luz en el vacío y s es la velocidad de fase de la luz en el medio a través del cual se propaga.

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.17)$$

$$k = \frac{2\pi n}{\lambda} \quad (2.18)$$

La refracción en un medio transparente se representa en la figura 2.4 *a* y la ecuación 2.19. Se puede apreciar que la longitud de onda se reduce en el medio refractado en un factor $\frac{1}{n}$ y que la amplitud del campo eléctrico también se reduce ($E_0 > E_{0t}$), esta reducción se debe a que parte de la energía de la onda se refleja.

$$E = E_{0xt} \cdot R\{\exp(i \cdot (\omega t - kz + \delta_x))\} = E_{0xt} \cdot R\{\exp(i \cdot (\omega t - \frac{2\pi n}{\lambda} z + \delta_x))\} \quad (2.19)$$

La refracción en un medio absorbente se representa en la figura 2.4 *b* y la ecuación 2.22. Para modelar la atenuación que sufre la onda a medida que se propaga en un medio absorbente se utiliza el índice de refracción complejo, representado en la ecuación 2.21, donde K es el coeficiente de extinción.

$$N = n - ik \quad (2.20)$$

$$E = E_{0x} \cdot R\{\exp(i \cdot (\omega t - \frac{2\pi N}{\lambda} z + \delta_x))\} \quad (2.21)$$

$$E = E_{0x} \cdot \exp(-z \frac{2\pi k}{\lambda}) R\{\exp(i \cdot (\omega t - \frac{2\pi n}{\lambda} z + \delta_x))\} \quad (2.22)$$

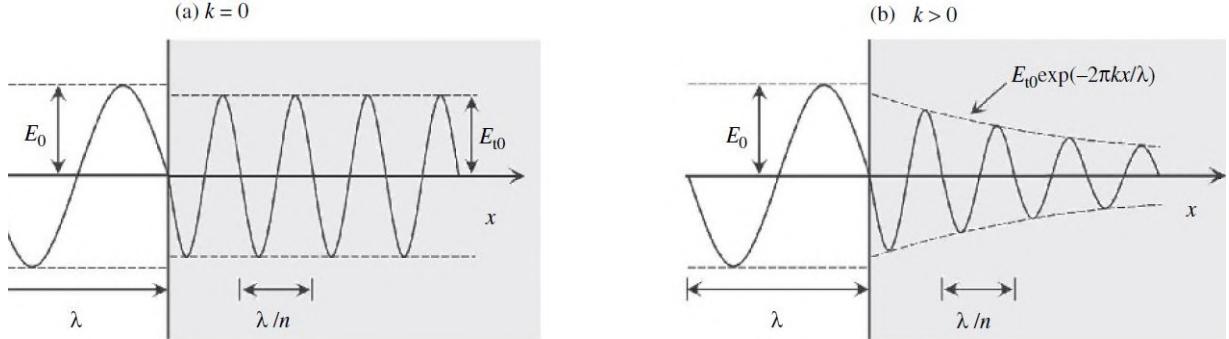


Fig. 2.4. Propagación de una onda electromagnética a través de un medio absorbente (a) y uno no absorbente (b), adaptado de [13].

2.4. Coeficientes de reflexión de Fresnel

La deducción de los coeficientes de reflexión de una onda electromagnética en una interfase entre dos medios se realiza a partir de las ecuaciones de Maxwell. Para ello se establece el sistema de referencia $s-p$. En este sistema los campos eléctricos de la onda incidente, releyada y transmitida se descomponen en dos componentes ortogonales, E_s y E_p . Estas componentes corresponden a las proyecciones perpendiculares y paralelas al plano de incidencia, respectivamente, siendo el plano de incidencia aquel que contiene el haz incidente, el haz reflejado y la normal a la superficie.

Teniendo en cuenta las condiciones de contorno de las ondas electromagnéticas se pueden deducir los coeficientes complejos de reflexión de las ondas s y p [13]. Estos coeficientes son la relación entre la onda incidente y reflejada en dos medios definidos con N_i (índice de refracción complejo del medio en el cual está la onda incidente y reflejada) y N_t (índice de refracción complejo del medio en el cual está la onda transmitida), y donde α_i y α_t son el ángulo de incidencia y el ángulo del haz transmitido respectivamente.

$$r_s = \frac{E_{rs}}{E_{is}} = \frac{N_i \cdot \cos \alpha_i - N_t \cdot \cos \alpha_t}{N_i \cdot \cos \alpha_i + N_t \cdot \cos \alpha_t} \quad r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} = \frac{N_t \cdot \cos \alpha_i - N_i \cdot \cos \alpha_t}{N_t \cdot \cos \alpha_i + N_i \cdot \cos \alpha_t} \quad (2.23)$$

Usando la Ley de Snell (ecuación 2.24) es posible expresar los coeficientes de refracción complejos en función del ángulo de incidencia α_i y N_{ti} , definido $N_{ti} = N_t/N_i$ como el cociente entre los índices del medio de incidencia y el de transmisión.

$$\sin(\alpha_i) N_i = \sin(\alpha_t) N_t \quad (2.24)$$

$$r_s = \frac{\cos \alpha_i - \sqrt{N_{ti}^2 - \sin^2 \alpha_i}}{\cos \alpha_i + \sqrt{N_{ti}^2 - \sin^2 \alpha_i}} \quad r_p = \frac{N_{ti}^2 \cos \alpha_i - \sqrt{N_{ti}^2 - \sin^2 \alpha_i}}{N_{ti}^2 \cos \alpha_i + \sqrt{N_{ti}^2 - \sin^2 \alpha_i}} \quad (2.25)$$

Es necesario diferenciar los conceptos de reflectancia (R_s y R_p) de los coeficientes de reflexión complejos (r_s y r_p). Las reflectancias corresponden al ratio de la intensidad lumínica entre las ondas incidentes y reflejadas.

$$R_p = \frac{I_{rp}}{I_{ip}} = \frac{|E_{ip}|^2}{|E_{ip}|^2} = |r_p|^2 \quad R_s = \frac{I_{rs}}{I_{is}} = \frac{|E_{is}|^2}{|E_{is}|^2} = |r_s|^2 \quad (2.26)$$

En el caso de un substrato y una capa fina, existirán dos interfases en las que se produce interferencia y tres medios, denotados en la ecuación 2.27 como 1, 2 y 3, los cuales corresponden respectivamente al medio (N_1) en el que se encuentra la primera onda incidente, la capa fina (N_2) y el substrato (N_3). En ese caso, los coeficientes de reflexión complejos se calculan con la siguiente ecuación:

$$r_{123s}(\alpha) = \frac{r_{12s}(\alpha) + r_{23s}(\alpha) \cdot \exp(-i2\beta)}{1 + r_{12s}(\alpha) r_{23s}(\alpha) \exp(-i2\beta)} \quad r_{123p}(\alpha) = \frac{r_{12p}(\alpha) + r_{23p}(\alpha) \exp(-i2\beta)}{1 + r_{12p}(\alpha) r_{23p}(\alpha) \exp(-i2\beta)}, \quad (2.27)$$

donde r_{12} y r_{23} son los coeficientes de reflexión entre el primer y segundo medio; y entre el segundo y tercer medio, respectivamente. Asimismo β indica la diferencia de fase generada entre la primera y la segunda interfase:

$$\beta = \frac{2\pi d}{\lambda} N_2 \cos \alpha_1, \quad (2.28)$$

siendo d el espesor de la capa fina, λ la longitud de onda de la radiación, y α_1 el ángulo de incidencia en el medio definido por el índice de refracción complejo N_1 .

La definición del criterio de signos a usar en la fase de la ecuación 2.9 es critica, ya que como se aprecia en las ecuaciones 2.30 y 2.29 determina si la parte imaginaria del índice de refracción es positiva o negativa, y a su vez el signo de k determina el signo de β en la ecuación del coeficiente de reflexión en espejos multicapa y con recubrimientos. Por ejemplo, si se usa la ecuación 2.31 para hallar los coeficientes y se toman los datos del índice de refracción complejo de una referencia que usa el convenio de signos de 2.29 los resultados obtenidos serán erróneos. Para usar correctamente la ecuación 2.31 es necesario introducir los índices con el convenio de 2.30. Los diferentes criterios en la definición de la fase y su implicación en el resto de ecuaciones se muestran en la tabla 2.5.

Se puede usar cualquiera de los dos criterios, pero para obtener resultados correctos es necesario utilizar las ecuaciones correspondientes a cada criterio.

$$(\omega t - kx + \delta) \Rightarrow N = n - ik \quad (2.29)$$

$$(kx - \omega t + \delta) \Rightarrow N = n + ik \quad (2.30)$$

$$r_{123s}(\alpha) = \frac{r_{12s}(\alpha) + r_{23s}(\alpha) \cdot \exp(+i2\beta)}{1 + r_{12s}(\alpha) r_{23s}(\alpha) \exp(+i2\beta)} \quad r_{123p}(\alpha) = \frac{r_{12p}(\alpha) + r_{23p}(\alpha) \exp(+i2\beta)}{1 + r_{12p}(\alpha) r_{23p}(\alpha) \exp(+i2\beta)} \quad (2.31)$$

	Convention 1	Convention 2
Phase of light	$(\omega t - Kx + \delta)$	$(Kx - \omega t + \delta)$
When the initial phase δ is positive	Wave advances	Wave lags
Complex refractive index	$N \equiv n - ik$	$N \equiv n + ik$
Complex dielectric constant	$\epsilon \equiv \epsilon_1 - i\epsilon_2$	$\epsilon \equiv \epsilon_1 + i\epsilon_2$
Optical interference	$r_{012} = \frac{r_{01} + r_{12} \exp(-i2\beta)}{1 + r_{01}r_{12} \exp(-i2\beta)}$	$r_{012} = \frac{r_{01} + r_{12} \exp(i2\beta)}{1 + r_{01}r_{12} \exp(i2\beta)}$

Fig. 2.5. Criterios en los signos de la fase en una onda [13].

2.5. Parámetros de Stokes

George Gabriel Stokes en busca de una descripción matemática de la luz despolarizada o parcialmente polarizada desarrolló una forma de expresar cualquier estado de polarización (incluyendo la luz parcial o totalmente despolarizada) en función de la intensidad, en lugar de las amplitudes [28]. Aunque en su momento de publicación (1852), este planteamiento pasó desapercibido ya que en esa época el único detector óptico capaz de medir intensidades era el ojo humano, casi un siglo después, el premio Nobel Laureate Chandrasekhar uso el formalismo de Stokes para formular las ecuaciones del transporte radiativo debido a la difracción de la luz parcialmente polarizada [29].

Actualmente los parámetros de Stokes son ampliamente usados en la disciplina óptica, ya que permiten definir cualquier estado de polarización usando un parámetro que se puede medir experimentalmente con detectores ópticos, la intensidad luminosa.

Los parámetros de Stokes se representan en la ecuación 2.32, donde el primer parámetro (I) representa la intensidad total del haz; (Q) representa la cantidad de luz lineal o horizontalmente polarizada; (U) representa la cantidad de luz linealmente polarizada a $+45^\circ$ o -45° ; y (V) representa la cantidad de luz con polarización circular en sentido horario o antihorario.

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y}\cos(\delta) \\ 2E_{0x}E_{0y}\sin(\delta) \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \cos(2\chi) \cos(2\psi) \\ \rho \cos(2\chi) \sin(2\psi) \\ \rho \sin(2\chi) \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \cos(2\beta) \\ \rho \sin(2\beta) \cos(\delta) \\ \rho \sin(2\beta) \sin(\delta) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Como se aprecia en la ecuación 2.32 los parámetros de Stokes pueden ser definidos en función de diferentes variables: las amplitudes de las componentes ortogonales del campo eléctrico del haz (E_{0x} E_{0y}); los parámetros elipsométricos (δ -desfase entre componentes-, β -relación de amplitudes entre componentes-) y el grado de polarización (ρ)[27]; los parámetros de la elipse de polarización (χ -elipticidad-, ψ -azimut-) y el grado de polarización (ρ) [15].

Además, los parámetros elipsométricos ($\delta \beta$), y los parámetros de la elipse de polarización ($\chi \psi$) y el grado de polarización (ρ), se pueden escribir en función de los parámetros de Stokes (ver ecuaciones [2.33 - 2.36]).

$$\delta = \arctan\left(\frac{S_4}{S_3}\right) \quad \beta = \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{S_2}{S_1 \rho}\right) \quad (2.33)$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{S_4}{S_1 \rho}\right) \quad \psi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_3}{S_2}\right) \quad (2.34)$$

Un vector de Stokes que representa un haz parcialmente polarizado puede descomponerse de acuerdo a la ecuación 2.35 en su parte polarizada (S_p) y su componente despolarizada (S_d).

$$S = S_p + S_d$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2} \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_1 - \sqrt{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

2.5.1. DOP (Degree of Polarization)

El grado de polarización (Degree Of Polarization (DOP)) de un vector de Stokes se calcula en función de sus cuatro componentes $I Q U V$, como se indica en la ecuación 2.36. Su valor es uno cuando el haz al que representa el vector de Stokes está completamente polarizado. Esto significa que la energía total de la onda (I) es la suma de los tres elementos del vector asociados a luz polarizada ($Q U V$). En caso de que el dop sea < 1 el haz es parcialmente polarizado puesto que $\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ es $<$ que la energía total de la onda (I). Un valor de $dop = 0$, indica que el haz está completamente despolarizado ya que no tiene energía en las componentes polarizadas.

$$\rho = DOP[S] = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \leq 1 \quad (2.36)$$

2.5.2. PER (Polarization Extinction Ratio)

El Polarization Extinction Ratio (PER) (Polarization Extinction Ratio) es una magnitud adimensional referida a un haz polarizado y definida como el cociente entre la intensidad (E_{0x}^2) medida en el estado de polarización lineal, en el cual está la señal a trasmisir; y la intensidad (E_{0y}^2), no deseada presente en el estado de polarización ortogonal al anterior [30] [31].

En la figura 2.6 se representa un haz con polarización elíptica, esta figura se usa para definir el concepto de PER. El PER de un haz se puede calcular con la ecuación 2.37 donde χ es el ángulo de

elipticidad de la elipse de polarización que fue definido en la sección 2.2; b_x y b_y son los semiejes menor y mayor, respectivamente, de la elipse de polarización.

$$PER = \left(\frac{b_x}{b_y} \right)^2 = \frac{1}{\tan^2(\chi)} \quad (2.37)$$

Sin embargo, solo se obtendrá este valor de PER, cuando los ejes de la elipse de polarización ($X'Y'$) coincidan con el sistema de referencia (XY) usado para realizar la medición experimental y/o definir el vector de Stokes del haz. Cuando exista una desviación angular ψ entre los ejes de la elipse y el sistema de referencia de medición el valor del PER obtenido disminuirá. Dicho PER, denominado de ahora en adelante PER', se puede calcular con la ecuación 2.38, donde ψ es la desviación entre las bases XY , y $X'Y'$, y el ángulo de azimut χ de la elipse de polarización definida en los ejes XY .

$$PER' = \frac{PER \cos^2(\psi) + \sin^2(\psi)}{\cos^2(\psi) + PER \sin^2(\psi)} \quad (2.38)$$

El PER como unidad adimensional también se puede expresar en dB, según la ecuación 2.39

$$PER(dB) = 10 \log(PER) \quad (2.39)$$

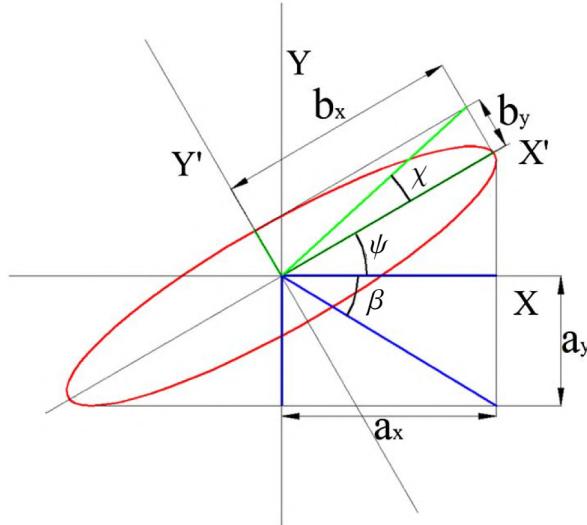


Fig. 2.6. Representación de un haz con polarización elíptica, adaptado de [21]. Donde XY y $X'Y'$ son los sistemas de referencia de medición y de la elipse, respectivamente; χ es el ángulo de azimut y la desviación entre los sistemas de referencia ψ ; χ es el ángulo de elipticidad; a_y es la amplitud del campo eléctrico en el eje y , en el sistema de referencia de la elipse b_x ; b_y es la amplitud del campo eléctrico en el eje y , en el sistema de referencia de la elipse b_y ; b_x es la amplitud del campo eléctrico en el eje y , en el sistema de referencia de medida b_x ; b_y es la amplitud del campo eléctrico en el eje y , en el sistema de referencia de medida b_y ; β es la relación entre las componentes x e y en el sistema de referencia de medida.

El PER de un haz también se puede calcular a partir de los parámetros de Stokes asociados a dicho haz. Supóngase que se tiene el vector de Stokes S_r , que es el vector de un haz reflejado en una superficie. El PER de dicho haz se puede calcular usando la ecuación 2.40, donde el vector S_r ha de ser rotado un ángulo ψ para que los ejes de la elipse de polarización coincidan con los ejes en los que se define el vector de Stokes.

$$PER = \left(\frac{b_x}{b_y}\right)^2 = \frac{1}{\tan^2(\chi)} = \frac{S_1^{r\psi} + S_2^{r\psi}}{S_1^{r\psi} - S_2^{r\psi}} \quad (2.40)$$

Al producirse la reflexión de un haz en un espejo, este puede modificar el haz reflejado (S_r) introduciendo en él una despolarización, una variación en el ángulo de elipticidad (χ), y en el ángulo de azimut (ψ). Dicha variación en el ángulo de azimut puede suponer una variación entre los sistemas de coordenadas XY y $X'Y'$. Supóngase que un emisor genera un haz con azimut de 45° y una elipticidad cercana a cero, este haz es reflejado en un espejo y se desea medir el PER del haz reflejado S_r , si esta medición se realiza ubicando los ejes XY del sistema de medida a 45° , se mediría el PER' indicado en la ecuación 2.41, y $\Delta\psi = |45 - \psi_r|$ será la rotación que ha sufrido la elipse inicial que estaba a 45° .

$$PER' = \left(\frac{a_x}{a_y}\right)^2 = \frac{1}{\tan^2(\beta)} = \frac{S_1^{r\psi_{45}} + S_2^{r\psi_{45}}}{S_1^{r\psi_{45}} - S_2^{r\psi_{45}}} \quad (2.41)$$

El PER es una buena figura de mérito para evaluar como se mantiene un estado de polarización en concreto al propagarse por un sistema compuesto por elementos ópticos, ya que estos elementos pueden introducir un retardo, una diatenuación y una despolarización. Si bien, la definición de PER hace referencia a un haz polarizado, se ha comprobado en mediciones experimentales realizadas con un polarímetro completo, por Penninckx y Beck *et al.* [30] que el PER disminuye significativamente al disminuir el grado de polarización. Por lo tanto, en el cálculo teórico del PER se puede tener en cuenta o no el efecto de la despolarización, para ello será necesario descomponer el vector S_r en su componente polarizada y despolarizada, de acuerdo a la ecuación 2.35.

2.5.3. Quantum Bit Error Rate (QBER)

El QBER es un parámetro derivado del Bit Error Rate (BER) (Bit Error Rate). Se define como el cociente entre el número de bits erróneos (N_e) y el número de bits totales (N_T) de la clave tamizada (2.42) en el protocolo de distribución de clave cuántica BB94 [32].

$$QBER = \frac{N_e}{N_T} \quad (2.42)$$

Se puede relacionar con el PER a través de la ecuación 2.43 [21].

$$QBER = \frac{1}{PER' + 1} = \frac{1}{PER + 1} + \frac{PER - 1}{PER + 1} \sin(2\psi) \quad (2.43)$$

2.6. Matrices de Müller

En la ecuación 2.44, M es una matriz de dimensión 4×4 que modela las propiedades ópticas de un elemento en el cual un haz incidente con un estado de polarización S_{in} se refleja o transmite, dando lugar a un estado de polarización de salida S_{out} . Esta formulación matricial fue propuesta por Hans Müller a mediados del siglo XX [33]. De esta manera, como se verá a continuación, cada elemento óptico tiene una matriz de Müller asociada, la cual modifica el estado de polarización del haz incidente de una manera diferente.

$$\begin{aligned} S_{out} &= M * S_{in} \\ \begin{bmatrix} I_{out} \\ Q_{out} \\ U_{out} \\ V_{out} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{in} \\ Q_{in} \\ U_{in} \\ V_{in} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.44)$$

El planteamiento anterior se puede extender al caso en el cual se tienen varios elementos en lugar de un solo elemento, como se indica en la ecuación 2.45. En ese caso la matriz de Müller del sistema compuesto por todos los elementos se puede hallar con el producto de las matrices de cada elemento, con un orden de izquierda a derecha, inverso a la secuencia de incidencia del haz en los elementos del sistema.

$$S_{salida} = \prod_{j=N}^{j=1} M_j S_{entrada} \quad (2.45)$$

2.6.1. Polarizador lineal

La matriz $M_{Polarizador}$ (ecuación 2.46) representa la matriz de Müller de un polarizador, o también denominado diatenuador, el cual es un elemento óptico que atenúa de manera diferente las componentes ortogonales E_x y E_y de la onda electromagnética. p_x y p_y son los coeficientes de atenuación en los ejes x e y , estando comprendidos entre 0 (atenuación completa) y 1 (sin atenuación).

$$M_{polarizador} = \begin{bmatrix} \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} & \frac{p_x^2 - p_y^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{p_x^2 - p_y^2}{2} & \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_x p_y \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

2.6.2. Retardador lineal

La matriz $M_{retardador}$ (ecuación 2.47) corresponde a la matriz de Müller de un retardador, el cual es un elemento óptico que introduce un desfase δ , es decir, un retardo, entre las componentes perpendiculares del haz incidente.

$$M_{Retardador} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\delta) & \sin(\delta) \\ 0 & 0 & -\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

2.6.3. Espejo ideal

La matriz de Müller de un elemento isotópico sobre el cual se produce la reflexión de un haz incidente fue deducida por Azzam y Bashara [34] como el resultado del producto de la matriz de un retardador lineal y un polarizador lineal, donde se ha comprobado que el producto de las matrices $M_{Polarizador}$ y $M_{Retardador}$ cumple la propiedad commutativa.

$$M_{Espejo} = M_{Polarizador} M_{Retardador} = M_{Retardador} M_{Polarizador}$$

$$M_{Espejo} = \begin{bmatrix} \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} & \frac{p_x^2 - p_y^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{p_x^2 - p_y^2}{2} & \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_x p_y \cos(\delta) & p_x p_y \sin(\delta) \\ 0 & 0 & -p_x p_y \sin(\delta) & p_x p_y \cos(\delta) \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Puesto que un polarizador trabaja típicamente en transmisión, mientras que el espejo lo hace en reflexión, se puede aplicar la ecuación 2.49, y remplazar los coeficientes p_y^2 y p_x^2 por las reflectancias R_p y R_s , lo que permite reescribir la ecuación del espejo como la ecuación 2.50. Se escoge el sistema de referencia $y - x$ para que coincida con el $p - s$.

$$p_y^2 = |r_p|^2 = R_p$$

$$p_x^2 = |r_s|^2 = R_s \quad (2.49)$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{|r_s|^2 + |r_p|^2}{2} & \frac{|r_s|^2 - |r_p|^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{|r_s|^2 - |r_p|^2}{2} & \frac{|r_s|^2 + |r_p|^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |r_s| |r_p| \cos(\delta_p - \delta_s) & |r_s| |r_p| \sin(\delta_p - \delta_s) \\ 0 & 0 & -|r_s| |r_p| \sin(\delta_p - \delta_s) & |r_s| |r_p| \cos(\delta_p - \delta_s) \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

2.6.4. Rotación

La matriz de rotación M_{Rot} (ecuación 2.51), permite relacionar vectores de Stokes en sistemas de referencia que están rotados un ángulo θ .

$$M_{Rot} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) & 0 \\ 0 & -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Por otro lado, puede darse el caso de que uno de los elementos desarrollados en las secciones anteriores este rotado respecto al sistema de referencia *xy* del haz incidente. El efecto de este elemento rotado sobre el haz se modela en la ecuación 2.52.

$$S_{out} = M_r(-2\theta) M M_r(2\theta) S_{in} \quad (2.52)$$

2.6.5. Despolarizador

La matriz de un elemento despolarizador se representa en la ecuación 2.53. En caso de que $a = b = c = 0$, M representa un elemento completamente despolarizante; si $a = b = c = d$ siendo $0 < d < 1$, M representa un elemento uniformemente parcialmente despolarizante; si $a \neq b \neq c$ siendo $0 < a, b, c < 1$, M representa un elemento parcialmente despolarizante que no es homogéneo, es decir, cada estado de polarización incidente sufrirá una despolarización parcial diferente.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Un elemento despolarizador homogéneo está representado por la siguiente matriz de Müller , donde $0 \leq d \leq 1$.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

2.6.6. DI (Depolarization Index)

El Depolarization Index (DI) (Índice de Despolarización) de la matriz de un elemento o sistema óptico es un parámetro análogo al DOP, descrito en la ecuación 2.36.

En este trabajo se usara como DI el desarrollado por Espinosa-Luna *et al.* [35], representado en la ecuación 2.55, donde un $DI = 0$ implica un elemento o sistema completamente despolarizante, mientras que un $DI = 1$ representa un elemento o sistema no despolarizante.

$$DI(M) = \frac{\sqrt{-m_{00}^2 + \sum_{i,j=0}^3 m_{ij}^2}}{\sqrt{3} m_{00}}; \quad DI(M) \in [0, 1] \quad (2.55)$$

Este DI se deduce a partir del criterio de Kattawar [36], expresado como la ecuación 2.56, que es la ecuación análoga a la 2.36, pero aplicada a la matriz de un elemento óptico. Es decir, un elemento sobre el cual incide un haz no despolarizará el haz reflejado/transmitido si la matriz de Müller asociada a dicho elemento cumple que la ecuación 2.56 es igual a cuatro, en el caso de una matriz normalizada.

$$Tr(M' M) = \sum_{i,j=0}^3 m_{ij}^2 \leq 4m_{00}^2 \quad (2.56)$$

3. MODELO MATEMÁTICO

En este capítulo se explica el modelo matemático utilizado para evaluar la variación en el estado de polarización de un haz al reflejarse este en un espejo. El contenido de este capítulo está organizado en seis secciones de la siguiente manera.

En la sección 3.1 se presentan los dos tipos de movimientos (*tip-tilt* de apuntamiento grueso y fino) que los FSM pueden realizar; y como estos afectan al ángulo de incidencia y al sistema de referencia sp , donde s es la componente del campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia y p la componente paralela.

En las secciones 3.2 y 3.3 se plantean los modelos matemáticos con los que se evalúa la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento grueso y apuntamiento fino. En la sección 3.4 se sintetiza el contenido de las dos anteriores secciones, y se presentan las parámetros de caracterización de los modelos.

Por último, en las secciones 3.5 y 3.6, se estudia como afecta el *tip-tilt* de apuntamiento de los FSM al instrumento SO/PHI y a los sistemas QKD.

3.1. Espejos rápidos de direccionado del haz (FSM)

El funcionamiento de los Fast Steering Mirror (FSM) fue explicado, de manera breve, en la sección 1.3. En esencia los FSM modifican el camino óptico del haz, a través de variaciones en el ángulo de incidencia, para cumplir con los requerimientos de apuntamiento del instrumento [6].

Los sistemas de apuntamiento, estabilización de imagen o direccionado del haz permiten, por ejemplo, direccionar el haz a diferentes receptores en un sistema QKD, o contrarrestar la rotación del satélite de SO/PHI mientras este orbita al rededor del sol, entre otras aplicaciones. Los movimientos (*tip-tilt*) realizados para estas finalidades son denominados como *tip-tilt* de apuntamiento grueso, y su característica principal es que se puede considerar que el ángulo de incidencia no varía durante el tiempo de exposición a los detectores.

Además de este movimiento de apuntamiento grueso, los FSM pueden realizar movimientos de apuntamiento fino (*tip-tilt* de apuntamiento fino), por ejemplo para corregir las rotaciones del frente de onda debido a las perturbaciones atmosféricas en un sistema QKD [37] o en un enlace de comunicaciones ópticas en espacio libre[38]; o limitar el desplazamiento relativo entre las imágenes tomadas por SO/PHI debido a las vibraciones de la nave. Puesto que tanto las vibraciones, como las perturbaciones en el frente de onda son de naturaleza aleatoria, el *tip-tilt* realizado por los FSM para atenuar el valor eficaz del desapuntamiento o perturbación típicamente también será de naturaleza aleatoria.

Generalmente las variaciones del ángulo de incidencia generadas por el *tip-tilt* del FSM, suelen ser muy inferiores al ángulo de incidencia nominal del espejo (AOI-offset). Por ejemplo, en el caso de SO/PHI, el *tip-tilt* del FSM (60'') supone una variación del 0,2 % respecto al ángulo de incidencia nominal (8°). Si bien esta variación es pequeña, en sistemas en los cuales se realizan medidas polimétricas de alta precisión, como es el caso de SO/PHI o la QKD, la variación inducida, debida al *tip-tilt* de los FSM, en el estado de polarización del haz reflejado en el espejo puede ser considerable.

3.1.1. Consecuencias del *tip-tilt* de un FSM de dos ejes

En este apartado se explica el efecto del *tip-tilt* de los FSM sobre el ángulo de incidencia y el sistema de referencia *sp* de la haz.

En la figura 3.1 se ilustra la reflexión de una onda electromagnética en una superficie. La onda incidente, en el sistema de referencia *sp*, donde *p* es la componente del campo eléctrico de la onda en el plano de incidencia (plano perpendicular a la superficie del espejo) y *s* es la componente del campo eléctrico de la onda en el plano perpendicular al plano de incidencia.

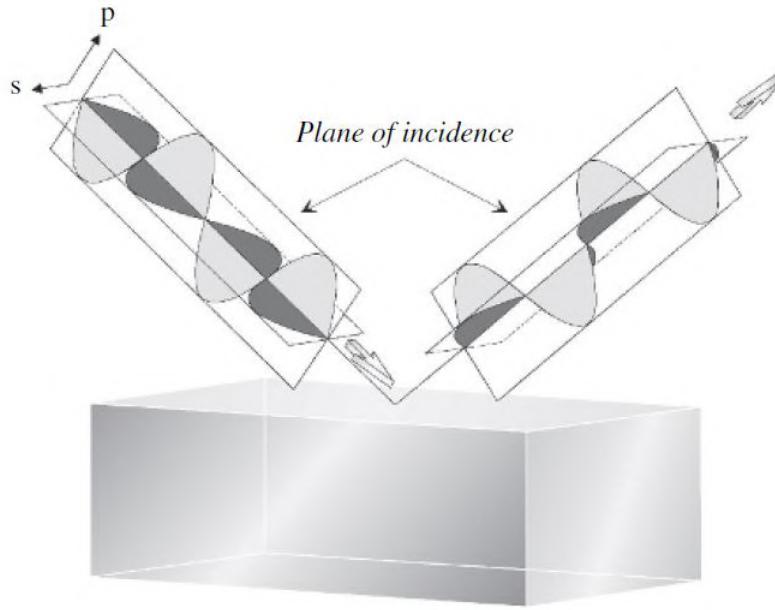


Fig. 3.1. Componentes de luz polarizada s y luz polarizada p [13].

En la figura 3.2 se muestra el efecto de las rotaciones del FSM sobre el ángulo de incidencia. En el instante temporal t_1 , el ángulo de incidencia es α_0 , que es igual al ángulo de incidencia nominal. En el instante temporal t_2 , el espejo ha rotado un ángulo $-\alpha_T$ respecto a uno de sus ejes ortogonales (ver figura 1.8), lo que implica que ahora el ángulo de incidencia es α_1 . En el instante temporal t_3 el espejo ha rotado un ángulo α_T , lo que implica que ahora el ángulo de incidencia es α_2 .

Evaluando la figura se puede deducir que las rotaciones del FSM, implican una variación del ángulo de incidencia en función del tiempo, según las ecuaciones 3.1 y 3.2.

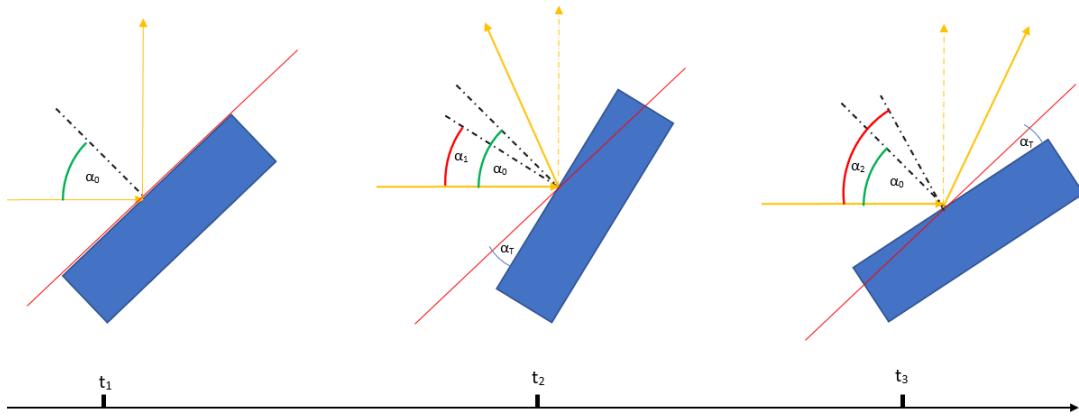


Fig. 3.2. Variación del ángulo de incidencia en función del tiempo debido al *tip-tilt* de apuntamiento de un FSM. α_0 es el ángulo de incidencia nominal, α_T es la amplitud máxima del *tip-tilt* del FSM, $\alpha_1 = \alpha_0 - \alpha_T$ y $\alpha_2 = \alpha_0 + \alpha_T$.

$$\alpha_2 = \alpha(t_2) = \alpha_0 - \alpha_T \quad (3.1)$$

$$\alpha_3 = \alpha(t_3) = \alpha_0 + \alpha_T \quad (3.2)$$

Según se indica en la ecuación 3.3, donde α_T se usa para indicar la amplitud máxima del *tip-tilt*, el ángulo de incidencia variara en función del tiempo, estando comprendido entre $\alpha_0 - \alpha_T$ y $\alpha_0 + \alpha_T$

$$\alpha(t) \in [\alpha_0 - \alpha_T; \alpha_0 + \alpha_T] \quad (3.3)$$

Las rotaciones del FSM también implican que el sistema de referencia *s p*, en el cual se definen respectivamente las componentes perpendicular y paralela de la onda, cambien en función del tiempo de manera proporcional a las rotaciones. Es decir, el espejo se comporta como un elemento óptico rotatorio en función del tiempo.

En este trabajo, solo se considera el efecto en la polarización debido a las variaciones del ángulo de incidencia, es decir solo se consideran las rotaciones respecto a uno de los ejes ortogonales del espejo. En un modelo con los dos ejes se producen variaciones del ángulo de incidencia que se calculan con el producto escalar del vector *N* con el *I* incidente (en 3D), y la matriz de Müller del espejo ha de multiplicarse por la matriz de rotación para modelar las rotaciones del sistema de referencia *sp* [39].

3.1.2. *tip-tilt* de los FSM para realizar el apuntamiento grueso y fino

El ángulo de incidencia en función del tiempo ($\alpha(t)$) en un FSM (ver figura 3.3) se puede modelar con la ecuación 3.4, donde α_0 es el ángulo de incidencia nominal y $\alpha_{FSM}(t)$ es el *tip-tilt* del espejo rápido de direccionado del haz en función del tiempo, respecto al eje *x*.

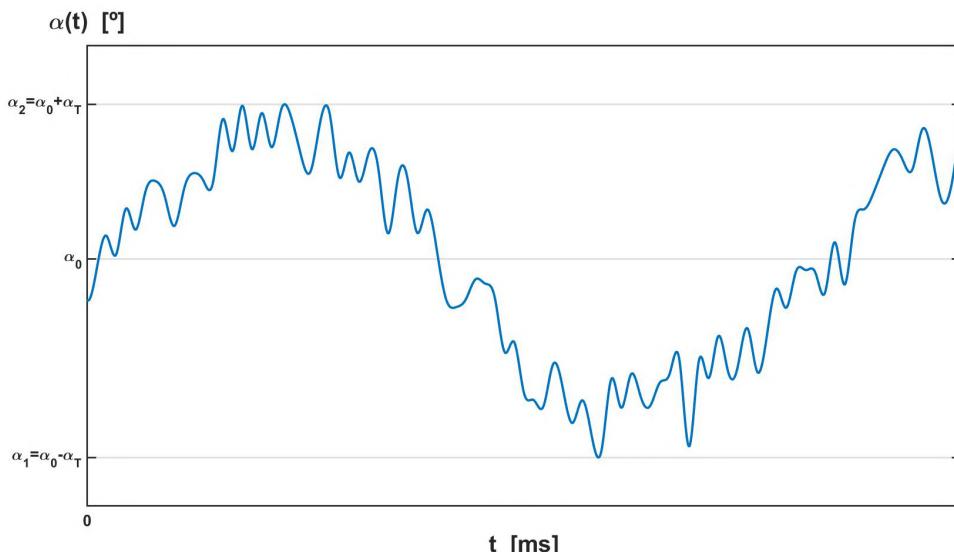


Fig. 3.3. Variación del ángulo de incidencia ($\alpha(t)$) en función del tiempo debido al *tip-tilt* del FSM.

$$\begin{aligned}
 \alpha(t) &= \alpha_0 + \alpha_{FSM}(t) \\
 \alpha(t) &= \alpha_0 + \alpha_{coarse}(t) + \alpha_{fine}(t) \\
 \alpha_{T coarse} &> > > \alpha_{T fine}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Las rotaciones $\alpha_{FSM}(t)$, como se aprecia en la ecuación 3.4 pueden ser descompuestas en dos componentes: $\alpha_{coarse}(t)$ *tip-tilt* de apuntamiento grueso y $\alpha_{fine}(t)$ *tip-tilt* de apuntamiento fino.

El apuntamiento grueso, ilustrado en la figura 3.4, representa las rotaciones de naturaleza típicamente determinista que realiza el espejo, por ejemplo, para mantener el apuntamiento de la nave a un punto durante su órbita o para dirigir el haz a diferentes puntos en un sistema QKD, entre otros usos. Estas variaciones del ángulo de incidencia se modelan en la sección 3.2 y su característica principal, como se expondrá más adelante, es que durante el tiempo de exposición a los detectores la variación del ángulo de incidencia se puede considerar nula, ya que estas rotaciones presentan un ancho de banda grande y por tanto variaciones respecto al tiempo muy lentas.

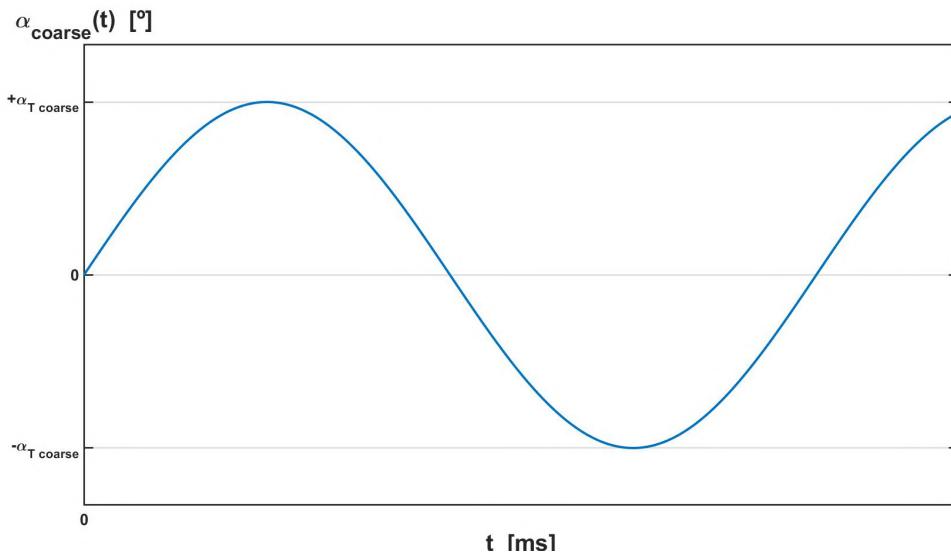


Fig. 3.4. *tip-tilt* ($\alpha_{coarse}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento grueso, en inglés *Coarse pointing*.

El apuntamiento fino, ilustrado en la figura 3.5, representa las rotaciones que realiza el espejo con el fin de limitar el *jitter* de apuntamiento debido a las vibraciones de la nave, en el caso de SO/PHI; o las perturbaciones en la frente de onda debido a la atmósfera en sistemas QKD. Estas variaciones aleatorias del ángulo de incidencia se modelan en la sección 3.3. Como se expondrá más adelante, la principal característica de este *tip-tilt* de apuntamiento fino es que, a diferencia del apuntamiento grueso, la variación del ángulo de incidencia durante el tiempo de exposición a los detectores el ángulo de incidencia no es constante.

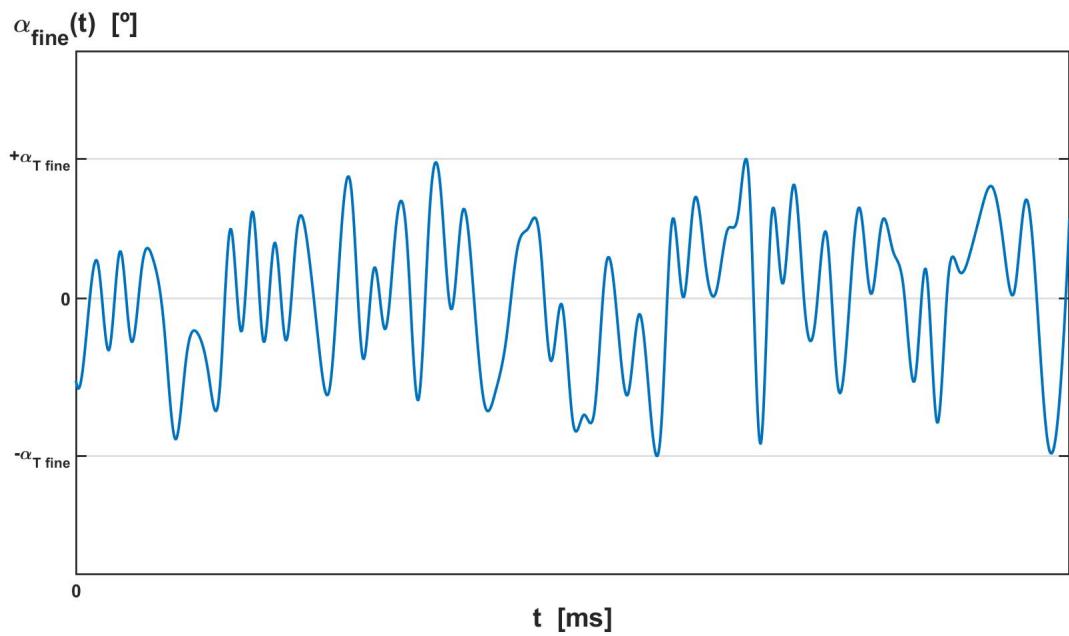


Fig. 3.5. *tip-tilt* ($\alpha_{\text{fine}}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento fino, en inglés *Fine pointing*.

El modelado de la variación en la polarización de un FSM que solo realiza movimientos de apuntamiento grueso se realiza de la manera explicada en la sección 3.2. Tanto el modelado debido solo al apuntamiento fino, como al apuntamiento combinado se realiza de la forma expuesta en la sección 3.3.

3.2. Modelado de la variación en la polarización debido al apuntamiento grueso

Como se vio en el apartado anterior, el *tip-tilt* de los FSM implica variaciones en el ángulo de incidencia (ver figura 3.2), y dicho *tip-tilt* consta de dos tipos de movimientos. El *tip-tilt* de apuntamiento grueso, que es el cual se desarrollará en esta sección, y el *tip-tilt* de apuntamiento fino, el cual se desarrolla en la sección 3.3.

La diferencia principal entre ambas movimientos es su ancho de banda y su naturaleza. El ancho de banda del *tip-tilt* de apuntamiento grueso es sustancialmente mayor al del *tip-tilt* de apuntamiento fino, el cual típicamente es de naturaleza aleatoria, mientras que el *tip-tilt* de apuntamiento grueso habitualmente es de naturaleza determinista.

Para realizar el modelado se supone que el FSM solo realiza rotaciones de apuntamiento grueso comprendidas entre $\alpha_0 \pm \alpha_T$, como se indica en la figura 3.6. Como se indicará en la siguiente sección, el modelado del efecto conjunto se puede realizar cambiando el ángulo de incidencia nominal α_0 , en el modelo de apuntamiento fino.

3.2.1. Modelado usando el formalismo de Müller-Stokes

La variación respecto al tiempo del *tip-tilt* de apuntamiento grueso es lenta durante el tiempo de integración del detector, esto implica que en el intervalo temporal en el cual el detector óptico realiza la medida de intensidad luminosa, el ángulo de incidencia es prácticamente constante, como se indica en la siguiente figura.

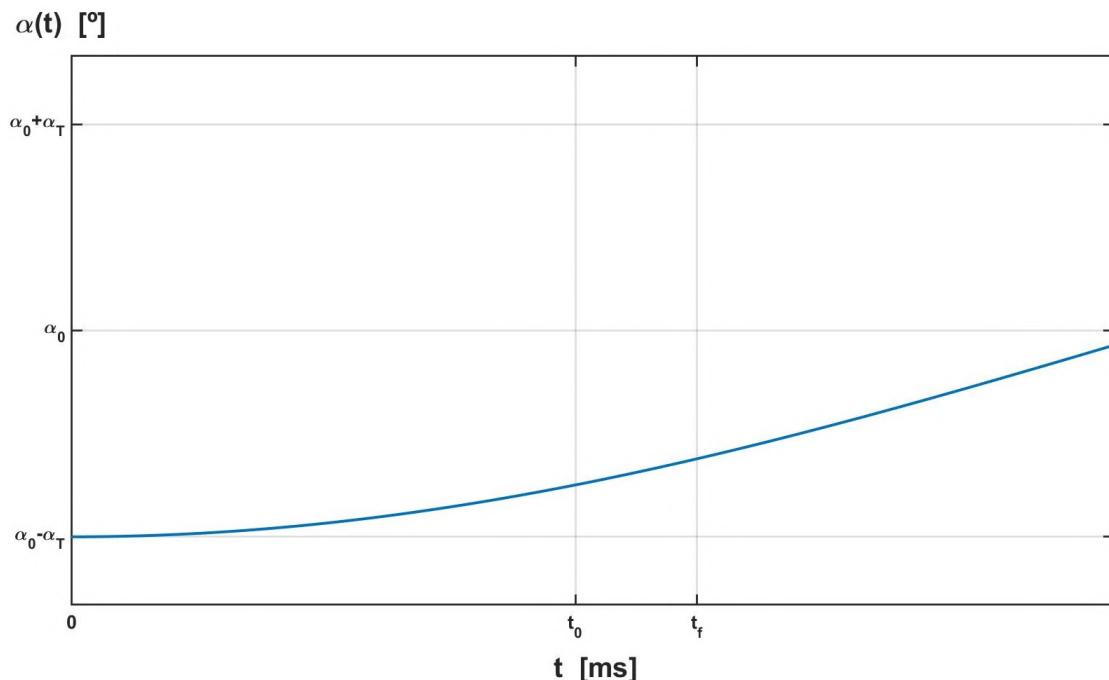


Fig. 3.6. *Tip-tilt* ($\alpha_{coarse}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento grueso, en inglés *Coarse pointing*.

El efecto del *tip-tilt* de apuntamiento grueso del los FSM sobre el estado de polarización del haz reflejado S_r se modela con el bien conocido formalismo de Müller-Stokes (ver 2.6). Como se vio en la sección anterior las rotaciones de un espejo sobre uno de sus ejes implican cambios en el ángulo de incidencia (ver ecuación 3.4), utilizando la ecuación 3.5 se obtiene la matriz del espejo ($M_{FSM}(\alpha)$) en función del ángulo de incidencia nominal, y por tanto, el vector de Stokes rejeado ($S_r(\alpha)$) en función del ángulo de incidencia. Analizando el vector de Stokes o la matriz de Müller se obtiene la variación en el estado de polarización en el haz reflejado.

$$S_r(\alpha) = M_E(\alpha) \cdot S_i \quad (3.5)$$

En la sección 2.6.3 se desarrolló la obtención de la matriz (M_E) de un espejo ideal a partir de las matrices de un retardador y un polarizador [34], cabe destacar que la propiedad conmutativa se cumple al realizar el producto de las matrices de un polarizador y un retardador, como se indica en la ecuación 3.6

$$M_E = M_{PL} \cdot M_{RT} = M_{RT} \cdot M_{PL} \quad (3.6)$$

En la ecuación 3.7, R_s y R_p son las reflectancias en las componentes s y p , siendo estas respectivamente $R_s = |r_s|^2$ y $R_p = |r_p|^2$; δ es la diferencia de fase entre los coeficientes de reflexión complejos r_p y r_s , siendo $\delta = \delta_p - \delta_s$.

$$M_E = \begin{bmatrix} \frac{R_s + R_p}{2} & \frac{R_s - R_p}{2} & 0 & 0 \\ \frac{R_s - R_p}{2} & \frac{R_s + R_p}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{R_s R_p} \cos(\delta) & \sqrt{R_s R_p} \sin(\delta) \\ 0 & 0 & -\sqrt{R_s R_p} \sin(\delta) & \sqrt{R_s R_p} \cos(\delta) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

En la sección 2.4 se expusieron los coeficientes de reflexión complejos utilizados en espejos multicapa o con recubrimientos. En este trabajo los espejos analizados tendrán una o dos interfaces donde se produce reflexión-transmisión. Los coeficientes de reflexión complejos asociados a espejos de una y dos interfaces se calculan con las ecuaciones 3.8 y 3.9, respectivamente. El haz incidente y reflejado están en el medio 1, el cual es caracterizado por el índice de refracción complejo N_1 , y el haz transmitido o refractado está en el medio 2, caracterizado por el índice de refracción complejo N_2 .

$$r_{12p}(\alpha) = \frac{\frac{N_2^2}{N_1^2} \cos \alpha_1 - \sqrt{N_{21}^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\frac{N_2^2}{N_1^2} \cos \alpha_1 + \sqrt{N_{21}^2 - \sin^2 \alpha_1}} \quad r_{12s}(\alpha) = \frac{\cos \alpha_1 - \sqrt{N_{21}^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\cos \alpha_1 + \sqrt{N_{21}^2 - \sin^2 \alpha_1}} \quad (3.8)$$

$$r_{123s}(\alpha) = \frac{r_{12s}(\alpha) + r_{23s}(\alpha) \cdot \exp(-i2\beta)}{1 + r_{12s}(\alpha) r_{23s}(\alpha) \exp(-i2\beta)} \quad r(\alpha)_{123p} = \frac{r_{12p}(\alpha) + r_{23p}(\alpha) \exp(-i2\beta)}{1 + r_{12p}(\alpha) r_{23p}(\alpha) \exp(-i2\beta)} \quad (3.9)$$

Los términos de la matriz de un espejo son función de los coeficientes de reflexión complejos, que su vez son función de la longitud de onda de la radiación, los índices de refracción complejos de los diferentes medios, del ángulo de incidencia, y del espesor de las capas (en el caso de espejos multicapa y espejos monocapa con recubrimientos). En el modelo planteado en este trabajo, se consideran todas las variables constantes a excepción del ángulo de incidencia.

Analizando la ecuación 3.11 se aprecia que en la matriz de un espejo hay ocho elementos diferentes de cero, de los cuales hay cuatro linealmente independientes (ecuación 3.12), esto permite expresar la matriz en función de los 4 parámetros $f_1(\alpha)$ $f_2(\alpha)$ $f_3(\alpha)$ $f_4(\alpha)$ (ver ecuación 3.12).

$$M = F(\alpha) \begin{bmatrix} f_{11}(\alpha) & f_{12}(\alpha) & 0 & 0 \\ f_{21}(\alpha) & f_{22}(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33}(\alpha) & f_{34}(\alpha) \\ 0 & 0 & f_{43}(\alpha) & f_{44}(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11}(\alpha) & f_{12}(\alpha) & 0 & 0 \\ f_{12}(\alpha) & f_{11}(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33}(\alpha) & f_{34}(\alpha) \\ 0 & 0 & -f_{34}(\alpha) & f_{33}(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$M_{FSM}(\alpha) = \begin{bmatrix} f_1(\alpha) & f_2(\alpha) & 0 & 0 \\ f_2(\alpha) & f_1(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3(\alpha) & f_4(\alpha) \\ 0 & 0 & -f_4(\alpha) & f_3(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} f_1(\alpha) = m_{11}(\alpha) &= m_{22}(\alpha) = \frac{R_s + R_p}{2} = \frac{|r_s^2| + |r_p^2|}{2} \\ f_2(\alpha) = m_{12}(\alpha) &= m_{21}(\alpha) = \frac{R_s - R_p}{2} = \frac{|r_s^2| - |r_p^2|}{2} \\ f_3(\alpha) = m_{33}(\alpha) &= m_{44}(\alpha) = \sqrt{R_s R_p} \cos(\delta) = |r_s^2| |r_p^2| \cos(\delta_p - \delta_s) \\ f_4(\alpha) = m_{34}(\alpha) &= -m_{43}(\alpha) = \sqrt{R_s R_p} \sin(\delta) = |r_s^2| |r_p^2| \sin(\delta_p - \delta_s) \end{aligned} \quad (3.12)$$

La caracterización de la matriz de Müller de un espejo ideal mediante los cuatro parámetros (f_1 f_2 f_3 f_4) es usada en la sección 3.3 para verificar la validez del modelo planteado para caracterizar la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino.

3.2.2. Verificación respecto al software WVASE32

En esta sección se usa un elemento óptico genérico formado por una capa fina de monóxido de cobre (Cu_2O) y titanio (Ti) para verificar el modelo planteado. Esta verificación se hace comparando los coeficientes de reflexión calculados por nuestro modelo implementado en MATLAB y los valores dados por el software comercial WVASE32 [40]. En las siguientes gráficas se verifica que el cálculo de los coeficientes de reflexión en función del ángulo de incidencia y del espesor de la capa de Cu_2O es correcto y coincide con las valores de WVASE32.

Los resultados obtenidos por nuestro modelo implantado en MATLAB y los datos dados por WVASE coinciden para las diferentes condiciones, lo cual nos permite verificar el modelo implantado en MATLAB.

En primer lugar en las gráficas 3.7 y 3.8 se presentan los índices de refracción complejos del Cu_2O y del titanio, respectivamente. En la figura 3.7 se aprecia que el coeficiente de extinción del Cu_2O , no es muy próximo a 0, como consecuencia de este hecho se aprecia en la figura 3.9, donde a partir de un espesor de la capa fina, aproximado de 300 nm se observa que ya no se produce el fenómeno de interferencia, y los resultados de la reflectancia corresponden a un modelo de vacío - Cu_2O , esto se debe a que la onda ha sido amortiguada completamente por la capa fina de Cu_2O y no se produce una segunda reflexión en la interfase formada por Cu_2O y el titanio.

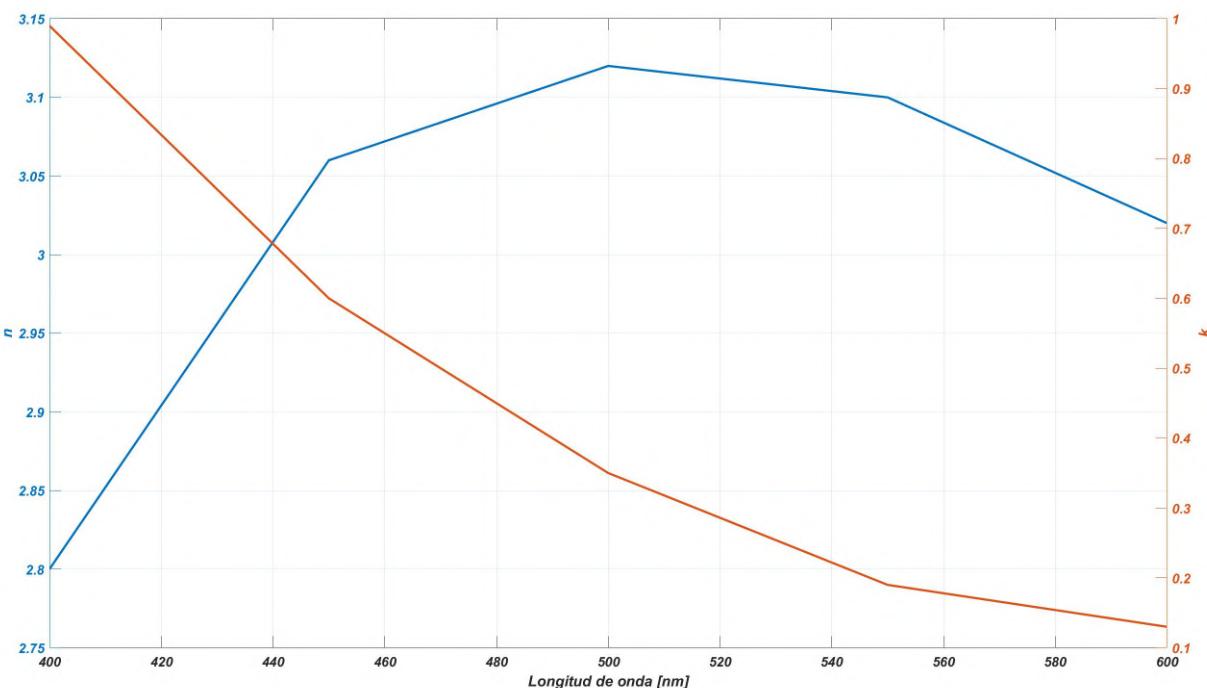


Fig. 3.7. Índice de refracción complejo del Cu_2O .

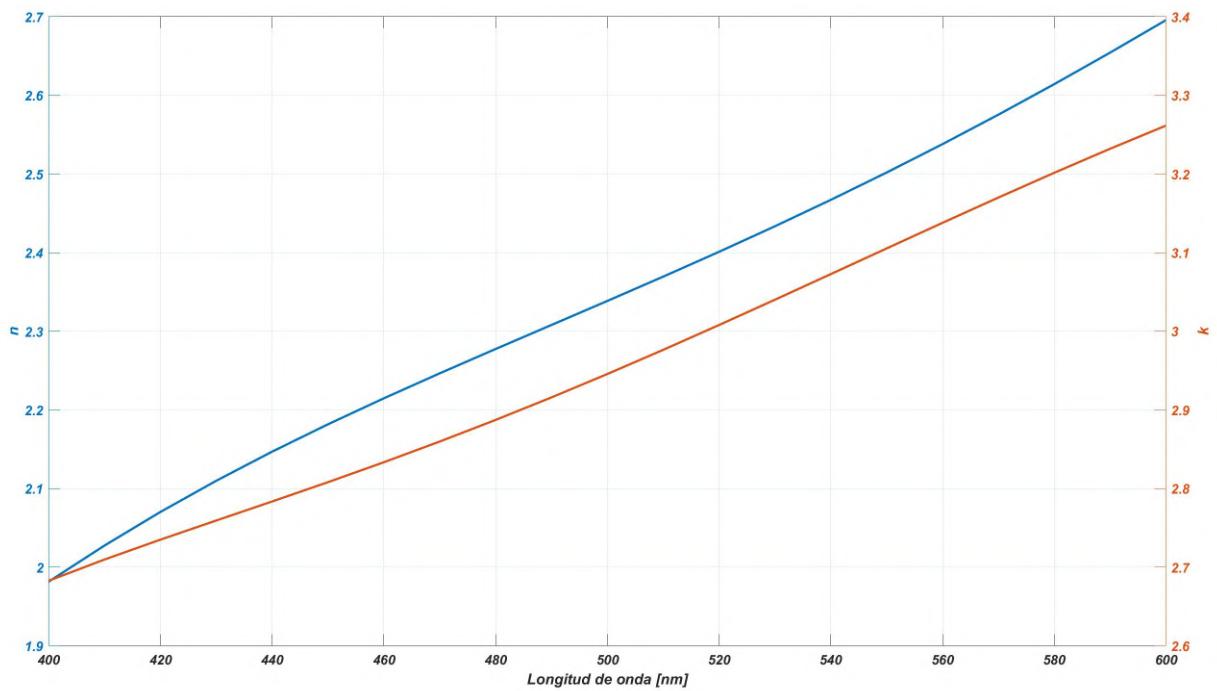


Fig. 3.8. Índice de refracción complejo del Ti.

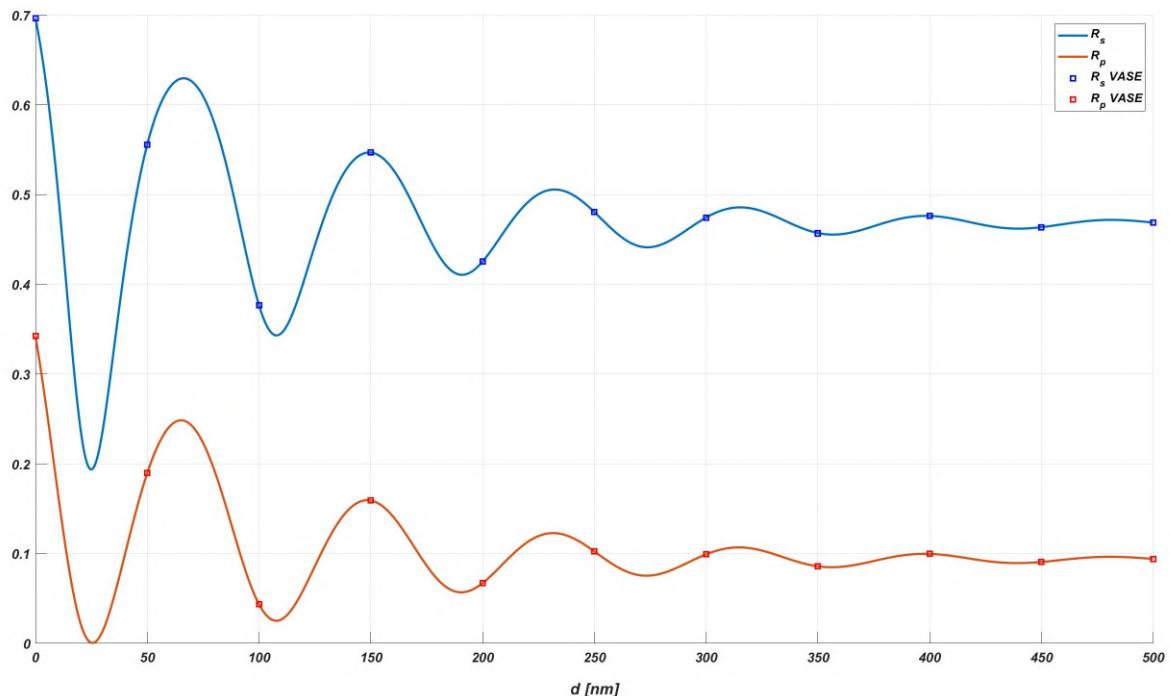


Fig. 3.9. Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, en función del espesor de la capa fina de Cu_2O sobre un substrato de Ti. $\text{AOI}_{\text{offset}}=55^\circ$; $\lambda=500\text{nm}$.

En la figura 3.10 se ilustra la reflectancia en función del ángulo de incidencia. Nótese que para una incidencia normal (0°) y paralela (90°) la reflectancia en las componentes s y p coincide. El ángulo para el cual se produce la diferencia máxima entre ambas componentes se denomina ángulo de Brewster, en caso de que alguna de las dos componentes no sea nula, se denomina pseudo-ángulo de Brewster, en la figura dicho ángulo es 75° .

Los resultados dados por el software WVASE y los calculados con nuestro modelo coinciden, esto nos permite verificar que el modelo planteado es correcto y está bien implementado en MATLAB.

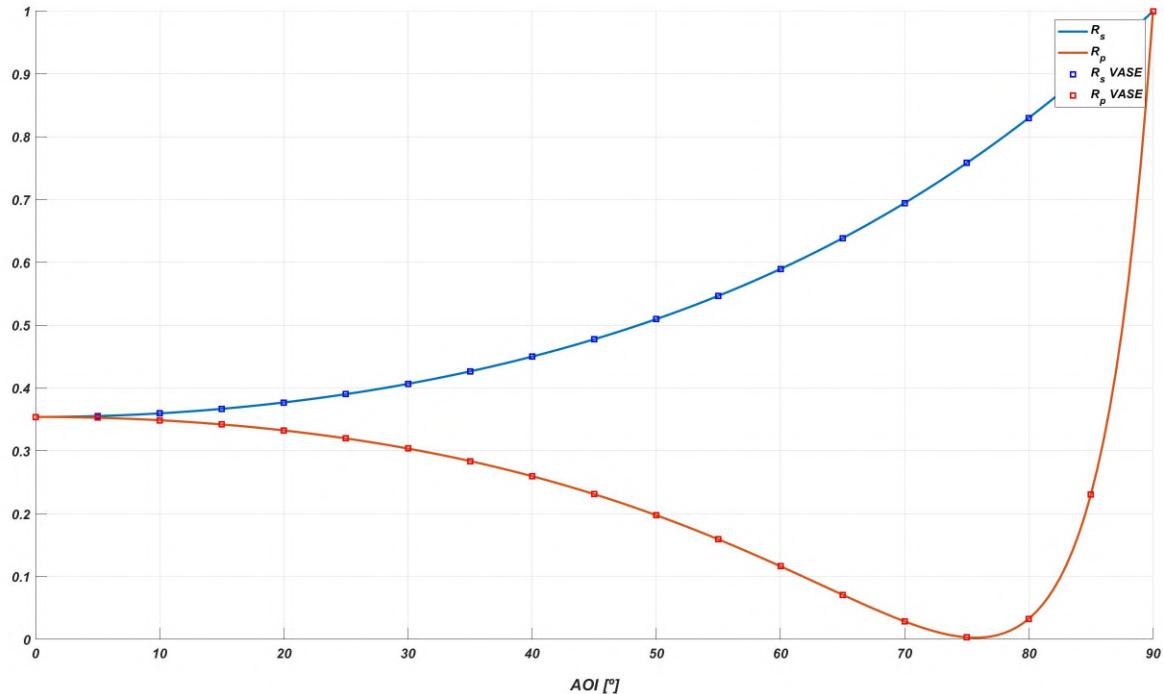


Fig. 3.10. Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, para un modelo óptico de $\text{Cu}_2\text{O}-\text{Ti}$, en función del ángulo de incidencia. Espesor del recubrimiento =150nm; $\lambda=500\text{nm}$.

En la figura 3.11 se muestra la matriz de Müller normalizada de un espejo ideal calculada con la ecuación 3.11 y evaluada para un ángulo de incidencia comprendido entre 0 y 90 °. En dicha figura se aprecia que para ángulos de incidencia menores que 20° la variación de los elementos de la matriz es muy pequeña.

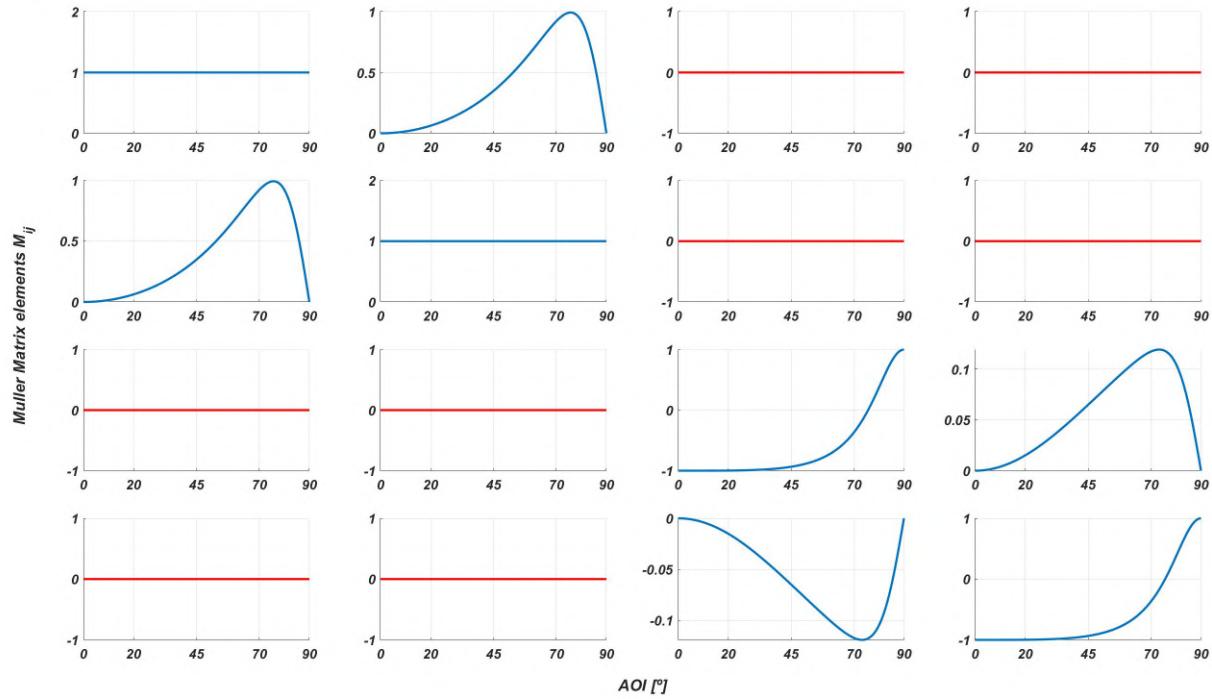


Fig. 3.11. Matriz de Müller en función del ángulo de incidencia para un modelo óptico de Cu₂O–Ti. Espesor del recubrimiento =150nm; $\lambda=500\text{nm}$.

3.3. Modelado de la variación en la polarización debido al apuntamiento fino

En esta sección se plantea el modelo mediante el cual se calcula la variación en el estado de polarización de los haces reflejados en un FSM que realiza un *tip-tilt* de apuntamiento fino y grueso. El contenido de esta sección está organizado en tres apartados.

En el primero (apartado 3.3.1), se plantea el modelado en términos del formalismo de Müller-Stokes. Este primer apartado, a su vez se subdivide en dos subapartados:

En el primero de ellos (subapartado 3.3.1) se expone el modelo desarrollado por Zettler *et al.* [24], el cual estudia el efecto en la polarización debido a un ángulo de incidencia variable causado por un haz enfocado.

En el segundo (subapartado 3.3.1), se usa el modelo de Zettler para modelar el efecto en la paralización debido a un AOI variable generado por el *tip-tilt* de apuntamiento de los FSM; y mediante cálculos realizados con el Software MATLAB se verifica la hipótesis planteada en este trabajo, la cual afirma que la variación producida en la polarización debido al enfocamiento del haz, es equivalente a la variación producida por el *tip-tilt* de apuntamiento fino de los FSM, siempre y cuando el tiempo de exposición de los detectores sea lo suficientemente grande (3.3.1).

En el segundo apartado se exponen las características del *tip-tilt* de apuntamiento fino ($\alpha_{fine}(t)$) y se plantea su generación con el software MATLAB (sección 3.3.2).

En el tercer apartado se contrastan los coeficientes de reflexión obtenidos con las datos por el Software WVASE32 (sección 3.3.3).

3.3.1. Modelado usando el formalismo de Müller-Stokes

En la figura 3.12 se ilustra la variación del ángulo de incidencia ($\alpha(t)$) en función del tiempo, debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino ($\alpha_{fine}(t)$) realizado por una FSM. Como se desarrolló en el apartado 3.1 dicho *tip-tilt* implica variaciones en el ángulo de incidencia en función del tiempo (ver figura 3.2).

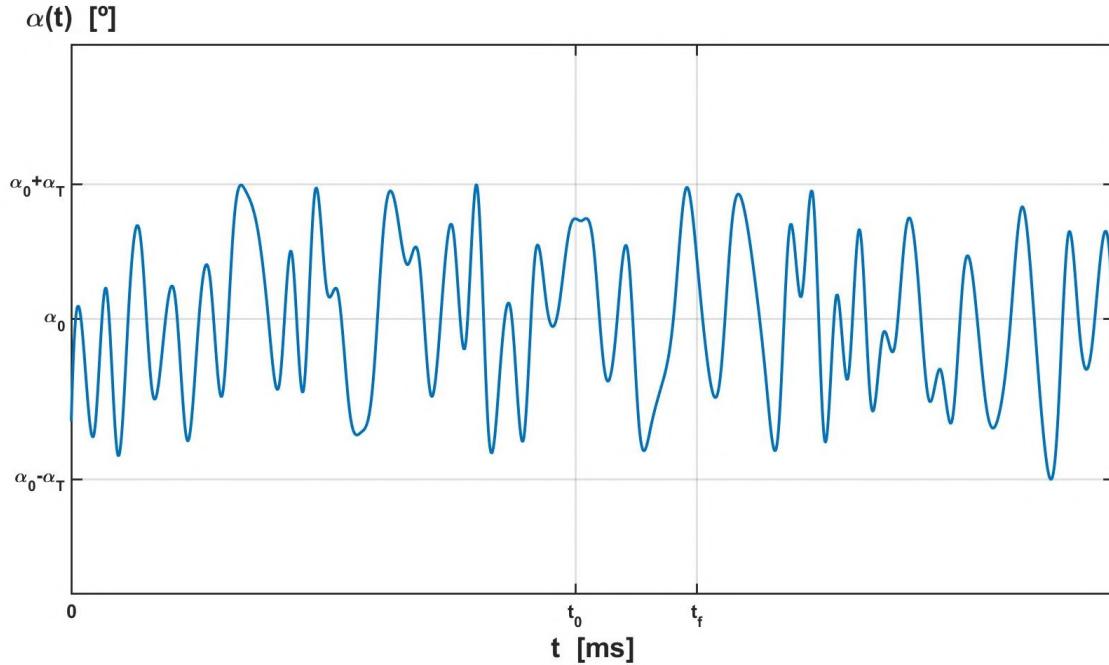


Fig. 3.12. *Tip-tilt* ($\alpha_{fine}(t)$) del FSM en función del tiempo para realizar el apuntamiento fino, en inglés *Fine pointing*.

La figura 3.12 queda representada por la ecuación 3.13, donde (α_0) es el ángulo de incidencia nominal; ($\alpha_{fine}(t)$) es el *tip-tilt* de apuntamiento fino realizado por el FSM, el cual corresponde a las rotaciones (α_x) de las figuras 3.1 y 3.2; y α_T es la amplitud máxima del FMS.

En este caso se considera que el FSM solo realiza movimientos de apuntamiento fino ($\alpha_{fine}(t)$) comprendidos entre $\alpha_0 \pm \alpha_T$. El modelado del efecto en la polarización de $\alpha_{coarse}(t)$ se puede realizar como se desarrolló en la sección 3.2 o variando el ángulo de incidencia nominal α_0 a la hora de realizar los cálculos en el caso del modelado de apuntamiento fino.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_{fine}(t) \quad (3.13)$$

Como se aprecia en la figura 3.12 la característica principal que diferencia al *tip-tilt* de apuntamiento grueso (α_{coarse}) del *tip-tilt* de apuntamiento fino (α_{fine}), es que este último es una señal aleatoria con un ancho de banda sustancialmente mayor al del apuntamiento grueso, es decir las variaciones de α_{fine} respecto al tiempo son mayores que las de α_{coarse} .

Considérese el intervalo temporal ($T_{int} = t_f - t_0$) (figura 3.12), como el tiempo de exposición a los detectores ópticos de un instrumento. En dicho intervalo temporal (T_{int}), la intensidad lumínica medida por los detectores no será la intensidad correspondiente a un ángulo de incidencia único α_0 , sino que será la intensidad efectiva (I_{ef}) dada en la ecuación 3.14.

$$I_{ef} = \int_{\alpha_0 - \alpha_T}^{\alpha_0 + \alpha_T} I(\alpha) pdf(\alpha) d\alpha \quad (3.14)$$

Donde, la consideración de una *pdf* (*Probability Density Function*) uniforme del *tip-tilt* de apun-

tamiento fino, implica que $\alpha(t)$ queda definida como una variable aleatoria con una *pdf* uniforme, según se indica en la ecuación 3.15.

$$pdf(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_T} \quad \text{para } \alpha \in [\alpha_0 - \alpha_T; \alpha_0 + \alpha_T] \quad (3.15)$$

Esto implica que la ecuación 3.14 se transforma en la ecuación 3.16. Como se expone en el siguiente apartado, en este trabajo se utiliza una pdf uniforme, puesto que es el caso más desfavorable desde el punto de vista de la variación generada en la polarización por α_{fine} .

$$I_{ef} = \frac{1}{2\alpha_T} \int_{\alpha_0 - \alpha_T}^{\alpha_0 + \alpha_T} I(\alpha) d\alpha \quad (3.16)$$

La intensidad medida por los detectores corresponde al primer parámetro (I) o (S_0) del vector de Stokes, y el vector de Stokes transmitido o reflejado por un elemento óptico (en este caso un espejo caracterizado por su matriz de Müller) se puede obtener de acuerdo a la ecuación 3.17, por lo tanto, la afirmación realizada respecto a la intensidad efectiva (I_{ef}), en la ecuación 3.14, se puede extrapolar a la matriz de Müller.

$$S_{out} = M S_{in} \quad (3.17)$$

Para modelar la variación en el estado de polarización debido a la variación del ángulo de incidencia, que es generado por el *tip-tilt* de apuntamiento fino del FSM, se buscó en la literatura modelos que aborden los efectos en la polarización debido a un ángulo de incidencia variable. Uno de estos modelos es el desarrollado por Zettler *et al.* [24], el cual estudia la despolarización producida por un ángulo de incidencia variable, debido al uso de lentes para enfocar el haz.

Si bien, en este modelo las variaciones del ángulo de incidencia se deben a un haz enfocado, y a priori este efecto es diferente del generado por los FSM, es esencial comprender este modelo para poder plantear el modelo que caracteriza la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino de los FSM. Además, aunque el modelo de Zettler se plantea para estudiar la despolarización, también caracteriza el retardo efectivo y la diatenuación efectiva generados en el haz reflejado. Por lo tanto, este modelo se plantea en el apartado 3.3.1.

Después de plantear el modelo de despolarización de Zettler, en el apartado 3.3.1, se plantea el modelado debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino. Se llega a la conclusión de que la matriz de Müller efectiva obtenida con ambos planteamientos es equivalente, siempre y cuando, el tiempo de integración o de exposición a los detectores sea suficiente para obtener el valor promedio de los elementos de la matriz de Müller.

Variación en la polarización causada por un Angle Of Incidence (AOI) variable debido a un haz enfocado

Fujiwara [13] desarrolla los diferentes fenómenos por los cuales puede producirse la despolarización parcial de un haz al reflejarse este, en una espejo. Esencialmente, esta despolarización se

produce al superponerse ondas reflejadas con diferente retardos aleatorios, generados por diferentes no idealidades como, variaciones en la longitud de onda, inhomogeneidades en el espesor de los recubrimientos, rugosidad de la superficie reflectante, etc.

Uno de los fenómenos que produce despolarización es la reflexión de un haz enfocado (*figura 3.13*). La figura 3.13 a representa un haz perfectamente colimado donde el ángulo de incidencia es inequívoco, y es α_0 , este haz incide sobre una superficie, generando un spot, mientras que la figura 3.13 b representa la incidencia de un haz enfocado, donde el ángulo de incidencia no es inequívoco y está comprendido entre α_1 y α_2 , con cierta función de densidad de probabilidad.

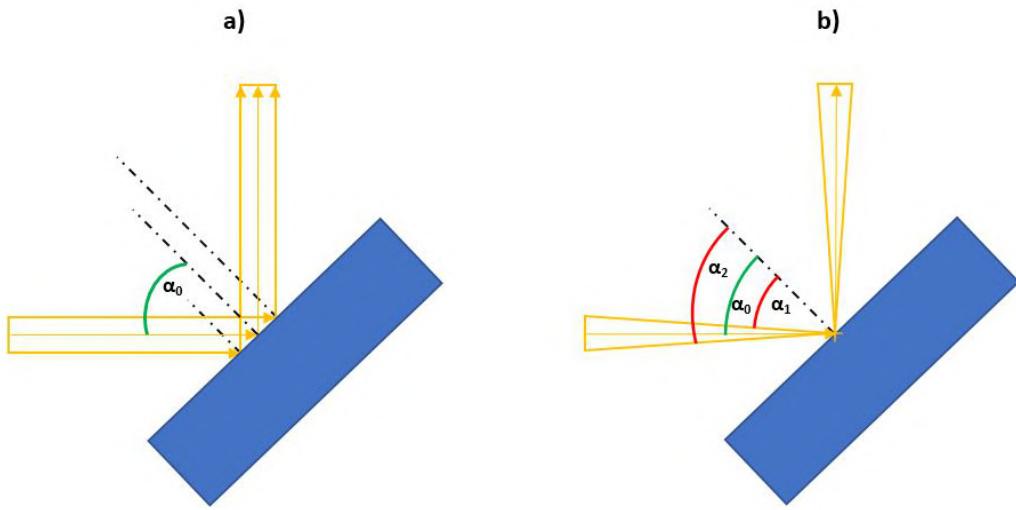


Fig. 3.13. a) Ángulo de incidencia de un haz colimado. a) Ángulo de incidencia de un haz enfocado.

De acuerdo a Zettler *et al.* [24] esta despolarización se puede caracterizar y modelar con la ecuación 3.18. El vector de Stokes reflejado despolarizado calculado (S_{rdc}) es la suma, en el dominio discreto, de todos los posibles vectores de Stokes reflejados no despolarizados calculados (S_{rc}) multiplicados por su probabilidad de ocurrencia ($w(\alpha)$). Puesto que los vectores reflejados calculados sin despolarizar (S_{rc}) se pueden obtener con el formalismo de Müller-Stokes, a partir de los vectores polarizados incidentes (S_i), y la matriz M_c de un elemento reflector ideal (ver ecuación 3.6), la matriz M_{dc} de un elemento reflector que despolariza se puede calcular según el desarrollo planteado en el conjunto de ecuaciones 3.18.

$$\begin{aligned} S_{rdc} &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \omega(\alpha) S_{rc}(\alpha) d\alpha \\ S_{rdc} &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \omega(\alpha) S_i M_c(\alpha) d\alpha = \left(\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \omega(\alpha) M_c(\alpha) d\alpha \right) \cdot S_i = M_{dc} S_i \quad (3.18) \\ M_{dc} &= \int_{\alpha_1=\alpha_0-\sigma_T}^{\alpha_2=\alpha_0+\sigma_T} \omega(\alpha) M_c(\alpha) d\alpha \end{aligned}$$

Nótese que en caso de que la *pdf* de $\alpha_{fine}(t)$ sea uniforme, como se indica en la ecuación 3.19, esto implica que la *pdf* de $\alpha(t)$ también será uniforme según la ecuación 3.20 y la figura 3.14.

$$pdf(\alpha_{fine}) = \frac{1}{2\alpha_T} \quad \text{para } \alpha_{fine} \in [-\alpha_T; +\alpha_T] \quad (3.19)$$

$$pdf(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_T} \quad \text{para } \alpha \in [\alpha_0 - \alpha_T; \alpha_0 + \alpha_T] \quad (3.20)$$

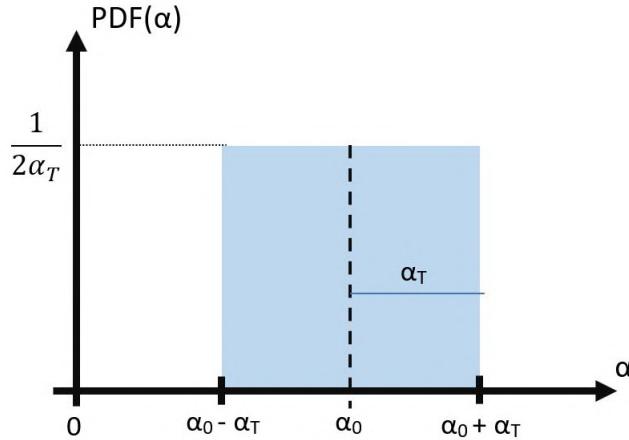


Fig. 3.14. Función de densidad de probabilidad del ángulo de incidencia α .

Esto implica que el cálculo de la matriz M_{dc} de la ecuación 3.18 se puede realizar de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$M_{dc} = \frac{1}{2\alpha_T} \int_{\alpha_1=\alpha_0-\alpha_T}^{\alpha_2=\alpha_0+\alpha_T} M_c(\alpha) d\alpha \quad (3.21)$$

$$M_{dc} = \frac{1}{2\alpha_T} \begin{bmatrix} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{11}(\alpha) d\alpha & \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{12}(\alpha) d\alpha & 0 & 0 \\ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{21}(\alpha) d\alpha & \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{22}(\alpha) d\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{33}(\alpha) d\alpha & \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{34}(\alpha) d\alpha \\ 0 & 0 & -\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{43}(\alpha) d\alpha & \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} m_{44}(\alpha) d\alpha \end{bmatrix}$$

En este trabajo se decide usar una *pdf* uniforme para realizar los cálculos en el caso mas desfavorable dese el punto de vista la variación en la polarización. Esto se debe a que al usar una *pdf* uniforme, la probabilidad de ocurrencia de los ángulos comprendidos entre $\alpha_0 \pm \alpha_T$ es uniforme y por tanto M_{dc} obtenido en ese caso presentara la mayor diferencia respecto a $M_c(\alpha_0)$.

La variación entre el estado de polarización del vector S_{rc} , que se obtendría si el ángulo de incidencia fuese único y inequívoco, y el vector S_{rdc} , que se obtiene debido a un ángulo de incidencia variable, se caracteriza por tres parámetros: despolarización, retardo y diatenuación.

La despolarización parcial que sufre el vector reflejado, se puede ver matemáticamente de esta manera: si se realiza la suma de N vectores de Stokes perfectamente polarizados, y se divide el vector resultante por N se obtendrá un vector parcialmente polarizado o completamente despolarizado.

Esto se debe a que dicho vector representara un estado de polarización, en el cual el desfase entre las componentes s y p (retardo), y la relación de amplitudes entre s y p (diatenuación) no es constante o periódica, sino que varia de manera aleatoria, dando lugar a una despolarización.

En este trabajo dicha despolarización se va a caracterizar con dos variables. La primera es el índice de despolarización (DI) asociado a la matriz de Müller . La segunda, es el grado de despolarización (dop) asociado a un vector de Stokes en particular. El DI y el dop fueron descritos en las secciones 2.6 y 2.5, respectivamente.

Por otro lado, tanto el retardo como la diatenuación efectiva que presentará el haz reflejado en un FSM o en un espejo estático con enfoque, se obtiene calculando el vector de Stokes reflejado despolarizado S_{rdc} , una vez obtenida la matriz M_{dc} (ecuación 3.18). Como se indicó en la sección 2.5, el retardo, la diatenuación y el grado de polarización asociados a un haz representado por un vector de Stokes, se pueden calcular a partir de los cuatro parámetros de dicho vector de Stokes.

Variación en la polarización causada por un AOI variable debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino de los FSM

En este apartado se plantea el modelo matemático para caracterizar la variación en el estado de polarización de un haz reflejado en un espejo FSM que realiza un *tip-tilt* de apuntamiento fino, por lo cual, el ángulo de incidencia (α) variará en función del tiempo según la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}\alpha(t) &= \alpha_0 + \alpha_{fine}(t) \\ \alpha_{fine}(t) &\sim U[-\alpha_T; +\alpha_T]\end{aligned}\tag{3.22}$$

Donde $\alpha_{fine}(t)$ es el *tip-tilt* de apuntamiento fino realizado por el FSM, esta es considerada una variable aleatoria con una *pdf* uniforme y acotada entre $\pm\alpha_T$, que es la amplitud máxima del espejo de direcciónado rápido del haz (FSM). Ver figura 3.5 y ecuación 3.15.

De manera análoga al modelo de despolarización por haz enfocado [24], planteado en el apartado anterior, se puede suponer que la variabilidad en el ángulo de incidencia debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino generará un matriz de Müller efectiva (ecuación 3.23), similar la obtenida con la ecuación 3.18.

$$M_{ef_Tiempo} = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} M[\alpha_0 + \alpha_{fine}(t)] dt\tag{3.23}$$

Pero comparando las figuras 3.13 y 3.15, correspondientes a variaciones en el ángulo de incidencia debido al enfocamiento del haz y al *tip-tilt* de los FSM, respectivamente, se aprecia que en un sentido riguroso no son el mismo fenómeno físico.

Mientras que en el caso de las variaciones del ángulo de incidencia debido al enfocamiento del haz se superponen, de manera prácticamente instantánea, ondas electromagnéticas reflejadas con diferentes fases [24] (ver figura 3.13).

En el caso de las variaciones del ángulo de incidencia debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino, de manera secuencial y a una escala temporal más grande, ya que la velocidad de rotación del los FSM es pequeña comparada con la velocidad de propagación de la onda, llegan al detector óptico del instrumento ondas con diferentes fases, lo que se traduce en una medida de intensidad variable en el tiempo.

Nótese que el hecho de que el promedio de $\alpha(t)$ sea igual a α_0 , no implica que el promedio de la intensidad en función del tiempo $I(\alpha(t))$ también sea $I(\alpha_0)$.

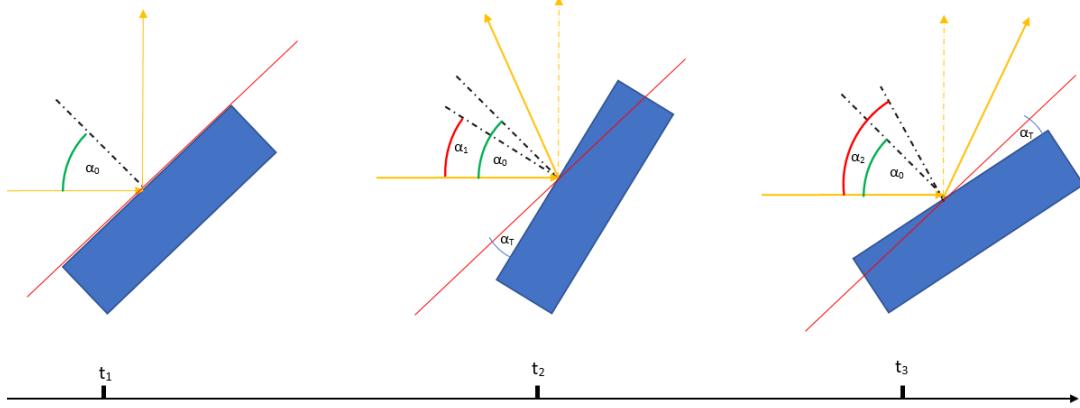


Fig. 3.15. Variación del ángulo de incidencia en función del tiempo debido al *tip-tilt* de apuntamiento de un FSM. α_0 es el ángulo de incidencia nominal, α_T es la amplitud máxima del *tip-tilt* del FSM, $\alpha_1 = \alpha_0 - \alpha_T$ y $\alpha_2 = \alpha_0 + \alpha_T$.

La matriz de Müller efectiva hallada con el modelo de despolarización de Zettler *et al.* [24] se representa en la siguiente ecuación, en la cual se a supuesto una *pdf* uniforme.

$$M_{ef_Enfocado} = \frac{1}{2\alpha_T} \int_{\alpha_1=\alpha_0-\alpha_T}^{\alpha_2=\alpha_0+\alpha_T} M(\alpha) d\alpha \quad (3.24)$$

$M(\alpha)$ se puede representar como se desarrolló en la ecuación 3.11, siendo posible caracterizar la matriz de Müller de un espejo ideal con cuatro de sus elementos, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$M(\alpha) = \begin{bmatrix} f_1(\alpha) & f_2(\alpha) & 0 & 0 \\ f_2(\alpha) & f_1(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3(\alpha) & f_4(\alpha) \\ 0 & 0 & -f_4(\alpha) & f_3(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Por otro lado, la matriz de Müller efectiva hallada realizando la integración en función del tiempo, es decir la matriz efectiva correspondiente al *tip-tilt* de apuntamiento fino es la siguiente.

$$M_{ef_Tiempo} = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} M[\alpha_0 + \alpha_{fine}(t)] dt \quad (3.26)$$

En caso de que el tiempo de exposición del detector (t_f) sea suficiente para que la intensidad medida por el detector sea el promedio de la señal de intensidad aleatoria que llega al detector en función del ángulo de incidencia, y por tanto en función del tiempo, se cumplirá la igualdad de la ecuación 3.27. El cumplimiento de esta ecuación implica que se cumple el principio de ergodicidad [41], ya que la media temporal (M_{ef_Tiempo}) es igual a la media poblacional ($M_{ef_Enfocado}$).

$$M_{ef} = \frac{1}{2\alpha_T} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} M(\alpha) d\alpha = \frac{1}{t_f^*} \int_0^{t_f^*} M[\alpha(t)] dt \quad (3.27)$$

Nótese que la igualdad 3.27 está planteada en el dominio continuo, puesto que los cálculos de este trabajo se han realizado con MATLAB, que es un software que trabaja en el dominio discreto, se a utilizado un numero de muestras (N) suficiente para que los resultados obtenidos sean similares a los del dominio continuo.

En el conjunto de figuras [3.16 - 3.18] se verifica la igualdad 3.27, lo cual implica que las variables ($f_1(\alpha)$ $f_2(\alpha)$ $f_3(\alpha)$ $f_4(\alpha)$), que forman la matriz de Müller ($M[\alpha(t)]$) de un espejo ideal, son ergódicas. La verificación de la hipótesis planteada (ecuación 3.27) es crítica, porque implica que el modelo de variación de la polarización planteado por Zettler *et al.* [24] se puede usar para obtener la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino de los FSM.

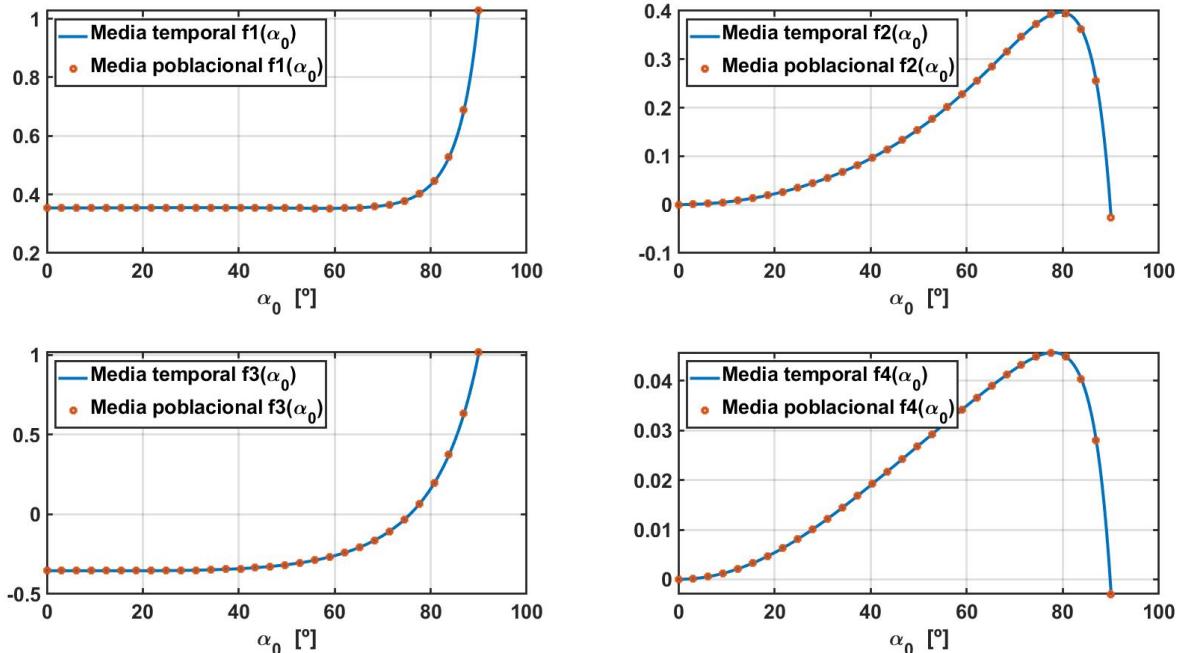


Fig. 3.16. Elementos (f_1 f_2 f_3 f_4) de la matriz de Müller de un espejo de Titanio, con una capa de dióxido de cobre. Los elementos han sido calculados con la ecuación 3.24 y 3.26. Espesor de la capa de dióxido de Cobre ($d = 150nm$). $\lambda = 500nm$. $\alpha_T = 2^\circ$. Ancho de banda de $\alpha_{fine}(t) = 30Hz$.

En las figuras 3.17 y 3.18 se calcula el Índice de despolarización (DI), descrito en la ecuación 2.55, a partir de la matriz de Müller obtenida con las ecuaciones 3.24 (variación del ángulo de incidencia debido al enfocamiento del haz) y 3.26 (variación del ángulo de incidencia debido al *tip-tilt*

de apuntamiento fino de los FSM). Evaluando ambas figuras se comprueba que el DI obtenido para los mismos valores de α_T y α_0 es el mismo, es decir las figuras *a* y *b* presentan el mismo valor de DI .

El índice de despolarización en función del tiempo de integración o exposición a los detectores se puede calcular según la siguiente ecuación.

$$DI(t_f) = DI(M_{ef}(t_f)) = \frac{\sqrt{\sum_{i,j=0}^3 m_{ij}(t_f)^2 - m_{00}(t_f)^2}}{\sqrt{3} m_{00}(t_f)}; \quad (3.28)$$

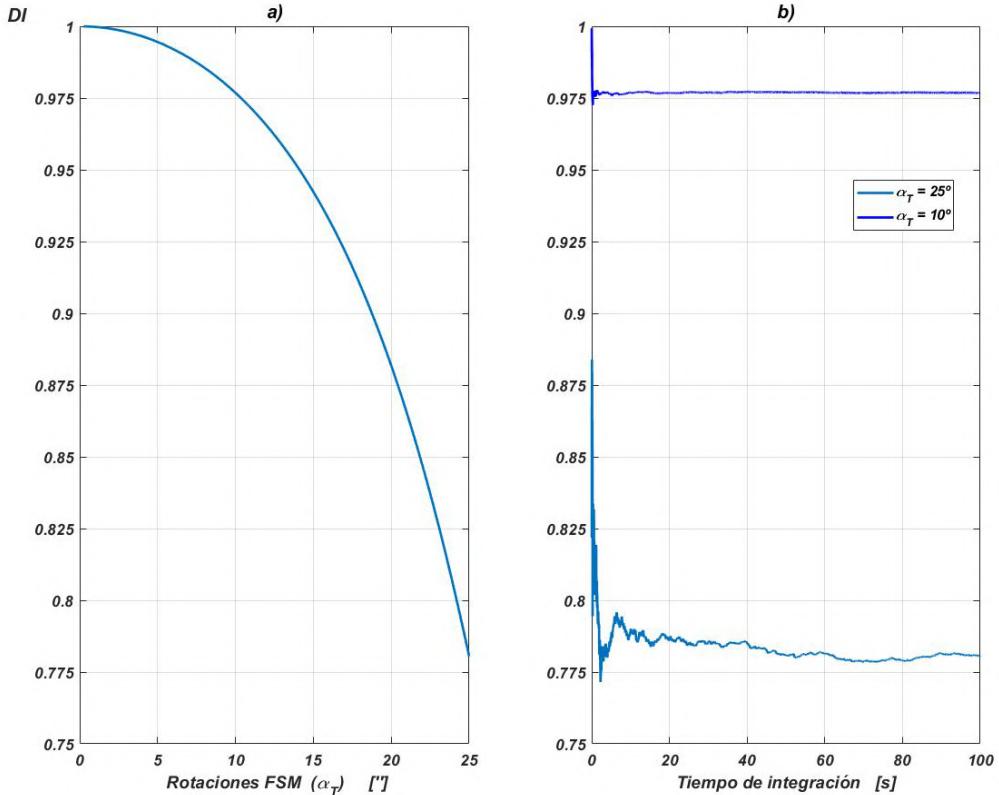


Fig. 3.17. Equivalencia entre modelos con $\alpha_T 25^\circ$ y 10° . a) Índice de despolarización obtenido con el modelo de Zettler (3.24), en función de α_T . b) Índice de despolarización obtenido con la ecuación 3.26 en función del tiempo de integración. $\lambda = 500nm$. Espesor de la capa de dióxido de Cobre ($d = 150nm$). Ancho de banda de $\alpha_{fine}(t) = 30Hz$.

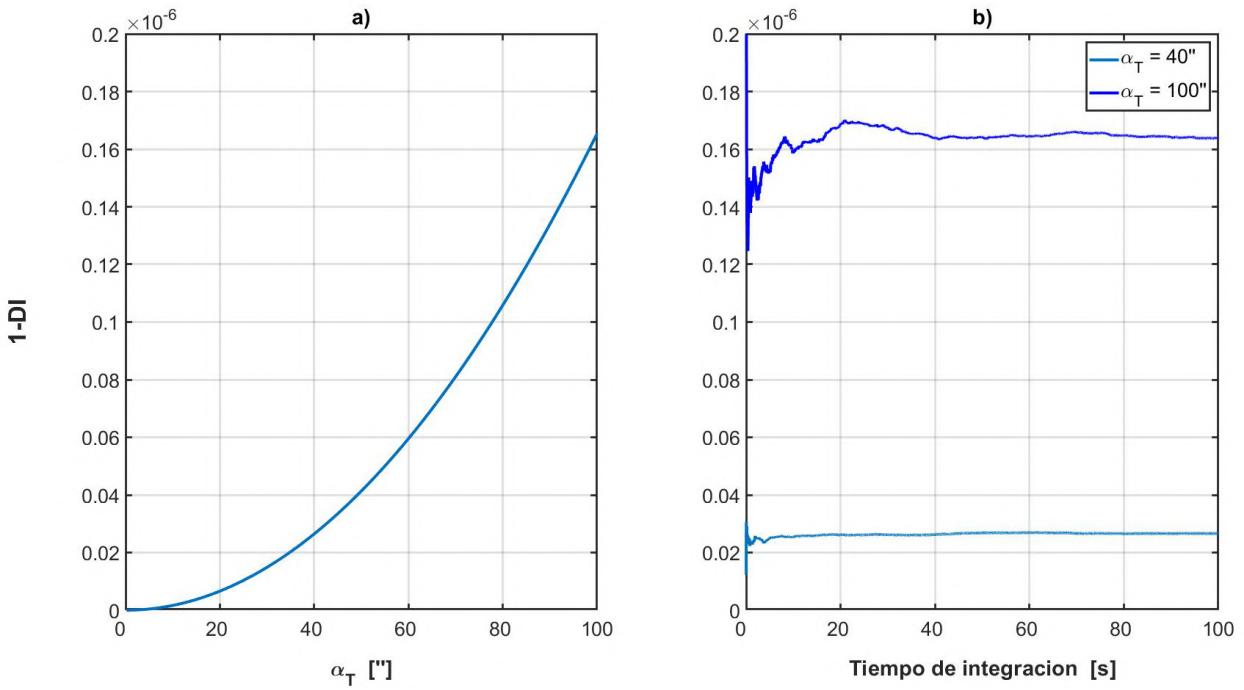


Fig. 3.18. Equivalencia entre modelos con α_T 40'' y 10''. a) Índice de despolarización obtenido con el modelo de Zettler (3.24), en función de α_T . b) Índice de despolarización obtenido con la ecuación 3.26 en función del tiempo de integración. $\lambda = 500nm$. Espesor de la capa de dióxido de Cobre ($d = 150nm$). Ancho de banda de $\alpha_{fine}(t) = 30Hz$.

3.3.2. Generación de las rotaciones aleatorias usando MATLAB

El *tip-tilt* de apuntamiento fino ($\alpha_{fine}(t)$) realizado por los FSM fue introducido en la sección 3.1.2. Puesto que $\alpha_{fine}(t)$ es una variable relevante en el cálculo de la variación en la polarización, en este apartado se describen en detalle sus características y su generación con el Software MATLAB.

$\alpha_{fine}(t)$ se define como una variable aleatoria, que queda caracterizada por tres parámetros relevantes para la realización del cálculo de la variación en la polarización del haz reflejado. Estos tres parámetros son la amplitud máxima de las rotaciones (α_T), la función de densidad de probabilidad (pdf), y el ancho de banda (α_{fineBW}).

La amplitud de las rotaciones α_T es un valor que viene dado por el fabricante del FSM y es el rango angular máximo que el espejo puede rotar sobre cualquiera de sus ejes. Puesto que el FSM puede realizar rotaciones positivas y negativas, el rango total será $2 * \alpha_T$, con una amplitud máxima de $\pm \alpha_T$.

Otro parámetro relevante, de la función $\alpha_{fine}(t)$, es su pdf . Si bien la pdf será similar a la pdf de las vibraciones de la nave o perturbaciones en el frente de onda, las cuales no tienen porque ser uniformes, en este trabajo se decide asumir una pdf uniforme, ya que permite obtener resultados para el caso más desfavorable, desde la perspectiva de análisis polarímetro (ver ecuación 3.20 del apartado 3.3.1).

Por lo tanto, puesto que el *tip-tilt* de los FSM es equivalente a las variaciones del ángulo de in-

cidencia (figura 3.2) y se considera que el ángulo de rotación $\alpha_{fine}(t)$ es una variable aleatoria con una distribución uniforme según la expresión 3.29, se puede afirmar que la función de densidad de probabilidad del ángulo de incidencia $\alpha(t)$ viene dada por la ecuación 3.30, y representada en la figura 3.19.

$$\alpha_{fine}(t) \sim U(-\alpha_T, \alpha_T) \quad (3.29)$$

$$pdf(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_T} \quad para \quad \alpha \in [\alpha_0 - \alpha_T; \alpha_0 + \alpha_T] \quad (3.30)$$

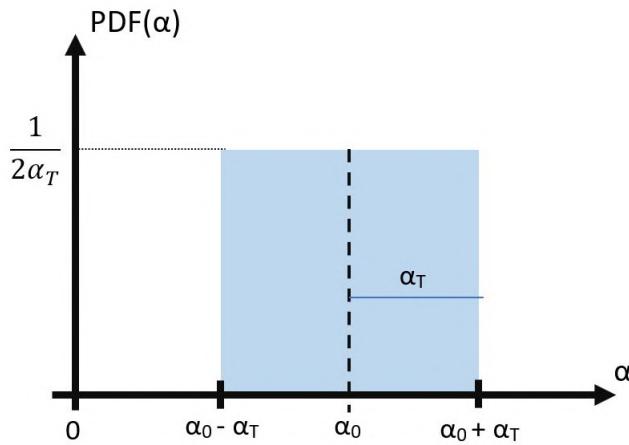


Fig. 3.19. Función de densidad de probabilidad del ángulo de incidencia α .

Otro de los parámetros relevantes de la señal $\alpha_{fine}(t)$ es su ancho de banda (α_{fineBW}). El ancho de banda es un parámetro reléate porque, como se explicará en el siguiente apartado, el modelado de la variación del estado de polarización depende del tiempo de exposición de los detectores y del ancho de banda del *tip-tilt* de apuntamiento fino. En los FSM estudiados, las $\alpha_{fine}(t)$ se realizan a través de las deformaciones producidas en las estructuras piezoeléctricas sobre las cuales van montadas estas. Los voltajes aplicados a estos elementos piezoeléctricos provienen del sistema de control implementado, el cual, tanto en el caso de SO/PHI, como en los sistemas QKD estudiados, se basa en el método de la respuesta en frecuencia [42], por tanto las rotaciones realizadas por el espejo también tendrán una respuesta en frecuencia paso bajo, con un ancho de banda determinado por las especificaciones de diseño.

Para calcular la variación en el estado de polarización debido al *tip-tilt* del apuntamiento fino es necesario partir del dato de las variaciones del ángulo de incidencia en función del tiempo, es decir es necesario obtener valores de la función $\alpha_{fine}(t)$, y puesto que dicha función no se puede obtener de manera analítica, al tratarse de una variable aleatoria, es necesario resolver el problema de manera numérica, generando un array mediante el software MATLAB.

El software MATLAB trabaja en el dominio discreto, y por tanto, aunque el *tip-tilt* realizado por los FSM es una variable continua, ya que los FSM son dispositivos analógicos, será necesario establecer un periodo de muestreo con el que se generará el array correspondiente a $\alpha_{fine}(t)$. Este periodo de

muestreo ha de satisfacer la bien conocida inecuación del teorema de muestro de Nyquist-Shannon 3.31.

$$f_s \geq 2 \cdot BW_{señal}; \quad T_s \geq \frac{1}{2 \cdot BW_{señal}} \quad (3.31)$$

Para generar en MATLAB el array correspondiente a $\alpha_{fine}(t)$, con el ancho de banda especificado en el diseño del sistema de control, se usa el comando *rand* (esta función genera N valores con una *pdf* uniforme) dándole como argumento un vector de tiempos muestreado a una frecuencia el doble del ancho de banda de la señal $\alpha_{fine}(t)$ (ver ecuación 3.31).

En la figura 3.20 a, se ilustra un array correspondiente a $\alpha_{fine}(t)$ en función del tiempo y generado con la función *rand* de MATLAB. Las figuras 3.20 b y 3.20 c, ilustran el ancho de banda y la *pdf* de la señal, respectivamente. La señal que representa el *tip-tilt* de apuntamiento fino, se ha generado con una frecuencia de muestreo de 60Hz, lo que equivale a un periodo de muestro de 16.7 ms, la frecuencia de muestreo corresponde a la mínima frecuencia de muestreo necesaria para obtener una señal $\alpha_{fine}(t)$ con un ancho de banda de 30Hz, como se aprecia en la 3.20 b.

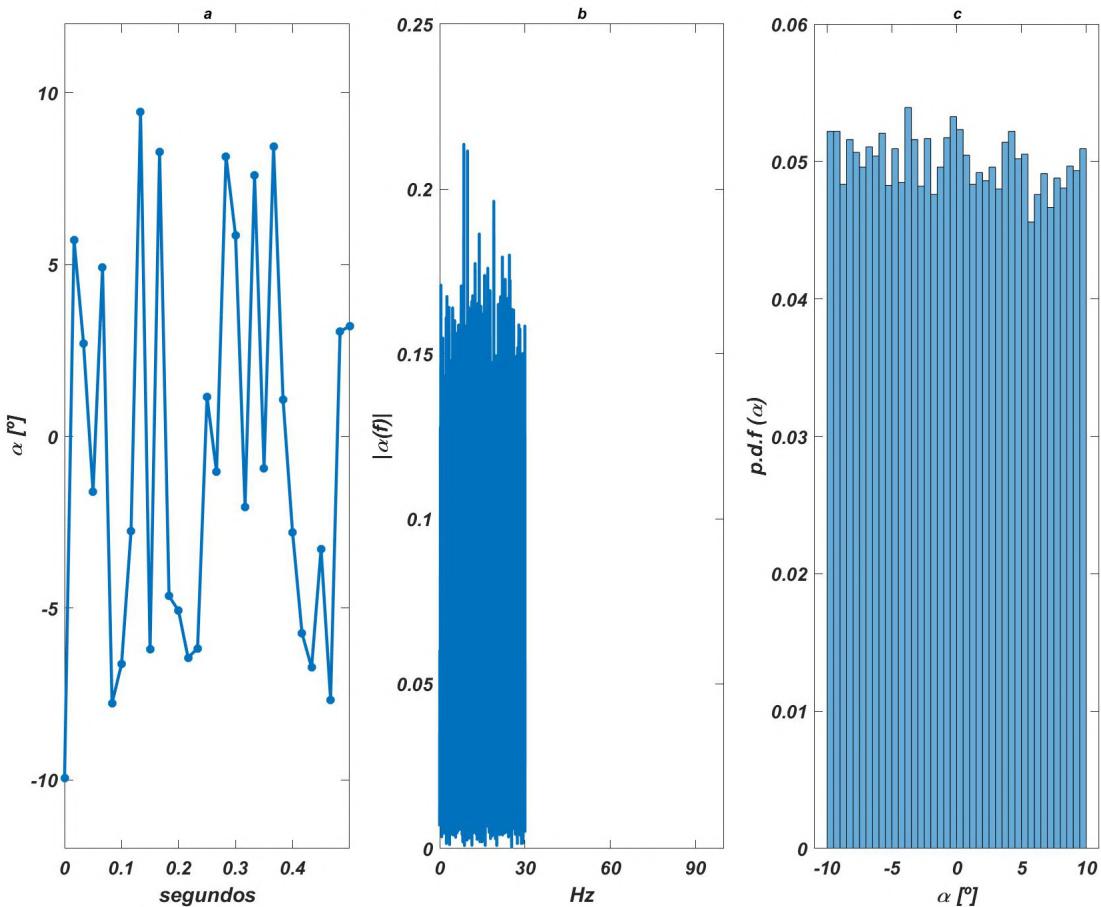


Fig. 3.20. Figura a) Array de rotaciones $\alpha_{fine}(t)$ con un ancho de banda de 30Hz y un periodo de muestro 16.7ms. Figura b) Modulo de la FFT de $\alpha_{fine}(t)$. Figura c) *pdf* de $\alpha_{fine}(t)$.

En caso de que se quiera sobremuestrear el array correspondiente a $\alpha_{fine}(t)$ (ver figura 3.21), cumpliendo la limitación del ancho de banda, se interpola el array original, muestreado a 2^*BW , y se obtiene un nuevo array con más muestras, esto es útil en caso de que se quiera obtener una mayor precisión en la integración realizada por MATLAB, con el comando *trapz*. El inconveniente de realizar este sobremuestreo es que se modifica la *pdf*, como se observa en la figura 3.21 c, pasando de una *pdf* uniforme a una Gaussiana. El array sobre muestreado se ha generado de dos formas diferentes: por un lado, se ha sobremuestreado a una frecuencia mayor a $2 * 30Hz$ y posteriormente se le ha aplicado un filtro pasabajo con una frecuencia de corte de $30Hz$; por otro lado, se ha generado el array con una frecuencia de muestreo de $2 * 30Hz$ (figura 3.20) y posteriormente se ha interpolado dicho array; en ambos casos se ha obtenido una ligera variación en el ancho de banda y en la *pdf*, como se aprecia comparando las figuras 3.20 b y 3.21 b; y 3.20 c y 3.21 c.

La variación en el ancho de banda entre las señales de las figuras 3.20 b y 3.21 b se debe a que la segunda de ellas presentaba un ancho de banda original de $100 Hz$ antes del filtrado, y después del filtrado las componentes superiores a $30Hz$ no han sido completamente eliminadas ya que el proceso de filtrado no se puede alcanzar una atenuación completa de la banda eliminada.

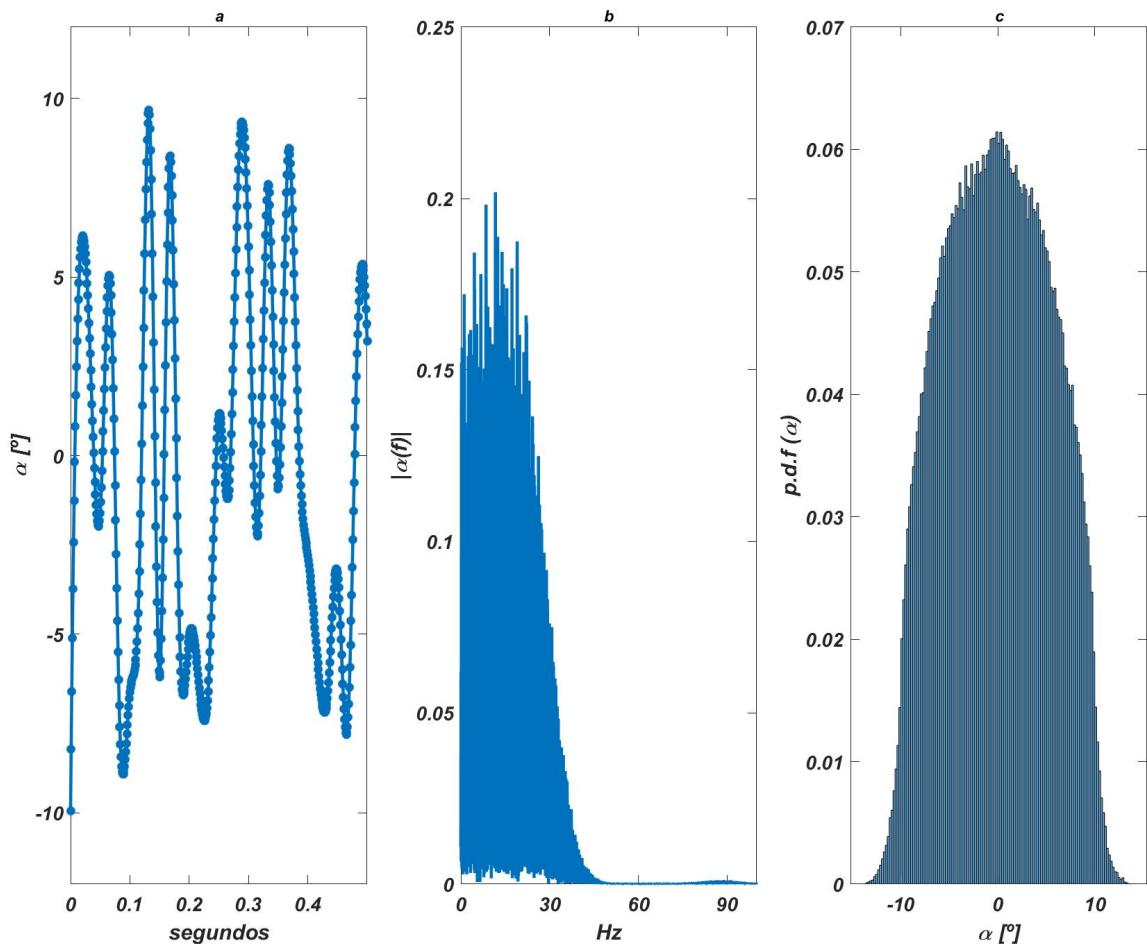


Fig. 3.21. **a)** Array de rotaciones $\alpha_{fine}(t)$ con un ancho de banda de $30Hz$ y un periodo de muestro $1ms$. **b)** Modulo de la FFT de $\alpha_{fine}(t)$. **c)** *pdf* de $\alpha_{fine}(t)$.

En la figura 3.22 se aprecia que el error cometido en la *pdf* no es significativo, ya que la desviación estándar de la *pdf* uniforme es similar al de la *pdf* Gaussiana.

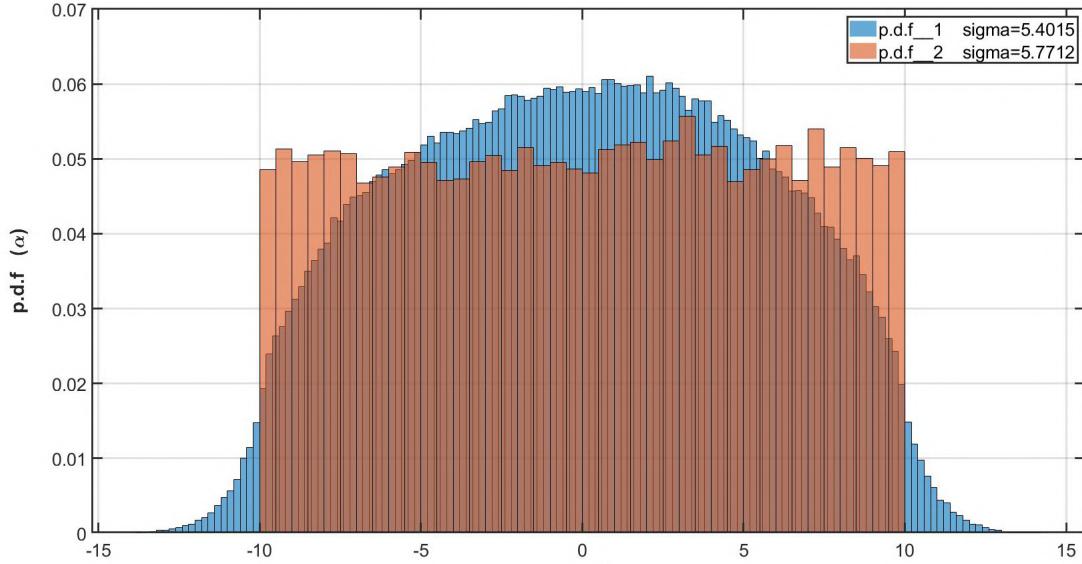


Fig. 3.22. Comparación de la PDF del array de rotaciones del FSM antes y después de sobremuestrear.

Las integraciones en este trabajo se implementa en MATLAB usando la función *trapz*, que implementa el método de integración numérica trapezoidal (ecuación 3.32), donde N es el número intervalos, y es igual al tamaño del array de rotaciones generado.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{N} \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{N-1} f\left(a + k \frac{b-a}{N}\right) \right] \quad (3.32)$$

3.3.3. Verificación respecto al software WVASE32

De manera análoga a la verificación realizada de los coeficientes de reflexión en el modelado del apuntamiento grueso (ver sección 3.2.2), en esta sección se comparan los coeficientes de reflexión en las componentes *s* y *p* dados por el Software WVASE32 y los calculados con nuestro modelo implementado en MATLAB, obteniéndose los mismos valores, lo cual nos permite verificar que el cálculo de los coeficientes de reflexión es correcto.

El software comercial WVASE32 presenta una opción para calcular las reflectancias con no idealidades, una de estas no idealidades es un ángulo de incidencia variable. En el manual de usuario del software [40] se explica como configurar las opciones para realizar los cálculos y el planteamiento matemático utilizado.

En la ecuación 3.33 se presenta dicho planteamiento, el cual consiste en realizar la convolución de la reflectancia en función del ángulo de incidencia ($R(\alpha)$) con la PDF del ángulo de incidencia ($w(\alpha)$). Este planteamiento es la generalización de la ecuación 3.18, es decir el cálculo de la variable no ideal (en este caso la reflectancia) para un rango de ángulos de incidencia ($[0; 90]$), en lugar de un único ángulo de incidencia.

A pesar de que los resultados presentados en este apartado son las reflectancias en las componentes s y p, y no a la matriz de un espejo, los resultados obtenidos y la verificación de la concordancia entre los datos dados por el software y los calculados por nosotros, permiten afirmar que el modelo está bien implementado en MATLAB, ya que el proceso de cálculo de la matriz no ideal es semejante al de las reflectancias.

$$f(\alpha) * g(\alpha) = \int_0^{90} f(\delta) g(\alpha - \delta) d\delta \quad (3.33)$$

En el conjunto de figuras [3.24 - 3.27] se ilustran las reflectancias calculadas y las generadas por el software VASE, en función del ángulo de incidencia, de acuerdo a la ecuación 3.33. En lugar de realizar los cálculos en el rango $[0^\circ ; 90^\circ]$, se realizan en el rango indicado en la figura 3.23, donde al ángulo de incidencia nominal máximo viene dado en la ecuación 3.34.

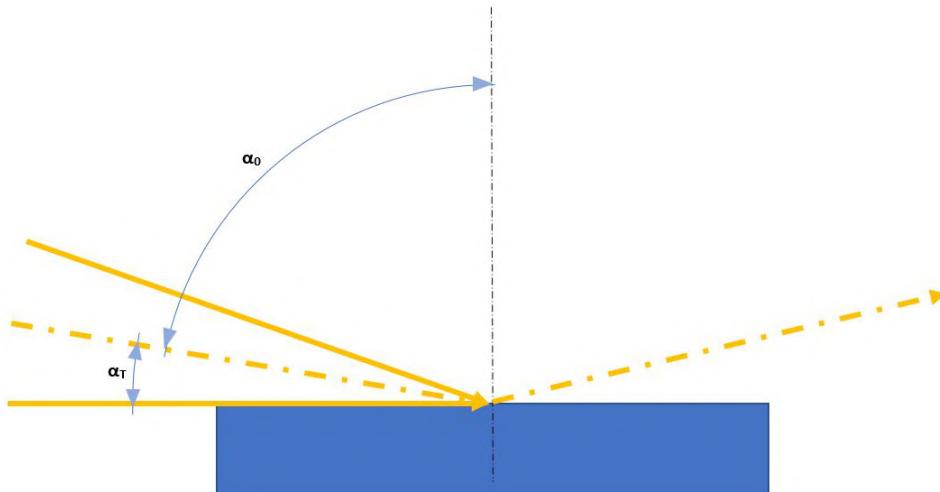


Fig. 3.23. Ángulo de incidencia nominal (α_0) máximo.

$$\alpha_{0,max} = \alpha_0 - \alpha_t \quad (3.34)$$

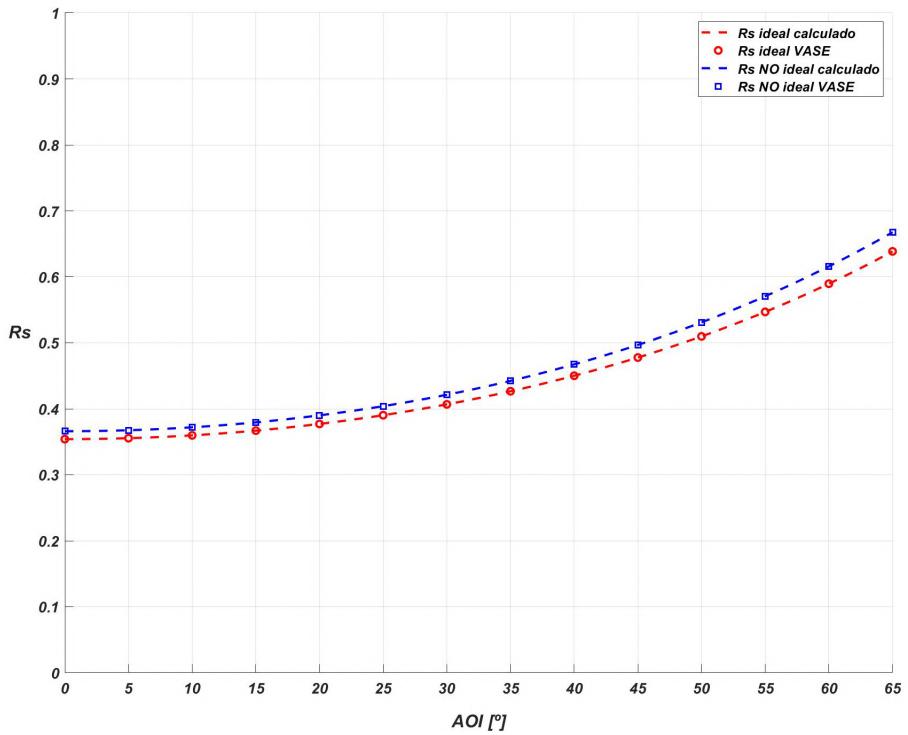


Fig. 3.24. Comparación de la reflectancias en las componentes s, para un modelo óptico de $\text{Cu}_2\text{O}/\text{Ti}$. $\text{AOI}_{\text{offset}}=65^\circ$; $\alpha_{\text{TT}}=25^\circ$; espesor del recubrimiento 150 nm.

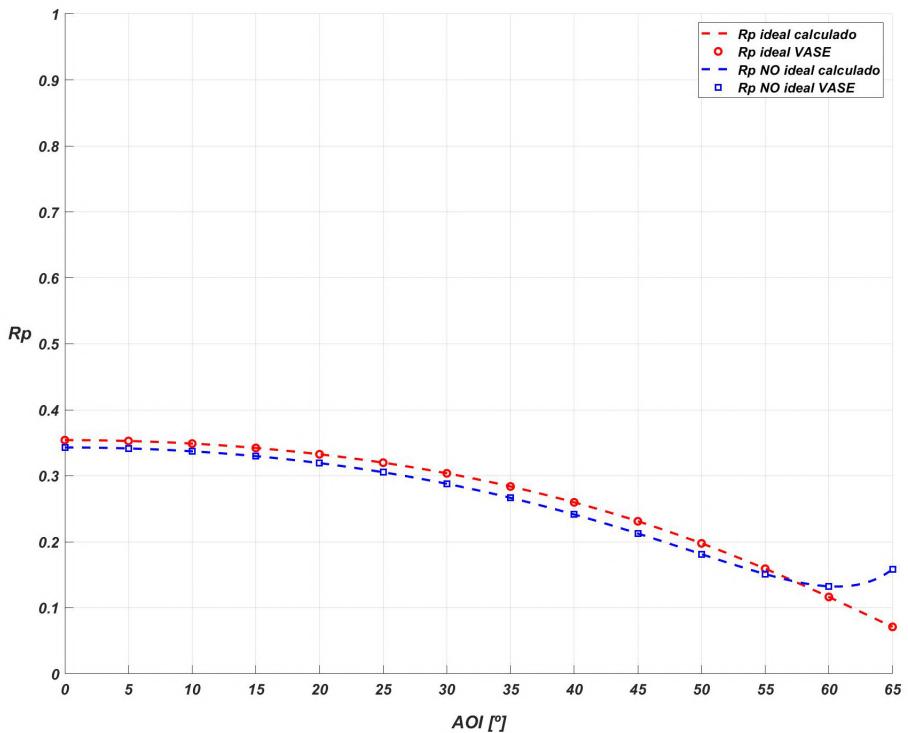


Fig. 3.25. Comparación de la reflectancia en las componentes p, para un modelo óptico de $\text{Cu}_2\text{O}/\text{Ti}$. $\text{AOI}_{\text{offset}}=65^\circ$; $\alpha_{\text{TT}}=25^\circ$; espesor del recubrimiento 150 nm.

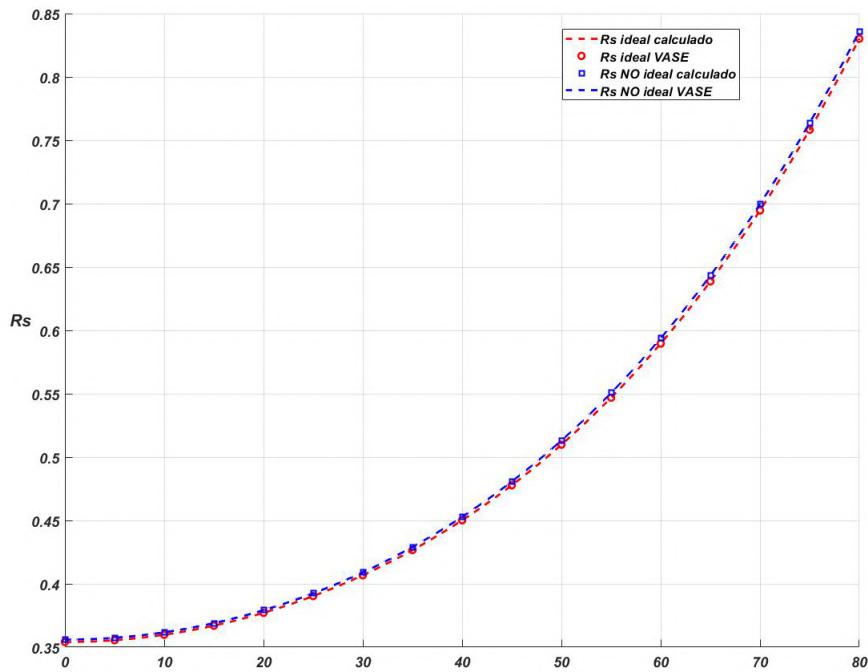


Fig. 3.26. Comparación de la reflectancia en las componentes s, para un modelo óptico de Cu₂O Ti. AOI offset=80°; α_{TT}=10°; espesor del recubrimiento 150 nm.

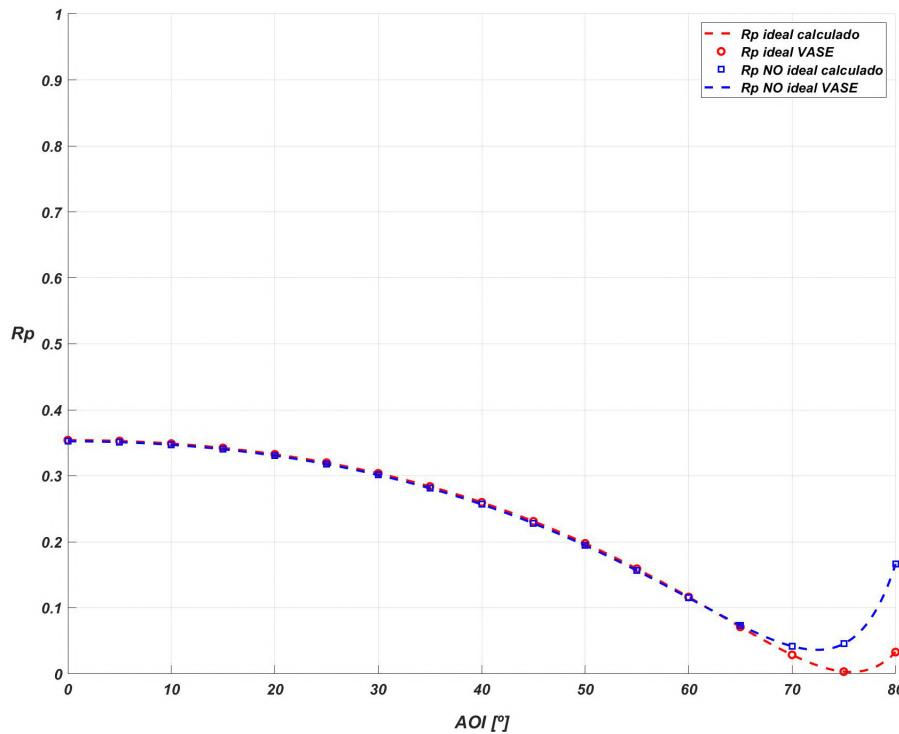


Fig. 3.27. Comparación de la reflectancia en las componentes p, para un modelo óptico de Cu₂O Ti. AOI offset=80°; α_{TT}=10°; espesor del recubrimiento 150 nm.

En las figuras 3.29, 3.28 se ilustran las reflectancias calculadas en el rango de longitudes de onda [400; 600]nm, con el modelo y las generadas por el software, bajo las mismas condiciones, observándose que los resultados obtenidos son iguales. Cabe resaltar que la mayor variación de la reflectancia se produce en la componente p.

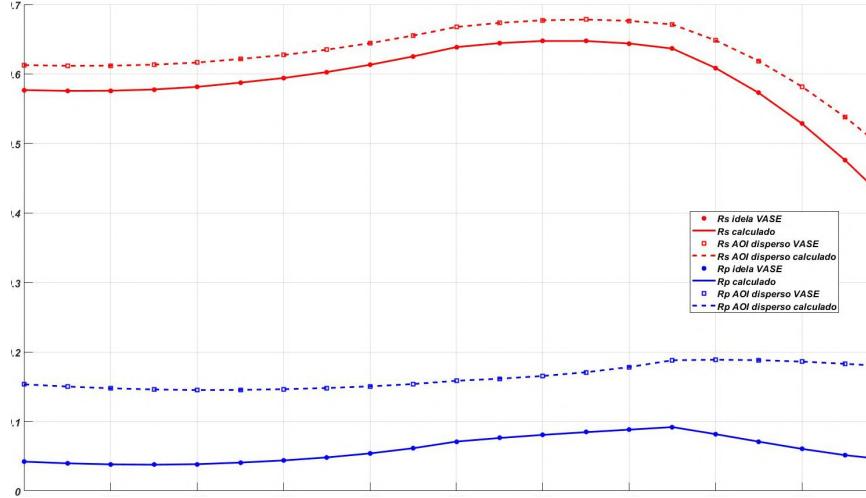


Fig. 3.28. Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, en función de la longitud de onda, para un modelo óptico de Cu₂O Ti. AOI_{offset}=65°; α_{TT}=25°.

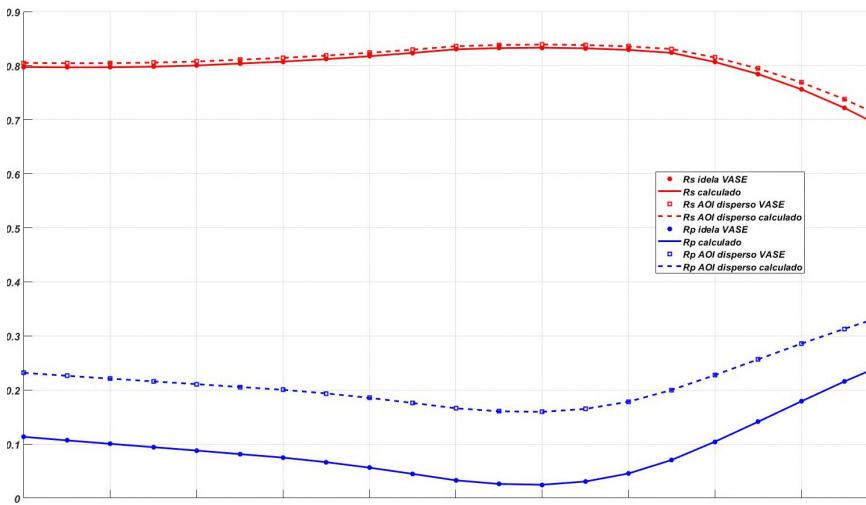


Fig. 3.29. Comparación de la reflectancia en las componentes s y p, en función de la longitud de onda, para un modelo óptico de Cu₂O Ti. AOI_{offset}=80°; α_{TT}=10°; espesor del recubrimiento 150 nm.

En la figura 3.30 se representan los elementos de la matriz de Müller, como variable dependiente, y el ángulos de incidencia y de rotación del FSM como variables independientes. Esta gráfica permite ver como varía un elemento de la matriz para una configuración definida por un ángulo de incidencia offset α₀, y la amplitud de las rotaciones del FSM, α_T.

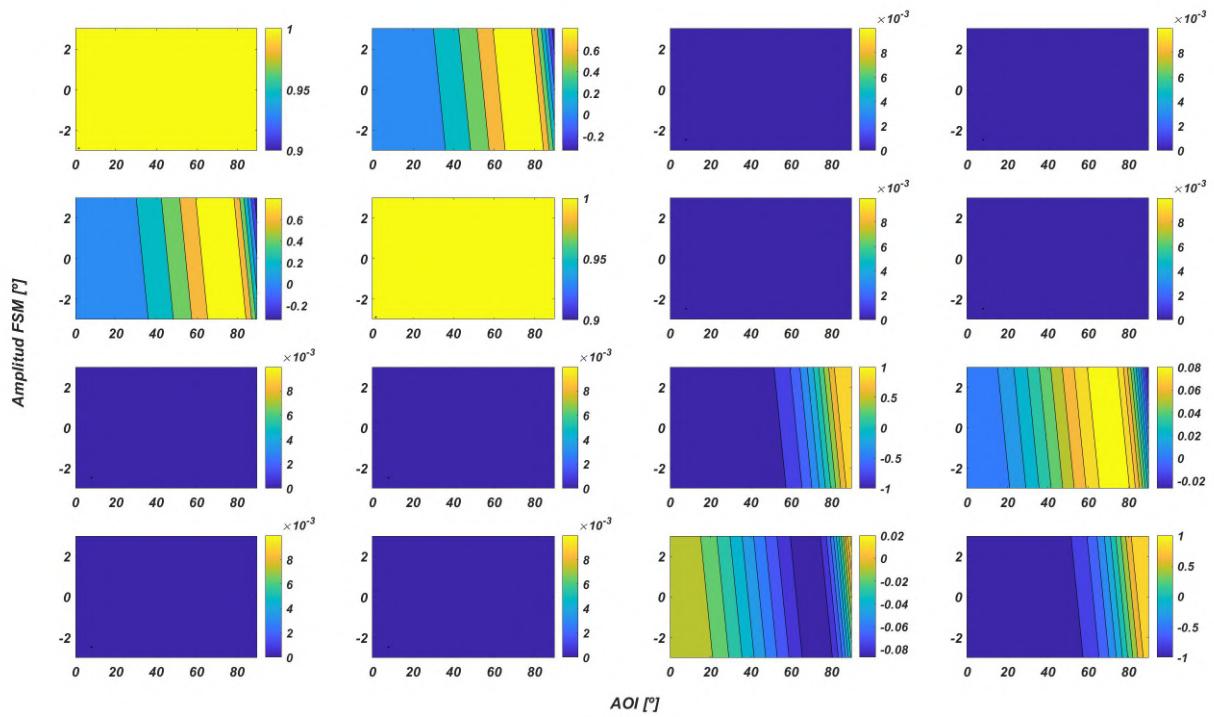


Fig. 3.30. Matriz de Müller en función del ángulo de incidencia (eje horizontal) y del ángulo tip-tilt (eje vertical) para un modelo óptico de Cu₂O-Ti. Espesor del recubrimiento = 150nm; $\lambda=500\text{nm}$.

3.4. Variables para la caracterización de la variación en la polarización

Un estado de polarización en particular queda descrito por un vector de Stokes específico. A su vez, un estado de polarización se puede representar mediante tres variables $\delta \beta dop$, las cuales representan: la diferencia de fase entre las componentes ortogonales de una onda electromagnética, la relación de amplitudes o diatenuación entre las componentes ortogonales de una onda electromagnética y el grado de polarización, respectivamente (ver sección 2.5). Por otro lado, el DI , que es el índice de despolarización asociado a una matriz de Müller también es una variable de caracterización del grado de polarización, pero a diferencia del dop que está asociado a un vector de Stokes específico, el DI está asociado a un elemento o sistema óptico representado por una matriz de Müller.

Estas cuatro variables ($\delta \beta dop DI$) son las que se usarán en este trabajo para caracterizar la variación en el estado de la polarización debido a la variación en el ángulo de incidencia, la cual a su vez es generada por el *tip-tilt* de apuntamiento de los FSM. Si bien, el *dop* y el *DI* son calculados de manera explícita, δ y β no se calculan de manera explícita, es decir la variación de retardo y diatenuación queda representada en la variación obtenida entre el vector de Stokes reflejado e incidente.

Además de las cuatro variables antes mencionadas, la variable t_f^* también es de interés, ya que es el tiempo de exposición a los detectores ópticos a partir del cual se puede considerar que se produce un efecto de despolarización.

Como se mencionó en el apartado 3.1 el *tip-tilt* de los FSM se puede descomponer en dos tipos de movimientos: apuntamiento grueso ($\alpha_{coarse}(t)$); y apuntamiento fino ($\alpha_{fine}(t)$).

3.4.1. Caracterización de la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento grueso ($\alpha_{coarse}(t)$)

Como se vio en la sección 3.2 el *tip-tilt* de apuntamiento grueso (ver figura 3.4) no produce despolarización, ya que la variación del ángulo de incidencia durante el intervalo de tiempo de exposición a los detectores se puede considerar nula. Por lo tanto, el vector de Stokes reflejado en función del ángulo de incidencia ($S_r(\alpha)$) se puede obtener a partir de la matriz de Müller de un espejo ideal en función del ángulo de incidencia ($M(\alpha)$), según la siguiente ecuación:

$$S_r(\alpha) = M(\alpha) S_i \quad (3.35)$$

El desfase y la diatenuación de S_r se pueden calcular a partir de los cuatro parámetros que forman el vector de Stokes (ver ecuación 2.33). La variación respecto del haz incidente, representado por S_i se puede calcular con el mismo procedimiento.

Para que el intercambio de claves cuánticas realizado en los sistemas QKD sea considerado seguro, es necesario que el QBER sea inferior al 12.4 % [43], la variación en la polarización generada por los FSM incrementa el QBER. El QBER debido al *tip-tilt* de apuntamiento se calcula a partir del PER, que a su vez se puede calcular a partir de los parámetros de Stokes. Tanto el PER como el QBER fueron presentados en la sección 2.5.2.

3.4.2. Caracterización de la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino ($\alpha_{fine}(t)$) y apuntamiento grueso ($\alpha_{coarse}(t)$)

Como se vio en la sección 3.2, el *tip-tilt* de apuntamiento fino presenta un ancho de banda mayor que el *tip-tilt* de apuntamiento grueso. Esto implica que la variación del ángulo de incidencia durante el tiempo de exposición a los detectores ópticos no es nula y esto produce un efecto de despolarización. En este caso en lugar de obtener una matriz de Müller correspondiente a un ángulo de incidencia prácticamente constante, se obtiene una matriz efectiva M_{ef} que es promedio de las matrices comprendidas entre α_1 y α_2 , que son los ángulos de incidencia mínimos y máximos dados durante el tiempo de exposición a los detectores.

La matriz M_{ef} se puede obtener según la siguiente ecuación. La integración en función del ángulo de incidencia α corresponde a la media poblacional (sección 3.3.1); y la integración en función del tiempo corresponde a la media temporal (sección 3.3.1). Por otro lado, α_0 es el ángulo de incidencia nominal, y α_T es la amplitud máxima del *tip-tilt* del FSM.

$$M_{ef} = \frac{1}{2\alpha_T} \int_{\alpha_1=\alpha_0-\alpha_T}^{\alpha_2=\alpha_0+\alpha_T} M(\alpha) d\alpha = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} M(\alpha(t)) dt \quad (3.36)$$

En la ecuación anterior, y en los cálculos realizados en este trabajo se ha considerado que la variable aleatoria α tiene una *pdf* uniforme, como se indica en la ecuación 3.37. En caso de considerar que

α tiene una función de densidad de probabilidad genérica f_α , como se indica en la ecuación 3.38 la ecuación 3.36 seguirá siendo válida, pero la matriz M_{ef} obtenida generará una despolarización menor, ya que la probabilidad de ocurrencia de los ángulos comprendidos entre $\alpha_0 - \alpha_T$ y $\alpha_0 + \alpha_T$ no será uniforme, y la matriz efectiva obtenida será similar a $M_{ef}(\alpha_0)$. Por este motivo, para estudiar el caso más desfavorable se ha usado una *pdf* uniforme.

$$pdf(\alpha) = \frac{1}{2\alpha_T} \quad \text{para } \alpha \in [\alpha_0 - \alpha_T; \alpha_0 + \alpha_T] \quad (3.37)$$

$$pdf(\alpha) = f_\alpha(\alpha) \quad \text{para } \alpha \in [\alpha_0 - \alpha_T; \alpha_0 + \alpha_T] \quad (3.38)$$

Aunque $pdf(\alpha)$ sea una función genérica, por ejemplo una distribución Gaussiana, Beta o de otro tipo, seguirá estando truncada entre $\alpha_0 - \alpha_T$ y $\alpha_0 + \alpha_T$, puesto que α_T es una restricción física del FSM, por la cual este no puede realizar rotaciones a un ángulo mayor que α_T .

Otro parámetro relevante en este trabajo es t_f^* , que es el tiempo de integración t_f de la ecuación 3.36 a partir del cual la media poblacional es igual a la media temporal; o lo que es lo mismo, el tiempo de exposición a los detectores ópticos a partir del cual, el modelo planteado por Zettler *et al.* [24] para caracterizar la variación de la polarización debido al enfocamiento del haz, es análogo a la variación producida en la polarización por el *tip-tilt* de apuntamiento fino de los FSM.

t_f^* se obtiene según se muestra en las figuras 4.18 y 5.17, calculando *DI* en función de t_f según la siguiente ecuación:

$$DI(t_f) = DI(M_{ef}(t_f)) = \frac{\sqrt{[\sum_{i,j=0}^3 m_{ij}(t_f)^2] - m_{00}(t_f)^2}}{\sqrt{3} m_{00}(t_f)} \quad (3.39)$$

El retardo efectivo, la diatenuación efectiva y el grado de polarización asociados al vector de Stokes reflejado en un FSM mientras este realiza el *tip-tilt* de apuntamiento fino y grueso (ver figura 3.3), se pueden obtener a partir de los cuatro parámetros del vector S_{rd} , de la ecuación 3.40.

$$S_{rd}(\alpha_0; \alpha_T) = M_{ef}(\alpha_0; \alpha_T) S_i \quad (3.40)$$

Nótese que debido al desfase de 180° que adquiere la onda con polarización *s* [13], es decir la componente del campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia, será necesario tomar el valor absoluto de S_r y/o S_{rd} para compensar este efecto, y así poder comparar los vectores de Stokes reflejado e incidente.

Calculando la matriz efectiva M_{ef} en función del ángulo de incidencia nominal α_0 , y a partir del vector de Stokes correspondiente al haz incidente S_i , se modela la variación de la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino y grueso. Del mismo modo, se puede hallar el *DI* debido a ambos movimientos, a partir de $M_{ef}(\alpha_0)$.

El PER y el QBER se hallan de manera análoga al planteamiento del apartado 3.4.1, pero usando S_{rd} en lugar de S_r .

3.5. Modelado del efecto del FSM en el instrumento SO/PHI

El proceso clásico de medición experimental de los vectores de Stokes fue descrito en la sección 2.5. En este apartado se explica como el instrumento SO/PHI realiza dicha medición y como afecta el *tip-tilt* del FSM M2 a dicho proceso.

En la figura 3.31 se ilustra el proceso de medición polimétrica de los vectores de Stokes asociados a la luz del Sol incidente en el instrumento SO/PHI. A continuación se describe el significado de cada uno de los elementos que aparecen en dicha figura.

- S_0 es el vector se Stokes asociado a la luz del sol incidente en el instrumento.
- M_{INST} es la matriz de Müller que caracteriza el cambio en S_0 debido a los elementos ópticos del instrumento (*beam splitters*, espejos, lentes ...).
- $M2[\alpha(t)]$ es la matriz del FSM usado en el telescopio HRT, para estabilizar la imagen, puesto que el espejo está variando su ángulo de incidencia debido al tip-tilt, para cada instante temporal se tendrá una matriz diferente.
- S_1 y S_2 , de acuerdo al formalismo de Müller y Sotkes, son los vectores obtenidos después de la reflexión y/o transmisión en los elementos ópticos descritos por las matrices M_{INST} y $M2$, respectivamente.
- $M_{PSA(Estado\,j)}$ representa el PSA (Polarization State Analyzer), el cual está compuesto por dos retardadores variables de cristal liquido (LCVR, Liquid Crystal Variable Retarder), y un polarizador. Las matrices de Müller de un retardador y un polarizador fueron descritas, en la sección 2.6.
- $T. Integración$ es el tiempo establecido para que los detectores acumulen energía y formen una imagen, en el caso del HRT, que es el telescopio que usa el sistema de estabilización de imagen, son 24ms.
- $T.cambio$ es el tiempo necesario para cambiar de un estado de modulación al siguiente, o mover la banda de paso del etalon, elemento que se encarga de establecer las posiciones espectrales en las que se toma la imagen.
- $I_j[S_3\,estado\,j]$ representa las medidas de intensidad lumínica realizadas por los detectores y a partir de las cuales se forman las imágenes del telescopio HRT y se realizan la medición polarimétricas del vector S_0 . I_j representa el primer parámetro del vector de Stokes S_3 , que se corresponde con el haz transmitido por los PSA. j indica el estado de modulación, generado a través de los LCVRs.

Como se mencionó, tanto para obtener las imágenes, como realizar las medidas polarimétricas, es necesario realizar medidas de intensidad lumínica usando detectores ópticos. En el caso de SO/PHI son detectores de tecnología CMOS que se llenan al 65 % de capacidad de 10^5 electrones, para garantizar que los detectores trabajan en su zona lineal.

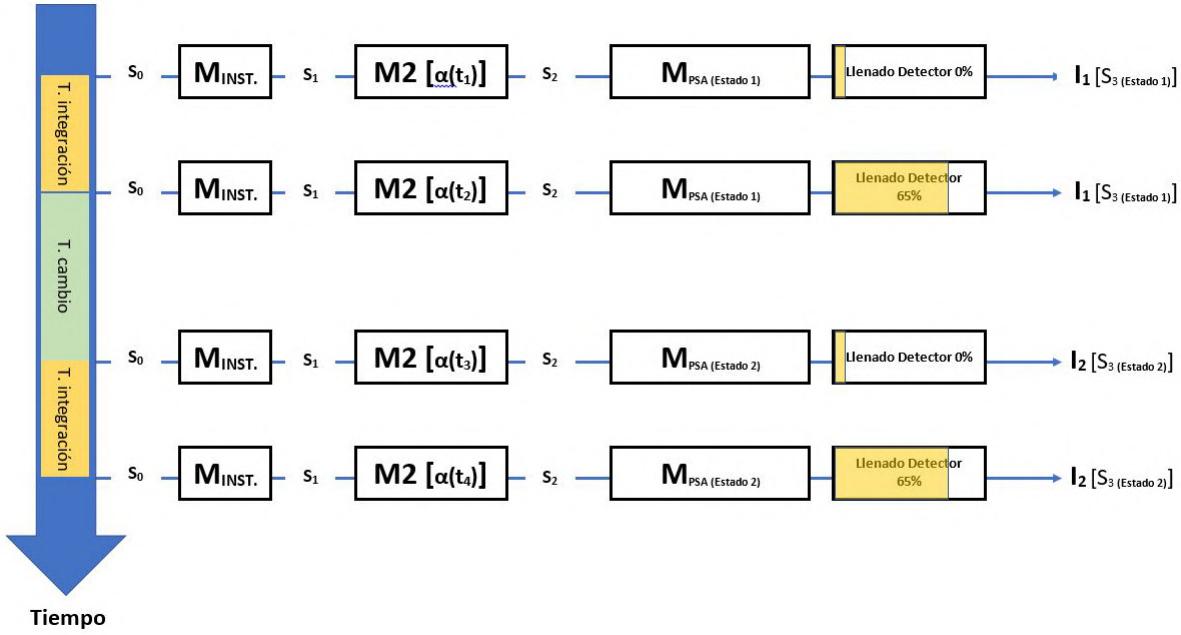


Fig. 3.31. Diagrama temporal del proceso de modulación realizado en SO/PHI para obtener los vectores de Stokes de cada pixel.

La medición polimétrica de S_1 se realiza generando N estados (es necesario un mínimo de cuatro estados linealmente independientes) de modulación conocidos usando los LVQRs y midiendo $I_j[S_3 \text{ estado } j]$, asociados a cada estado. Despues se calcula S_1 como se muestra en la ecuación 3.41.

Donde I es el vector formado por los 4 parámetros de stokes $[I_j]$ con $j = 1..,4$, correspondientes a los 4 estados de modulación linealmente independientes necesarios para hallar S_1 . M_{PSA} corresponde a la matriz formada por las 4 primeras filas de las cuatro matrices de modulación, donde cada una de estas matrices de modulación se forma por el producto de los elementos ópticos que forman el PSA, un polarizador y dos LCVRs, respectivamente representados en la figura por M_{PL} , $M_{CL2}^{(1)}$, $M_{CL1}^{(1)}$; donde los superíndices (1), (2), (3), (4) representan cada estado de modulación. Los diferentes estados de modulación se forman aplicando tensiones eléctricas a los LCVRs para establecer los desfases que estos aplican entre las componentes de la luz incidente al PSA.

$$\begin{aligned}
 I &= M_{PSA} S_1 \iff S_1 = M_{PSA}^{-1} I \\
 M_{PSA} &= \left\{ \begin{array}{l} f1 \{ M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(1)} \cdot M_{CL1}^{(1)} \} \\ f1 \{ M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(2)} \cdot M_{CL1}^{(2)} \} \\ f1 \{ M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(3)} \cdot M_{CL1}^{(3)} \} \\ f1 \{ M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(4)} \cdot M_{CL1}^{(4)} \} \end{array} \right\} \quad (3.41)
 \end{aligned}$$

Puesto que las medidas de intensidad lumínica correspondientes a I_j deben tener una relación señal ruido de 10^3 , es necesario tomar 16 imágenes por cada estado de modulación y cada posición espectral en torno a los 617.3 nm [5]. Esta condición se puede cumplir de varias maneras: por ejemplo tomando 16 imágenes seguidas en cada uno de los cuatro estados de modulación, repitiendo este proceso para cada posición espectral; o implementando un esquema de modulación rápido, que consiste en cambiar el estado de modulación después de la toma de cada imagen. Puesto que se desea reducir los cambios, no deseados, introducidos en la polarización debido al jitter de apuntamiento de la nave y a los cambios en la superficie solar, se implementa el esquema de modulación rápido antes mencionado.

Teniendo en cuenta que el tip-tilt máximo de M2 es pequeño respecto al ángulo de incidencia nominal $-60'' = 0,2\% \text{ de } 8^\circ$. La matriz de M2 se considera junto a la del resto de elementos ópticos estáticos caracterizadas por $M_{INST.}$, considerando que es un espejo estático con un ángulo de incidencia nominal constante de 8° , de esta manera se puede hallar S_0 usando la ecuación 3.42.

$$S_2 = M_2(\alpha_0 = 8^\circ) M_{INST.} S_0 \iff S_0 = (M_2(\alpha_0 = 8^\circ) M_{INST.})^{-1} S_2 \quad (3.42)$$

Sin embargo, uno de los objetivos de este trabajo, es estudiar el efecto del *tip-tilt* del FSM M2, en la polarización y en la medición polimétrica realizada por el instrumento SO/PHI.

Esto se realiza de la siguiente manera, en primer lugar se asume que se conoce el vector de Stokes S_0 que se quiere calcular con el PSA, y usando la ecuación 3.43 se calcula el vector de intensidades que se obtendría sin ruido instrumental, y considerando el efecto despolarizante de M2. Este efecto despolarizante se modela incluyendo la matriz del espejo M2 obtenida como la integral en función del tiempo, según se aparecía en la ecuación 3.45, donde t_f corresponde al tiempo de exposición de los detectores del canal del HRT. El significado de esta integral se explicó en el apartado 3.3.

$$I_0 = M_1 S_0 \quad (3.43)$$

$$M_1 = \begin{Bmatrix} f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(1)} \cdot M_{CL1}^{(1)} \cdot M_{m2}^{(d)}\} \\ f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(2)} \cdot M_{CL1}^{(2)} \cdot M_{m2}^{(d)}\} \\ f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(3)} \cdot M_{CL1}^{(3)} \cdot M_{m2}^{(d)}\} \\ f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(4)} \cdot M_{CL1}^{(4)} \cdot M_{m2}^{(d)}\} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

$$M_{m2}^{(d)} = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} M_{m2}(t) dt \quad (3.45)$$

Después, se calcula el vector de S_p , el cual es el que se obtendría en caso de despreciar las variaciones del ángulo de incidencia generadas por el *tip-tilt* del espejo M2 del instrumento SO/PHI. S_p se calcula usando la formula 3.46, donde I_0 es el vector de intensidades obtenido con la ecuación 3.43, y M_2 es la matriz modulación que incluye la matriz del espejo M2 pero para un ángulo de incidencia constante de 8° . En la ecuación 3.47 se representa la matriz de modulación M_2 , donde M_{m2} es la matriz del espejo M2 a un ángulo de incidencia de 8° y una longitud de onda de 617.3nm.

$$I_0 = M_2 S_p \iff S_p = M_2^{-1} I_0 \quad (3.46)$$

$$M_2 = \begin{cases} f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(1)} \cdot M_{CL1}^{(1)} \cdot M_{m2}\} \\ f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(2)} \cdot M_{CL1}^{(2)} \cdot M_{m2}\} \\ f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(3)} \cdot M_{CL1}^{(3)} \cdot M_{m2}\} \\ f1 \{M_{PL} \cdot M_{CL2}^{(4)} \cdot M_{CL1}^{(4)} \cdot M_{m2}\} \end{cases} \quad (3.47)$$

La caracterización de la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento grueso y fino se realiza como se expuso en los apartados 3.4.1 y 3.4.2, respectivamente.

3.6. Modelado del efecto del FSM en los sistemas QKD

El funcionamiento de SO/PHI es diferente al de los sistemas QKD, a pesar de que en ambos se realizan medidas polimétricas. En la QKD no se realiza un proceso de modulación-demodulación para determinar el vector de Stokes completo del haz que llega la detector. En su lugar, se usan polarizadores con una determinada orientación y se mide la intensidad lumínica del haz transmitido a través de dichos polarizadores. En los sistemas QKD el objetivo no es medir un estado de polarización desconocido, sino que el estado de polarización es generado de manera arbitraria por el emisor, y el objetivo, desde el punto de vista del diseño óptico, es que el estado de polarización se vea modificado lo menos posible.

Tanto el tiempo de exposición a los detectores (t_f), como el tipo de detector óptico en la QKD es diferente a los del instrumento SO/PHI.

En SO/PHI se usan detectores tipo CMOS para formar una imagen a partir de las medidas de intensidad en cada píxel, y el tiempo de exposición (24ms en el HRT de SO/PHI [5]) se establece para satisfacer el valor de relación señal ruido establecido para las imágenes tomadas por el instrumento.

Sin embargo, en los sistemas de QKD estudiados en este trabajo los detectores usados son APDs (*Avalanche Photodiodes*), y el tiempo de exposición viene dado por la mitad del periodo de la señal eléctrica de polarización aplicada en la puerta (*biasing square wave gates*) de los APDs [44]. De acuerdo a Koehler-Sidki *et al.* [45] se puede alcanzar una frecuencia de *count rate* de fotones de 750MHz aplicando una señal eléctrica de polarización de 1GHz al APD, por lo tanto en ese caso el tiempo de exposición a los detectores será $0,5ns = 1/(2 * 10^9Hz)$.

En la QKD la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento grueso, como por ejemplo el realizado para dirigir el haz con la clave cuántica a diferentes receptores, se caracteriza como se expuso en el apartado 3.4.1. La variación de la polarización debida al *tip-tilt* de apuntamiento fino, realizado por ejemplo para aumentar la relación señal ruido en el receptor compensando las rotaciones en el frente de onda debido a las perturbaciones atmosféricas o de la luz solar, se caracteriza como se expuso en la sección 3.4.2.

4. RESULTADOS ESPECÍFICOS APLICABLES AL INSTRUMENTO SO/PHI

En este capítulo se presentan y discuten los resultados obtenidos sobre como afecta el FSM M2 al instrumento SO/PHI de la misión Solar Orbiter. El término FSM M2 hace referencia al espejo de direccionado del haz usado en el telescopio HRT del instrumento SO/PHI para la estabilización de la imagen, ver figura 1.6. De ahora en adelante, en este trabajo se denominará a este espejo M2. Los espejos de direccionado de haz fueron explicados en la sección 1.3.

El capítulo está organizado en cuatro secciones con el siguiente contenido: en la sección 4.1 se exponen las propiedades ópticas de M2; en la sección 4.2 se presentan los datos del *jitter* de apuntamiento del satélite de la misión Solar Orbiter; en la sección 4.3 se muestra y explica el efecto del *tip-tilt* de apuntamiento grueso en los típicos vectores de Stokes asociados a campos magnéticos solares. Por último, en la sección 4.4 se evalúa como afecta en *tip-tilt* de M2 a las medidas polarimétricas realizadas en el canal de HRT (4.4.1) y se evalúa la despolarización producida por M2 (en la sección 4.4.2).

4.1. Datos espejo FSM M2

En la figura 4.1 se ilustra en índice de refracción complejo de la plata (Ag), n representa la parte real y k representa la parte imaginaria que es indicativo de la capacidad de absorción de la energía portada por la onda, por parte del medio.

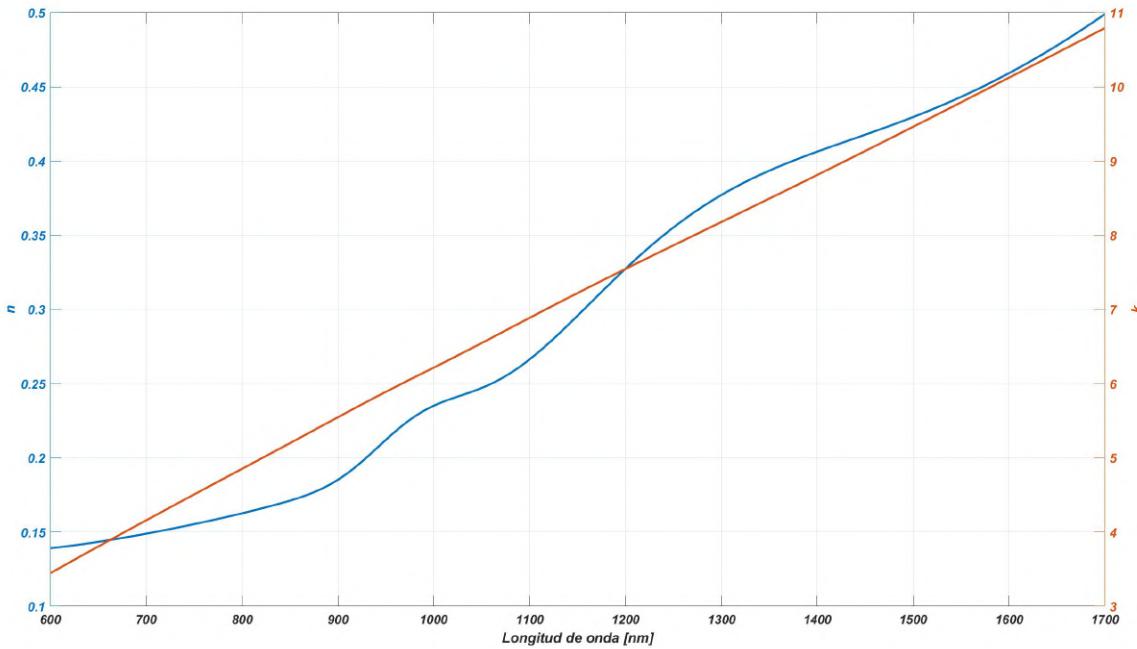


Fig. 4.1. Índice de refracción complejo de la plata en función de la longitud de onda.

En la figura 4.2 se ilustra la reflectancia en la componente s (R_s) y en la componente p (R_p) en función del ángulo de incidencia (AOI). Se aprecia que el pseudo-ángulo de Brewster, donde la diferencia entre R_s y R_p es máxima, se encuentra en torno a 75° . En torno a este ángulo es donde los elementos de la matriz de Müller presentaran una mayor variación y, por tanto, donde la variación en la polarización será mayor, puesto que como se vio en la sección 3 dicha variación se calcula a partir de la integración de los elementos de la matriz en función del AOI. Por otro lado, la obtención de los mismos valores de reflectancias que el software WVASE 32 nos permite verificar el modelo implementado en MATLAB.

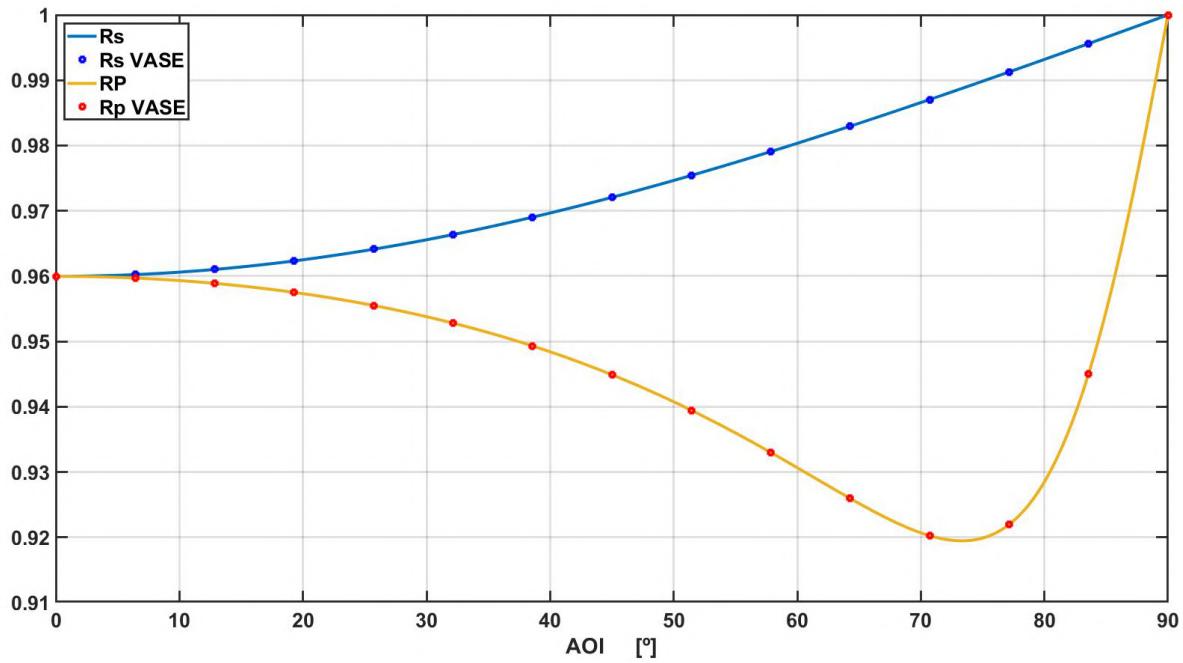


Fig. 4.2. Reflectancias en las componentes ortogonales s y p de la plata en función del AOI.

En las figuras 4.3 y 4.4 se representan los elementos de la matriz de Müller normalizada de un espejo de Ag en función del AOI, y en función del AOI y de α_T , respectivamente. La matriz de un espejo ideal y su explicación fue realizada en la sección 2.6.3.

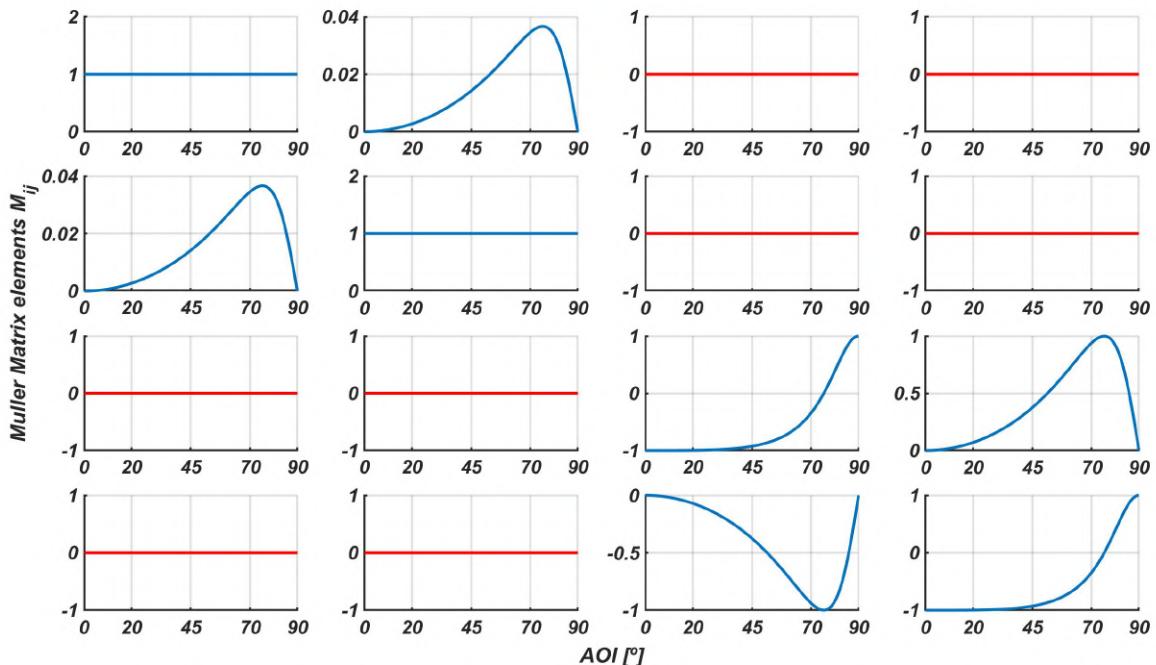


Fig. 4.3. Matriz de Müller de un espejo de Ag en $\lambda = 617,3 \text{ nm}$ en función del AOI.

En las figuras 4.3 y 4.3 se aprecia lo comentado respecto al valor de R_s y R_p en el semi-ángulo de Brewster, se ve que en torno a dicho ángulo (75°) los elementos de la matriz presentan la mayor pendiente, y por tanto la mayor variación, y como se mencionó el mayor grado de despolarización (DI) se dará en dicho ángulo.

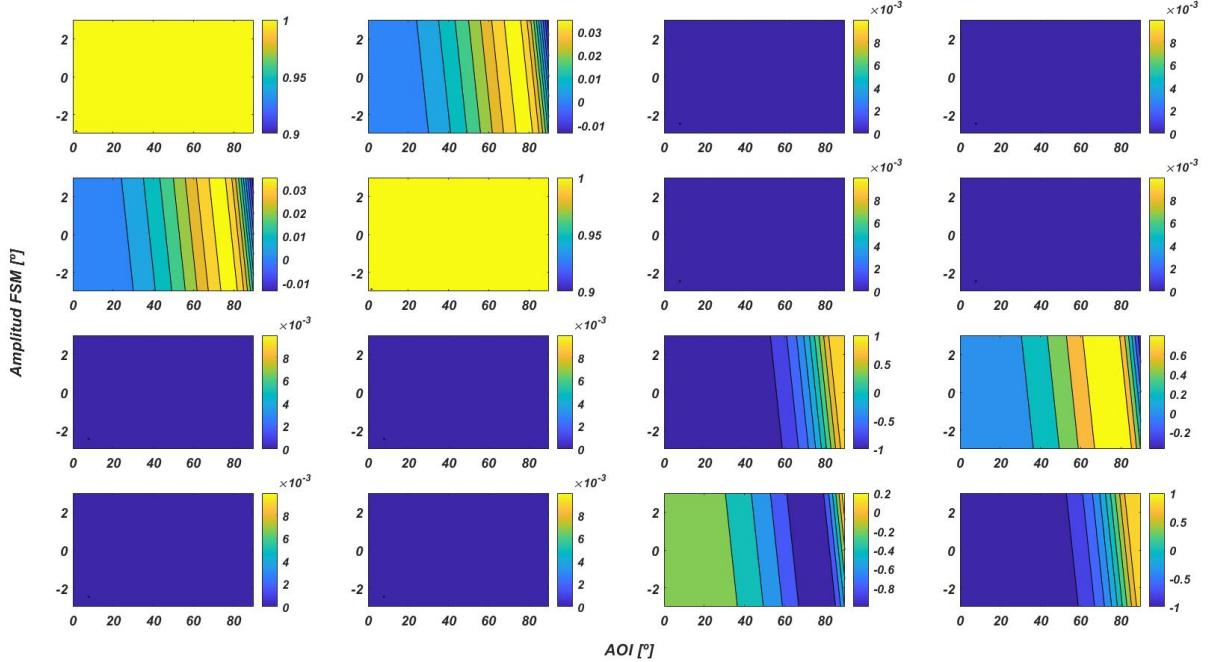


Fig. 4.4. Matriz de Müller de un espejo de Ag en $\lambda = 617,3 \text{ nm}$ en función del AOI y del rango angular de tip-tilt ($\pm\alpha_T$).

4.2. Datos del *jitter* de la nave de la misión Solar Orbiter

En este apartado se muestran algunos de los datos de vibración de la nave de la misión Solar Orbiter [46], y el desplazamiento relativo entre las imágenes consecutivas tomadas por el instrumento, como consecuencia de las vibraciones de la misma[6]. El origen de estas vibraciones se encuentra en los dispositivos usados en la nave para la navegación, corrección de trayectorias, refrigeración, etc.

En la figura 4.5 se representa la *pdf* calculada, a partir del *jitter* de apuntamiento de la nave, medido por Airbus. Analizando la figura se aprecia que las vibraciones que causan el *jitter* de apuntamiento presentan una función de densidad de probabilidad Gaussiana, de media nula, y acotada entre $\pm 2''$ aproximados, para ambos ejes.

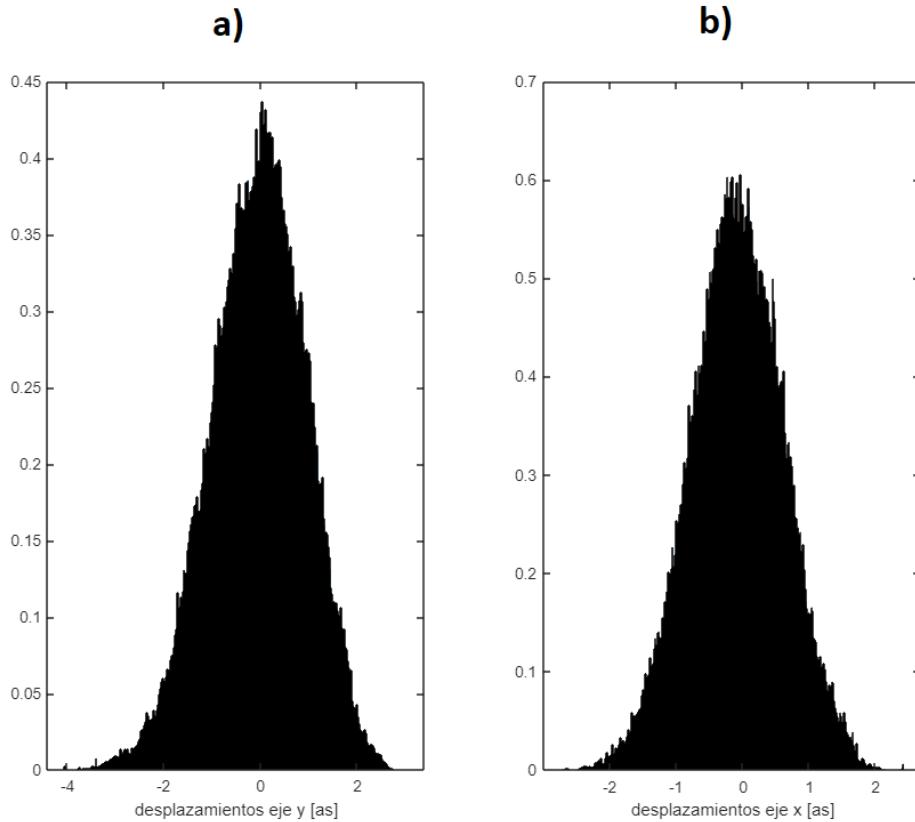


Fig. 4.5. PDF del jitter de apuntamiento del satélite de la misión SO. a) jitter en el eje x; b) jitter en el eje y.

De acuerdo a los datos de las figuras anteriores, el *jitter* es similar en los ejes *x* e *y*, por tanto se decide calcular el espectrograma del *jitter* en el eje *y*, a partir de los datos dados en función del tiempo. En la figura 4.6 se aprecia que la mayor parte de la energía se encuentra en la componente fundamental ($f = 0\text{Hz}$), y también se puede apreciar los intervalos temporales, en los que se produce vibración o no en la nave.

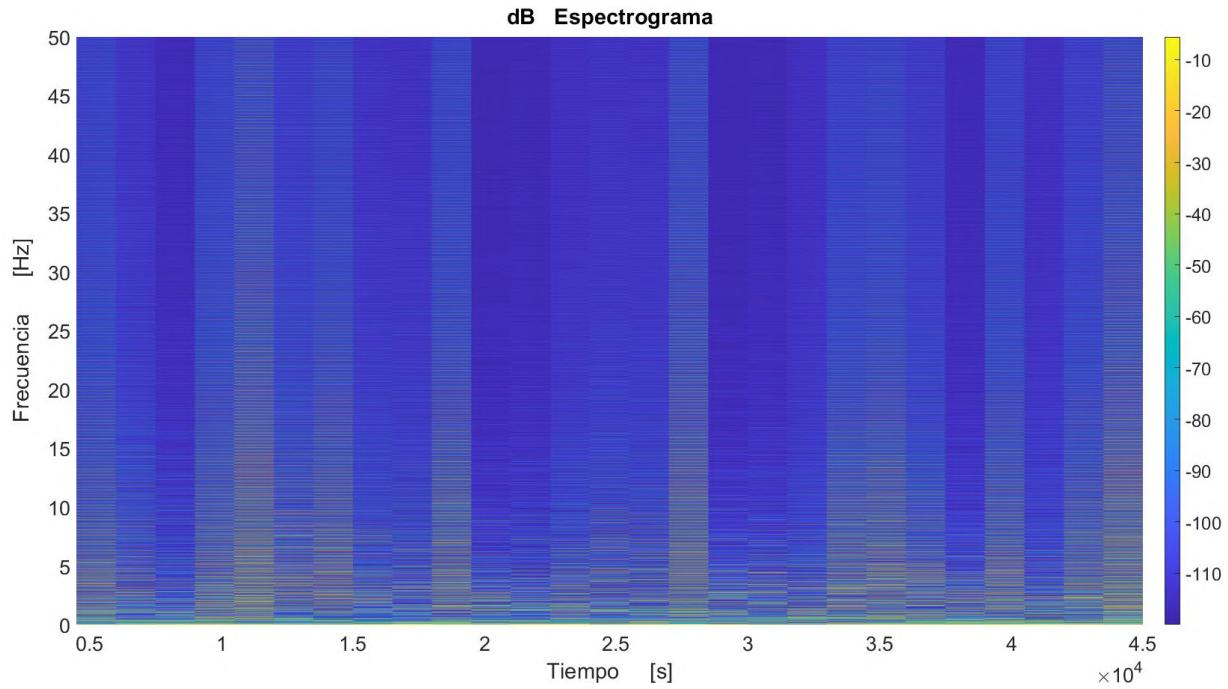


Fig. 4.6. Espectrograma del *jitter* de apuntamiento del satélite de la misión SO durante 14 horas.

En las figuras 4.7 y 4.9 se representa el modulo de la FFT calculado a partir de los desplazamientos, en los ejes x e y , entre la imagen de referencia y la tomada en tiempo real por el instrumento SO/PHI. Los valores obtenidos en lazo abierto representan el desplazamiento entre imágenes debido al *jitter* de apuntamiento de la nave.

Los valores obtenidos en lazo cerrado representan el desplazamiento entre imágenes medido, después de utilizar el sistema de estabilización de imagen diseñado e implementado por Volkmer *et al.* [6]. Como puede apreciarse se ha reducido dicho desplazamiento notablemente, de $2 \text{ a } 510^{-5}''$, es decir 5 órdenes de magnitud, para las frecuencias menores de 30 Hz, tal y como se requería al sistema de estabilización de imagen.

Comparando las figuras 4.7 y 4.9 se puede ver que en lazo cerrado el ISS solo atenúa el jitter hasta el ancho de banda del lazo de control, 30Hz, para frecuencias mayores el sistema de estabilización de imagen prácticamente no reduce el desplazamiento entre las imágenes consecutivas.

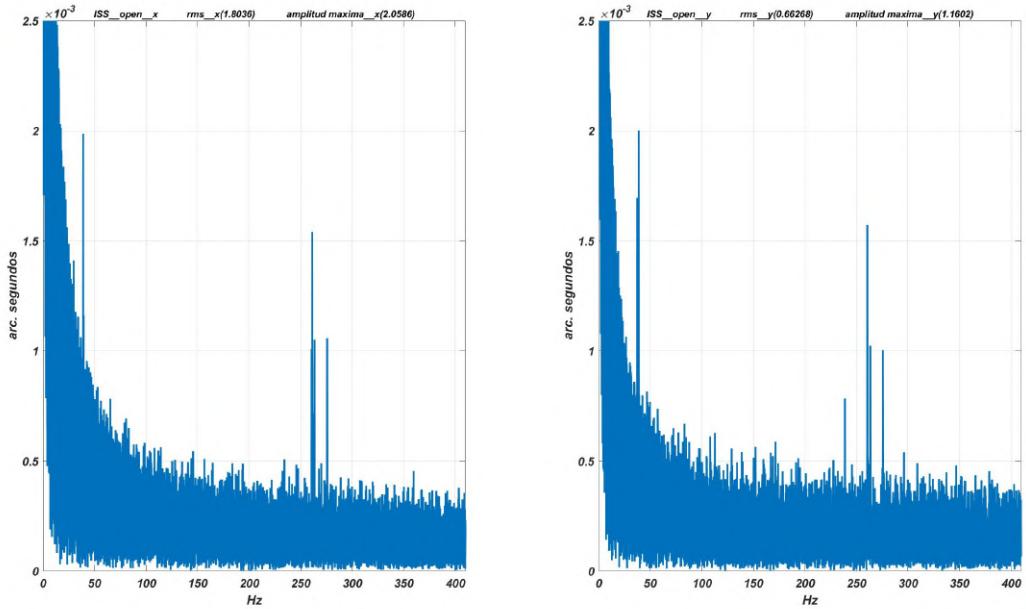


Fig. 4.7. Módulo de la FFT del desplazamiento entre imágenes tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SOPHI, en lazo abierto. La figura *a* representa los desplazamientos en el eje *x*, y la figura *b* los desplazamientos en el eje *y*.

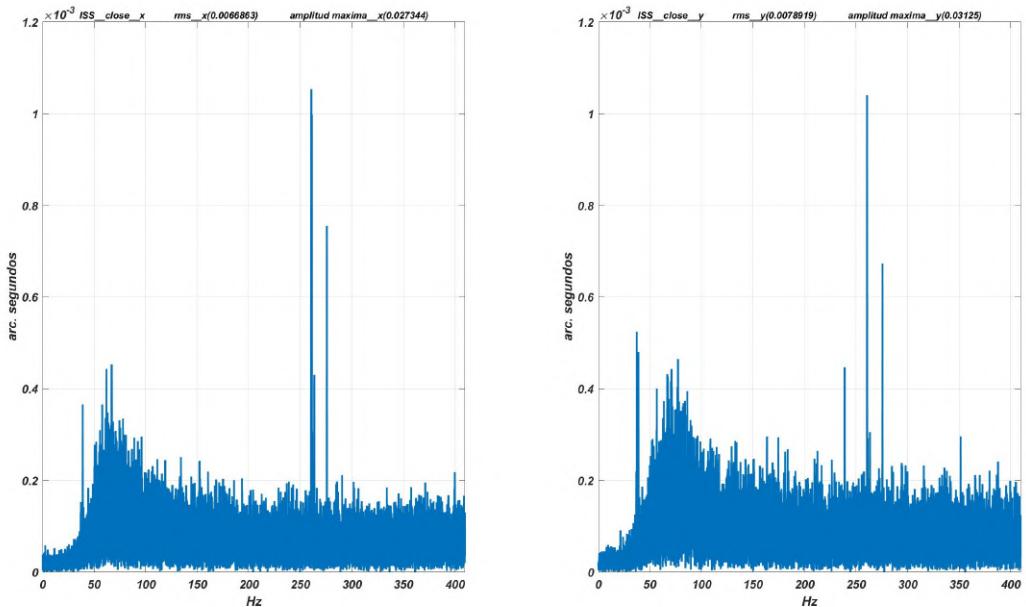


Fig. 4.8. Módulo de la FFT del desplazamiento entre imágenes tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SO/PHI, en lazo cerrado. La figura *a* representa los desplazamientos en el eje *x*, y la figura *b* los desplazamientos en el eje *y*.

El ancho de banda de las vibraciones o fenómenos que los FSM compensan, usualmente, es mucho más grande que el del *tip-tilt* realizado por los FSM, los cuales están limitadas a un ancho de banda determinado, que viene limitado por las características físicas de los componentes que forman el sistema de estabilización de imagen o los parámetros de diseño del sistema de control.

En las figuras 4.9 y 4.10 se ilustra la función de densidad de probabilidad del *jitter* entre imágenes en los ejes *x* e *y*, en lazo cerrado y abierto, respectivamente.

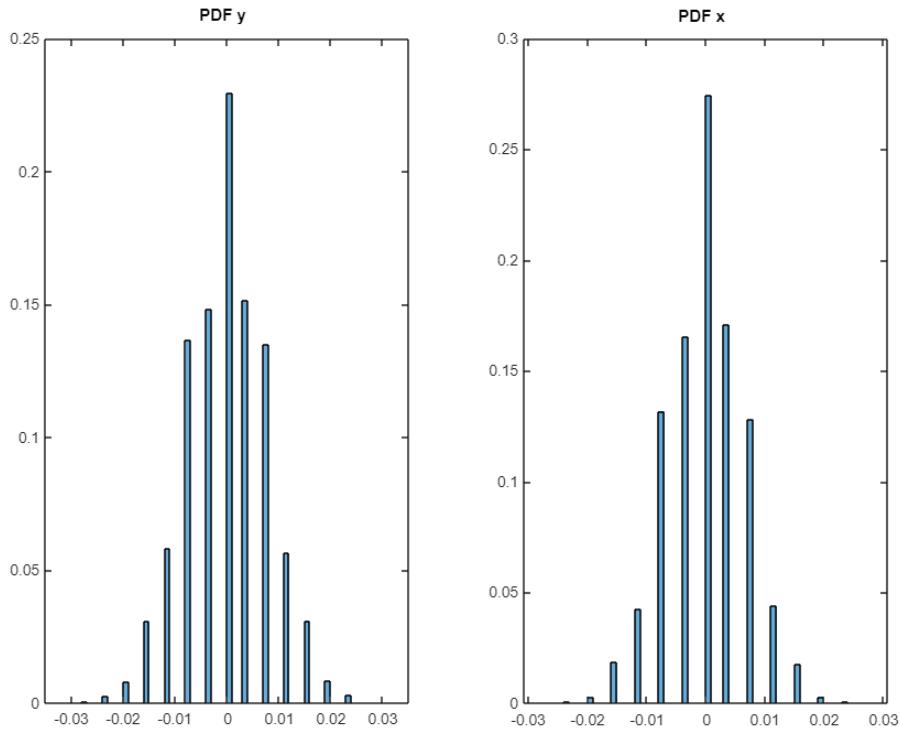


Fig. 4.9. PDF del desplazamiento entre imágenes entre imágenes tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SO/PHI, en lazo cerrado.

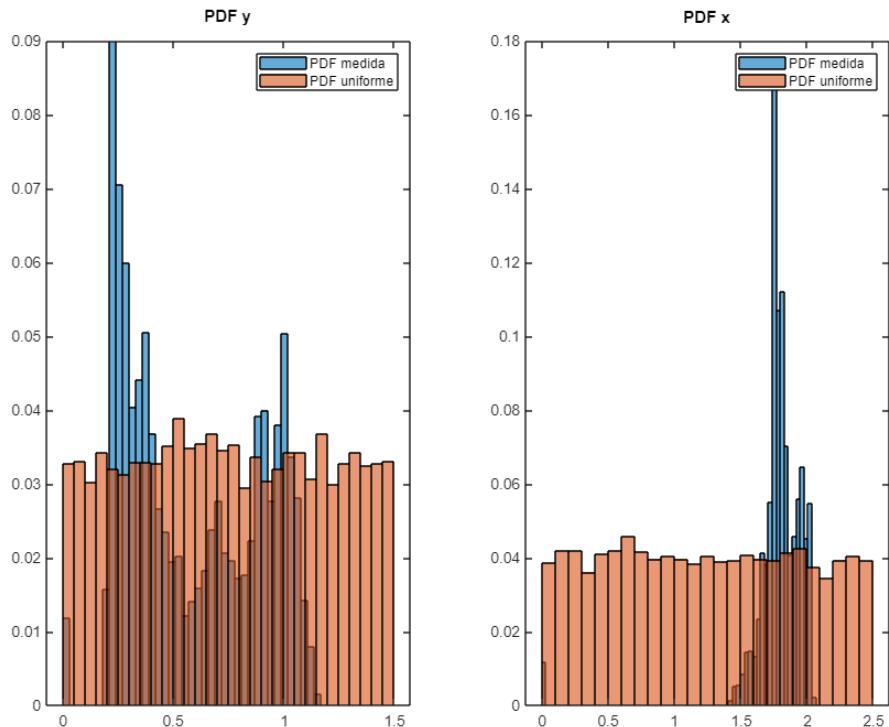


Fig. 4.10. PDF del desplazamiento entre imágenes entre imágenes tomadas por la cámara del sistema de estabilización de imagen de SO/PHI, en lazo abierto.

Los desplazamientos entre imágenes medidos en lazo abierto son los usados para establecer el *tip-tilt* que será usado para generar el array de ángulos de incidencia con los que se calculará la despolarización. En la figura 4.10 se ha superpuesto una pdf uniforme a la pdf obtenida a partir de los desplazamientos en lazo abierto, de esta manera se visualiza que una pdf uniforme permitirá modelar el caso más desfavorable ya que todos los ángulos comprendidos entre los límites de la pdf uniforme tendrán la misma probabilidad de ocurrencia. Respecto a los límites de la pdf, como se desarrolló en la sección 3 se establecen en $\pm 60''$ para modelar el caso más desfavorable en el que las rotaciones realizadas por M2 alcanzan el máximo rango angular del dispositivo.

4.3. Efecto del *tip-tilt* de apuntamiento grueso

En el conjunto de figuras [4.11 - 4.13] y [4.14 - 4.16] se muestran los vectores de Stokes asociados a campos magnéticos solares fuertes y débiles, respectivamente. Estos vectores se usan en los siguientes apartados para estudiar como afecta al proceso de medición polimétrica realizada por SO/PHI el *tip-tilt* de apuntamiento del FSM M2. Como se mencionó anteriormente, el proceso de medición polimétrica consiste en determinar los vectores de Stokes asociados a la luz del sol que incide en el instrumento, esta medida se realiza en función de la longitud de onda.

Los términos $[I_i \ Q_i \ U_i \ V_i]$ corresponden al vector incidente, y los términos $[I_r \ Q_r \ U_r \ V_r]$, corresponden al vector reflejado en el espejo.

En el caso de vectores asociados a campos magnéticos fuertes, se aprecia que se producen variaciones considerables en los parámetros correspondientes a cantidad de luz linealmente polarizada a 0° 90° (término Q) y la luz linealmente polarizada a $\pm 45^\circ$ (término U), por otro lado la luz con polarización circular en sentido horario y antihorario (término V) es la que menor variación presenta.

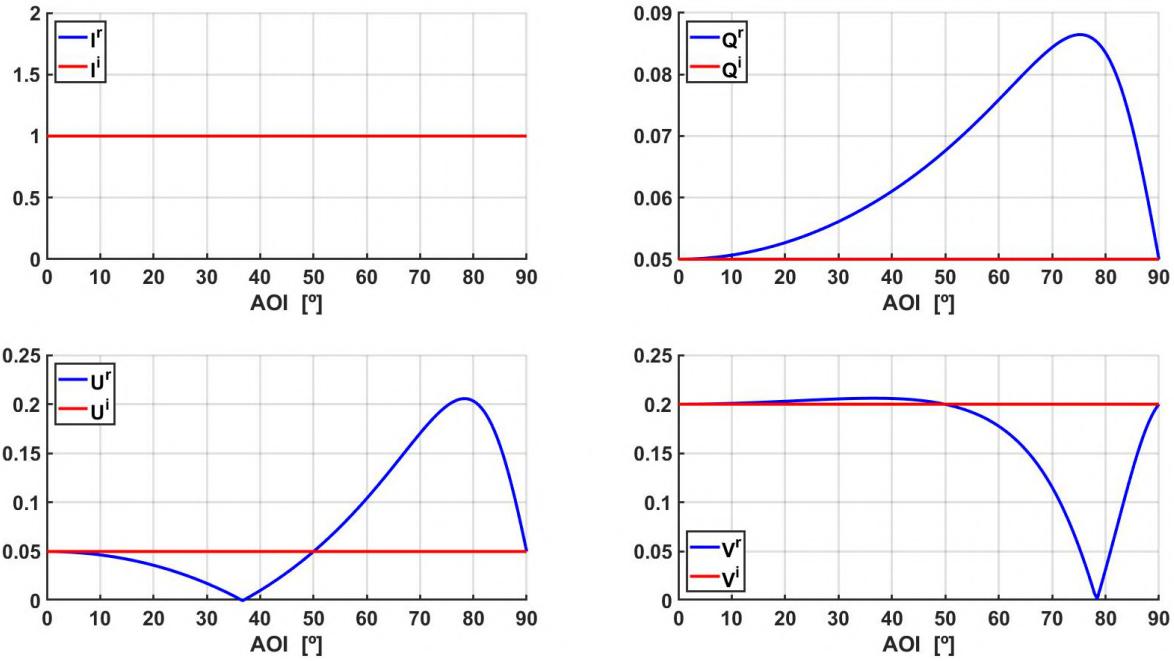


Fig. 4.11. Vector de Stokes asociado a campo magnético solar fuerte $S^a [1 \ 0,05 \ 0,05 \ 0,2]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.

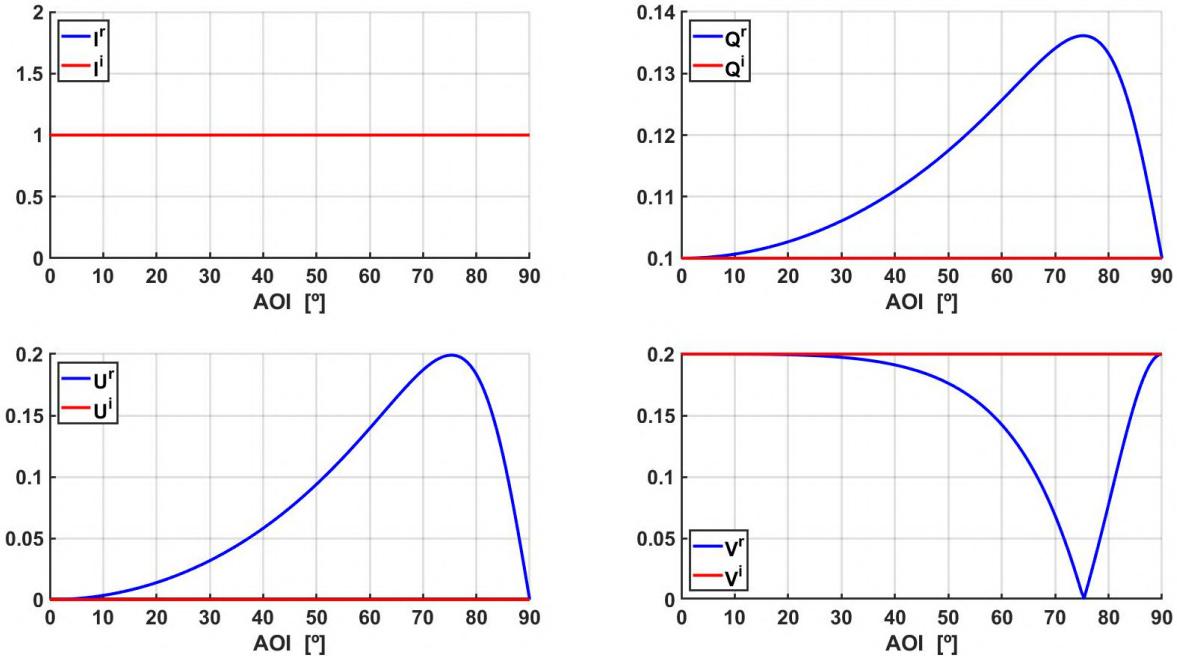


Fig. 4.12. Vector de Stokes asociado a campo magnético solar fuerte $S^b [1 \ 0,01 \ 0 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.

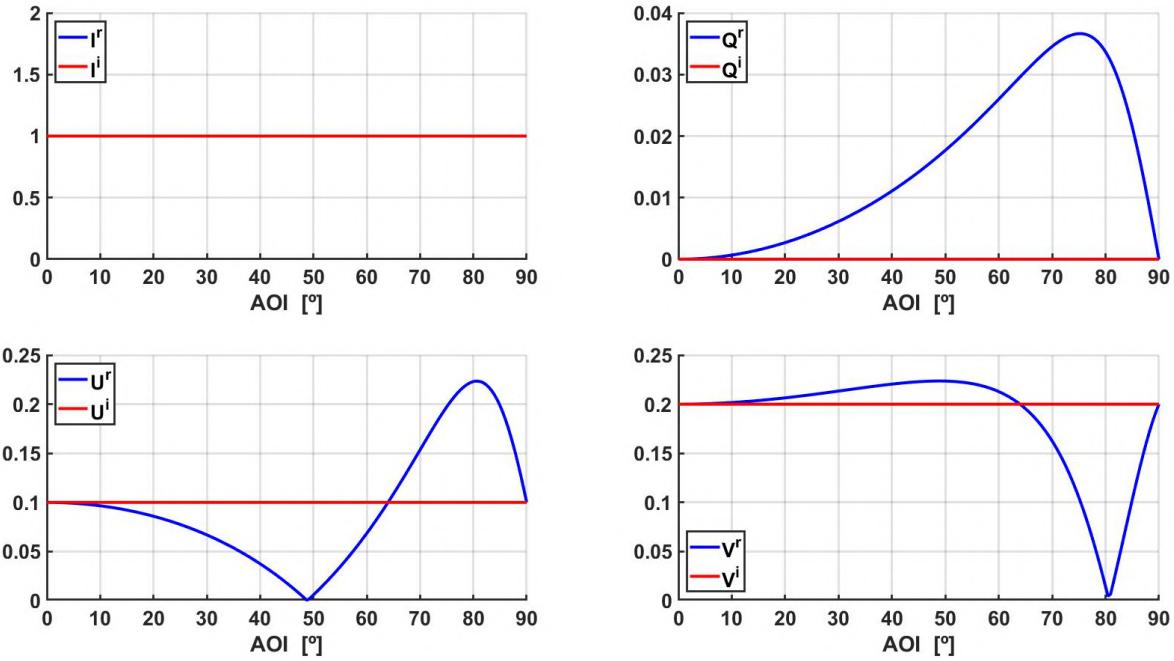


Fig. 4.13. Vector de Stokes asociado a campo magnético solar fuerte $S^c [1 \ 0 \ 0,01 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.

En el caso de los vectores asociados a campos magnéticos débiles se da una variación similar a la de los vectores asociados a campos magnéticos fuertes, donde el cuarto término correspondiente a la cantidad de luz con polarización circular es el que presenta una menor variación respecto al vector incidente.

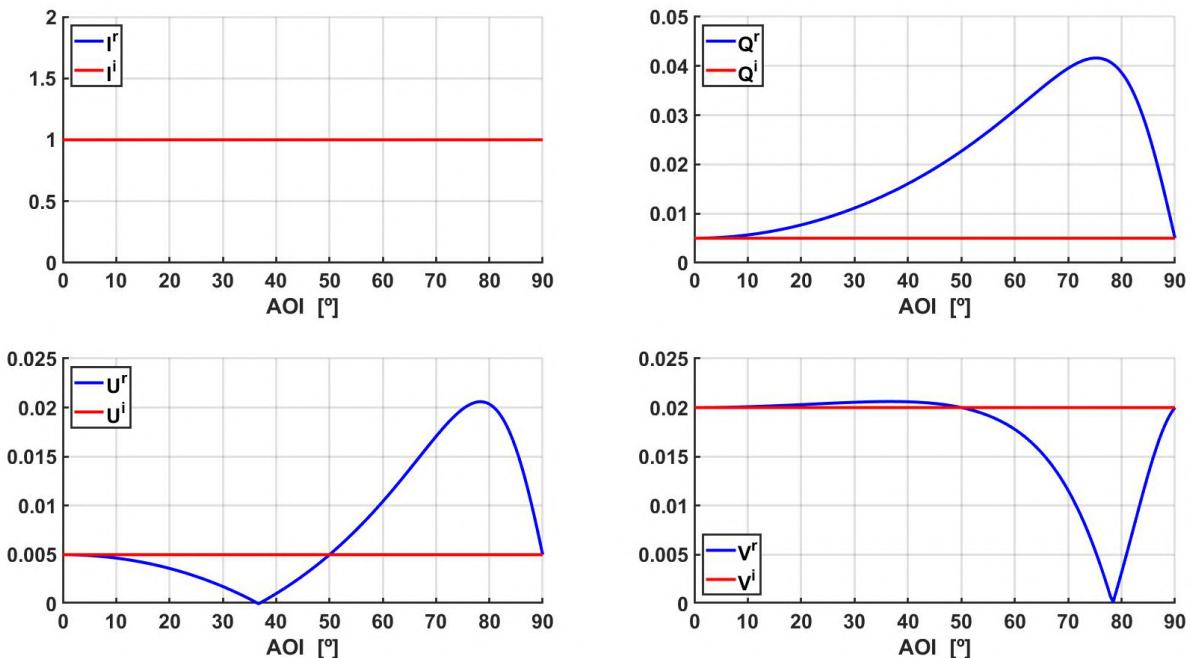


Fig. 4.14. Vector de Stokes asociado a campo magnético solar débil $S^a [1 \ 0,005 \ 0,005 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.

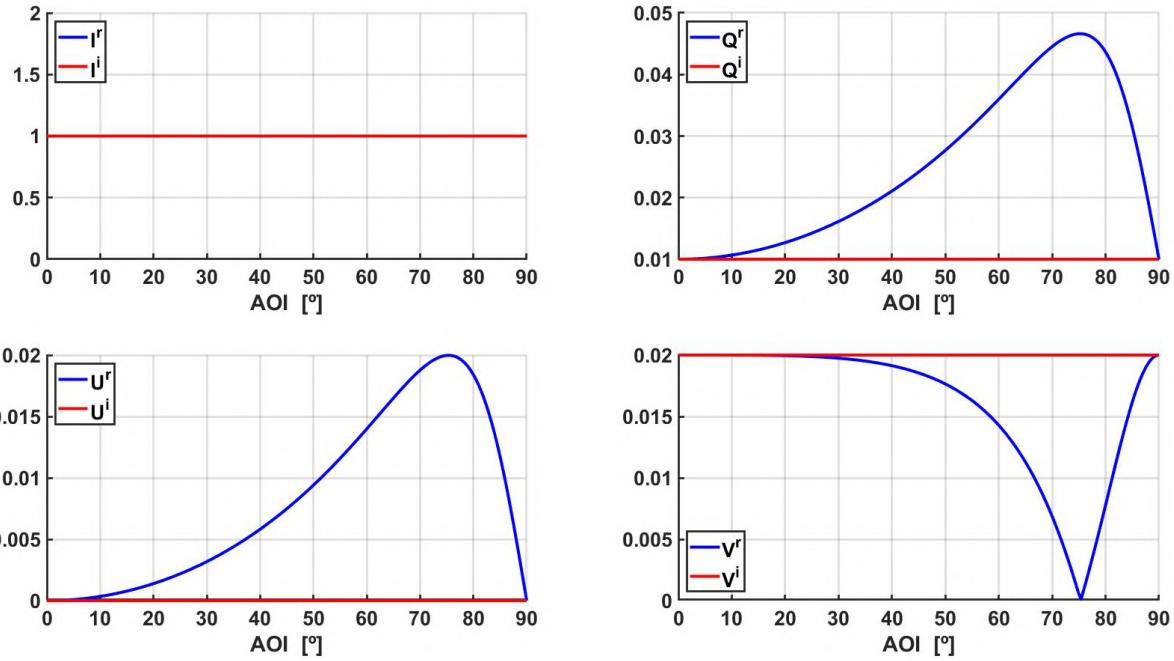


Fig. 4.15. Vector de Stokes asociado a campo magnético solar débil $S^b [1 \ 0,01 \ 0 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.

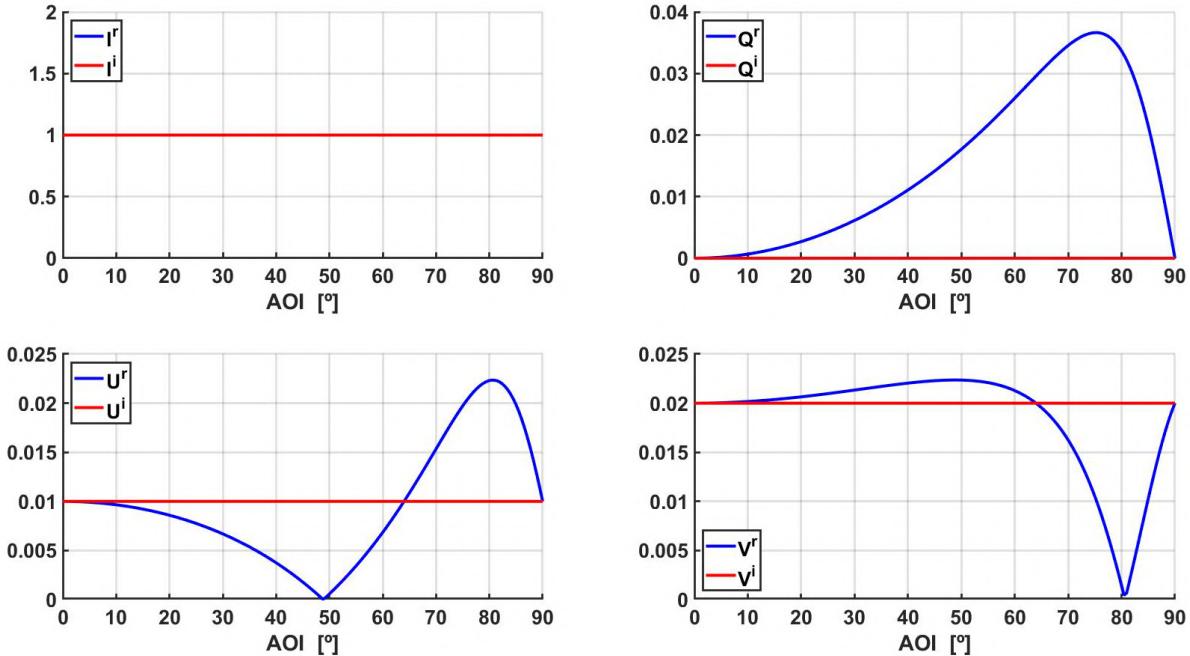


Fig. 4.16. Vector de Stokes asociado a campo magnético solar débil $S^c [1 \ 0 \ 0,01 \ 0,02]^T$ reflejado en el espejo M2 del instrumento SO/PHI.

4.4. Efecto del *tip-tilt* de apuntamiento fino

Como se mencionó anteriormente (ver capítulo 3.4) el modelado del apuntamiento fino también incluye el modelado del apuntamiento grueso cuando se realizan los cálculos variando el ángulo de incidencia nominal, por lo tanto en esta sección se modelan los dos efectos.

4.4.1. Efecto del espejo FSM M2 en la polarimetría realizada por SO/PHI

En este apartado se evalúa como afecta el *tip-tilt* del FSM M2 a la medición polimétrica realizad por el HRT de SO/PHI de los vectores de Stokes debidos a campos magnéticos solares fuertes (tabla 4.1) y campos magnéticos solares débiles (tabla 4.2).

La explicación detallada del proceso de medición polimétrica realizado por el HRT de SO/PHI se expuso en la sección 3.5. En este apartado se explica de manera breve el procedimiento realizado para modelar como afecta el tip-tilt de M2 en dicha medición polimétrica.

Para realizar dicha caracterización se usan el conjunto de ecuaciones [4.1 - 4.8]. Donde se supone que se quiere obtener el vector de Stokes S_0 , realizando la medida polarimétrica descrita en la sección 3.5, correspondiente al haz incidente en SO/PHI. Pero en esta situación se supone que S_0 es conocido y se usa para calcular las intensidades teóricas (I_0) que se obtendrían, sin la presencia de ruido intrínseco (ecuación 4.1). Para realizar este cálculo la matriz de modulación M_1 se obtiene con los elementos de la primera fila, de los 4 estados de modulación incluyendo la matriz del espejo FSM M2. Esta matriz se modela con el conjunto de ecuaciones [4.3 - 4.6], donde se calculan cuatro matrices diferentes en cuatro intervalos temporales ($[t_2 - t_1]$ $[t_4 - t_3]$ $[t_6 - t_5]$ $[t_8 - t_7]$) diferentes, para modelar el efecto despolarizante y de polarización instrumental debido al cambio del vector de Stokes reflejado en M2 en función del tiempo, lo cual generará cuatro medidas de intensidad correspondientes a haces reflejados con diferentes ángulos de incidencia (ver figura 3.31).

$$I_0 = M_1 S_0 \quad (4.1)$$

$$M_1 = \begin{Bmatrix} f1 \{M1_{m2}^{(d)} \cdot M_{cl1}^{(1)} \cdot M_{cl2}^{(1)} \cdot M_{pl}\} \\ f1 \{M2_{m2}^{(d)} \cdot M_{cl1}^{(2)} \cdot M_{cl2}^{(2)} \cdot M_{pl}\} \\ f1 \{M3_{m2}^{(d)} \cdot M_{cl1}^{(3)} \cdot M_{cl2}^{(3)} \cdot M_{pl}\} \\ f1 \{M4_{m2}^{(d)} \cdot M_{cl1}^{(4)} \cdot M_{cl2}^{(4)} \cdot M_{pl}\} \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

$$M1_{m2}^{(d)} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} M_{m2}^{(d)}(t) \cdot dt \quad (4.3)$$

$$M2_{m2}^{(d)} = \frac{1}{t_4 - t_3} \int_{t_3}^{t_4} M_{m2}^{(d)}(t) \cdot dt \quad (4.4)$$

$$M3_{m2}^{(d)} = \frac{1}{t_5 - t_6} \int_{t_5}^{t_6} M_{m2}^{(d)}(t) \cdot dt \quad (4.5)$$

$$M4_{m2}^{(d)} = \frac{1}{t_8 - t_7} \int_{t_7}^{t_8} M_{m2}^{(d)}(t) \cdot dt \quad (4.6)$$

Una vez obtenido vector de intensidades I_0 , se usa la ecuación de demodulación 4.7 para obtener el vector de Stokes S_p , el cual se ha obtenido realizando una demodulación errónea, ya que la matriz de modulación M_2 se calcula con la ecuación 4.8, en la cual la matriz del espejo FSM M2, se calcula despreciando el *tip-tilt*, es decir para un ángulo de incidencia constante $\alpha_0 = 8^\circ$.

$$I_0 = M_2 S_p \iff S_p = M_2^{-1} I_0 \quad (4.7)$$

$$M_2 = \begin{cases} f1 \{M_{m2}(\alpha_0) \cdot M_{cl1}^{(1)} \cdot M_{cl2}^{(1)} \cdot M_{pl}\} \\ f1 \{M_{m2}(\alpha_0) \cdot M_{cl1}^{(2)} \cdot M_{cl2}^{(2)} \cdot M_{pl}\} \\ f1 \{M_{m2}(\alpha_0) \cdot M_{cl1}^{(3)} \cdot M_{cl2}^{(3)} \cdot M_{pl}\} \\ f1 \{M_{m2}(\alpha_0) \cdot M_{cl1}^{(4)} \cdot M_{cl2}^{(4)} \cdot M_{pl}\} \end{cases} \quad (4.8)$$

El proceso anteriormente mencionado se realiza para el conjunto de vectores ($S_{astrong}$ $S_{bstrong}$ $S_{cstrong}$ S_{awake} S_{bweak} S_{cweak}), los cuales representan los vectores de Stokes asociados a campos magnéticos fuertes y débiles, repartidos en las tablas 4.1 y 4.2, respectivamente. La operación realizada es $\Delta = S_p - S_0$, donde S_0 sería cada uno de los vectores de física solar, y S_p el calculado respectivamente con cada S_0 . En las tablas anteriores se aprecia que la variación de los vectores, debido a realizar la modulación sin considerar el tip-tilt de M2, usando la ecuación 3.46, es del orden de 10^{-6} , y la despolarización del orden de 10^{-7} , teniendo en cuenta que la relación señal ruido mínima de las imágenes tomadas por SO/PHI ha de ser mayor o igual a 10^3 , se puede afirmar que el efecto del FSM M2 se puede despreciar para un $AOI = 8^\circ$ y un $\alpha_T \leq 60''$.

	S_{strong}^a	ΔS	S_{strong}^b	ΔS	S_{strong}^c	ΔS
I	1	-1.07E-06	1	-6.9746E-07	1	-1.4425E-06
Q	0.05	3.2844E-06	0.1	2.9891E-06	0	3.5797E-06
U	0.05	-3.1186E-06	0	-3.5899E-06	0.1	-2.6473E-06
V	0.2	-1.1017E-06	0.2	-1.912E-06	0.2	-2.9153E-07
dop	0.21213	-7.7274E-07	0.22361	-2.1746E-07	0.22361	-1.1221E-06

TABLA 4.1. VARIACIÓN EN PARÁMETROS DE STOKES ASOCIADOS A CAMPOS MAGNÉTICOS SOLARES FUERTES Y EN SU GRADO DE POLARIZACIÓN.

	S_{weak}^a	ΔS	S_{weak}^b	ΔS	S_{weak}^c	ΔS
I	1	-1.6143E-07	1	-1.2418E-07	1	-1.9868E-07
Q	0.005	8.7576E-07	0.01	8.4623E-07	0	9.0529E-07
U	0.005	-7.2754E-07	0	-7.7467E-07	0.01	-6.804E-07
V	0.02	1.1711E-07	0.02	3.6092E-08	0.02	1.9814E-07
dop	0.021213	-1.4875E-07	0.022361	-4.1348E-07	0.022361	-1.2265E-07

TABLA 4.2. VARIACIÓN EN PARÁMETROS DE STOKES ASOCIADOS A CAMPOS MAGNÉTICOS SOLARES DÉBILES Y EN SU GRADO DE POLARIZACIÓN.

4.4.2. Despolarización producida por el espejo M2

En esta sección se evalúa la despolarización producida por M2, calculando el índice de despolarización DI asociado a la matriz de Müller del espejo FSM M2 del instrumento SO/PHI. El índice DI se calcula en función del ángulo de incidencia nominal α_0 , de la amplitud del *tip-tilt* α_T y del tiempo de integración t_f , que representa el límite superior de integración en la ecuación 3.26 y el tiempo de exposición a los detectores, el cálculo de $DI(t_f)$ permite hallar el tiempo de exposición a los detectores a partir del cual se producirá la máxima despolarización, retardo y diatenuación efectivos.

DI en función del tiempo

En la figura 4.17 se representa el índice de polarización DI calculado con la ecuación 3.26 en función del límite de integración superior t_f , el cual coincide con el tiempo de exposición de los detectores ópticos.

En la figura 4.17 se aprecia que el denominado tiempo de establecimiento t_f^* , para las condiciones del instrumento SO/PHI ($\lambda = 617,3\text{nm}$, $BW_{FSM} = 30\text{Hz}$, $\alpha_T = 60''$, $\alpha_0 = 8^\circ$), es aproximadamente de 27ms. El valor de t_f^* es el tiempo necesario para que se cumpla la igualdad 3.27, es decir que el tiempo de exposición de los detectores sea lo suficientemente grande como para que el detector pueda recibir la intensidad lumínica de cada haz reflejado con un AOI diferente comprendido entre $\pm 60^\circ$. En ese caso los resultados obtenidos con el modelo de despolarización de Zettler [24] (ecuación 3.18) serán iguales a los resultados obtenidos con la integración en función del tiempo (ecuación 3.26). Esto se puede verificar comparando las figuras 4.20 y 4.17 donde se puede ver que el valor de DI para $\alpha_0 = 8^\circ$ es el mismo en ambas figuras, $2,5 * 10^{-10}$, esta equivalencia también quedó verificada en las figuras 3.17 y 3.18.

Si t_f no es lo suficientemente grande, la intensidad medida por el detector después del tiempo de exposición corresponderá al de un haz con un AOI único, o con una variación sustancialmente menor que $\alpha_0 \pm 60^\circ$, esto generará una despolarización y una variación no deseada en la polarización.

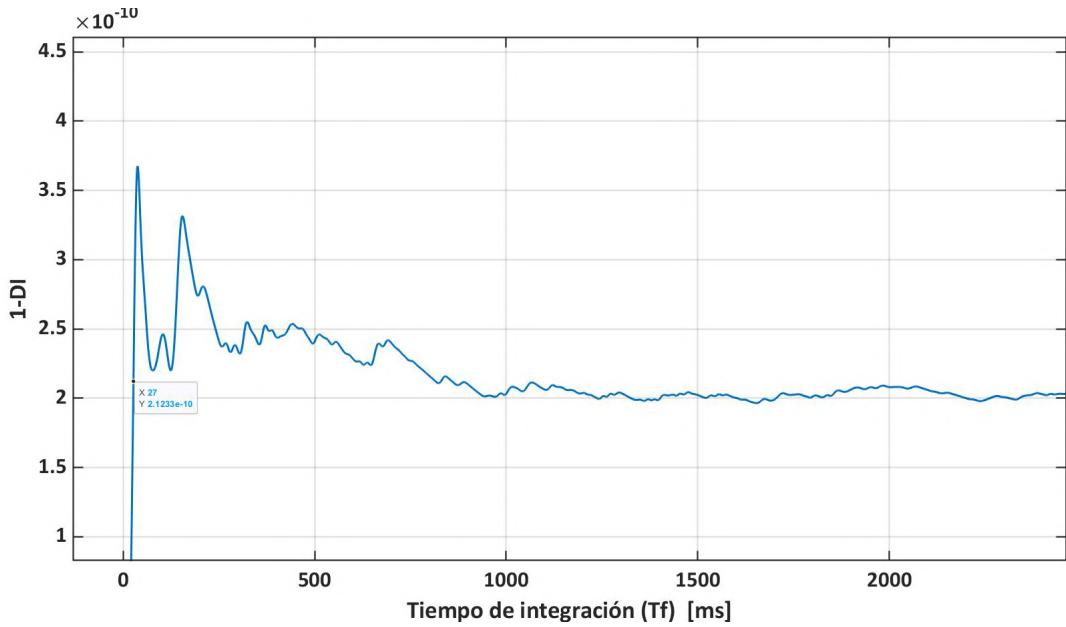


Fig. 4.17. Índice de despolarización en función del tiempo de integración para espejo de plata a 617 nm, $BW_{FSM} = 30Hz$, $\alpha_T = 60''$, $\alpha_0 = 8^\circ$.

En la figura 4.18 se representa el DI calculado en función del tiempo t_f para las condiciones del espejo M2 del instrumento SO/PHI, pero con una ancho de banda (BW_{FSM}) del tip-tilt del espejo ($\alpha(t) = \alpha_0 \pm \alpha_T(t)$) de 300 Hz, esto se hace con la finalidad de evaluar el efecto del BW_{FSM} sobre el t_f^* .

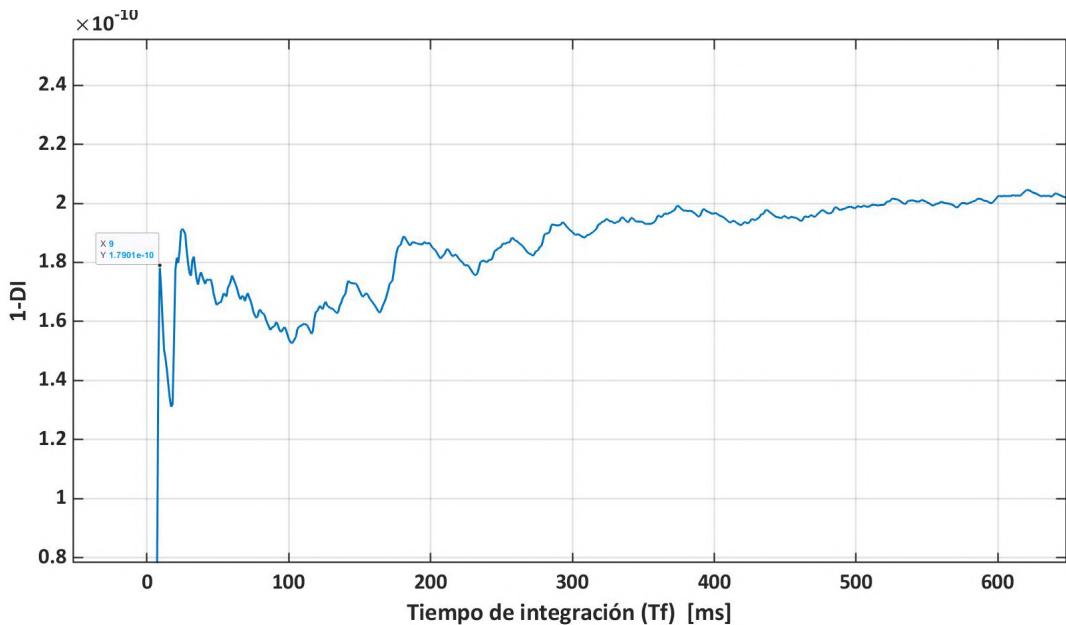


Fig. 4.18. Índice de despolarización en función del tiempo de integración para espejo de plata a 617 nm, $BW_{FSM} = 300Hz$, $\alpha_T = 60''$, $\alpha_0 = 8^\circ$.

Analizando las dos gráficas anteriormente mencionadas, se observa que para $BW_{FSM} = 300Hz$ se tiene un $t_f^* = 9ms$ (figura 4.18); y para $BW_{FSM} = 30Hz$ se tiene un $t_f^* = 27ms$ (figura 4.17). Esto im-

plica que t_f^* es inversamente proporcional al BW_{FSM} , esto se debe a que cuanto mayor es el ancho de banda de una señal, mayor son las pendientes que tiene esta señal debido a que tiene armónicos en altas frecuencias, y por tanto presentara variaciones más rápidas en el tiempo, reduciendo el t_f^* necesario para alcanzar el valor promedio en la integración de los términos de la matriz de la ecuación 3.26, y por tanto reduciendo el t_f^* .

DI en función del ángulo de incidencia (AOI)

En las figuras 4.19 y 4.20 se muestran los resultados obtenidos del índice de despolarización (DI), asociado a la matriz del FSM en función del AOI. En la figura 4.20 se aprecia que el DI es mayor para ángulos de incidencia a partir de 50° , aproximadamente. Esto concuerda con lo expuesto en la sección 4.1, donde se mencionó que los mayores valores de DI se obtendrían en los ángulos de incidencia donde $R_s R_p$ presentan una mayor diferencia (ver figura 4.2).

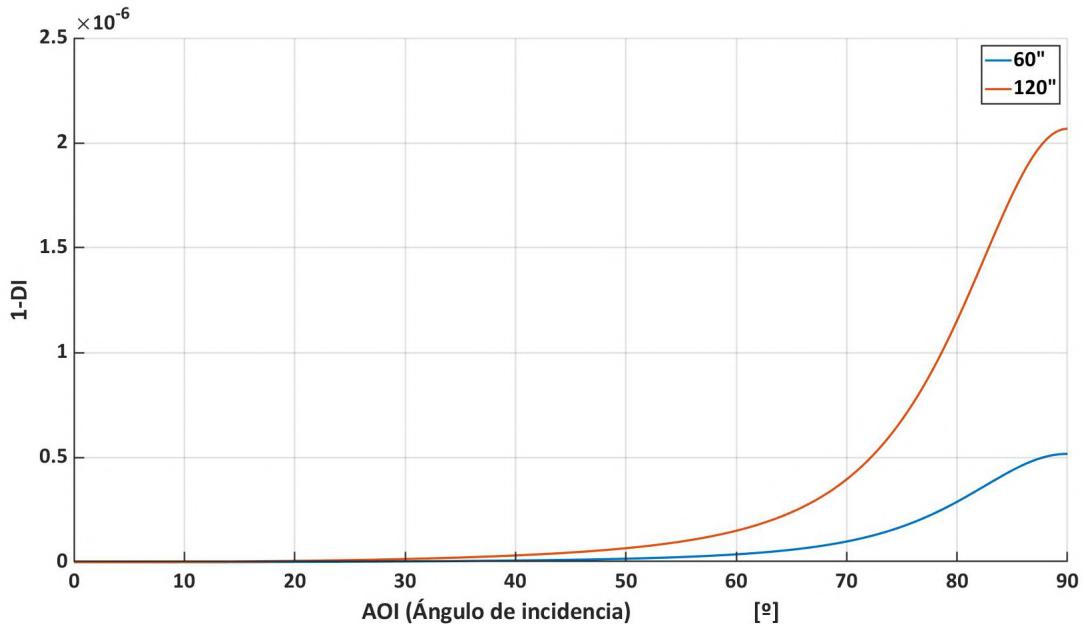


Fig. 4.19. Índice de despolarización e función del ángulo de incidencia (AOI) para espejo de plata a $\lambda = 617$ nm.

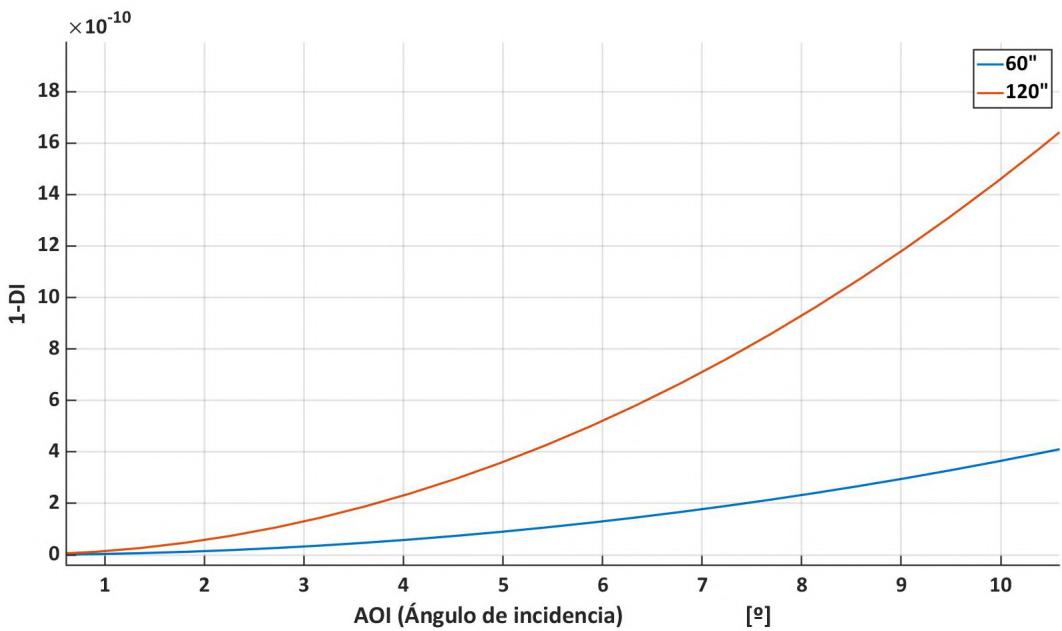


Fig. 4.20. Índice de despolarización e función del ángulo de incidencia (AOI), hasta 8° , para espejo de plata a $\lambda = 617$ nm.

En la figura 4.21 se muestra el índice de despolarización DI de la matriz de Müller de un espejo doblador, típicamente ubicado con un ángulo de incidencia nominal de 45° , en función de α_T , se aprecia que la despolarización es despreciable incluso para rangos angulares del orden de 5° , obteniéndose valores máximos de disminución en el DI del orden de 10^{-3}

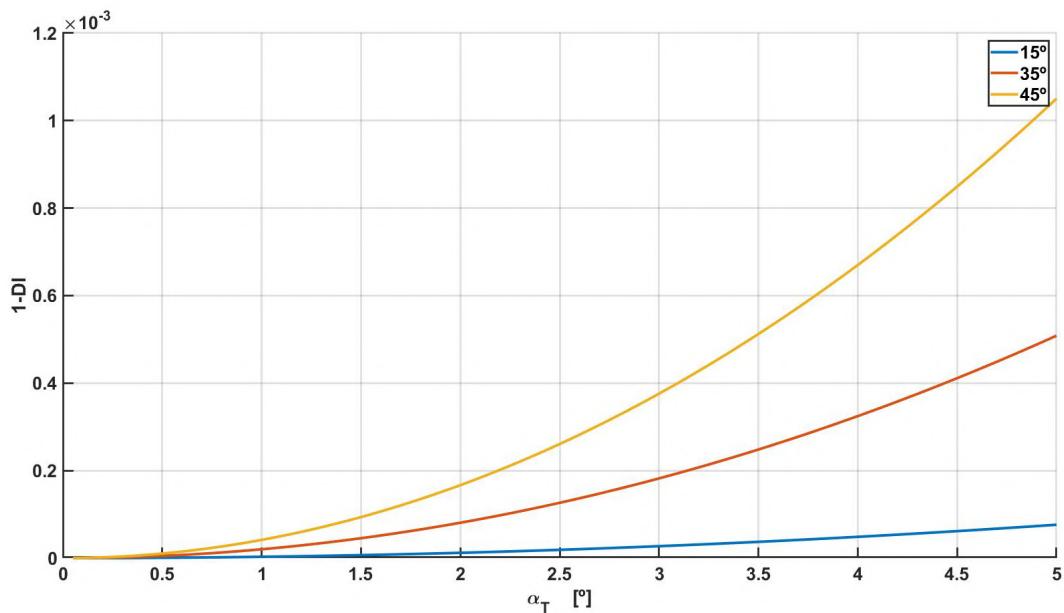


Fig. 4.21. Índice de despolarización en función de α_T , para espejo de plata a $\lambda = 617$ nm, con un $AOI = 45^\circ$.

5. RESULTADOS ESPECÍFICOS APLICABLES A LOS SISTEMAS QKD

En este capítulo se exponen los resultados calculados para las condiciones de un FSM de aluminio con un recubrimiento fino de SiO_2 usado en un sistema QKD, el cual fue descrito en la sección 1.2.

Según la literatura las longitudes de onda efectivas en las que se puede implementar un sistema QKD en espacio libre son 850 y 810 nm [47]; y longitudes de onda mayores que 1500 nm para evitar que el haz emitido se vea afectado por el scattering Rayleigh [10]. Atendiendo a este criterio los cálculos se realizan en las longitudes de onda 850nm y 1500nm.

El ancho de banda de las rotaciones usado para realizar los cálculos es $FSM_{BW} = 300Hz$ [48]. Respecto al valor pico de tip-tilt del FSM (α_T) no se ha encontrado en la literatura información detallada al respecto, pero se sabe que α_T ha de tener el valor mínimo posible para tener tiempos de respuesta que permitan realizar la función de estabilización [12]. Teniendo en cuenta esto y los valores usados para comunicaciones ópticas en espacio libre [14] y los valores dados por los fabricantes de FSM [49], se a usado $\alpha_T = 1000''$.

Este capítulo está estructurado de la siguiente manera: en la sección 5.1 se muestran las propiedades ópticas del espejo de Al/SiO_2 y se obtiene el valor del espesor de la capa de SiO_2 que maximiza la reflectancia en las longitudes de onda bajo estudio; en la sección 5.2 se evalúa la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento grueso para los típicos estados de polarización usados en el protocolo de QKD BB84; en la sección 5.3 se evalúa la variación en la polarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento fino y grueso, y se obtiene el ángulo de incidencia para el cual se supera el umbral del QBER, a partir del cual la distribución de la clave no se puede considerar segura.

5.1. Propiedades ópticas del espejo de $SiO_2 - Al$.

Este apartado se subdivide en cuatro secciones en las que se estudia el índice de refracción complejo del Al y del SiO_2 ; las reflectancias R_s y R_p en función del espesor de la capa de SiO_2 ; las reflectancias R_s y R_p en función del AOI; y por último la matriz de Müller en función del AOI. Este estudio se realiza para dos longitudes de onda: 850nm y 1500nm.

5.1.1. Índice de refracción complejo

En las figuras 5.1 y 5.2 se ilustra el índice de refracción complejo de la capa fina de SiO_2 y del metal reflector Al , respectivamente.

El SiO_2 es usado como recubrimiento con la finalidad de dar al espejo una capa protectora ante la oxidación y posibles daños mecánicos, ello generará interferencias con las ondas reflejadas en el Al , como se explicó en la sección 2.4.

Se aprecia que el SiO_2 es un material transparente en el rango de longitudes de onda representado, es decir $k = 0$.

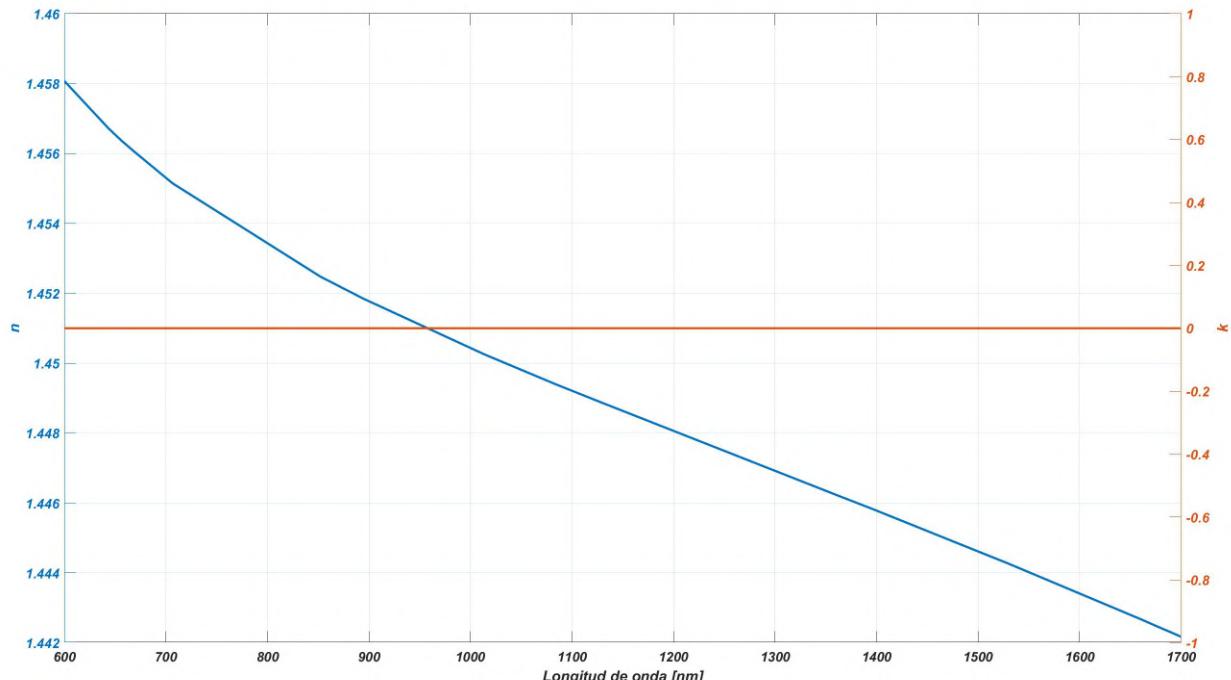


Fig. 5.1. Índice de refracción complejo del dióxido de silicio.

El aluminio, que actúa como principal elemento reflector, es un metal que presenta una alta absorción (k), y un índice de refracción real (n) menor en magnitud que (k). Se aprecia que en torno a 800 nm se presenta el valor máximo del índice de refracción real ($n=2.8$).

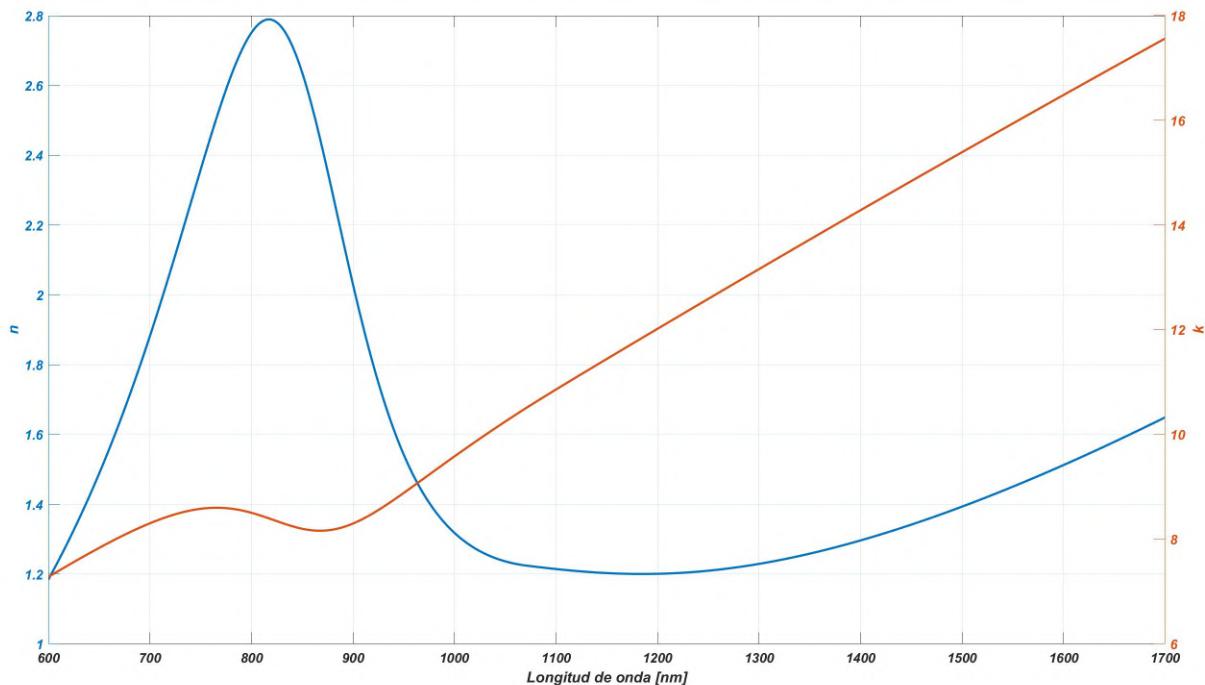


Fig. 5.2. Índice de refracción complejo del aluminio.

5.1.2. Espesor (d) que maximiza la reflectancia

Durante el diseño y fabricación de espejos de aluminio con capas protectoras de dióxido de silicio, se optimiza el espesor de la capa de sílice para que la reflectancia sea máxima. En esta sección se ilustra mediante gráficas para que valores de espesor d se produce dicha reflectancia máxima.

850nm

Evaluando el conjunto de figuras [5.3 - 5.5], donde se representa la reflectancia en las componentes s y p en función del espesor (d) de la capa fina de SiO_2 , se deduce que para una longitud de onda de 850 nm, la reflectancia máxima se producirá en torno a 300nm para ángulos de incidencia comprendidos entre 10 y 45 °.

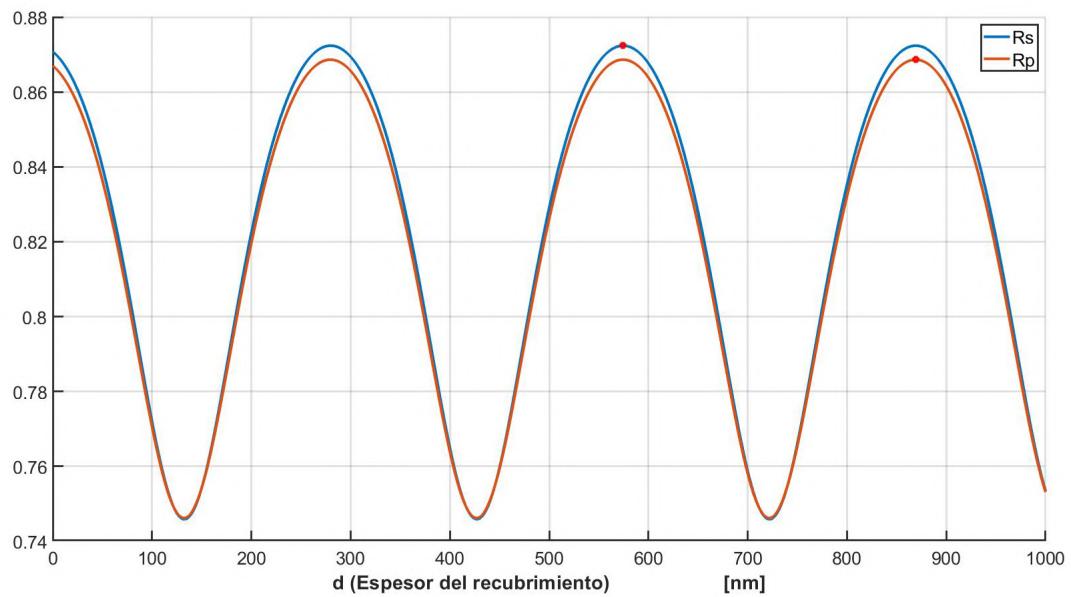


Fig. 5.3. Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=10^\circ$.

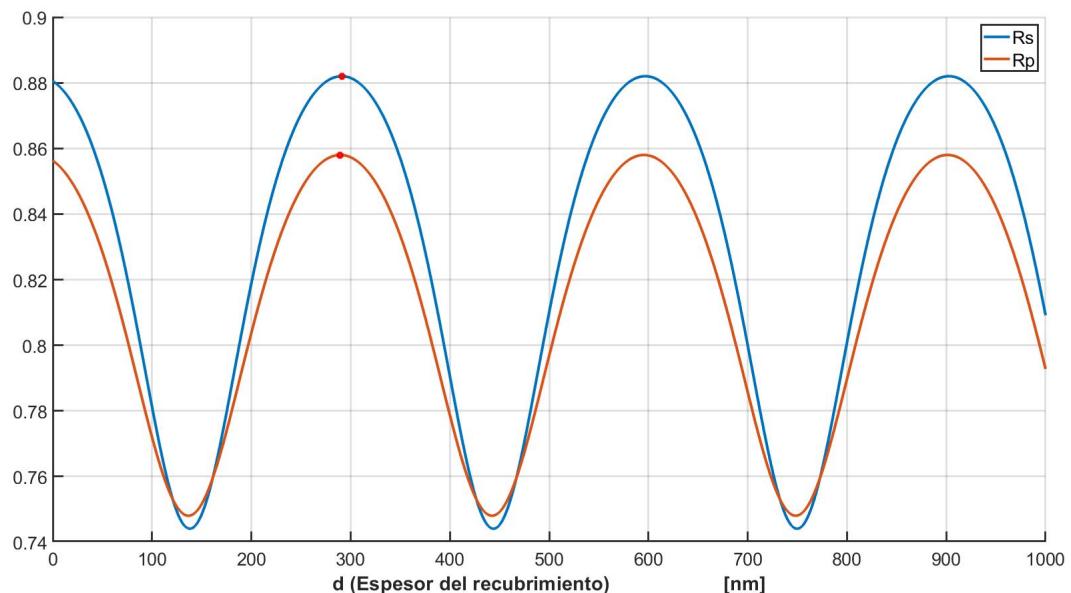


Fig. 5.4. Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=25^\circ$.

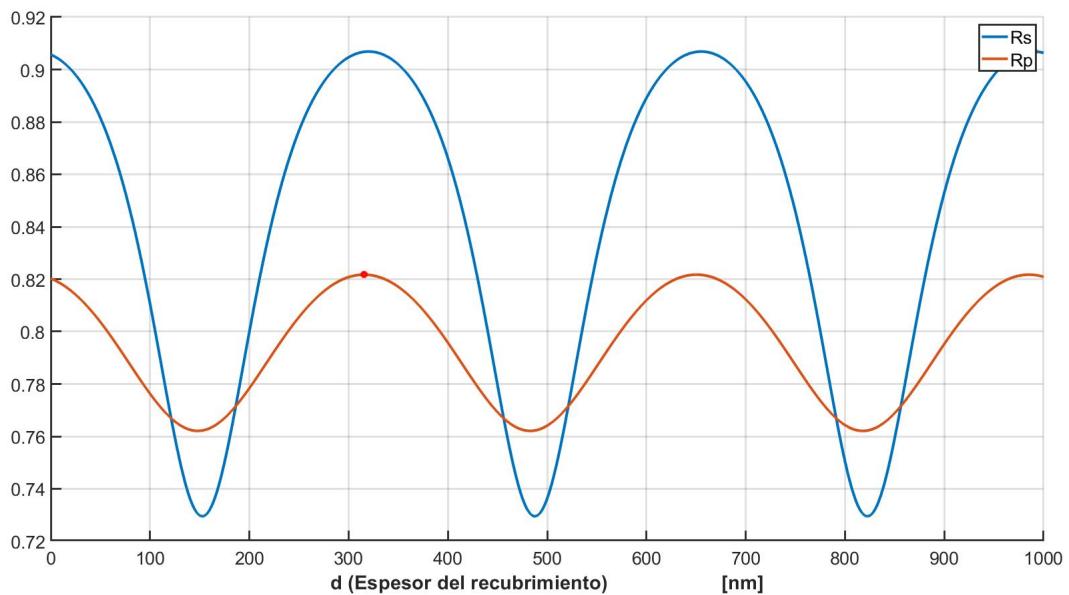


Fig. 5.5. Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=45^\circ$.

1500nm

Evaluando el conjunto de figuras [5.6 - 5.8], donde se representa la reflectancia en las componentes s y p en función del espesor (d) de la capa fina de SiO_2 , se deduce que para una longitud de onda de 1500 nm, la reflectancia máxima se producirá en torno a 500nm para ángulos de incidencia comprendidos entre 10 y 45 °. Se puede observar que para dicho valor (d) es donde se da la máxima diferencia entre R_s y R_p , lo cual, como se mostrará más adelante, afecta a la matriz del espejo.

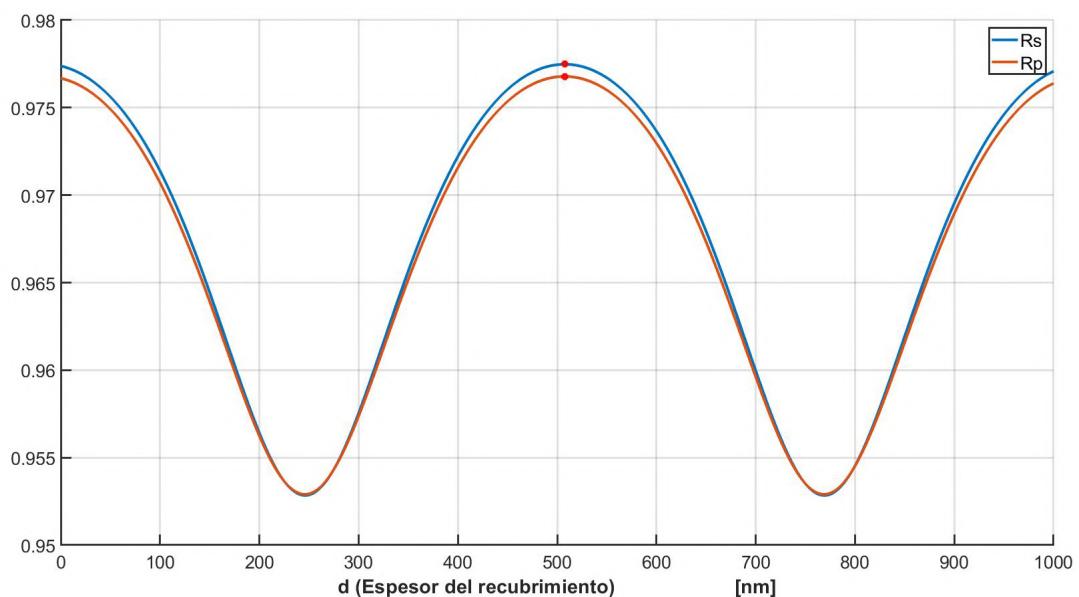


Fig. 5.6. Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=10^\circ$ Espejo de SiO_2 – Al. $\lambda = 1500nm$.

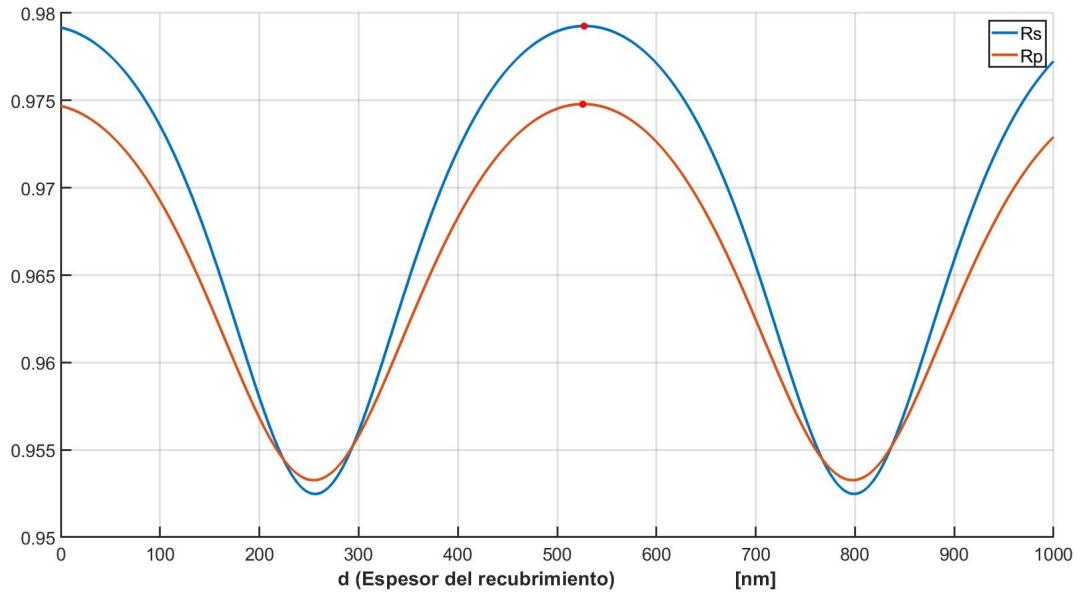


Fig. 5.7. Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=25^\circ$. Espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$.

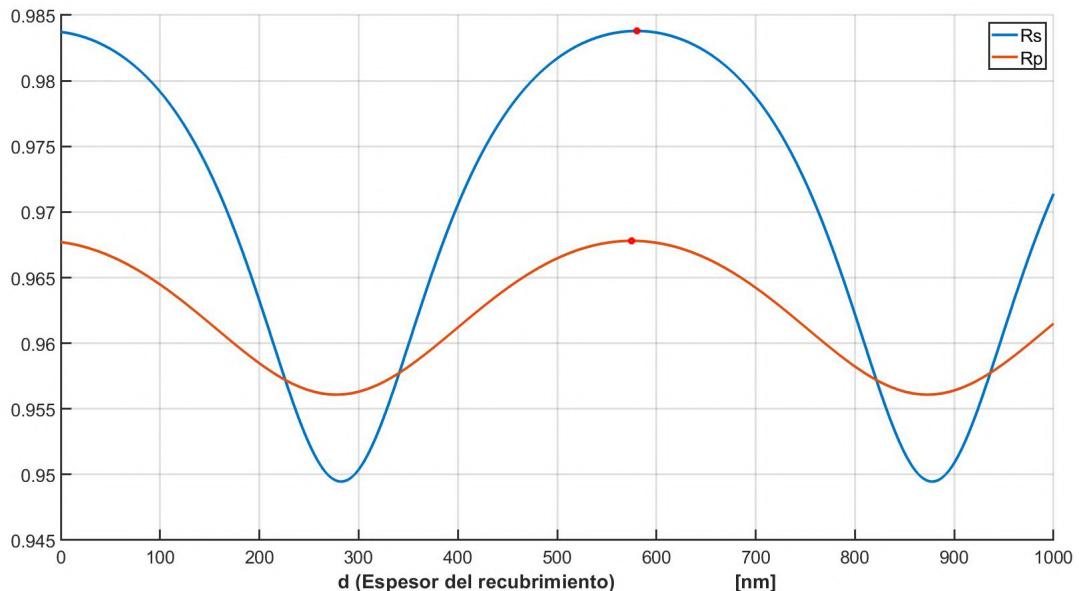


Fig. 5.8. Rsp en función de d . AOI $\alpha_0=45^\circ$. Espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$.

5.1.3. Reflectancia en función del AOI

En la figura 5.9 y 5.10 se ilustran las reflectancias en las componentes s y p, para el espejo de $SiO_2 - Al$, las reflectancias han sido calculadas con la ecuación 3.9. En la figura se aprecia que el pseudo-ángulo de Brewster, en el cual R_s y R_p presentan la máxima diferencia, se encuentra en torno a 70° . Del mismo modo que en el capítulo de los resultados del instrumento SO/PHI, se verifica el modelo implementado en MATLAB con la concordancia entre los datos calculados con nuestro modelo y los datos del software WVASE.

Por otro lado, se aprecia que para ángulos de incidencia menores que 20° la diferencia entre R_s y R_p es menor que para ángulos superiores, esto implica que para dichos ángulos las variaciones en las componentes de la polarización p y s son menores y eso tendrá su correspondencia en las matrices de Müller , implicando que los elementos de la matriz en dicho rango del ángulo de incidencia presentaran una pendiente prácticamente constante.

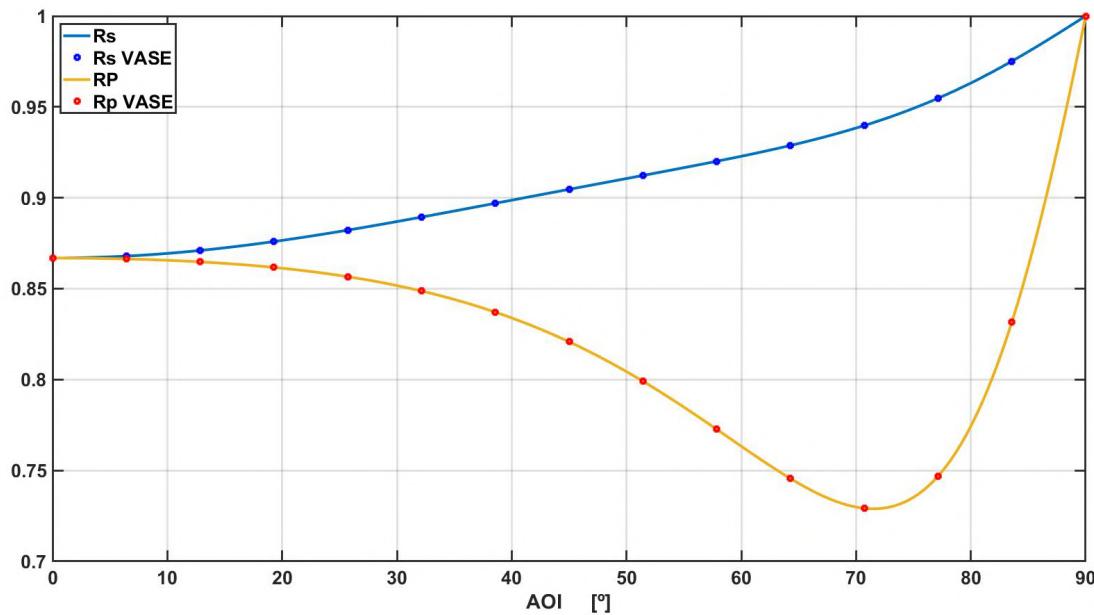


Fig. 5.9. Rsp en función del ángulo de incidencia en un espejo FSM de Al-SiO₂. $\lambda=850$; $\alpha_T=500''$; d=300 nm.

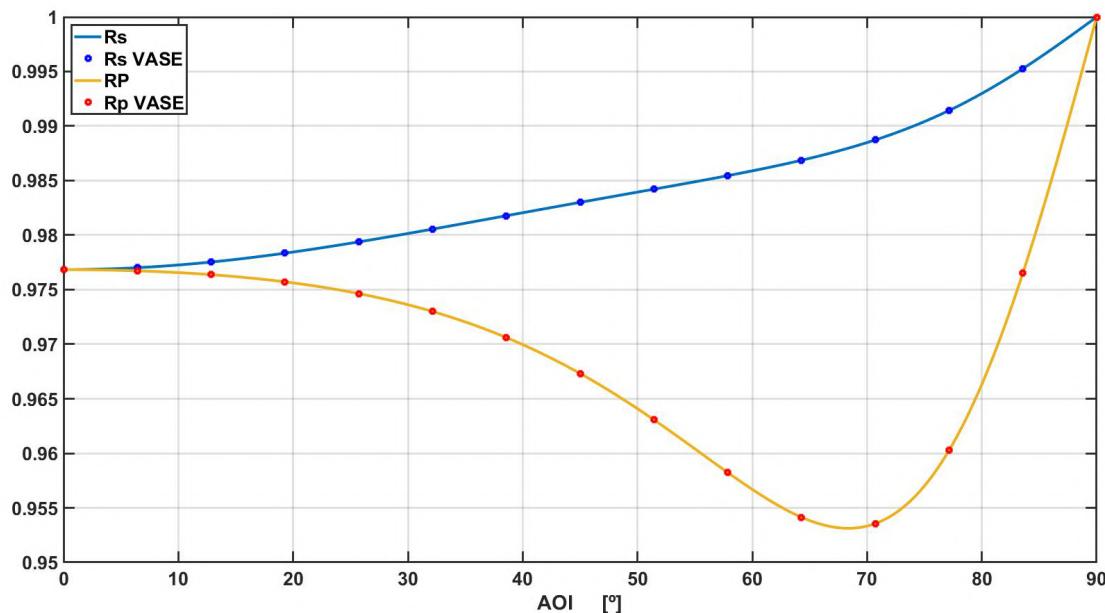


Fig. 5.10. Rsp en función del ángulo de incidencia en un espejo FSM de Al-SiO₂. $\lambda=1500$; $\alpha_T=500''$; d=530 nm.

5.1.4. Matriz de Müller en función del AOI

En las figuras 5.11 y 5.12 se ilustra la matriz normalizada del espejo de $SiO_2 - Al$, se puede apreciar el efecto que se comentó en la sección anterior sobre las reflectancias (ver figura 5.10). Para una AOI inferior a 25° se observa que los elementos de la matriz no presentan una gran variación, este es debido a que para dicho rango de ángulos de incidencia la diferencia entre R_s y R_p es pequeña.

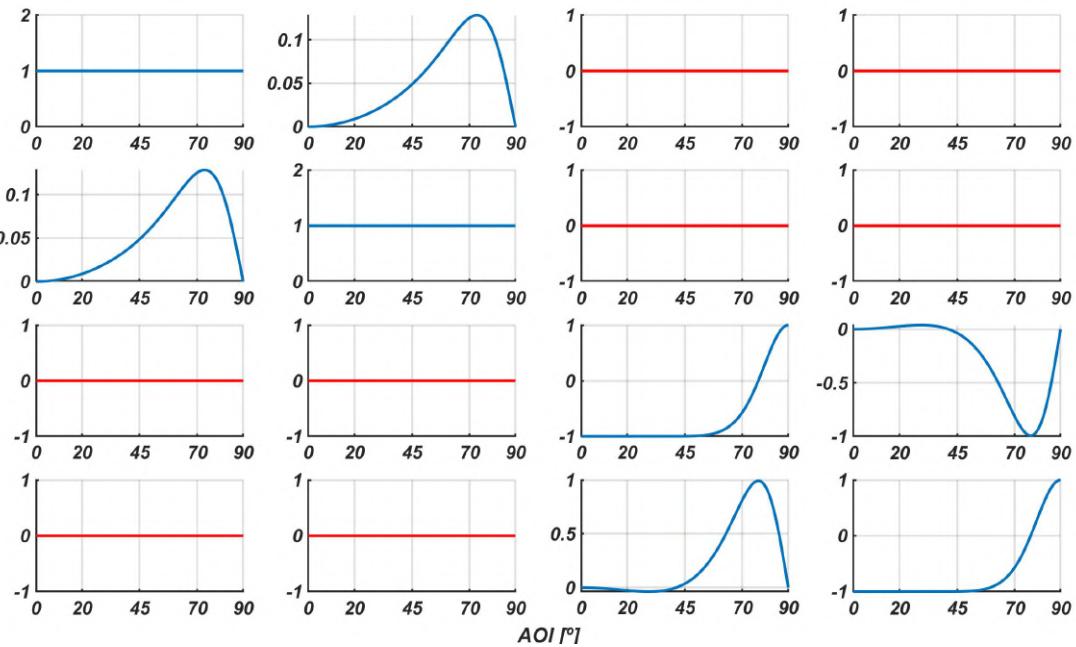


Fig. 5.11. Matriz de Muller del SiO_2-Al . $\lambda=850\text{nm}$. $d=300\text{nm}$.

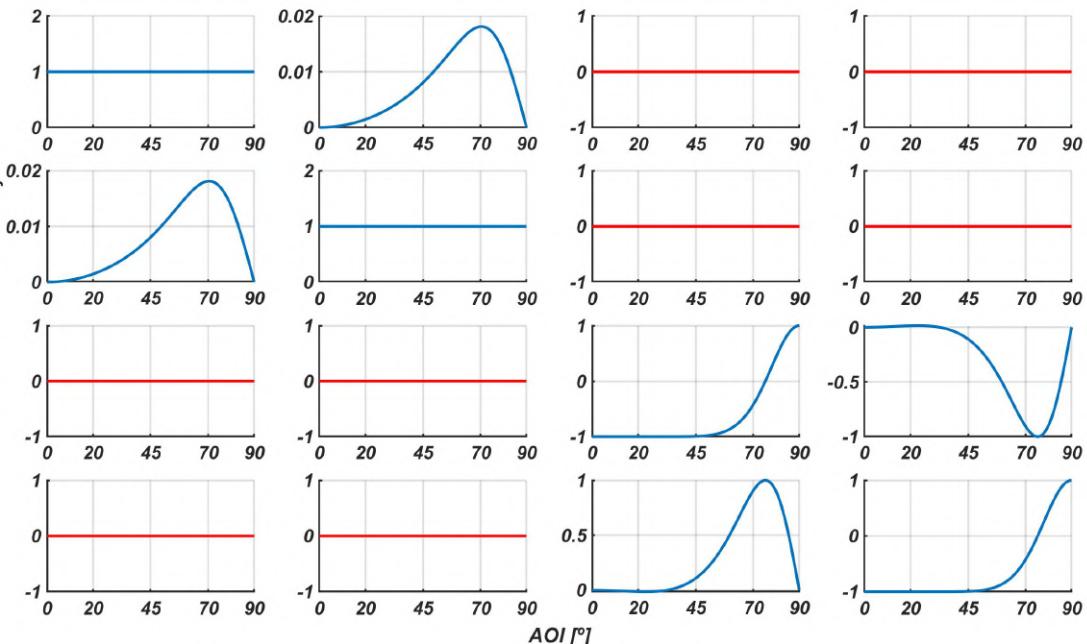


Fig. 5.12. Matriz de Muller del SiO_2-Al . $\lambda=1500\text{nm}$. $d=530\text{nm}$.

5.2. Efecto del *tip-tilt* de apuntamiento grueso

En las figuras 5.13 y 5.14 se ilustra la comparación entre el vector de Stokes incidente y el reflejado a 850 nm y 1500 nm, respectivamente. En dichas figuras los términos $[I^i \ Q^i \ U^i \ V^i]$ representan los cuatro parámetros de Stokes del vector incidente, y los términos $[I^r \ Q^r \ U^r \ V^r]$ representan los del vector reflejado, el cual se calcula en función del ángulo de incidencia.

Los estados típicamente usados en el protocolo de comunicaciones cuánticas BB84 son polarización lineal a 0° y 90° , y a $\pm 45^\circ$. Puesto que los estados horizontal y vertical (0° y 90°) son autovectores de la base ortogonal, su estado de polarización no cambiar en la reflexión, por ese motivo solo se evalúa el estado diagonal.

En la longitud de onda de 850 nm las variaciones hasta 50° son mínimas, excepto en el término correspondiente a la cantidad de polarización lineal horizontal y vertical (Q), el cual presenta variaciones a partir de 10° .

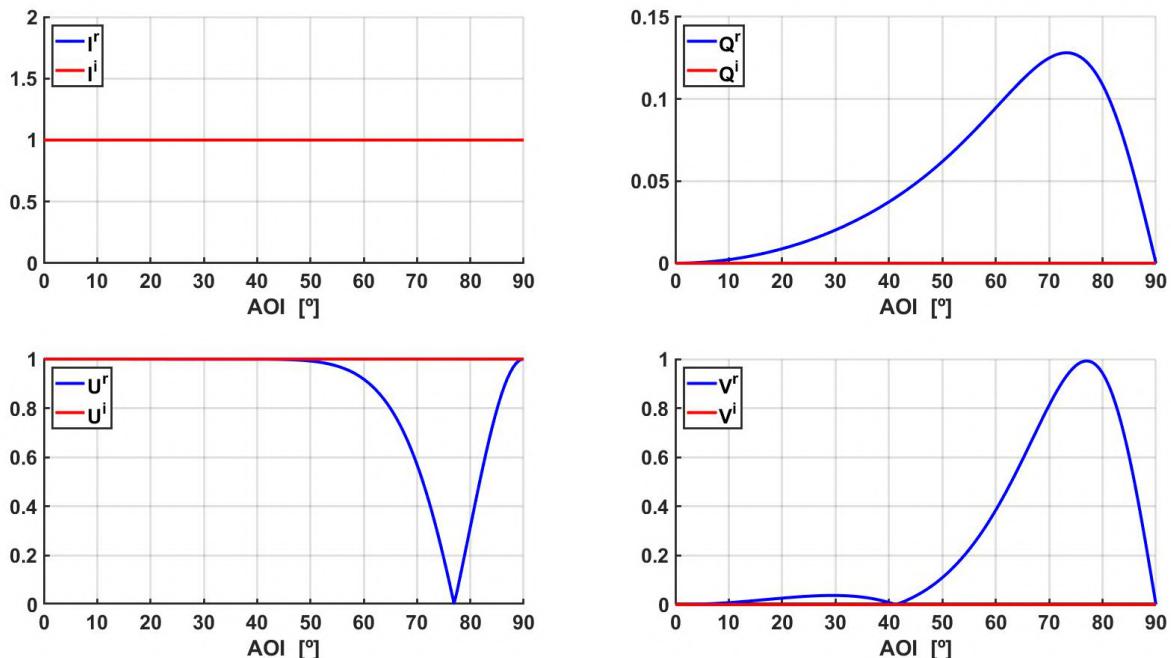


Fig. 5.13. Variación del vector de Stokes (con polarización lineal a 45°) reflejado respecto del vector incidente en un espejo de aluminio con recubrimiento de 300 nm de dióxido de silicio a una $\lambda = 850 \text{ nm}$.

En la longitud de onda de 1500 nm las variaciones hasta 40° son mínimas, excepto en el término correspondiente a la cantidad de polarización lineal horizontal y vertical (Q), el cual también presenta variaciones a partir de 10° .

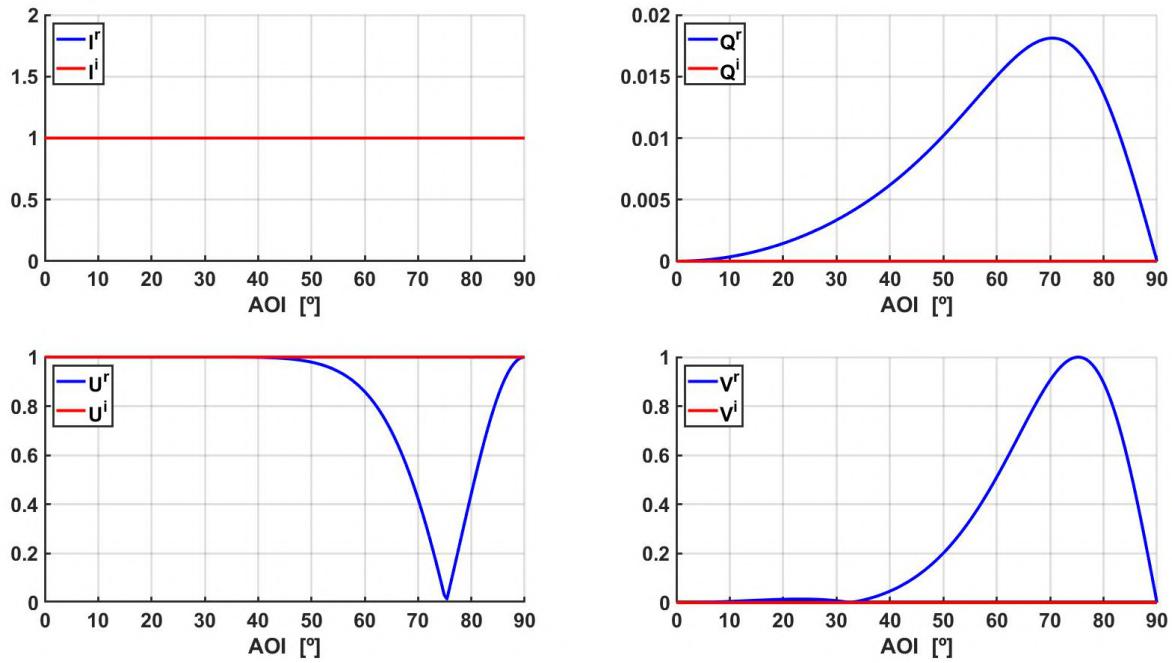


Fig. 5.14. Variación del vector de Stokes (con polarización lineal a 45°) reflejado respecto del vector incidente en un espejo de aluminio con recubrimiento de 530 nm de dióxido de silicio a una $\lambda = 1500 \text{ nm}$.

5.3. Efecto del *tip-tilt* de apuntamiento fino

Como se mencionó anteriormente (ver capítulo 3.4) el modelado del apuntamiento fino también incluye el modelado del apuntamiento grueso cuando se realizan los cálculos variando el ángulo de incidencia nominal, por lo tanto en esta sección se modelan los dos efectos.

El contenido de este apartado está organizado de la siguiente manera: en la sección 5.3.1 se estudia bajo qué condiciones se producirá la despolarización y en qué magnitud; en la sección 5.3.2 se calcula el PER debido al *tip-tilt* del FSM, y en la sección 5.3.3 a partir de los valores de PER obtenidos, se calcula el QBER en función del ángulo de incidencia y del rango angular máximo del FSM, es decir α_T

5.3.1. Despolarización

En este apartado se estudia bajo qué condiciones se producía la despolarización debido al *tip-tilt* de los FSM y se calcula la magnitud de dicha despolarización.

Despolarización en función del tiempo de exposición a los detectores

En esta sección se ha calcado el *DI* en función del tiempo de integración, usando la ecuación 3.26. Examinando las figuras 5.15 y 5.16 se aprecia que el tiempo (t_f^*) aproximado de exposición a los detectores, a partir del cual se obtendría la despolarización máxima es 5 ms, para ambas lon-

gitudes de onda ($\lambda = 1500$ y $\lambda = 850$). Como se mencionó en la sección 3.3.1 este es el tiempo aproximado a partir del cual el modelo de despolarización de Zettler es aplicable a los FSM.

Comparando las figuras 5.17 y 5.15 se aprecia el efecto del ancho de banda del tip-tilt (BW_{FSM}), que en ultima instancia será el ancho de banda del ángulo de incidencia en función del tiempo. Para un $BW_{FSM} = 30Hz$ se tiene un $t_f^* = 50ms$, mientras que para un $BW_{FSM} = 300Hz$ se tiene un $t_f^* = 5ms$, es decir se observa que t_f^* es inversamente proporcional al ancho de banda (ver sección 3.3.1).

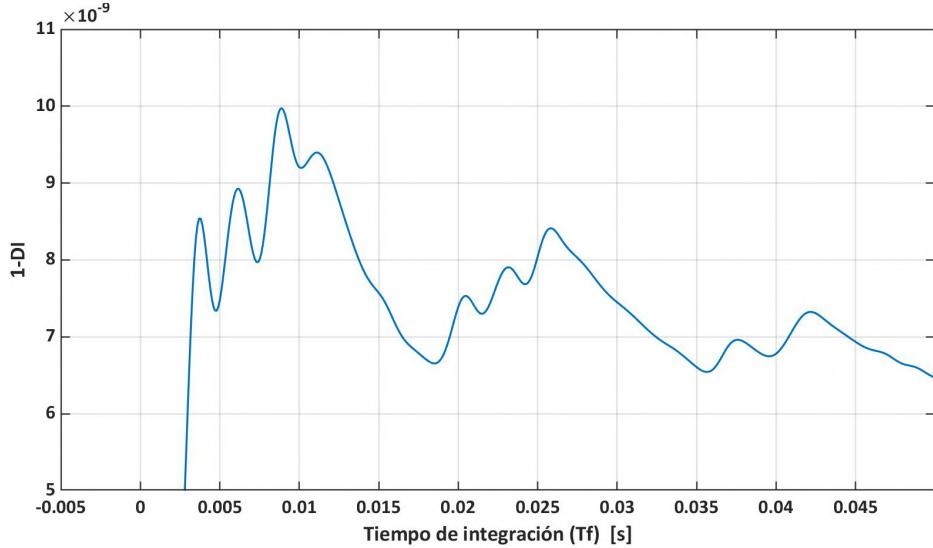


Fig. 5.15. Índice de despolarización en función del tiempo de integración t_f para un espejo de $SiO_2 - Al$.
 $\lambda = 850nm$; espesor del recubrimiento($d = 300nm$); Ángulo de incidencia nominal $\alpha_0 = 25^\circ$;
Amplitud del tip-tilt del FSM $\pm\alpha_T = 1000''$; Ancho del tip-tilt del FSM $BW_{FSM} = 300Hz$.

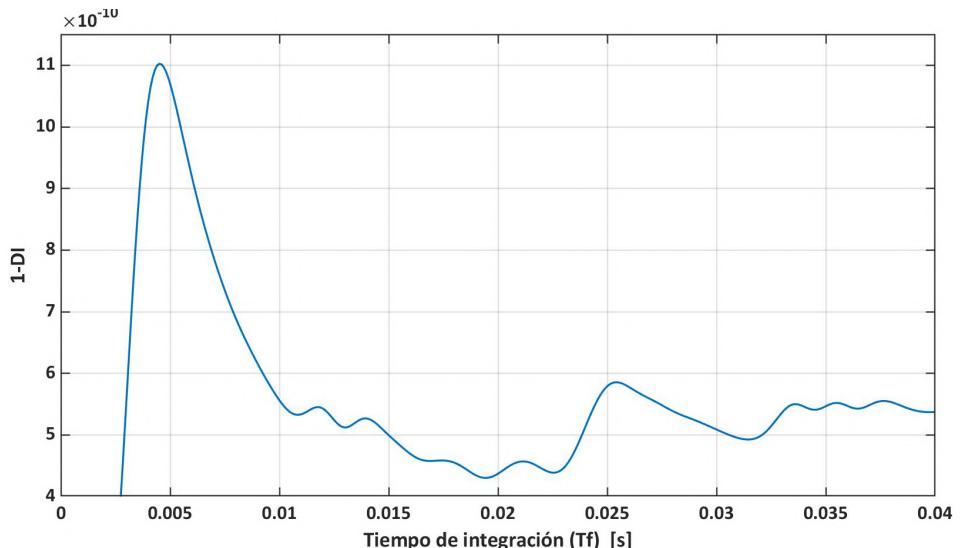


Fig. 5.16. Índice de despolarización en función del tiempo de integración t_f para un espejo de $SiO_2 - Al$.
 $\lambda = 1500nm$; espesor del recubrimiento($d = 530nm$); Ángulo de incidencia nominal $\alpha_0 = 25^\circ$;
Amplitud del tip-tilt del FSM $\pm\alpha_T = 1000''$; Ancho del tip-tilt del FSM $BW_{FSM} = 300Hz$.

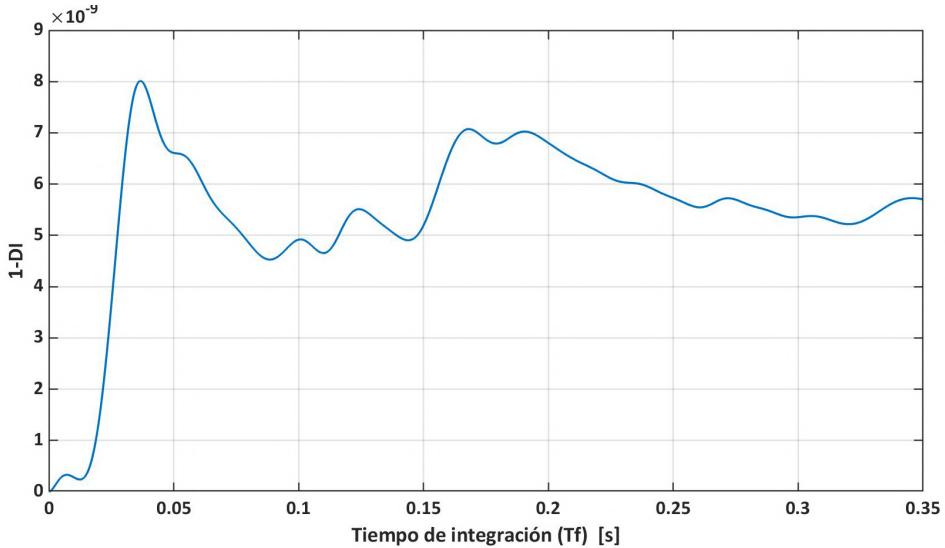


Fig. 5.17. Índice de despolarización en función del tiempo de integración t_f para un espejo de $SiO_2 - Al$.
 $\lambda = 850nm$; espesor del recubrimiento($d = 300nm$); Ángulo de incidencia nominal $\alpha_0 = 25^\circ$;
Amplitud del tip-tilt del FSM $\pm\alpha_T = 1000''$; Ancho del tip-tilt del FSM $BW_{FSM} = 30Hz$.

Despolarización en función del AOI

En la figuras 5.18 y 5.19 se representa el Índice de Despolarización (DI), calculado con la ecuación 3.18, en función del ángulo de incidencia. Si bien el valor obtenido es pequeño (10^{-4}), se sabe de que la despolarización disminuye severamente el PER, y por tanto aumenta el QBER. En la medición realizada por Penninckx y Beck [30], una disminución en el dop del 100 % a 98.5 %, implica una disminución en el PER de 60dB a 20dB.

Sin embargo, evaluando el conjunto de figuras [5.18-5.21] se concluye que, en caso de que el tiempo de integración de los detectores sea suficiente para producir despolarización, la despolarización producida por los FSM tanto en función del ángulo de incidencia, como en función de α_T , será despreciable. Se observa como no hay despolarización hasta valores superiores a 25° y que la despolarización aumenta en función del recorrido de apuntamiento fino del FSM. Incluso para el caso más desfavorable (ver figuras 5.20 y 5.21) de un espejo doblador con un ángulo de incidencia nominal de 45° y un recorrido máximo de $\alpha_T = 5$, el valor máximo de despolarización obtenido es $DI = 1 - 10^{-4}$, el cual se puede considerar despreciable, como se verá en las siguientes secciones.

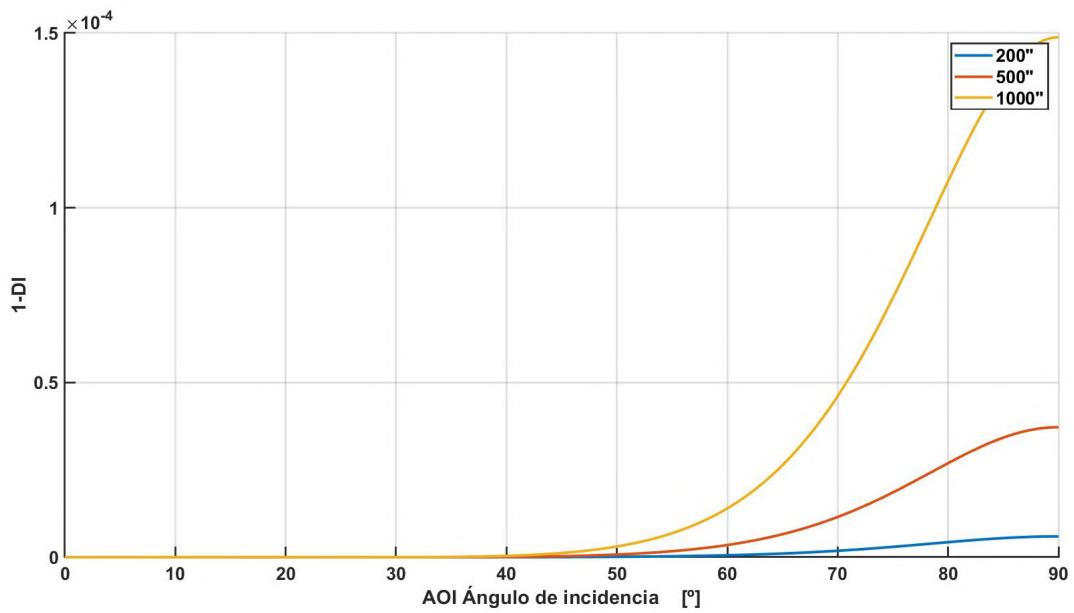


Fig. 5.18. DI en función del ángulo de incidencia y para tres valores diferentes de amplitud angular del FMS (α_T) en un espejo de Al-SiO₂. $\lambda=850$; $d=300$ nm.

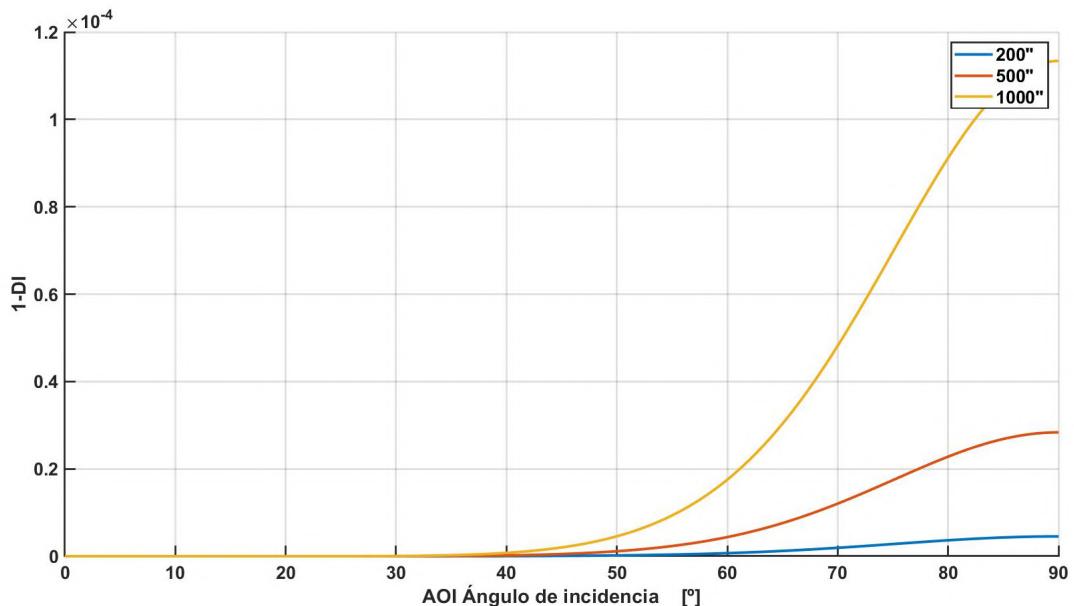


Fig. 5.19. DI en función del ángulo de incidencia y para tres valores diferentes de amplitud angular del FMS (α_T) en un espejo de Al-SiO₂. $\lambda=1500$; $d=530$ nm.

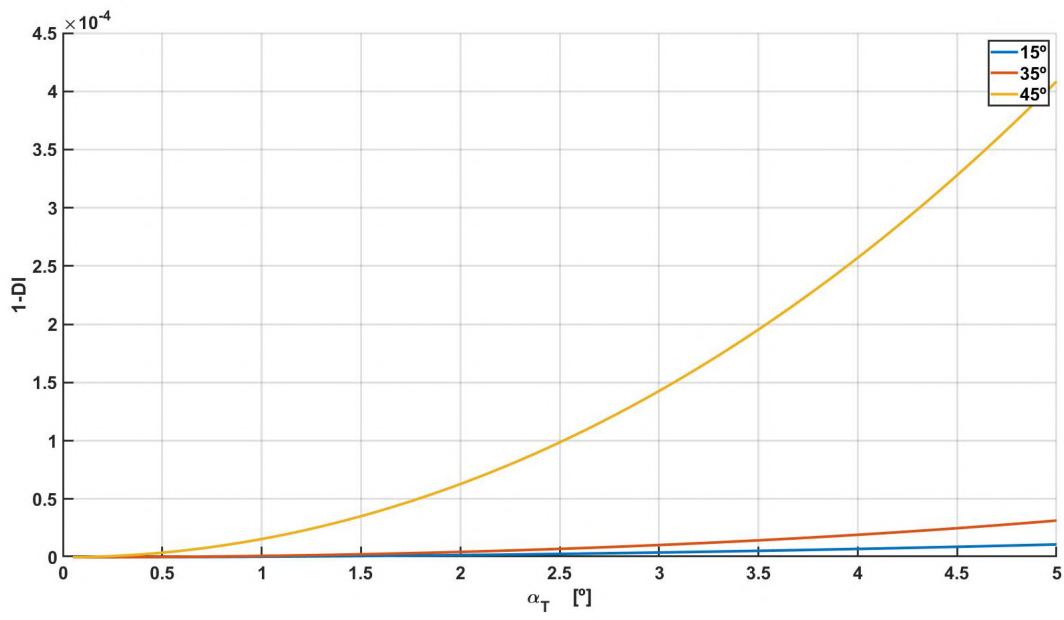


Fig. 5.20. Índice de despolarización en función de α_T para un espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 850nm$; espesor del recubrimiento($d = 300nm$).

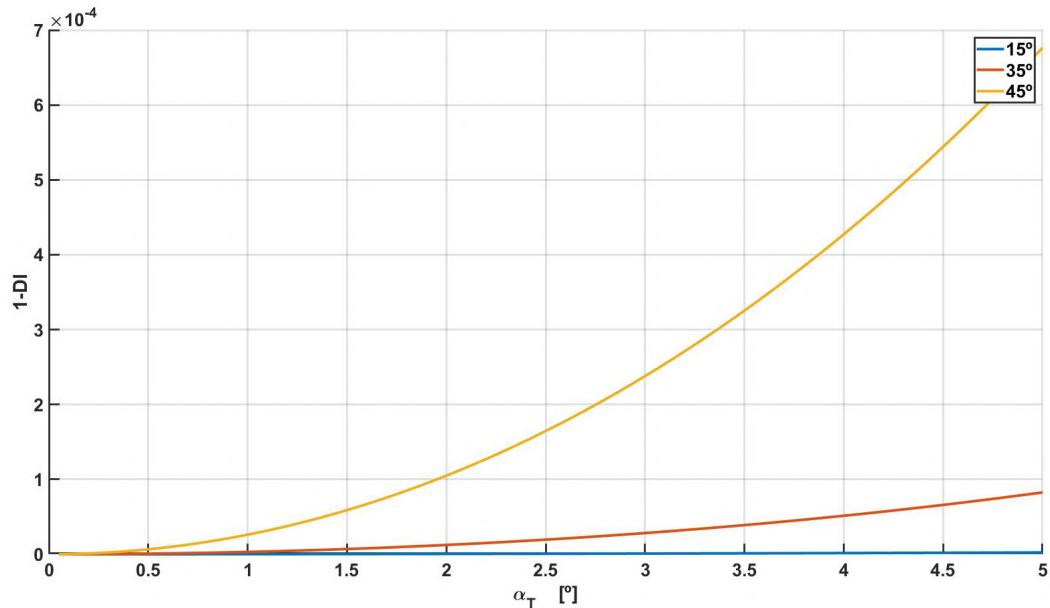


Fig. 5.21. Índice de despolarización en función de α_T para un espejo de $SiO_2 - Al$. $\lambda = 1500nm$; espesor del recubrimiento($d = 530nm$).

5.3.2. PER (Polarization Extinction ratio)

El concepto de PER y las ecuaciones usadas para calcularlo, fueron explicados en la sección 2.5.2. En esta sección se calculan el grado de polarización ($dop - 1$); el PER de la componente polarizada (PER_p) y sin desviación de base; el PER de los vectores parcialmente despolarizados (PER) y sin desviación de base; el PER de los vectores parcialmente despolarizados (PER') y con desviación de base ($\Delta\psi$). Se debe cumplir que $PER_p > PER > PER'$.

Los diferentes valores de PER calculados corresponden a los 4 vectores de Stokes ($S^{r(0)} S^{r(90)}$, $S^{r(+45)} S^{r(-45)}$), que representan los cuatro estados de polarización usados para implementar el protocolo BB84, después de ser reflejados en un FSM, según se indica en la ecuación 5.1.

$$[S^{r(0)} S^{r(90)} S^{r(+45)} S^{r(-45)}] = M_{FSM} * [S^{(0)} S^{(90)} S^{(+45)} S^{(-45)}] \quad (5.1)$$

Los estados de polarización usados para implementar el protocolo BB84, idealmente corresponderían a estados de polarización lineales, con un ángulo de elipticidad ($\chi = 0$), pero como se vio en la sección 2.6.1, no existen polarizadores con un $PER = \infty$, es decir que puedan atenuar completamente una de las componentes ortogonales de la onda electromagnética haciendo que $E_{y0}^2 = 0$. Por lo tanto para generar los estados de polarización que el emisor envía al receptor se supone que se ha usado un polarizador con $PER = 80dB$.

En las tablas 5.1 y 5.2 se muestran los valores calculados para $\lambda = 850nm$ y los ángulos de incidencia 45° y 25° , respectivamente. Se aprecia que los estados de polarización horizontal y vertical prácticamente no cambian, mientras que en los diagonales se produce un cambio mayor. A esta longitud de onda el PER mínimo obtenido es $30,402 dB$, superior al mínimo de $20dB$ establecido por WU *et al.* [17].

	S^0	S^{90}	S^{+45}	S^{-45}
1-dop	1.4433E-15	1.5543E-15	3.604E-08	3.604E-08
$\Delta\psi$	0	2.0046E-04	0.39845	0.39845
PER_p	80.126	79.884	35.211	35.312
PER	80.126	79.884	35.211	35.312
PER'	80.121	79.879	34.564	34.651

TABLA 5.1. VALORES DEL DOP Y EL PER DE HACES REFLEJADOS EN UN ESPEJO FSM DE AL-SIO₂. AOI=25°; λ=850; α_T=500''; D=300NM.

	S^0	S^{90}	S^{+45}	S^{-45}
1-dop	6.5503E-14	7.9825E-14	1.8044E-06	1.8044E-06
$\Delta\psi$	1.9384E-04	2.1365E-04	1.3942	1.3942
PER_p	80.428	79.583	35.068	34.97
PER	80.428	79.583	35.055	34.958
PER'	80.423	79.577	30.436	30.402

TABLA 5.2. VALORES DEL DOP Y EL PER DE HACES REFLEJADOS EN UN ESPEJO FSM DE AL-SIO₂. AOI=45°; $\lambda=850$; $\alpha_T=500''$; D=300NM.

En las tablas 5.3 y 5.4 se muestran los valores calculados para $\lambda = 1500nm$ y los ángulos de incidencia 45° y 25°, respectivamente. Se obtienen resultados similares a los de $\lambda = 850nm$, sin embargo el PER mínimo obtenido aumenta a 25,296 dB.

	$S^{r(0)}$	$S^{r(90)}$	$S^{r(+45)}$	$S^{r(-45)}$
1-dop	2.2204E-16	2.2204E-16	3.1361E-09	3.1361E-09
$\Delta\psi$	0	8.178E-04	0.065	0.065
PER_p	80.021	79.981	42.828	43.072
PER	80.021	79.981	42.828	43.072
PER'	80.02	79.98	42.72	42.958

TABLA 5.3. VALORES DEL DOP Y EL PER DE HACES REFLEJADOS EN UN ESPEJO FSM DE AL-SIO₂. AOI=25°; $\lambda=1500$; $\alpha_T=500''$; D=530NM.

	S^0	S^{90}	S^{+45}	S^{-45}
1-dop	1.189E-13	1.2268E-13	3.0185E-06	3.0185E-06
$\Delta\psi$	6.1303E-04	6.2297E-04	-0.2318	0.2318
PER_p	80.121	79.981	25.355	25.322
PER	80.121	79.981	25.352	25.32
PER'	80.07	79.93	25.328	25.296

TABLA 5.4. VALORES DEL DOP Y EL PER DE HACES REFLEJADOS EN UN ESPEJO FSM DE AL-SIO₂. AOI=45°; $\lambda=1500$; $\alpha_T=500''$; D=530NM.

5.3.3. QBER (Quantum Bit Error Rate)

En esta sección se calcula el QBER a partir de PER usando la ecuación 2.43. El cálculo se rea-liza para el caso más desfavorable, es decir, se calcula el *QBER* a partir del *PER'*, ya que este tiene en cuenta la desviación angular entre las bases ($\Delta\psi$), y la despolarización porque el vector de Stokes a partir del cual se calcula el *PER'*, está despolarizado debido al tip-tilt del FSM.

En la tabla 5.5 y 5.6 se aprecia que los valores de QBER obtenidos para $AOI \leq 45^\circ$ y para ambas longitudes de onda, 850 y 1500nm, son significativamente menores que el QBER límite de

12.4 % [43] que garantiza la seguridad del enlace en el protocolo BB84.

Por otro lado, en las gráficas 5.22 y 5.23 se aprecia que para $AOIs > 60^\circ$ se supera el umbral de 12.4 %, para los estados de polarización diagonales S_{45° y S_{-45° .

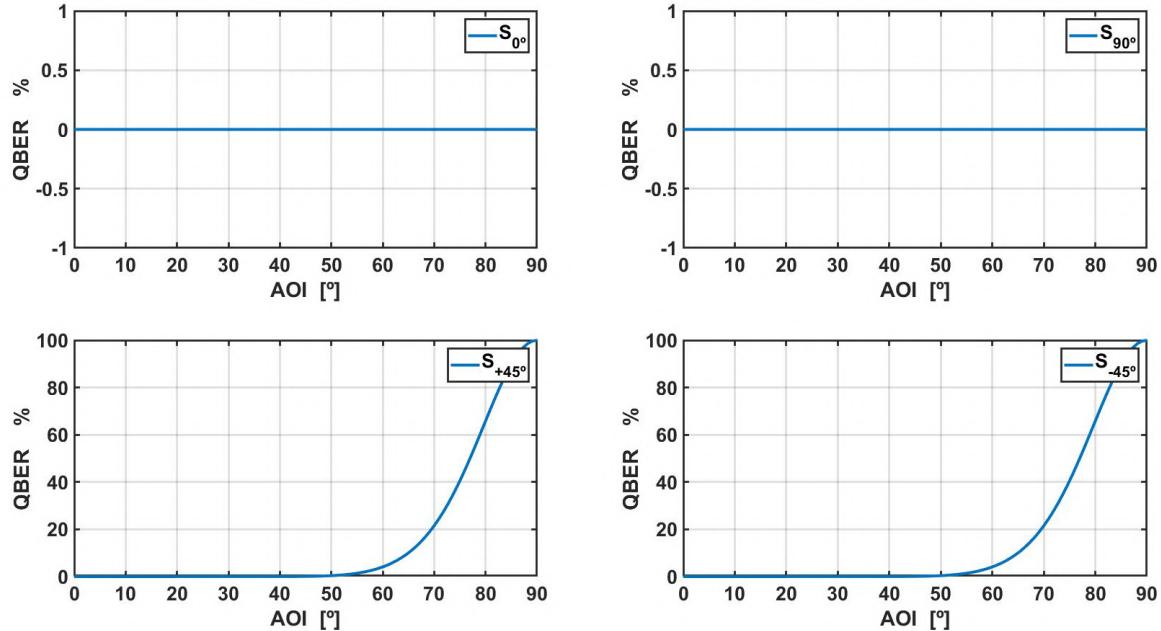


Fig. 5.22. Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO₂ en función del AOI.
 $\lambda=850$; $d=300\text{nm}$.

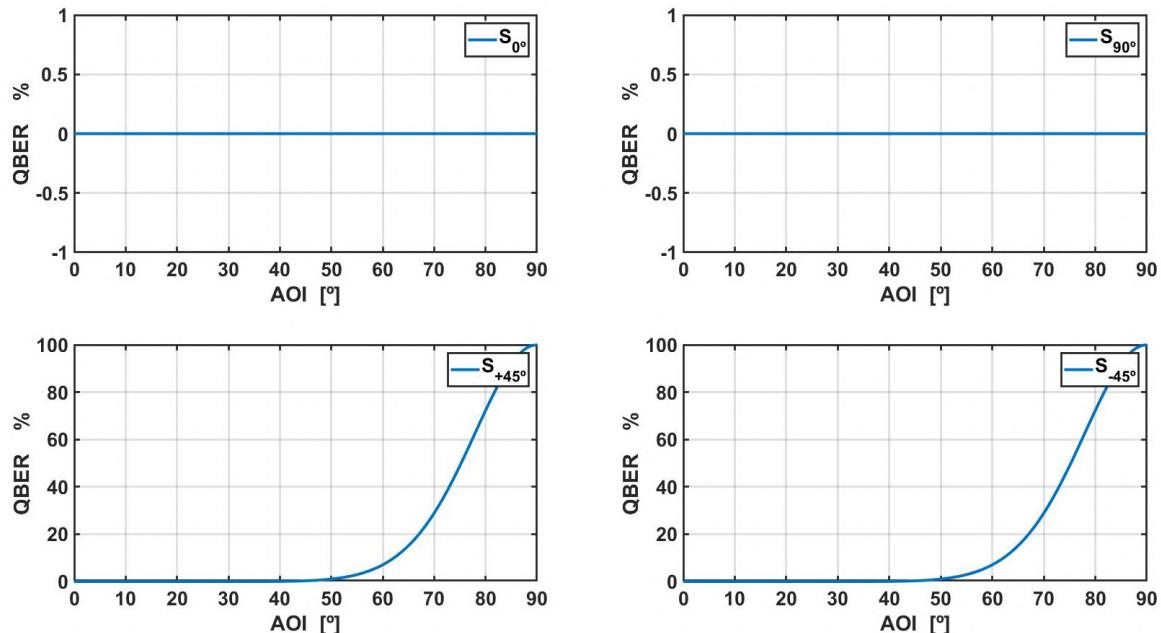


Fig. 5.23. Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO₂ en función del AOI.
 $\lambda=1500$; $d=530\text{nm}$.

S^0	S^{90}	S^{+45}	S^{-45}	α_0
9.7258E-07	1.0282E-06	0.034948	0.034258	25
9.0727E-07	1.1022E-06	0.090373	0.091083	45

TABLA 5.5. VALORES DE QBER DEBIDO A HACES REFLEJADOS EN UN ESPEJO FSM DE AL-SIO₂. $\lambda=850$; D=300NM.

S^0	S^{90}	S^{+45}	S^{-45}	α_0
9.9543E-07	1.0046E-06	0.0053449	0.0050601	25
9.8404E-07	1.0162E-06	0.29237	0.29452	45

TABLA 5.6. VALORES DE QBER DEBIDO A HACES REFLEJADOS EN UN ESPEJO FSM DE AL-SIO₂. $\lambda=1500$; D=530NM.

En el conjunto de figuras [5.24 - 5.27] se ilustra la variación del QBER en función del ángulo de incidencia AOI o también denominado α_0 , y en función del rango angular del FSM, es decir α_T .

En la longitud de onda ($\lambda = 850\text{nm}$) el ángulo de incidencia AOI , con un $\alpha_T = 1000''$, a partir del cual se sobrepasa el límite del 12,40 % del QBER es 66.33° . Por otro lado, con un AOI de 45° y un α_T evaluado hasta 5° , el QBER máximo es menor a 0,5 %.

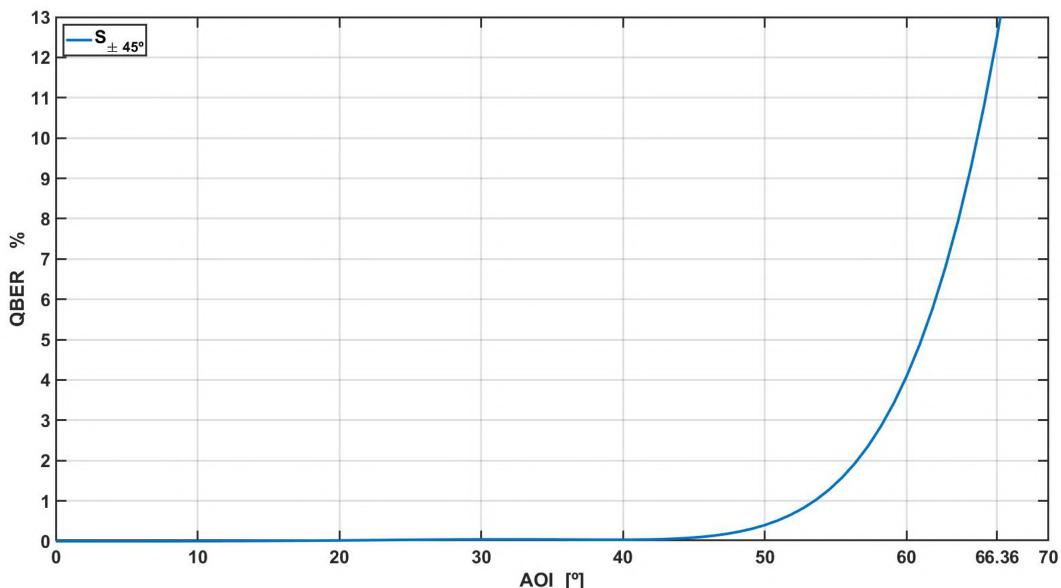


Fig. 5.24. Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO₂ en función del AOI; $\alpha_T = 1000''$; $\lambda=850$; d=300nm.

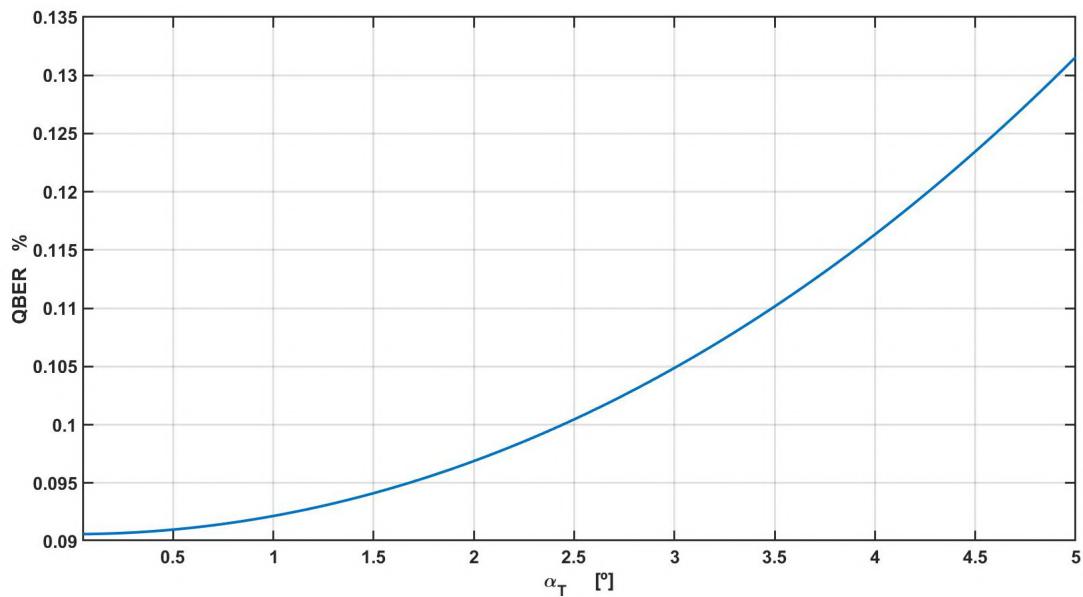


Fig. 5.25. Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO₂ en función de α_T ; AOI=5°; $\lambda=850$; d=300nm.

En la longitud de onda ($\lambda = 1500\text{nm}$) el ángulo de incidencia AOI , con un $\alpha_T = 1000''$, a partir del cual se sobrepasa el límite del 12,40 % del QBER es 66.63°. De manera análoga a los resultados obtenidos en $\lambda = 850$, con un AOI de 45° y un α_T evaluado hasta 5°, el QBER máximo es menor a 0,5 %.

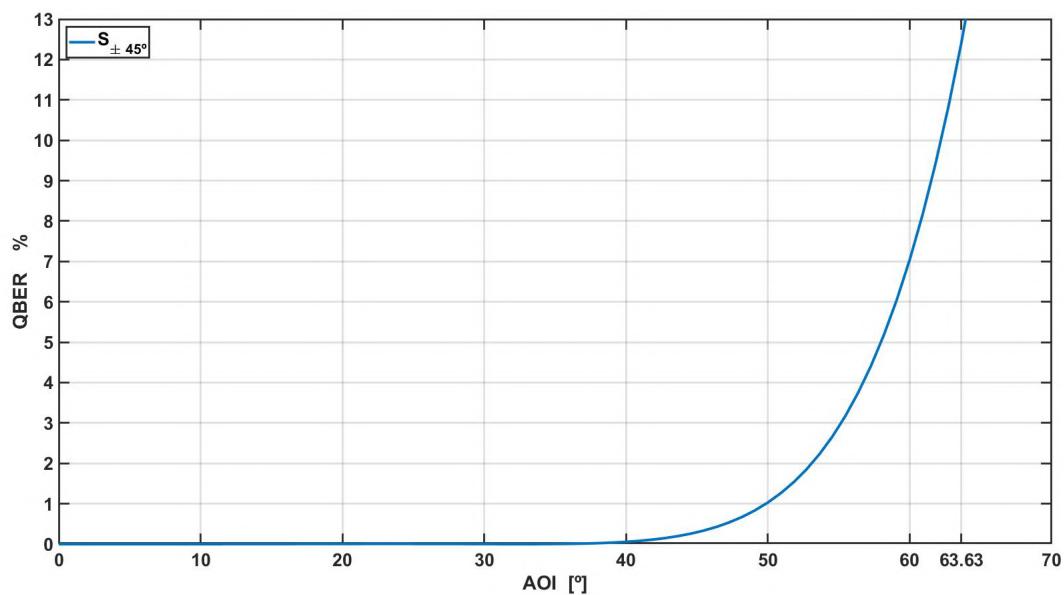


Fig. 5.26. Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO₂ en función del AOI; $\alpha_T = 1000''$; $\lambda=1500$; d=530 nm.

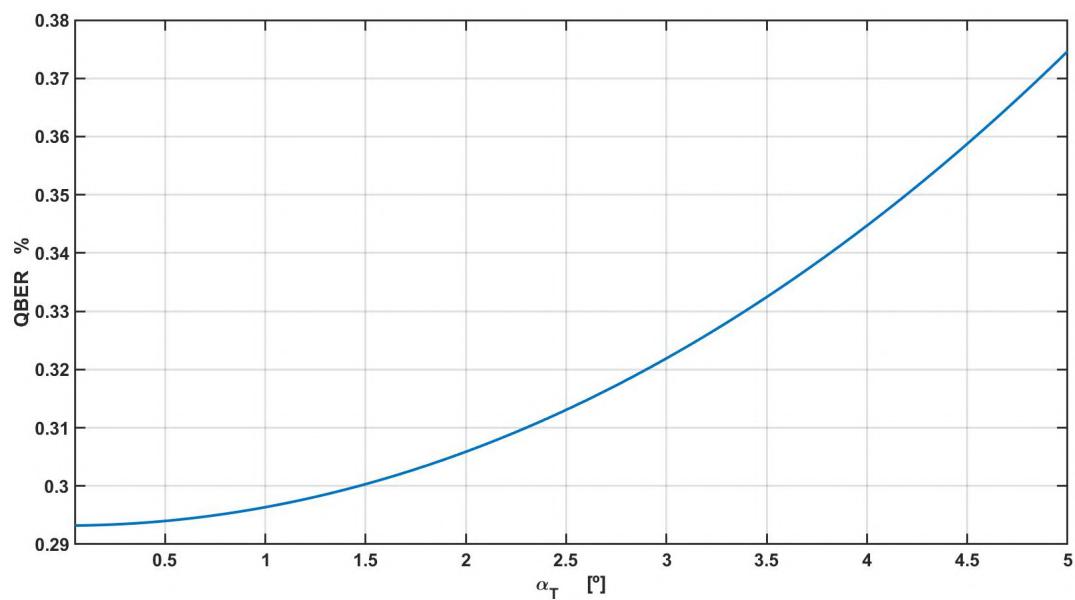


Fig. 5.27. Valores de QBER debido a haces reflejados en un espejo FSM de Al-SiO₂ en función en función de α_T ; AOI=5°; $\lambda=1500$; d=530 nm.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

En este trabajo se ha evaluado la variación producida en el estado de polarización debido al movimiento, es decir el *tip-tilt* de apuntamiento de los FSM (*Fast Steering Mirrors*), el cual se puede descomponer en dos tipos: apuntamiento grueso (rotaciones del espejo, en las cuales la variación del ángulo de incidencia durante el tiempo de integración de los detectores se puede considerar nula) y apuntamiento fino (rotaciones típicamente aleatorias con un ancho de banda superior al del apuntamiento grueso, y en las cuales puede producirse variación del ángulo de incidencia durante el tiempo de integración de los detectores).

De los resultados obtenidos, se concluye que el apuntamiento grueso varía la polarización introduciendo un desfase entre las componentes ortogonales del campo eléctrico de la onda reflejada (retardo), y también induciendo una atenuación diferente entre dichas componentes ortogonales (diatenuación) para cada medida que será adquirida a diferentes ángulos de incidencia. Por tanto, dichas variaciones en la polarización se pueden modelar considerando diferentes ángulos de incidencia nominales. En ese sentido, se ha obtenido que los efectos en la polarización son típicamente mayores en el entorno de ángulos de incidencia de 75° y son despreciables para ángulos menores que 45° . En particular, variaciones de los ángulos de incidencia en rangos de arco-segundos para espejos FSM situados como dobladores de haz a 45° son despreciables.

Por otro lado, puesto que en el apuntamiento fino el ángulo de incidencia puede variar durante el tiempo de integración o exposición de los fotodetectores, la intensidad medida corresponderá al promedio de un rango de ángulos de incidencia y, por lo tanto, se inducirá un retardo y una diatenuación efectivos en las componentes ortogonales del campo eléctrico de la onda incidente. Además de este retardo y diatenuación efectivos, se producirá una despolarización, que alcanzará su valor máximo cuando el tiempo de integración de los detectores sea el suficiente como para que la intensidad luminosa medida pueda alcanzar su valor medio aproximado. Es decir, que la intensidad se pueda considerar un variable variable ergódica, lo que implica que la matriz de Müller del espejo será equivalente al promedio de las matrices correspondientes a cada ángulo de incidencia del rango de actuación del FSM.

El instrumento SO/PHI, para su correcto funcionamiento, debe cumplir el requisito de apuntamiento: un desplazamiento relativo, entre las imágenes tomadas, inferior a $1/20$ de píxel. Para ello, hay un sistema de estabilización de imagen (ISS, *Image Stabilization System*) que mediante las rotaciones de un FSM compensa y/o reduce los desplazamientos en la imagen debido a las vibraciones de la nave, denominado *jitter*, y a su dinámica orbital.

De los resultados obtenidos, se concluye que en la polarimetría realizada por SO/PHI la variación en la polarización (debido al retardo, diatenuación efectivos y despolarización generados por el FSM) son despreciables puesto que la variación máxima obtenida en los vectores de Stokes normalizados típicos asociados a campos magnéticos solares es del orden de 10^{-6} . Sin embargo, se llegan a alcanzar variaciones del 100 %, entre los vectores incidentes y reflejados, cuando se realizan los cálculos para ángulos de incidencia comprendidos entre 0 y 90 grados.

El tiempo de integración obtenido a partir del cual se producirá la despolarización máxima es de 27 ms y el tiempo de integración nominal del detector del telescopio HRT de SO/PHI es de 24 ms. Por tanto, sí es posible que tenga lugar la despolarización máxima. Sin embargo, los valores obtenidos tanto en el índice de despolarización de la matriz de Müller asociada al FSM del instrumento, como el grado de polarización de los típicos vectores de Stokes asociados a campos magnéticos solares no superan una disminución de 10^{-6} en el índice de despolarización *DI*, para ángulos de incidencia comprendidos entre 0 y 90 grados. Por tanto, el efecto en la despolarización del haz incidente puede considerarse despreciable. También se ha calculado el *DI* respecto al rango angular del FSM, pero para un caso típico de un ángulo de incidencia de 45° (para SO/PHI es de 8°), obteniéndose valores inferiores a 10^{-3} . Este valor sigue siendo un valor despreciable, teniendo en cuenta que el requisito de SO/PHI es una *SNR* ≥ 1000.

De forma análoga, para los sistemas QKD se ha obtenido que el *tip-tilt* de apuntamiento grueso de los FSM produce variaciones en la polarización debido al retardo y diatenuación inducidos en las componentes ortogonales del campo eléctrico. Esta diatenuación y retardo han sido caracterizadas calculando el vector de Stokes reflejado en función del ángulo de incidencia, donde se han obteniendo variaciones de hasta el 100 % entre los vectores de Stokes normalizados incidentes y reflejados. Los vectores de Stokes usados para realizar este cálculo son los correspondientes a los cuatro estados de polarización lineal (vertical, horizontal, +45° y -45°) que se pueden usar en el protocolo BB84 de QKD. Se ha observado que en los estados horizontal y vertical la variación en la polarización se puede considerar nula como se esperaba, ya que son autovectores de la base ortogonal de dimensión dos. Es crítico destacar que para ángulos de incidencia superiores a 65° el QBER (*Quantum Bit Error Rate*) inducido por el FSM supera el umbral del 12,4 %, el cual es el valor a partir del cual la transmisión de la clave cuántica se considera no segura. Del mismo modo que en el caso de SOPHI, las variaciones más grandes se producen en ángulos de incidencia mayores, donde los términos de la matriz de Müller del espejo presentan la mayor pendiente, es decir la mayor variación respecto al ángulo de incidencia.

Finalmente, se ha obtenido que los tiempos de integración a partir de los cuales se producirá despolarización bajo los anchos de banda y rangos angulares típicos de los FSM usados en QKD están en torno a 5 ms. Como en los sistemas QKD estudiados, los tiempos de integración de los detectores están en el orden de magnitud de los nanosegundos, no se producirá despolarización debido al *tip-tilt* de apuntamiento. En caso de que se cumpla la condición necesaria para alcanzar la despolarización máxima, esta también es despreciable, ya que los valores máximos obtenidos en el índice de despolarización y el grado de polarización son del orden de $1 - 10^{-6}$ para todo el rango de ángulos de incidencia entre 0 y 90 grados con un rango de movimiento de 1000°.

La conclusión general, a la vista de todos estos resultados, es que los FSM producen cambios en los estados de polarización y despolarización del haz incidente en los instrumentos polarimétricos y, por tanto, deben tenerse en cuenta. La magnitud de estos efectos depende de forma crítica en el ángulo de incidencia nominal, el rango de movimiento de los FSM durante la operación y los tiempos de integración de los detectores del instrumento. Aunque habitualmente, de forma no cuantitativa, se han elegido los parámetros de diseño adecuados en los casos de los sistemas estudiados, los modelos desarrollados en este trabajo permiten definir los requisitos de los FSM durante su diseño para evitar estos efectos indeseados durante el funcionamiento de los instrumentos.

Entre las líneas de investigación existentes para continuar este trabajo cabe destacar la realización del modelado para caracterizar la variación en la polarización debido al efecto combinado de las rotaciones del FSM en los dos ejes. La variación del sistema de referencia $s - p$ durante el tiempo de integración de los detectores generará efectos análogos y adicionales al de la variación del ángulo de incidencia en el eje estudiado en este trabajo. Otra línea de investigación es la realización de la descomposición de la matriz obtenida, tras la integración temporal, en sus componentes de polarización siguiendo alguna de las posibles descomposiciones matriciales disponibles en la literatura [50]. De esa forma, será posible estudiar separadamente los efectos introducidos en el retardo, la diatenuación y la despolarización. Sin embargo, la línea de trabajo más inmediata e importante es la comprobación experimental de los efectos de apuntamiento grueso y fino producida por un FSM. Esto es posible realizarlo mediante un montaje en el que se utilice una fuente de luz, seguida de un polarizador para generar estados de polarización conocidos, un FSM y un polarímetro completo para poder obtener los cuatro parámetros de Stokes del haz reflejado.

LISTA DE ACRÓNIMOS

AOI Angle Of Incidence

BER Bit Error Rate

DI Depolarization Index

DOP Degree Of Polarization

ESA European Space Agency

FDT Full Disc Telescope

FSM Fast Steering Mirror

HRT High Resolution Telsecope

INTA Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial

ISS Image Stabilization System

LCVRs Liquid Crystal Variable Retarders

NASA National Aeronautics and Space Administration

PER Polarization Extintion Ratio

QBER Quantum Bit Error Ratio

QKD Quantum Key Distribution

SO/PHI The Polarimetric and Helioseismic Imager on Solar Orbiter

BIBLIOGRAFÍA

- [1] K. Omatola e I. Okeme, “Impacts of solar storms on energy and communications technologies,” *Archives of Applied Science Research*, vol. 4, n.º 4, pp. 1825-1832, 2012.
- [2] V. Mavroeidis, K. Vishi, M. D. y A. Jøsang, “The Impact of Quantum Computing on Present Cryptography,” *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 9, n.º 3, 2018. doi: [10.14569/ijacsa.2018.090354](https://doi.org/10.14569/ijacsa.2018.090354). [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.14569%2Fijacsa.2018.090354>.
- [3] I. Q. SA, “Quantum-Safe Security White Paper,” May 2020.
- [4] “Solar Orbiter Science Press Briefing,” [En línea]. Disponible en: <https://www.nasa.gov/feature/goddard/2020/esa-nasa-solar-orbiter-launch-voyage-to-sun-heat-shield>.
- [5] S. K. Solanki et al., “The Polarimetric and Helioseismic Imager on Solar Orbiter,” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 642, A11, oct. de 2020. doi: [10.1051/0004-6361/201935325](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201935325). [En línea]. Disponible en: <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201935325>.
- [6] R. Volkmer et al., “Image stabilisation system of the Photospheric and Helioseismic Imager,” sep. de 2012. doi: [10.1111/12.926018](https://doi.org/10.1111/12.926018).
- [7] A. Alvarez-Herrero et al., “Polarization modulators based on liquid crystal variable retarders for the Solar Orbiter mission,” en *Polarization Science and Remote Sensing VII*, J. A. Shaw y D. A. LeMaster, eds., International Society for Optics y Photonics, vol. 9613, SPIE, 2015, pp. 135-149. doi: [10.1111/12.2188591](https://doi.org/10.1111/12.2188591). [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/12.2188591>.
- [8] B. A. Slutsky, R. Rao, P.-C. Sun e Y. Fainman, “Security of quantum cryptography against individual attacks,” *Physical Review A*, vol. 57, n.º 4, p. 2383, 1998.
- [9] J. Batuwantudawe, “New Techniques for Security Proofs of Quantum Cryptography,” Tesis doct., Citeseer, 2005.
- [10] A. Carrasco-Casado, V. Fernández y N. Denisenko, “Free-Space Quantum Key Distribution,” en, nov. de 2016. doi: [10.1007/978-3-319-30201-0_27](https://arxiv.org/abs/1611.03529v1). [En línea]. Disponible en: <https://arxiv.org/abs/1611.03529v1> (Acceso: 16-02-2022).
- [11] A. Carrasco-Casado, N. Denisenko y V. Marmol, “Correction of beam wander for a free-space quantum key distribution system operating in urban environment,” *Optical Engineering*, vol. 53, p. 084112, ago. de 2014. doi: [10.1111/1.0E.53.8.084112](https://doi.org/10.1111/1.0E.53.8.084112).
- [12] V. Fernandez, J. Gómez-García, A. Ocampos-Guillén y A. Carrasco-Casado, “Correction of Wavefront Tilt Caused by Atmospheric Turbulence Using Quadrant Detectors for Enabling Fast Free-Space Quantum Communications in Daylight,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 3336-3345, 2018. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2791099](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2791099).
- [13] H. Fujiwara, *Spectroscopic Ellipsometry* (Japanese Edition). Maruzen Co. Ltd, 2007.

- [14] K. B. Fielhauer et al., “Comparison of macro-tip/tilt and mesoscale position beam-steering transducers for free-space optical communications using a quadrant photodiode sensor,” en *Free-Space Laser Communication and Active Laser Illumination III*, D. G. Voelz y J. C. Riklin, eds., International Society for Optics y Photonics, vol. 5160, SPIE, 2004, pp. 192-203. doi: [10.1117/12.506179](https://doi.org/10.1117/12.506179). [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1117/12.506179>.
- [15] I. Syniavskyi, Y. Oberemok, Y. Ivanov, M. Sosonkin, V. Kireyev y K. Akinin, “SA_Scan Mirror Assembly for the Multispectral Scanning Polarimeter of Aerosol-UA Space Mission,” en, *International Journal of Optics*, vol. 2021, e8854505, mayo de 2021. doi: [10.1155/2021/8854505](https://doi.org/10.1155/2021/8854505). [En línea]. Disponible en: <https://www.hindawi.com/journals/ijo/2021/8854505/> (Acceso: 27-12-2021).
- [16] J. B. Breckinridge, W. S. T. Lam y R. A. Chipman, “Polarization Aberrations in Astronomical Telescopes: The Point Spread Function,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 127, n.º 951, pp. 445-468, mayo de 2015. doi: [10.1086/681280](https://doi.org/10.1086/681280). [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1086/681280> (Acceso: 28-01-2022).
- [17] J. Wu et al., “Polarization-maintaining design for satellite-based quantum communication terminals,” eng, *Optics Express*, vol. 28, n.º 8, pp. 10 746-10 759, abr. de 2020. doi: [10.1364/OE.387574](https://doi.org/10.1364/OE.387574).
- [18] M. Zhang et al., “Detection and compensation of basis deviation in satellite-to-ground quantum communications,” EN, *Optics Express*, vol. 22, n.º 8, pp. 9871-9886, abr. de 2014. doi: [10.1364/OE.22.009871](https://doi.org/10.1364/OE.22.009871). [En línea]. Disponible en: <https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-22-8-9871> (Acceso: 11-07-2022).
- [19] M. Toyoshima et al., “Polarization-Basis Tracking Scheme in Satellite Quantum Key Distribution,” en, *International Journal of Optics*, vol. 2011, e254154, jun. de 2011. doi: [10.1155/2011/254154](https://doi.org/10.1155/2011/254154). [En línea]. Disponible en: <https://www.hindawi.com/journals/ijo/2011/254154/> (Acceso: 11-07-2022).
- [20] C.-Y. Lu, Y. Cao, C.-Z. Peng y J.-W. Pan, “Micius quantum experiments in space,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 94, p. 035 001, 3 jul. de 2022. doi: [10.1103/RevModPhys.94.035001](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.94.035001). [En línea]. Disponible en: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.94.035001>.
- [21] J. Wu et al., “Polarization study about a telescope-based transmitter for quantum communication,” eng, *Applied Optics*, vol. 56, n.º 30, pp. 8501-8506, oct. de 2017. doi: [10.1364/AO.56.008501](https://doi.org/10.1364/AO.56.008501).
- [22] P. Arteaga-Díaz, N. Denisenko y V. Fernandez, “Modeling the effect of steering mirrors on polarization for free-space quantum key distribution,” en, *Optik*, vol. 265, p. 169 434, sep. de 2022. doi: [10.1016/j.ijleo.2022.169434](https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2022.169434). [En línea]. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030402622007513> (Acceso: 05-07-2022).

- [23] P. Arteaga-Díaz, M. Parra-Serrano, N. Denisenko y V. Fernandez, “Correcting Polarization Degradation in Free-Space QKD Systems,” en *2020 22nd International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, 2020, pp. 1-4. doi: [10.1109/ICTON51198.2020.9203359](https://doi.org/10.1109/ICTON51198.2020.9203359).
- [24] J. .-. Zettler, T. Trepk, L. Spanos, Y. .-. Hu y W. Richter, “High precision UV-visible-near-IR Stokes vector spectroscopy,” en, *Thin Solid Films*, vol. 234, n.º 1, pp. 402-407, oct. de 1993. doi: [10.1016/0040-6090\(93\)90295-Z](https://doi.org/10.1016/0040-6090(93)90295-Z). [En línea]. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/004060909390295Z> (Acceso: 14-02-2022).
- [25] K. Bahlmann y S. W. Hell, “Depolarization by high aperture focusing,” *Applied Physics Letters*, vol. 77, n.º 5, pp. 612-614, 2000. doi: [10.1063/1.127061](https://doi.org/10.1063/1.127061). eprint: <https://doi.org/10.1063/1.127061>. [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1063/1.127061>.
- [26] L. Halagačka, K. Postava y J. Pištora, “Analysis and Modeling of Depolarization Effects in Mueller Matrix Spectroscopic Ellipsometry Data,” *Procedia Materials Science*, vol. 12, pp. 112-117, 2016, 6th New Methods of Damage and Failure Analysis of Structural Parts. doi: <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2016.03.020>. [En línea]. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211812816000298>.
- [27] D. H. Goldstein, *Polarized Light* (Third Edition). Taylor y Francis Group, 2011, cap. 6,2.
- [28] G. G. Stokes y W. Thomson, *The Correspondence Between Sir George Gabriel Stokes and Sir William Thomson, Baron Kelvin of Largs*. Cambridge University Press, 1990, vol. 1.
- [29] S. Chandrasekhar, *Radiative transfer*. Courier Corporation, 2013.
- [30] D. Penninckx y N. Beck, “Definition, meaning, and measurement of the polarization extinction, ratio of fiber-based devices,” *Applied optics*, vol. 44, pp. 7773-9, ene. de 2006. doi: [10.1364/AO.44.007773](https://doi.org/10.1364/AO.44.007773).
- [31] R. Stevens, “Polarisation extinction ratio—measurement requirements for optical communication systems,” *NPL Rep. CETM 41 (National Physical Laboratory*, 2002. [En línea]. Disponible en: <https://eprintspublications.npl.co.uk/2327/>.
- [32] P. D. Townsend, “Quantum Cryptography on Optical Fiber Networks,” *Optical Fiber Technology*, vol. 4, n.º 4, pp. 345-370, 1998. doi: <https://doi.org/10.1006/ofte.1998.0270>. [En línea]. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S106852009890270X>.
- [33] J. Mueller H., *Opt. Soc. Am.*, vol. 127, p. 110, mayo de 1947.
- [34] N. B. R.M.A. Azzam, *Ellipsometry and Polarized Light*. North-Holland publ. Comp., Amsterdam - New York - Oxford, 1977.
- [35] R. Espinosa-Luna, E. Bernabeu, G. Atondo-Rubio y S. Hinojosa-Ruiz, “A simple depolarization criterion for light,” *Optik*, vol. 122, n.º 5, pp. 407-410, 2011. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2009.11.033>. [En línea]. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030402610001336>.

- [36] E. S. Fry y G. W. Kattawar, “Relationships between elements of the Stokes matrix,” EN, *Applied Optics*, vol. 20, n.º 16, pp. 2811-2814, ago. de 1981. doi: [10.1364/AO.20.002811](https://doi.org/10.1364/AO.20.002811). [En línea]. Disponible en: <https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?uri=ao-20-16-2811> (Acceso: 25-02-2022).
- [37] A. Ocampos-Guillén, J. Gómez-García, N. Denisenko y V. Fernandez, “Double-Loop Wavefront Tilt Correction for Free-Space Quantum Key Distribution,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 114 033-114 041, 2019. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2933694](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2933694).
- [38] A. Sinn, T. Riel, P. Kremsner y G. Schitter, “Analysis of tip-tilt compensation for reflective free-space optical satellite communication,” en *Free-Space Laser Communications XXXI*, vol. 10910, SPIE, mar. de 2019, pp. 313-324. doi: [10.1117/12.2506472](https://doi.org/10.1117/12.2506472). [En línea]. Disponible en: <https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/10910/109101G/Analysis-of-tip-tilt-compensation-for-reflective-free-space-optical/10.1117/12.2506472.full> (Acceso: 28-01-2022).
- [39] J. Wu et al., “Polarization study about a telescope-based transmitter for quantum communication,” eng, *Applied Optics*, vol. 56, n.º 30, pp. 8501-8506, oct. de 2017. doi: [10.1364/AO.56.008501](https://doi.org/10.1364/AO.56.008501).
- [40] J. Woollam, *Guide to using WVASE32*, 311 S 7th St, Lincoln, NE 68508, Estados Unidos, 2001.
- [41] O. Peters, “The ergodicity problem in economics,” *Nature Physics*, vol. 15, n.º 12, pp. 1216-1221, 2019.
- [42] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003. [En línea]. Disponible en: https://books.google.es/books?id=QK148EPC%5C_m0C.
- [43] C. Branciard, N. Gisin, B. Kraus y V. Scarani, “Security of two quantum cryptography protocols using the same four qubit states,” *Phys. Rev. A*, vol. 72, p. 032 301, 3 sep. de 2005. doi: [10.1103/PhysRevA.72.032301](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.72.032301). [En línea]. Disponible en: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.72.032301>.
- [44] Z. Yuan, B. Kardynal, A. Sharpe y A. Shields, “High speed single photon detection in the near-infrared,” *Applied Physics Letters*, vol. 91, ago. de 2007. doi: [10.1063/1.2760135](https://doi.org/10.1063/1.2760135).
- [45] A. Koehler-Sidki et al., *Intensity modulation as a preemptive measure against blinding of single-photon detectors based on self-differencing cancellation*. ago. de 2018.
- [46] García Marirrodriga, C. et al., “Solar Orbiter: Mission and spacecraft design,” *A&A*, vol. 646, A121, 2021. doi: [10.1051/0004-6361/202038519](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202038519). [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202038519>.
- [47] J. S. Sidhu et al., “Advances in Space Quantum Communications,” *IET Quantum Communication*, vol. 2, n.º 4, pp. 182-217, dic. de 2021, arXiv: 2103.12749. doi: [10.1049/qtc2.12015](https://doi.org/10.1049/qtc2.12015). [En línea]. Disponible en: [http://arxiv.org/abs/2103.12749](https://arxiv.org/abs/2103.12749) (Acceso: 28-01-2022).

- [48] S.-K. Liao et al., “Long-distance free-space quantum key distribution in daylight towards inter-satellite communication,” en, *Nature Photonics*, vol. 11, n.º 8, pp. 509-513, ago. de 2017. doi: [10.1038/nphoton.2017.116](https://doi.org/10.1038/nphoton.2017.116). [En línea]. Disponible en: <https://www.nature.com/articles/nphoton.2017.116> (Acceso: 31-07-2022).
- [49] F. Claeysen, “Large-Stroke Fast Steering Mirror for Space Free-Space Optical Communication,” en, ene. de 2019. [En línea]. Disponible en: https://www.academia.edu/80747432/Large_Stroke_Fast_Steering_Mirror_for_Space_Free_Space_Optical_Communication (Acceso: 31-07-2022).
- [50] R. Ossikovski y O. Arteaga, “Integral decomposition and polarization properties of depolarizing Mueller matrices,” *Opt. Lett.*, vol. 40, n.º 6, pp. 954-957, mar. de 2015. doi: [10.1364/OL.40.000954](https://doi.org/10.1364/OL.40.000954). [En línea]. Disponible en: <http://opg.optica.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-40-6-954>.

ANEXO A: CÓDIGO EN MATLAB

Table of Contents

Selección de Espejos	1
Representacion N K	2
Rsp f(lamda)	3
Rsp f(d).	3
Rsp f(alpha_0).	5
Generacion de apuntamineto fino y filtrado	8
Calculo de Rs y Rp efectivos y comparacion con WVASE	9
Matriz de Muller alpha_0--90°	13
Matriz de Muller 3D alpha_0--90° & alpha_T	15
DI en funcion de alpha_T y alpha_0	16
DI en funcion del timepo	19
SO/PHI STOKES PARTICULARES	21
QKD	25
ANTERIOR QKD	30
SO/PHI & QKD S en funcion del a0	34
COMPROBACION DE PROPIEDAD ASOCIATIVA-CONMUTATIVA DEL *	36
FIGURAS CAP_MODELADO	36
FIGURA ERGODICIDAD **revisar pc INTA	39
TEST CAMBIO FASE EN REFLEXION	41
FUNCIONES aux	41

Selección de Espejos

```
% Recomendable activar funcion de plegar codigo del editor de matlab

clc; clear all; %close all;

load('nk_varios.mat');      % ag al au ti sio2 nk_mn2o3g nk_ti
% load('cu2-ti-no-ideal.mat')
%
%
%____Definicion materiales

%% % % qkd
% d=300; lamda=850;
% d=530; lamda=1500;
% Wvase_nk_1=nk_sio2;
% Wvase_nk_2=nk_al;

%% % % so/phi
d=0; lamda=617;
Wvase_nk_1=nk_ag;
Wvase_nk_2=nk_ag;

%
%d=150;
% d=0; % si d es 0, me calcula rsp_02, que es reflexion con una
interfase
```

```

    indices_lamda=find(lamda==Wvase_nk_1{:,1});
    n0=complex(1,0);
    n1=complex(Wvase_nk_1{indices_lamda,2},           -
Wvase_nk_1{indices_lamda,3});                      -
    n2=complex(Wvase_nk_2{indices_lamda,2},           -
Wvase_nk_2{indices_lamda,3});                      -

%     indices_lamda=find(lamda==Wvase_nk_1(:,1));
%     n0=complex(1,0);
%     n1=complex(Wvase_nk_1(indices_lamda,2),           -
Wvase_nk_1(indices_lamda,3));                      -
%     n2=complex(Wvase_nk_2(indices_lamda,2),           -
Wvase_nk_2(indices_lamda,3));                      -

%     a0      =65;
%     a1_090  =[0:0.5:90];
%     %att   =60*(1/3600);

```

Representacion N K

```

% % % %__ Carga y seleccion de materiales
%     Wvase_nk_1=nk_gaas;
%     Wvase_nk_2=nk_ti_1800;
%     %Wvase_nk_2=nk_au;
%
%
%     lamda_v=Wvase_nk_1{:,1};
%
%     n1=Wvase_nk_1{:,2};
%     k1=Wvase_nk_1{:,3};
%     n2=Wvase_nk_2{:,2};
%     k2=Wvase_nk_2{:,3};
%
%
%
%     n0=complex(1,0);
%
%
%
% % % %__ Grafica dos ejes
%         fig=f_grafica_dos_ejes(lamda_v,n1,k1); %xlim([300 1700]);
%         set(findobj(gcf,'type','Line'),'LineWidth',2.2);
%
%         set(findobj(gcf,'type','axes'),'TitleFontweight','bold','Fontweight','bold','Font'
% 'TitleFontSizeMultiplier',0.8, 'FontAngle', 'Italic');
%
%
%             % Guardado
%             fig.WindowState = 'fullscreen';
%             ruta="C:\Users\USR\Desktop";
%             saveas(fig,ruta+"\nk_gaas","jpg");
%
```

```
%      d_VASE=[ 0:50:500]
%      [rs_vase rp_vase] =
f_calculaRsp_2(n0,n1,n2,angulo_offset,lamda,d_VASE)
%      plot(d_VASE,rs_vase,'sb');
%      plot(d_VASE,rp_vase,'sr');
```

Rsp f(lamda)

```
% % % __Representacion de VASE
% load('Ti_GaAs_150nm.mat');

%
%      lamda      = sR{[2:height(sR)],1};
%      angulos    = [30 65];
%
%      for i=1:length(angulos)
%      Cangulo_sR(i)=find(angulos(i)==sR{1,[1:(width(sR) - 1)]});
%      Cangulo_pR(i)=find(angulos(i)==pR{1,[1:(width(pR) - 1)]});
%      end
%
%      figure;hold on;
%      plot(lamda, sR{[2:height(sR)],Cangulo_sR(1)},'b')
%      plot(lamda, pR{[2:height(sR)],Cangulo_pR(1)},'r')
%      plot(lamda, sR{[2:height(sR)],Cangulo_sR(2)},'b--')
%      plot(lamda, pR{[2:height(sR)],Cangulo_pR(2)},'r--')
```

Rsp f(d).

```
%      lamda=850;
%
%      Wvase_nk_1=nk_sio2;
%      Wvase_nk_2=nk_al;
%
%      Wvase_nk_1=nk_cu2o;
%      Wvase_nk_2=nk_ti;
%
%      indices_lamda=find(lamda==Wvase_nk_1{:,1});
%      n0=complex(1,0);
%      n1=complex(Wvase_nk_1{indices_lamda,2}, - 
Wvase_nk_1{indices_lamda,3});
%      n2=complex(Wvase_nk_2{indices_lamda,2}, - 
Wvase_nk_2{indices_lamda,3});
%      %n2=0;
%      d=530;                                     %nm
%      %d=0;
%
%
%      anguloIncidencia=[10];
%      d=[0:0.5:1000];
%      angulo_offset=0;
angulo_rango_m2=anguloIncidencia; absolut=1;
%      [rs10
rp10]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d, lamda, angulo_offset, angulo_rango_m2, absolut);
```

```

%
% [maxrs1 ind_max_rs1]=max(rs10); [maxrp
% ind_max_rp1]=max(rp10);
%
%
% anguloIncidencia=[ 25 ];
% d=[ 0:0.5:1000 ];
% angulo_offset=0; angulo_rango_m2=anguloIncidencia;
% absolut=1;
%
% [rs25
rp25]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,angulo_offset,angulo_rango_m2,absolut);
%
% [maxrs2 ind_max_rs2]=max(rs25); [maxrp
% ind_max_rp2]=max(rp25);
%
%
% anguloIncidencia=[ 45 ];
% d=[ 0:0.5:1000 ];
% angulo_offset=0; angulo_rango_m2=anguloIncidencia;
% absolut=1;
%
% [rs45
rp45]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,angulo_offset,angulo_rango_m2,absolut);
%
% [maxrs3 ind_max_rs3]=max(rs45); [maxrp
% ind_max_rp3]=max(rp45);

%
% [rs_v2 rp_v2] = f_calculaRsp_2(n0,n1,n2,angulo_offset,lambda,d)

% fig1=figure;
% % subplot(1,3,1);
% hold on; grid on;
% plot(d,rs10);
% plot(d,rp10);
% plot(d(ind_max_rs1),rs10(ind_max_rs1),'rsq');
% plot(d(ind_max_rp1),rp10(ind_max_rp1),'rsq');
%
% fig2=figure;
% % subplot(1,3,2);
% hold on; grid on;
% plot(d,rs25);
% plot(d,rp25);
% plot(d(ind_max_rs2),rs25(ind_max_rs2),'rsq');
% plot(d(ind_max_rp2),rp25(ind_max_rp2),'rsq');
%
% fig3=figure;
% % subplot(1,3,3);
% hold on; grid on;
% plot(d,rs45);
% plot(d,rp45);
% plot(d(ind_max_rs3),rs45(ind_max_rs3),'rsq');
% plot(d(ind_max_rp3),rp45(ind_max_rp3),'rsq');

%
% ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\
% saveas(fig1,ruta+"rsp_alsio2_d1_850","fig");
% saveas(fig2,ruta+"rsp_alsio2_d2_850","fig");

```

```

%      saveas(fig3,ruta+"rsp_alsio2_d3_850","fig");

%
%      plot(d,rs_v2);
%      plot(d,rp_v2);
%
%      d_VASE=[0:50:500]
%      [rs_vase rp_vase] =
f_calculaRsp_2(n0,n1,n2,angulo_offset,lambda,d_VASE)
%      plot(d_VASE,rs_vase,'sb');
%      plot(d_VASE,rp_vase,'sr');
%
%
%      legend("R_s","R_p","R_s VASE","R_p VASE");
%
%
%      han=axes(fig,'visible','off'); han.Title.Visible='on';
han.XLabel.Visible='on'; han.YLabel.Visible='on';
%      set(findobj(gcf,'type','Line'),'LineWidth',2.2);
%
set(findobj(gcf,'type','axes'),'TitleFontweight','bold','Fontweight','bold','Font
>TitleFontSizeMultiplier',0.8, 'FontAngle', 'Italic');
%      Hxlm=han.XLim;                      Hylm=han.YLim;
%
%
%      ylabel(han,"R_s_|_p",    'fontweight','bold', 'FontSize',16,
'Position',[-0.043*Hxlm(2) 0.5*Hylm(2)]);
%      xlabel(han,'d [nm]',        'fontweight','bold',
'FontSize',16, 'Position',[0.5*Hxlm(2) -0.055*Hylm(2)]);
%
%      % % guardado
%      fig.WindowState = 'fullscreen';
%      ruta="C:\Users\USR\Desktop";
%      saveas(fig,ruta+"\Rsp-d_ti-cu2o__500nm__55d","jpg");

```

Rsp f(alpha_0).

```

% a0_m=linspace(0,90,200);
%
%
% angulo_offset      =a0_m;
% angulo_rango_m2    =0;
% absolut            =0; %devuelve rsp complejo
% [rs
rp]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,angulo_offset,angulo_rango_m2,absolut);
%
% Rs_abs_m = (abs(rs)).^2;
% Rp_abs_m = (abs(rp)).^2;
%
% Rs_fase = angle(rs).*(360/(2*pi)) + 180;
% Rp_fase = angle(rp).*(360/(2*pi)) + 180;

```

```
% % % load('VASE_al_1500.mat')
% % load('VASE_al_850.mat')
% load('VASE_ag.mat')

% fig=figure;
% plot(a0_m,Rs_abs_m); hold on; plot(a0,Rs_abs,"bsq");
% plot(a0_m,Rp_abs_m); hold on; plot(a0,Rp_abs,"rsq");
% legend("Rs","Rs VASE","RP","Rp VASE",'Location','northwest');
grid on;
xlabel("AOI [ ° ]");
%
% nombre_ruta = "D:\tfm\Modelo\rsp_verf_VASE\Rsp_ag";
% doSaveFig = "doSaveFig";
% imprimir_grafica(fig,nombre_ruta,doSaveFig)

% save('VASE_al_1500.mat','Rs_abs','Rp_abs','a0')

% figure;
% plot(a0,Rs_fase); hold on; plot(a0,Rp_fase);
legend("Rs_{fase}","Rp_{fase}");

% % __Representacion de VASE
% load('Ti_GaAs_150nm.mat');
% fase_vase = AGDELTA{119,[2:92]};

%
%
% figure;
plot(a0,Rs_fase-Rp_fase-180); hold on; plot(a0,fase_vase);
%
lamda = AGDELTA{[1:height(AGDELTA)],1};
%
angulos = AGDELTA{1,[1:size(AGDELTA,2)]};
%
for i=1:length(lamda)
fila=find(617==AGDELTA{1,[1:(width(AGDELTA) - 1)]});
end

%
% % versión antigua
lamda=500;
%
Wvase_nk_1=nk_ag;
```

```

% Wvase_nk_1=nk_sio2;
% Wvase_nk_2=nk_al;
%
% Wvase_nk_1=nk_cu2o;
% Wvase_nk_2=nk_ti;
%
% indices_lamda=find(lamda==Wvase_nk_1{:,1});
% n0=complex(1,0);
% n1=complex(Wvase_nk_1{indices_lamda,2}, - 
Wvase_nk_1{indices_lamda,3}); 
% n2=complex(Wvase_nk_2{indices_lamda,2}, - 
Wvase_nk_2{indices_lamda,3}); 
%
% %n2=0;
% d=530;                                     %nm
% %d=0;
% anguloIncidencia=[60];
% anguloIncidencia=[0:0.5:90];
% angulo_offset=0;
angulo_rango_m2=anguloIncidencia; absolut=1;
% [rs_cte
rp_cte]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,angulo_offset,angulo_rango_m2,absolut);
%
%
% [rs_v2 rp_v2]=f_calculaRsp_2(n0,n1,n2,anguloIncidencia,lambda,d);
%
%
%
% fig=figure;
% hold on; grid on;
% plot(anguloIncidencia,rs_cte);
% plot(anguloIncidencia,rp_cte);
%
% plot(anguloIncidencia,rs_v2,'*');
% plot(anguloIncidencia,rp_v2,'*');
%
% legend("R_s","R_p","e","g");
%
% ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\
% ruta="C:\Users\USR\Desktop\tfm"
% saveas(fig,ruta+"rsp_alsio2_ao_1500nm_d530nm","fig");
%
% % % % guardado
% fig=figure;
% hold on; grid on;
% plot(anguloIncidencia,rs_cte);
% plot(anguloIncidencia,rp_cte);
%
% plot(anguloIncidencia,rs_v2,'*');
% plot(anguloIncidencia,rp_v2,'*');
%
% legend("R_s","R_p","e","g");
%
```

```

%
% han=axes(fig,'visible','off'); han.Title.Visible='on';
% han.XLabel.Visible='on'; han.YLabel.Visible='on';
% set(findobj(gcf,'type','Line'),'LineWidth',2.2);
%
% set(findobj(gcf,'type','axes'),'TitleFontweight','bold','Fontweight','bold','Font'
% 'TitleFontSizeMultiplier',0.8, 'FontAngle', 'Italic');
% Hxlm=han.XLim; Hylm=han.YLim;
%
%
%
% ylabel(han,"R_s_|_p", 'fontweight','bold', 'FontSize',16,
% 'Position',[-0.043*Hxlm(2) 0.5*Hylm(2)]);
% xlabel(han,'d [nm]', 'fontweight','bold',
% 'FontSize',16, 'Position',[0.5*Hxlm(2) -0.055*Hylm(2)]);
%
% % % guardado
% % fig.WindowState = 'fullscreen';
% % ruta="C:\Users\USR\Desktop";
% % saveas(fig,ruta+"\Rsp-a_ag_617nm","jpg");

```

Generacion de apuntamineto fino y filtrado

```

% % ____ Generacion de att
% a0_m=0; Ts=2.5*(1e-3);
Tf=100*1e-3; T0=0; vp=60/3600;
% [fig_rand val_rms vTiempos a_tt_2
N]=f_generaRandom(Ts,Tf,T0,vp,a0_m);

% % ____ Espectro antes y despues de filtrar

% function [fftX, frequencyIndexes] = fftPlot(x, fs, fftSize,
numSamples);
%
% Input:
% x Signal in the time domain
% fs Sampling frequency, Hz
% fftSize Number of FFT points
%
% Optional:
% numSamples Number of samples in x. If not provided, length(x) will
% be used
%
% Output:
% fftX fft vector result after fftshift (plain complex values
% as generated by the fft function.
% frequencyIndexes
% Frequency vector indexes, in Hz

%
% [fftX, frequencyIndexes] = fftPlot(a_tt_2, (1/Ts), 2^12);
%
```

```

% f2=figure;
% plot(frequencyIndexes,abs(fftX));
% xlim([0 200]);
% grid on;
%
%
% a_tt_2 = a_tt_2 - mean(a_tt_2);
% y0 = filter(FIR_1, a_tt_2);
%
% figure;
% plot(vTiempos.*(1e3),y0,'--*');
% title("att filtrado");
%
%
% [fftX_b, frequencyIndexes_b] = fftPlot(y0, (1/Ts), 2^12);

% f2=figure;
% plot(frequencyIndexes_b,abs(fftX_b));
% xlim([0 200]);
% grid on;

```

Calculo de Rs y Rp efectivos y comparacion con WVASE

```

% file='cu2-ti-no-ideal.mat';
% load(file); % carga el archivo donde estan guardados los valores de
r_sp
% d=150;
% n0=complex(1,0);
%
% % % _____ ## ----- Rsp_vase, Rsp_c, f(AOI)
% % %
%
% % % ___Definicion materiales
% Wvase_nk_1=nk_cu2o;
% Wvase_nk_2=nk_ti;
%
% lamda=500;
%
% indices_lamda=find(lamda==Wvase_nk_1{:,1});
%
% n0=complex(1,0);
% n1=complex(Wvase_nk_1{indices_lamda,2}, - 
Wvase_nk_1{indices_lamda,3}); -
% n2=complex(Wvase_nk_2{indices_lamda,2}, - 
Wvase_nk_2{indices_lamda,3}); -
%
% % % % ___Comprobacion Rsp f(aoi) VASE
%
% a0_90 =[0:0.5:90];
% [Rs_090_c Rp_090_c] = f_calculaRsp_2(n0,n1,n2,a0_90,lambda,d);
%
```



```

%
% % % % % ___ Convolucion de Rsp con angulo
% v_angulo=ones(1,20).*20;
% Res=conv(u,v,'same');
%
% sigma=10;      % se pone la mitad del valor puesto en VASE
%
% % N=le4;
% % [Rs_cov, Rp_cov]=f_conv(n0,n1,n2,lambda,d,sigma,N);
% % plot(Rs_cov);
%
% x0=linspace(0,90,1e3)
%
% for i=1:length(x0)
%     x1=x0(i)-sigma;
%     x2=x0(i)+sigma;
%
%     %if x1 <= 0; x1=0; end
%     if x2 >= 90; x2=90; end
%
%
%
%     %[rs2_int_conv(i) rp2_int_conv(i)] = f_INT_Rsp_2(n0,n1,n2,lambda,d,x1,x2);
%     %[rs2_int_trap_conv(i) rp2_int_trap_conv(i)] = f_INT_Rsp_2_TRAPZ(n0,n1,n2,lambda,d,x1,x2,N);
%
% end
% figure;
% plot(x0,rs2_int_conv); hold on; grid on;
% plot(x0,rp2_int_conv);
%
% % % % % ___ Calculo de rsp f(lambda) ----- -----
%
% for k=1:length(lambda)
%
%     indices_lambda=find(lambda(k)==Wvase_nk_1{:,1});
%     n1=complex(Wvase_nk_1{indices_lambda,2}, - Wvase_nk_1{indices_lambda,3});
%     n2=complex(Wvase_nk_2{indices_lambda,2}, - Wvase_nk_2{indices_lambda,3});
%
%     anguloIncidencia=[55];
%     d=[150];
%     angulo_offset=0;
%
%     angulo_rango_m2=anguloIncidencia; absolut=1;
%     % [sr_cal
%     pr_cal]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda(k),angulo_rango_m2);
%
%     [sr_cal pr_cal] =
%     f_calculaRsp_2(n0,n1,n2,anguloIncidencia,lambda(k),d)
%
%     a0_m=55;
%     att=55*0.1;

```

```

% [rs2_int rp2_int] =
f_calculaRsp_INT_2(n0,n1,n2,lambda(k),d,a0_m,att)
%
%
% sr_cal_(k)=abs(sr_cal)^2;
% pr_cal_(k)=abs(pr_cal)^2;
%
%
% end
%
% figure
% plot(lamda,sr_no_ideal{rango_lamda,Cangulo}); hold on;
% plot(lamda,sr_cal_,'-');
% plot(lamda,(1/(2*att)).*(rs2_int),'*')
% xlabel('lamda nm')
% ylabel('sR')
%
% % % % ____ Rsp_vase, Rsp_vase_No_IDEAL, Rsp_c f(lamda) --- %
%
%
% % La info detallada de los datos de no idealidad esta en las
% capturas de
% % pantalla en la carpeta de datos vase del modeloe cu2o-ti.
%
% lamda      = nk_cu2o{: ,1};
% Wvase_nk_1  = nk_cu2o;
% Wvase_nk_2  = nk_ti;
% angulos     = [65];
%
n0=complex(1,0);
d=150;
%
for i=1:length(angulos)
Cangulo(i)=find(angulos(i)==Rs_No_ideal{1,[1:20]});
end
for k=1:length(lamda)
%
indices_lamda=find(lamda(k)==Wvase_nk_1{: ,1});
n1=complex(Wvase_nk_1{indices_lamda,2}, -
Wvase_nk_1{indices_lamda,3});
n2=complex(Wvase_nk_2{indices_lamda,2}, -
Wvase_nk_2{indices_lamda,3});
%
%
% angulo_offset=0;
angulo_rango_m2=anguloIncidencia; absolut=1;
% [sr_cal
pr_cal]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda(k),angulo_rango_m2);
%
[Rs_c(k) Rp_c(k)] =
f_calculaRsp_2(n0,n1,n2,angulos,lambda(k),d)
%
% a0=angulos;
% att=55*0.1;

```

```

% %
% [rs2_int rp2_int] =
f_calculaRsp_INT_2(n0,n1,n2,lambda(k),d,a0,att)
%
% %att =10;
% att =25;
% a0_m =angulos;
%
% [Rs_int(k) Rp_int(k)] =
f_INT_Rsp_2__v2(n0,n1,n2,lambda(k),d,att,a0_m)
% %[rs2_int rp2_int] =
f_INT_Rsp_2__v2(n0,n1,n2,lambda,d,att,a0)
%
% end
%
%
% % % % % ____ Plots
%
% fig=figure;
% grid on; hold on;
% plot(lamda,Rs_ideal{[2:size(Rs_No_ideal,1)],Cangulo},'r*');
% plot(lamda,Rs_c,'r-');
%
% plot(lamda,Rs_NI_conv201pnts{[2:size(Rs_NI_conv201pnts,1)],Cangulo},'rs');
% plot(lamda,Rs_ni501{[2:size(Rs_ni501,1)],Cangulo},'rs');
% plot(lamda,Rs_int,'r--')
%
% plot(lamda,
Rp_ideal{[2:size(Rp_No_ideal,1)],Cangulo}, 'b*');
% plot(lamda, Rp_c,'b-');
%
% plot(lamda,Rp_NI_conv201pnts{[2:size(Rp_NI_conv201pnts,1)],Cangulo}, 'bs');
% plot(lamda,Rp_ni501{[2:size(Rp_ni501,1)],Cangulo}, 'bs');
% plot(lamda,Rp_int,'b--')
%
% legend("Rs idela VASE","Rs calculado","Rs AOI disperso
VASE","Rs AOI disperso calculado", ...
"Rp idela VASE","Rp calculado","Rp AOI disperso
VASE","Rp AOI disperso calculado");
%
%
% %imprimir_grafica(fig,"Rs|Rp","Longitud de onda
[nm]","AOI_65_25_disperso_zettler_cu2o2_150nm")

```

Matriz de Muller alpha_0--90º

```

% m_fa =f_Matriz_AOI_1(n0,n1,a1_090);
% a1_090=[0:0.5:90];
% m_fa =f_Matriz_AOI_2(a1_090,n0,n1,n2,d,lambda);
% fig=figure;
% angulo=a1_090;
% matriz=m_fa;
%
```

```

% v_exe_x=[0 20 45 70 90];
%
%
%
% subplot(4,4,1);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(1,1,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,2);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(1,2,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,3);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(1,3,:)), 'r-');
xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,4);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(1,4,:)), 'r-');
xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
%
% subplot(4,4,5);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(2,1,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,6);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(2,2,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,7);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(2,3,:)), 'r-');
xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,8);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(2,4,:)), 'r-');
xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
%
% subplot(4,4,9);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(3,1,:)), 'r-'); xticks([v_exe_x]);
xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,10);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(3,2,:)), 'r-'); xticks([v_exe_x]);
xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,11);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(3,3,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,12);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(3,4,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
%
% subplot(4,4,13);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(4,1,:)), 'r-'); xticks([v_exe_x]);
xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,14);hold
on;plot(angulo,squeeze(matriz(4,2,:)), 'r-'); xticks([v_exe_x]);
xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,15);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(4,3,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
% subplot(4,4,16);hold on;plot(angulo,squeeze(matriz(4,4,:)));
% xticks([v_exe_x]); xlim([0 90]); grid on;
%
% han=axes(fig,'visible','off'); han.Title.Visible='on';
han.XLabel.Visible='on'; han.YLabel.Visible='on';
% set(findobj(gcf,'type','Line'),'LineWidth',2.2);
%
set(findobj(gcf,'type','axes'), 'TitleFontweight','bold', 'Fontweight','bold', 'Font'
>TitleFontSizeMultiplier',0.8, 'FontAngle', 'Italic');
% Hxlm=han.XLim; Hylm=han.YLim;

```

```

%
%      % sgtitle(" Matriz Muller en funcion del ángulo de incidencia
% [0° ; 90°]           "+Materiales_espejo+      ("+lamda+" nm)
%                  (espesor "+d+"nm"));
%
%      ylabel(han,'Muller Matrix elements M_i_j',
% 'fontWeight','bold', 'FontSize',16, 'Position',[-0.043*Hxlm(2)
% 0.5*Hylm(2)]);
%
%      xlabel(han,'AOI [°]',          'fontWeight','bold',
% 'FontSize',16, 'Position',[0.5*Hxlm(2) -0.055*Hylm(2)]);
%
%
%      % % guardado
%      fig.WindowState = 'fullscreen';
%      ruta="C:\Users\USR\Desktop";
%      saveas(fig,ruta+"\MAT_cu2o-ti__500nm__150nm", "jpg");

```

Matriz de Muller 3D alpha_0--90º & alpha_T

```

%
%      vp=3*3600;
%      angulo_rango_m2=[-vp:100:+vp].*(1/3600);
%      dim=length(angulo_rango_m2);
%      a0_lim=90;    angulo_offset=linspace(0,a0_lim,dim);
%
%      d=100; n2=0;
%
%      for k=1:length(angulo_offset)
%          [rs_090
%          rp_090]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,angulo_offset(k),angulo_rango_m2,0);
%          rs_3d(k,:)=rs_090;
%          rp_3d(k,:)=rp_090;
%      end
%
%
%
%
%      x=ones(length(angulo_offset),length(angulo_rango_m2)).*angulo_offset';
%
%      y=ones(length(angulo_offset),length(angulo_rango_m2)).*angulo_rango_m2;
%      [matriz_sio2_3d]=CalculaMatrizMu_3D(rp_3d,rs_3d);
%
%
%
%      matriz_sio2_3d(5,5,1)=0.9;                      % e11
%      matriz_sio2_3d(5,5,4)=0.9;                      % e21
%      zro=zeros(length(angulo_offset),dim); zro(20,20)=0.01; % zeros
%
%
%
%      fig=figure;
%      subplot(4,4,1);      e11=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,1));
%      colorbar;   xlim([0 a0_lim]);
%      subplot(4,4,2);      e12=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,2));
%      colorbar;   xlim([0 a0_lim]);
%      subplot(4,4,3);      e0=contourf(x,y,zro,dim);
%      colorbar;   xlim([0 a0_lim]);

```

```

% subplot(4,4,4); e0=contourf(x,y,zro,dim);
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,5); e21=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,3));
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,6); e22=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,4));
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,7); e0=contourf(x,y,zro,dim);
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,8); e0=contourf(x,y,zro,dim);
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
%
% subplot(4,4,9); e0=contourf(x,y,zro,dim);
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,10); e0=contourf(x,y,zro,dim);
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,11); e33=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,5));
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,12); e34=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,6));
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
%
%
% subplot(4,4,13); e0=contourf(x,y,zro,dim);
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,14); e0=contourf(x,y,zro,dim);
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,15); e43=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,7));
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
% subplot(4,4,16); e44=contourf(x,y,matriz_sio2_3d(:,:,8));
colorbar; xlim([0 a0_lim]);
%
%
%
%
% han=axes(fig,'visible','off'); han.Title.Visible='on';
han.XLabel.Visible='on'; han.YLabel.Visible='on';
% set(findobj(gcf,'type','Line'),'LineWidth',2.2);
%
set(findobj(gcf,'type','axes'), 'TitleFontweight','bold','Fontweight','bold','Font
>TitleFontSizeMultiplier',0.8, 'FontAngle', 'Italic');
%
Hxlm=han.XLim; Hylm=han.YLim;
%
ylabel(han,'Amplitud FSM [°]', 'fontweight','bold',
'FontSize',16, 'Position',[-0.043*Hxlm(2) 0.5*Hylm(2)]);
%
xlabel(han,'AOI [°]', 'fontweight','bold',
'FontSize',16, 'Position',[0.5*Hxlm(2) -0.055*Hylm(2)]);

```

DI en funcion de alpha_T y alpha_0

```

at = linspace(0,5,100); a0_m=15; a02=35; a03=45;
% % at=5; at2=500/3600; at3=1000/3600;
% % a0 =linspace(0,(90),200);
% % a0 =linspace(0,(90),100); %d=530;
% % b =at;

```

```

% % %
% % %
% % % % % ___ f(a0/at) usando funcion integra

for k=1:length(at)

    [M_int]
=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0_m,at(k));
%
[M_int R angulo_diat D_zett
delta]=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0(k),at)
[M_int2]
=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a02,at(k));
[M_int3]
=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a03,at(k));

[ DI_ppm(k) ] =f_dopM_mio(M_int);
%
Mint(:,:,k) =M_int;
[ DI_ppm2(k) ] =f_dopM_mio(M_int2);
[ DI_ppm3(k) ] =f_dopM_mio(M_int3);

%
[mat]
=f_integracion_a0_at_2ejes(n0,n1,n2,d,lambda,a0(k),at,b);
% %
[ DI_ppm(k) ] =f_dopM_mio(mat);

%
D_desco(k)= 1-D_zett;

end
%
fig=figure; hold on; grid on;
plot(at,DI_ppm); ylabel("1-DI"); xlabel("\alpha_T
[°] ");
plot(at,DI_ppm2);
plot(at,DI_ppm3);
legend('15°','35°','45°')
%
legend("\alpha_0 = 45°")

%
title("sol"+sn_abs+"")
%
nombre_ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\software
\stokes_so_1";
nombre_ruta="D:\tfm\Modelo\DI_45\DI_45-Ag"+lambda+"at";
imprimir_grafica(fig,nombre_ruta,"doSaveFig")
%
%
%
plot(a0,D_desco);
%
%
plot(a0,DI_ppm);
plot(a0,DI_ppm2);
plot(a0,DI_ppm3);
legend('200','500','1000')

%
%
%
ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\
ruta="C:\Users\USR\Desktop\tfm\
saveas(fig,ruta+"DI_alsio2_ao25_at_1500nm_d530nm","fig");

```

```

%
%           %imprimir_grafica(fig,max(a0),max(DI_ppm),"AOI
[ ° ]", "DI-1", "DI_alsio2_lamdi1500")
%
%
% % % % % ____ Pruebas anteriores
%
%           %a0      =65;
%           %      at=60/3600;
%           %      Ts=10/3600;
%           %      N      =((90-(-at))/Ts) + 1;
%           %      a0      =linspace(-at,90,N);
%           %at2=1000/3600;
%           %at3=1000/3600
%
%           % % ____ f(att/ao)
%
%           % % ____ f(a0) uSndo trap z
%
%           %           var_aoi=a0;
%           %           v_aFSM=0;
%
%           absolut=0;
%
%           %           [rs_m2,
%           rp_m2]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,var_aoi,v_aFSM,absolut);
%           %
%           [matriz_m2_var_aoi]=CalculaMatrizMu(rp_m2,rs_m2);
%
%           %
%           %           DI_a0=      zeros(1,length(var_aoi));
%
%           %
%           %           k0=      f_index((0-(-at)),Ts);
%           %           kf=      f_index((90-at)-(-at),Ts);
%           %           kf=      find(abs(a0-(90-at)) < 0.00001)
%
%           %
%           %           for j=k0:kf
%
%           %
%           %           a1=var_aoi(j) - at;
%           %           a2=var_aoi(j) + at;
%           %           a12=[a1 a2];
%           %           [Matriz, ~, k1,
%
k2]=f_integracion(var_aoi,a12,matriz_m2_var_aoi);
%
%           %           Matriz=Matriz * (1/(2*at));
%
%           %           [ DI_a0(j) ]
%
=f_dopM_mio(Matriz,"do ppm");
%
%           end
%
%           %           fig1=figure; plot(a0,DI_a0);
%
%           %           grid on; xlabel("Angulo de incidencia
[ ° ]); ylabel("(1-DI)*10^6"); xlim([0 (90-at)]);
%
%           %           imprimir_grafica(fig1,"(1-
DI)*10^6","no","DI_ppp_f_a0")

%
%           fig1=figure;

```

```

% hold on;
% plot(a0,DI_gil); grid on; xlim([0 85]);
% plot(a0,DI_gil2);
% legend("\alpha_T = 200'' ", "\alpha_T = 1000'' ")
% % plot(a0,DI_gil3);
%
% imprimir_grafica(fig1,"DI_p_p_m","AOI
[°]", "cu2o_500_150_a0-0_90_att-200y1000as")

%
% fig2=figure;
% plot((a_t),DI_gil); hold on;
% %plot((a_t),Dm,'r*');
% grid on;
% % % %imprimir_grafica(fig2,"DI", "AOI      [°]",
"cu2o_500_150_att-20_Dp")

```

DI en funcion del timepo

```

% BW=30;          Tf=5;          T0=0;          vp=3000/3600;  Tss=1e-3;  a0_m=50;
% [a_rand, vTiempos, a_rand_ss,
vTiempos_ss]=f_ang_rand(BW,Tf,T0,vp,Tss);
% b=a_rand_ss;
% %[DI_t] = f_DI_t(vTiempos_ss,a0,a_rand_ss,n0,n1,n2,d,lambda);
% [DI_t Matriz] =
f_DI_t(vTiempos_ss,a0_m,a_rand_ss,n0,n1,n2,d,lambda,'NODO int
singular',b)
% % % %
% % %
% % % % BW2=400;          Tf2=10;          T0=0;          vp2=200/3600;
Tss2=1e-3;
% % % % [a_rand2, vTiempos2, a_rand_ss,
vTiempos_ss]=f_ang_rand(BW2,Tf2,T0,vp2,Tss2);
% % % % [DI_t2] = f_DI_t(vTiempos_ss,a0,a_rand_ss,n0,n1,n2,d,lambda);
% % %
% % %
% fig=figure; %hold on;
%
% grid on;
plot(vTiempos_ss,DI_t);

%
%
% subplot(1,2,1);
% plot(vTiempos,DI_t);
% grid on; title("a"),'FontSize',20); xlabel("AOI [°]");
ylabel("DI-1");
% ylim([0 0.3]); yticks(0:0.05:0.3);
%
% subplot(1,2,2);
% plot(vTiempos_ss,DI_t2);
% grid on; title("a"),'FontSize',20); xlabel("AOI [°]");
ylabel("DI-1");
% ylim([0 0.3]); yticks(0:0.05:0.3);

```

```

%
% subplot(1,2,2);
% plot(vTiempos2.*1e3, DI_t2);
% grid on; title("a) Tss = 1ms"); ylim([0 0.3]);
% yticks(0:0.05:0.3);
% %imprimir_grafica(fig,"no", "no", "BW_efecto")
%
%
% plot((a_t).*3600,DI_gil);
% %yticks(0.75:0.025:1);
% ylim([0 0.18]); yticks(0.75:0.025:1);
% grid on;
% title("a)",'FontSize',20); xlabel(" Rotaciones FSM
% (\alpha_T)      [ '' ]",'Fontweight','bold');
%
%
% subplot(1,2,2);
% plot(vTiempos, DI_t); hold on;      %ylim([0 0.18]);
% plot(vTiempos, DI_t2,'b');
%
%
grid on; %yticks(0.75:0.025:1); grid on; ylim([0.75 1]);
title("b)",'FontSize',20); xlabel("Tiempo de integración
[s]");
legend("\alpha_T = 40''", "\alpha_T = 100''");
%
%
imprimir_grafica(fig,"no", "no", "tiempo_as_v2")
%
%
% imprimir_grafica(fig2,"DI", " Tiempo de integración [s]",
% "DIP_cu2o_500_150_a0-60_att-20d_ts-3"); close all;
%
%
% imprimir_grafica(fig2,"DI", "AOI      [ '' ]",
% "cu2o_500_150_att-20_Dp")
%
% -----
%
% BW=50;      Ts=1/(2*BW);      Tf=100;      T0=0;      vp=25;
% [val_rms vTiempos a_tt_2 N]=f_generaRandom(Ts,Tf,T0,vp,a0_m);
%
% Tsp=1e-3;  Np=((Tf - T0)/Tsp) + 1;
% vTiempos2=linspace(T0,Tf,Np);
% a_tt_2_p = interp1(vTiempos,a_tt_2,vTiempos2,"spline")
%
%
%
absolut=0;
[rs_m2 rp_m2]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,a0_m,a_tt_2,absolut);
[matriz_m2_var_t]=CalculaMatrizMu(rp_m2,rs_m2);
%
%
%
absolut=0;
[rs_m2_p
rp_m2_p]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,a0_m,a_tt_2_p,absolut);
[matriz_m2_var_t_p]=CalculaMatrizMu(rp_m2_p,rs_m2_p);

```

```

%
%                                         absolut=0;
%
[rs_ rp_]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lamda,a0_m,0,absolut);
[matriz_m2_cte]=CalculaMatrizMu(rp_,rs_);
%
%                                         matriz_m2_cte=0;
f_graficar(vTiempos,matriz_m2_var_t,matriz_m2_cte,"gr0");
[Matriz matriz2 matriz2N
Tiempo]=f_integracion(vTiempos,T_intg,matriz_m2_var_t);
%
%
for k=1:length(vTiempos)
%
T_intg=[0 vTiempos(k)];
[Matriz Matriz_n matriz2N
Tiempo]=f_integracion(vTiempos,T_intg,matriz_m2_var_t);
[dopM DI_gil_t(k) DI_gil_ppm_t(k)] =f_dopM_mio(Matriz_n);

end

for k=1:length(vTiempos2)
%
T_intg_p=[0 vTiempos2(k)];
[Matriz Matriz_np matriz2N
Tiempo]=f_integracion(vTiempos2,T_intg_p,matriz_m2_var_t_p);
[dopMp DI_gilp(k)] =f_dopM_mio(Matriz_np);

end

fig2p=figure;
plot(vTiempos2, DI_gilp);      grid on;  %xlim([0 100]);
%ylim([5 8].*1e4);
%imprimir_grafica(fig2,"DI", " Tiempo de integración [s]",
"DIp_cu2o_500_150_a0-60_att-20d_ts-3"); close all;
%
fig1=figure;
plot(tiempo, DI_gil);      grid on;  xlim([0 100]); %ylim([5
8].*1e4);
imprimir_grafica(fig1,"DI", " Tiempo de integración [s]",
"DI_cu2o_500_150_a0-60_att-20d_ts-3"); close all;
%
%
fig2=figure;
plot(vTiempos, DI_gil);      grid on;  %xlim([0 100]);    %ylim([5
8].*1e4);
%imprimir_grafica(fig2,"DI", " Tiempo de integración [s]",
"DIp_cu2o_500_150_a0-60_att-20d_ts-3"); close all;

```

SO/PHI STOKES PARTICULARES

```

% propiedades Espejo
% %      lamda=617;
% %      Wvase_nk_1=nk_ag;

```

```

% %
% %          %%Wvase_nk_2=nk_al;
% %
% %      indices_lamda=find(lamda==Wvase_nk_1{:,1});
% %      n0=complex(1,0);
% %      n1=complex(Wvase_nk_1{indices_lamda,2},           -
Wvase_nk_1{indices_lamda,3});
% %          %%n2=complex(Wvase_nk_2{indices_lamda,2},           -
Wvase_nk_2{indices_lamda,3});
% %
% %      a0 =70;                      a1=a0;
% %      att =3600*(5/3600);

%format shortE
%
%      % V stokes Sol
%      Sin_strong= [1.000 0.050 0.050 0.200; 1.000 0.100 0.000 0.200;
1.000 0.000 0.100 0.200]';
%      Sin_weak= [1.000 0.005 0.005 0.020; 1.000 0.010 0.000 0.020;
1.000 0.000 0.010 0.020]';
%      Sin=[Sin_strong Sin_weak];
%      S=Sin;

% genero las matrices fsm, que puedo necesitar
%      mI = eye(4);
%      m_cte =f_Matriz_AOI_2      (a0,n0,n1,n2,d,lambda)
%      %mat_int =f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0,vp);
%          %% Integración Angulo
%      mat_int =Matriz;
%          %% Se genera en la seccion de int timepo

%      mD =eye(4).* 0.5; mD(1,1)=1;           % creo una matriz de
desplarizacion del 50% para verificar.

% esta funcion genera la matriz M del modeleo pmp + fsm, donde la
m pasada como argumento es la matriz del fsm
%      M_int = f_crea_modulacion(mat_int);           M_int=M_int
%      ./ M_int(1,1);
%      M_cte = f_crea_modulacion(m_cte);           M_cte=M_cte
%      ./ M_cte(1,1);
%      %M_test = f_crea_modulacion((mat_int*mD));    M_test=M_test
%      ./ M_test(1,1);

% calculo I0
%I_0=M_test * S;                         % Devuelve un vector
%I_0=M_int * S;

% calculo S'
%Sp=round( (inv(M_cte) * I_0),10)
%Sp= (inv(M_cte) * I_0)

```

```

% % Calculo de angulo de elipticidad (angX) ||| azimut (Psi) |||
grado de polarizacion

%
S1=(inv(M_int) * I_0);
%
Sp=(inv(M_cte) * I_0); Sp=Sp ./ Sp(1,:); % Normalizacion de
los Sp

%
%[diff_ppm_elipticidad diff_ppm_azimut diff_ppm_dop] =
f_stokes_SOPHI(S1,S2);
%
%[dif_v_Stokes, diff_ppm_elipticidad, diff_ppm_azimut,
diff_ppm_dop, Stokes_inicial_par_elip]=f_diferencia(S,Sp,'do_ppm');

%
%
% GENERACIÓN DE TABLAS A IMPORTAR A LATEX
%format shorte
%format bank
%format short

%
% Solo incrementos y dop
%
%
[dop1,Delta_dop,Delta_stokes] = f_diferencia_2(S, Sp);
Sp_dop=[Delta_stokes; Delta_dop]
S_dop=[S; dop1];
%
%
tabla=table(S_dop(:,1), Sp_dop(:,1), ...
            S_dop(:,2), Sp_dop(:,2), ...
            S_dop(:,3), Sp_dop(:,3), ...
            S_dop(:,4), Sp_dop(:,4), ...
            S_dop(:,5), Sp_dop(:,5), ...
            S_dop(:,6), Sp_dop(:,6));
%
%
table2latex(tabla(:,[1 2 3 4 5 6]),
'tab_strong');
%
table2latex(tabla(:,[7 8 9 10 11 12]),
'tab_weak');

%
%
dif_par_elip=[diff_ppm_dop; diff_ppm_azimut;
diff_ppm_elipticidad];
%
%
tabla_comp_stokes_elip=table(Stokes_inicial_par_elip(:,1),
dif_par_elip(:,1), ...
%
Stokes_inicial_par_elip(:,2), dif_par_elip(:,2), ...
%
Stokes_inicial_par_elip(:,3), dif_par_elip(:,3), ...
%
Stokes_inicial_par_elip(:,4), dif_par_elip(:,4), ...
%
Stokes_inicial_par_elip(:,5), dif_par_elip(:,5), ...

```

```

% % %
table2latex(ta1, 't1atxt');

% % %
TAB1b=[tab4 tab5 tab6];
ta2=table(S_0(:,4), Sp(:,4), dif(:,4), ...
S_0(:,5), Sp(:,5), dif(:,5), ...
S_0(:,6), Sp(:,6), dif(:,6));
table2latex(ta2, 't1btxt');

% % %
% tabla 2 pareja s0 s' dop_s
Dop_s=f_dolp_s(S_0);
Dop_s2=f_dolp_s(Sp);
TAB2_a=table(Dop_s(1), Dop_s2(1), Dop_s(2),
Dop_s(3), Dop_s2(3));
TAB2_b=table(Dop_s(4), Dop_s2(4), Dop_s(5),
Dop_s(6), Dop_s2(6));
table2latex(TAB2_a, 't2a_txt');
table2latex(TAB2_b, 't2b_txt');

```

QKD

```

% % % % ===== VECTORES DE STOKES QKD
=====
% %
% %
% S_in=[1 1 0 0; 1 -1 0 0; 1 0 1 0; 1 0 -1 0]';

%
a0=25; at=500/3600;
% [M_int]=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0,at);
% S_out=M_int*S_in
% %

% % % [dop per per2 per2a per2b azimut elipticidad ratio_amp retardo]
= f_res_qkd(S_out)
% %
% %

% % [dop ratio_amp retardo azimut elipticidad] =
f_parametros_polarizacion(S_out)
% % [per_s12 per_chi per_P] = f_per(S_out,[0
90 -45 +45])
% %

% %
% % dop = 1 - dop;
% % perdb = 10.*log10(per_chi);
% % per_P_db = 10.*log10(per_P);
% % per_dop_db = 10.*log10(per_s12);
% %

% %

% % tab=[dop; per_chi; perdb; per_P; per_P_db; per_s12; per_dop_db]
% %

% % tabla=table(tab(:,1), ...
% %             tab(:,2), ...
% %             tab(:,3), ...
% %             tab(:,4));

```

```

% %
% %          table2latex(tabla,           'tab_qkd 25');

% per_ratio    = 10.^ ( perdb./10 )

% % Tablas

% %
% % S_in
% % S_out=S_out./(S_out(1,:))

%Se elige el reflejado de -45 porque el espejo despues de la refelxion
% lo pone en 45

%      [dop ratio_amp retardo azimut elipticidad]
=f_parametros_polarizacion(S_out(:,4))
%      [per_S1S2 per_S1S4 per_exp_P]   =f_per(S_out(:,4))
%
%      dB= 10.*log10([per_S1S2 per_S1S4 per_exp_P])

%
% [st]                               = f_gen_Stokes([1
0.99  0.97],[50 50 50],[3 3 3])
% [dop ratio_amp retardo azimut elipticidad] =
f_parametros_polarizacion(st)
% [per_s12 per_chi per_P]           = f_per(st)

% % % % ===== NUEVO ===== =====
=====

%%%%% Selección del per del polarizador

%      per_polarizador=60;
%      elipticidad_per=atand(sqrt(1/(10^(per_polarizador/10)))); 
%      [S_in]                                =
f_gen_Stokes([1 1 1 1],[0 90 45 135],[elipticidad_per elipticidad_per
elipticidad_per elipticidad_per]);
%
% %      S_in=[1 1 0 0; 1 -1 0 0; 1 0 1 0; 1 0 -1 0]';
%
%
%      [per_chi, per_s12, per_s12_p,  per_bias_p]      =
f_per(S_in,[0 0 0 0])
%
%
% %%%% Matriz y vectores salida
%                           a0=45; at=1000/3600;
%      [M_int]=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0,at);

```

```

%      % m_fa    =f_Matriz_AOI_2(a0,n0,n1,n2,d,lambda)
%
%      S_out=M_int*S_in;
%      S_out=S_out./((S_out(1,:)));
%
% %%%% Calculo del per dop y delata azimut
%
% %      text="per del reflejado"
%      [per_chi, per_s12_p per_s12, per_bias]           =
f_per(S_out,[180 90 135 45])

% %      text="parametros del reflejado"
%      [dop ratio_amp retardo azimut elipticidad]       =
f_parametros_polarizacion(S_out);
%
%
%      bias_rot=[180 90 135 25]-azimut
%      dop=1-dop;
%
% % Tabla Latex
%
%      c0=[      "\textbf{1-dop} \\" ...
%              "\textbf{PER}\textsuperscript{dop=1} \\" ...
%              "\textbf{PER} \\" ...
%              "\textbf{PER'} \\" ...
%              "\textbf{\Delta \textpsi} \\" ...
%              ]';
%
%      c1=[dop(1),per_s12_p(1),per_s12(1),per_bias(1),bias_rot(1)]';
%      c2=[dop(2),per_s12_p(2),per_s12(2),per_bias(2),bias_rot(2)]';
%      c3=[dop(3),per_s12_p(3),per_s12(3),per_bias(3),bias_rot(3)]';
%      c4=[dop(4),per_s12_p(4),per_s12(4),per_bias(4),bias_rot(4)]';
%
%
%
%
%      Tabla=table(c0,c1,c2,c3,c4);  save("Tabla_"+per_polarizador
+".mat", 'Tabla')
%
%      % % table2latex(Tabla, 'tab_45_1500');

%
% % % % QBER valores concretos

%
%      per=10.^((per_bias./10));
%      qber_45_850=1./(per+1).*100
%      save("qber_45_850.mat", "qber_45_850");

%
% % % per 0_90 & QBER

%
%      a0_090=linspace(0,90,100);
%      at=1000/3600;
%
```

```

%
%      for k=1:length(a0_090)
%          [M_int]=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0_090(k),at);
%
%          S_out=M_int*S_in; S_out=S_out./(S_out(1,:))
%
%          [per_chi, per_s12_p, per_s12, per_bias090(k,:)]
%      = f_per(S_out,[180 90 135 45]);
%
%      end
%      % qber
%          per=10.^per_bias090./10;
%          qber=1./(per+1).*100
%
%      fig=figure;
%      subplot(2,2,1); plot(a0_090,qber(:,1)); legend("S_{0°}");
%          xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER %");
%          xticks([0:10:90]); xlim([0 90]);
%          xticklabels({0 't_0' 't_f' Tf_lim})
%
%      subplot(2,2,2); plot(a0_090,qber(:,2)); legend("S_{90°}");
%          xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER %");
%          xticks([0:10:90]); xlim([0 90]);
%
%      subplot(2,2,3); plot(a0_090,qber(:,3)); legend("S_{+45°}");
%          xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER %");
%          xticks([0:10:90]); xlim([0 90]);
%
%      subplot(2,2,4); plot(a0_090,qber(:,4)); legend("S_{-45°}");
%          xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER %");
%          xticks([0:10:90]); xlim([0 90]);
%
%      nombre_ruta="D:\tfm\Modelo\qber_graf\qber_850"
%      imprimir_grafica(fig,nombre_ruta,"doSaveFig")
%
%%%%%%% truncado hasta 70°
%      afla_12=find(abs(qber(:,3)-12) < 0.001);
%      vxtiks= [0 10 20 30 40 50 60 66.36 70
%      80 90]
%
%      fig=figure;
%
%      subplot(2,1,1); plot(a0_090,qber(:,1)); legend("S_{0°}");
%          xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER %");
%          xticks([0:10:90]); xlim([0 90]);
%          xticklabels({0 't_0' 't_f' Tf_lim})
%
%      subplot(2,1,2); plot(a0_090,qber(:,2)); legend("S_{90°}");
%          xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER %");
%          xticks([0:10:90]); xlim([0 90]);
%
%      subplot(2,2,3);
%      plot(a0_090,qber(:,3)); legend("S_{\pm
%      45°}",'Location','northwest'); xlabel("AOI [°]"); grid on;
%      ylabel("QBER %");
%      xticks(vxtiks); xlim([0 70]);
%      ylim ([0 13]); yticks([0:1:50]);

```

```

% % subplot(2,2,4); plot(a0_090,qber(:,4)); legend("S_{-45°}");
% xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER %");
% xticks([0:10:90]); xlim([0 90]);
%
% nombre_ruta="D:\tfm\Modelo\qber_graf\qber_"+lamda+"_70grad"
% imprimir_grafica(fig,nombre_ruta,"doSaveFig")
%

% % % QBER/PER en funcion de at

%
% N=100;
% alpha_0=45;
% alpha_tt=linspace(0,5,N);
%
% for k_at=1:N
%
% [M_int]=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,alpha_0,alpha_tt(k_at));
%
% S_out=M_int*S_in; S_out=S_out./(S_out(1,:))
%
% [per_chi, per_s12_p, per_s12, per_bias090(k_at,:)]
% = f_per(S_out,[180 90 135 45]);
%
% end
%
%
% per=10.^ (per_bias090./10);
% qber=1. / (per+1).*100
%
% fig=figure
% plot(alpha_tt,qber(:,3)); grid on; xlabel("\alpha_T [°]");
% ylabel("QBER %"); xlim([0.05 5]);
%
% nombre_ruta="D:\tfm\Modelo\qber_graf\qber_"+lambda+"_alfa_T"
% imprimir_grafica(fig,nombre_ruta,"doSaveFig")

% % % per 0_90 & QBER 3D
=====
%
% N=100;
% alpha_0=linspace(0,90,N);
% alpha_tt=linspace(-3,3,N);

% % for k_a0=1:N
% % for k_at=1:N
% %
% [M_int]=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,alpha_0(k_a0),alpha_tt(k_at));
% %
% S_out=M_int*S_in; S_out=S_out./(S_out(1,:))
% %
% [per_chi, per_s12_p, per_s12, per_bias090(k_at,k_a0,:)]
% = f_per(S_out,[180 90 135 45]);

```

```

% %
% % end
% % % % qber
% % % per=10.^ (per_bias090./10);
% % % qber=1./(per+1).*100
% % end
% %
% % per=10.^ (per_bias090./10);
% % qber=1./(per+1).*100

% figure;
% subplot(2,2,1); plot(a0_090,qber(:,1)); legend("S_{0°}");
xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER");
% subplot(2,2,2); plot(a0_090,qber(:,2)); legend("S_{90°}");
xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER");
% subplot(2,2,3); plot(a0_090,qber(:,3)); legend("S_{+45°}");
xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER");
% subplot(2,2,4); plot(a0_090,qber(:,4)); legend("S_{-45°}");
xlabel("AOI [°]"); grid on; ylabel("QBER");

% % % % QBER 3D REP
%
% N=100;
% alpha_0=linspace(0,90,N);
% alpha_tt=linspace(-3,3,N);

% load('D:\tfm\Modelo\qber\qber3d.mat');
%
% [x,y]=meshgrid(alpha_0,alpha_tt);
%
% fig=figure;
% subplot(2,2,1); e11=contourf(x,y,qber(:,:,1));
colorbar; xlabel("AOI"); ylabel("\alpha_T"); title("S_{0°}");
% subplot(2,2,2); e12=contourf(x,y,qber(:,:,2));
colorbar; xlabel("AOI"); ylabel("\alpha_T"); title("S_{90°}");
% subplot(2,2,3); e0=contourf (x([1:20],
[1:20]),y([1:20],[1:20]),qber([1:20],[1:20],3));
colorbar;
xlabel("AOI"); ylabel("\alpha_T"); title("S_{45°}");
% subplot(2,2,4); e0=contourf (x([1:20],
[1:20]),y([1:20],[1:20]),qber([1:20],[1:20],3));
colorbar;
xlabel("AOI"); ylabel("\alpha_T"); title("S_{-45°}");

% ka0 = find(abs(alpha_0-45) < 0.5)
% alpha_0(ka0(1));
%
% plot(alpha_tt,qber(:,ka0(1),3));

```

ANTERIOR QKD

```
% datos_titulo=[vp angulo_offset Materiales_espejo lamda d];
```

```

% s_in=[1 1 0 0];      s_in=[1 -1 0 0; s_in];           s_in=[1 0 1
0; s_in];          s_in=[1 0 -1 0; s_in]';
%
% %figg=f_stokes(s_in(:,2),N,matriz_cte,matriz,angulo,datos_titulo);
%
% % Guardado
%     for k=1:4
%
%         fig2(k)=f_stokes(s_in(:,k),N,matriz_cte,matriz,angulo,datos_titulo);
%         saveas(fig2(k),"\\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\MASTER\1_TFM
\CalculosMATLAB\matriz_muller_variable_tiempo\Graficas\QKD\QKD_jpg
\stokes "+Materiales_espejo+"_"+k+"__rangoM-8grados","jpg")
%     end

%
% % % % ===== Paper Jincai Wu 2017    Phase dealy & PER%
% =====

%
% % Rsp en funcion del espesor
%
% d=[1:10:500]; angulo_offset_d=8; angulo_rango_m2=0; absolut=1;
% [rs_d
rp_d]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,angulo_offset_d,angulo_rango_m2,absolut);
%
figure
plot(d,rs_d,'*', d, rp_d)
title("Rsp "+Materiales_espejo+"      AOI "+angulo_offset_d
+ "° "+lambda+"nm ")
legend('rs','rp')
xlabel(' nm espesor sio2')
grid on;
%
%
%
% % Rsp en funcion del angulo [0 60]
%
% d_ARBIT=275; angulo_offset=[0:5:60]; angulo_rango_m2=0;
absolut=1;
[rs_AOI
rp_AOI]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d_ARBIT,lambda,angulo_offset,angulo_rango_m2,absolut)
%
%
%
figure
plot(angulo_offset,rs_AOI, angulo_offset, rp_AOI)
title("Rsp "+Materiales_espejo+"      "+lambda+"nm ")
legend('rs','rp')
xlabel(' ° Angulo incidencia')
grid on;
%
%
% % % desfase entre s y p para un haz incidente LP_45
%
% absolut=0; absolut2=0; angulo_offset=[0:1:60];

```

```

%      [rs_cte
rp_cte]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d_ARBIT,lambda,angulo_offset,angulo_rango_m2,absolut)
%
%      [matriz_m2_cte]=CalculaMatrizMu(rp_cte,rs_cte);
%
%      Sin=[1 0 1 0]';           M=matriz_m2_cte;
n=size(M);
n=n(3);
%
for k=1:n; Sout(:,k)=M(:,:,k)*Sin; end
tangente_delay=Sout(4,:)./Sout(3,:);
delay=atand(tangente_delay); delay2=abs(+180+delay);
%
% % Usando formula Paper
%
al=angulo_offset.*((2*pi/360));
[tp1 ts1 a2]=f_CalculaTsp(n0,n1,a1);
[rp2 rs2]=CalculaRsp(n1,n2,a2)
[tp3 ts3 a3]=f_CalculaTsp(n0,n1,a2);
%
%
%
rs_p=ts1.*rs2.*ts3;
rp_p=tp1.*rp2.*tp3;
%
%
%
[matriz_m2_paper]=CalculaMatrizMu(rp_p,rs_p);
%
Sin=[1 0 1 0]';           M=matriz_m2_paper;
n=size(M);
n=n(3);
%
for k=1:n; Sout_p(:,k)=M(:,:,k)*Sin; end
tangente_delay_p=Sout_p(4,:)./Sout_p(3,:);
delay_p=atand(tangente_delay_p); delay2_p=abs(+180-delay_p);
%
%
% Calculo Per
%
%
beta_p=0.5*sind(tangente_delay_p./
sqrt(1+tangente_delay_p.^2));
PER_db_p=10*log10((1./(tand(beta_p)).^2));
PER_p=((1./(tand(beta_p)).^2));
%
%
%
figure
hold on;
plot(angulo_offset, delay2);
plot(angulo_offset, delay2_p);
grid on;

```

```

%
    legend('Fujiwara','paper');

%
% figure; hold on; plot(angulo_offset, PER_db_p);
%
%
%
% % plot datos de los tres materiales
% % % load('data_JINCAI WU 2017.mat')
% % %
% % f1=figure();
% % % hold on;
% % % plot(angulo_offset,delay2_ag,'b-');
% % % plot(angulo_offset,delay2_al,'r-');
% % % plot(angulo_offset,delay2_au,'g-');
% % % plot(angulo_offset,delay2_p_ag,'b*');
% % % plot(angulo_offset,delay2_p_al,'r*');
% % % plot(angulo_offset,delay2_p_Au,'g*');
% % % xlabel("AOI [°]");
% % % ylabel("Desfase entre las componentes s y p");
% % % legend('ag','al','au', 'ag paper','al paper','au paper')
% % % grid on;
% % %

% % % f2=figure();
% % % f2.WindowState = 'maximized';
% % % angulo_offset=[0:5:60];
% % % plot(angulo_offset,rs_AOI_ag,'r*',
% % % angulo_offset,rs_AOI_ag,'r-' );
% % % hold on;
% % % plot(angulo_offset,rs_AOI_au,'b*',
% % % angulo_offset,rs_AOI_au,'b-' );
% % % plot(angulo_offset,rs_AOI_al,'g*',
% % % angulo_offset,rs_AOI_al,'g-' );
% % % legend('ag_rs','ag_rp', 'au_rs','au_rp', 'al_rs','al_rp')
% % % grid on;
% % %

% % % % Guradado
% % % titulol="Diferencia_Desfase_paper_fujiwara";
% % % titulo2="Prueba Titulo_manual";     titulo3="Prueba
% % % Titulo_manual_exprtgrafics";
% % % ubi="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\MASTER\1_TFM
% % \figuras\";
% % % directorio=ubi+titulol;           directorio2=ubi
% % +titulo2;   directorio3=ubi+titulo3;
% % %

% % % set(findobj(f1,'type','axes'),'TitleFontweight','bold','Fontweight','bold','Fonts
% % % 'TitleFontSizeMultiplier',0.8, 'FontAngle', 'Italic');
% % % set(findobj(f1,'type','Line'),'LineWidth',1);
% % %

% % % f1.WindowState = 'maximized';
% % % saveas(f1,directorio,"jpg");
% % % saveas(f1,directorio,"fig");
% % % saveas(f2,directorio2,"jpg");

```

```

% % %           % % exportgraphics(f1,directorio3,'Resolution',600) ##
NO esta en matlab 2019
%
%
%
% % Representacion PER
%
% % %         betha=0.5*sind(tangente_delay./
sqrt(1+tangente_delay.^2));
% % %         PER_db=10*log10((1./(tand(betha)).^2));
% % %         PER=((1./(tand(betha)).^2));
%
% % %
figure
% % %
hold on;
% % %
plot(angulo_offset2(1:7), delay2(1:7));
% % %
figure
% % %
plot(angulo_offset2(1:7), PER_db(1:7));

```

SO/PHI & QKD S en funcion del a0

```

% %%%% V stokes Sol
%     Sin_strong= [1.000 0.050 0.050 0.200; 1.000 0.100 0.000 0.200;
1.000 0.000 0.100 0.200]';
%     Sin_weak= [1.000 0.005 0.005 0.020; 1.000 0.010 0.000 0.020;
1.000 0.000 0.010 0.020]';
%     Sin=[Sin_strong Sin_weak];
%     S=Sin;

% %%%% V stokes QKD
%     Sin=[1 0 1 0; 1 0 -1 0]';
%
% %%%% Matriz en funcion del angulo
%
%     m_cte          =f_Matriz_AOI_2      (a0,n0,n1,n2,d,lambda)
%     %mat_int       =f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0,vp);

%
%     at      =linspace(0,100,500)./3600;  a0=25;
%     at      =(200)/3600;
%     at2    =500/3600;
%     at3    =1000/3600;
%
%     a0      =linspace(0,(90-at),100);
%     a0      =linspace(0,(90),180);
%
%             for k=1:length(a0)
%             [M_int]
%             =f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0(k),at);
%             M_int          =f_Matriz_AOI_2
%             (a0(k),n0,n1,n2,d,lambda)
%
%             %S_ref(:,:,k)=M_int*Sin;

```

```

%
%           S_ref_aux=M_int*Sin;
%
%           S_ref_aux_n=S_ref_aux./S_ref_aux(1,:);
%           S_ref(:,:,k)=S_ref_aux_n;
%
%
%           % en los parametros k es la fila, que es el alfa_0
%           [dop(k,: ) ratio_amp(k,: ) retardo(k,: ) azimut(k,: )
%           elipticidad(k,: )]...
%           = f_parametros_polarizacion(S_ref_aux_n)
%
%
%           end
%
%
%           vxt=[ 0      10     20     30     40     50     60     70     80     90];
%
% %
%           sn=2;          %1-6
%           % S_0_ones=Sin(:,sn).*ones(4,length(a0));
%
%
%           fig=figure;
%           subplot(2,2,1);hold on;   plot(a0,S_0_ones(1,:),'r');
%           plot(a0,squeeze(abs(S_ref(1,1,:))), 'b'); legend("S_{1}","S_{1}^{r}");
%           xlabel("AOI [°]");    grid on;    ylabel("QBER");
%
%           subplot(2,2,2);hold on;   plot(a0,S_0_ones(2,:),'r');
%           plot(a0,squeeze(abs(S_ref(2,1,:))), 'b'); legend("S_{2}","S_{2}^{r}");
%           xlabel("AOI [°]");    grid on;    ylabel("QBER");
%
%           subplot(2,2,3);hold on;   plot(a0,S_0_ones(3,:),'r');
%           plot(a0,squeeze(abs(S_ref(3,1,:))), 'b'); legend("S_{3}","S_{3}^{r}");
%           xlabel("AOI [°]");    grid on;    ylabel("QBER");
%
%           subplot(2,2,4);hold on;   plot(a0,S_0_ones(4,:),'r');
%           plot(a0,squeeze(abs(S_ref(4,1,:))), 'b'); legend("S_{4}","S_{4}^{r}");
%           xlabel("AOI [°]");    grid on;    ylabel("QBER");
%
%
%           subplot(2,2,1);hold on;
%           plot(a0,abs(squeeze(S_ref(1,sn,:))), 'b'); xlabel("AOI [°]");
%           grid on;   plot(a0,S_0_ones(1,:),'r');
%           leg1=legend("I^{r}","I^{i}");   leg1.Location='northwest';
%           xlim([0 90]);    xticks(vxt);    ylabel("QBER");
%
%
%           subplot(2,2,2);hold on;
%           plot(a0,abs(squeeze(S_ref(2,sn,:))), 'b'); xlabel("AOI [°]");
%           grid on;   plot(a0,S_0_ones(2,:),'r');
%           leg2=legend("Q^{r}","Q^{i}");   leg2.Location='northwest';
%           xlim([0 90]);    xticks(vxt);    ylabel("QBER");
%
%
%           subplot(2,2,3);hold on;
%           plot(a0,abs(squeeze(S_ref(3,sn,:))), 'b'); xlabel("AOI [°]");
%           grid on;   plot(a0,S_0_ones(3,:),'r');
%           leg3=legend("U^{r}","U^{i}");   leg3.Location='northwest';
%           xlim([0 90]);    xticks(vxt);    ylabel("QBER");
%
%
%           subplot(2,2,4);hold on;
%           plot(a0,abs(squeeze(S_ref(4,sn,:))), 'b'); xlabel("AOI [°]");
%           grid on;   plot(a0,S_0_ones(4,:),'r');

```

```

%      leg4=legend("V^{\{r\}}","V^{\{i\}}");    leg4.Location='northwest';
%      xlim([0 90]);      xticks(vxt);      ylabel("QBER");

%      title("sol"+sn_abs+"")
%      nombre_ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\software
\stokes_so_1";
%      nombre_ruta="C:\Users\USR\Desktop
\Stokes_fun_a0\QKD_stokes_850"+sn+"graf";
%      imprimir_grafica(fig,nombre_ruta,"doSaveFig")

% fig_parametros=figure;
%
% subplot(1,3,1);hold on;
% plot(a0,1-dop(:,sn),'b'); xlabel("AOI [°]"); grid on;
% plot(a0,S_0_ones(1,:),'r');
% leg1=legend("I^{\{r\}}","I^{\{i\}}"); leg1.Location='northwest';
% xlim([0 90]); xticks(vxt); ylabel("QBER");
%
% subplot(1,3,2);hold on;
% plot(a0,ratio_amp(:,sn),'b'); xlabel("AOI [°]"); %grid on;
% plot(a0,S_0_ones(2,:),'r');
% leg2=legend("Q^{\{r\}}","Q^{\{i\}}"); leg2.Location='northwest';
% xlim([0 90]); xticks(vxt); ylabel("QBER");
%
% subplot(1,3,3);hold on;
% plot(a0,retardo(:,sn),'b'); xlabel("AOI [°]"); %grid on;
% plot(a0,S_0_ones(3,:),'r');
% leg3=legend("U^{\{r\}}","U^{\{i\}}"); leg3.Location='northwest';
% xlim([0 90]); xticks(vxt); ylabel("QBER");

% subplot(2,2,4);hold on;
% plot(a0,abs(squeeze(S_ref(4,sn,:))), 'b'); xlabel("AOI [°]");
% grid on; plot(a0,S_0_ones(4,:),'r');
% leg4=legend("V^{\{r\}}","V^{\{i\}}"); leg4.Location='northwest';
% xlim([0 90]); xticks(vxt); ylabel("QBER");

```

COMPROBACION DE PROPIEDAD ASOCIATIVA-CONMUTATIVA DEL *

```

% % % cx= @(x) x.^2 + log(x);
% % % ax= @(x) x + sin(x);
% % % hx= @(x) ((x.^2 + log(x)) ./ (x + sin(x)));
% % % un= @(x) 1;
% % %
% % % res1= ( integral(cx,2,8) ) / ( integral(ax,2,8) )
% % % res2= ( integral(hx,2,8) ) / ( 8+2 )

```

FIGURAS CAP_MODELADO

```
% alfa_0 =45;
```

```

%      alfa_t          =2;  alfa1=alfa_0-alfa_t;  alfa2=alfa_0+alfa_t;

%%%% APUNTAMIENTO GRUESO

%  omgea          =5;
%
%  vtiempos       =linspace(0,5,200);
%  alfa_tiempo    =alfa_0 + alfa_t.*cos(omgea*vtiempos);
%
%  fig1=figure;
%  plot(vtiempos.*1e3,alfa_tiempo); grid on;
%
%  xlabel("t  [ms]");
%  xlim([0 600]);
%  xticks([0 600]);
%  xticklabels({"incial", "final"})
%
%  ylabel("\alpha(t)  [°]");
%  ylim([alfa1-1 alfa2+1]);
%  yticks([0 600]);
%  yticklabels({"incial", "final"})


%%%% APUNTAMIENTO FINO

%
%  BW=30;        Tf=5;        T0=0;        vp=alfa_t;  Tss=1e-3;  a0=alfa_0;
%  [a_rand, vTiempos, a_rand_ss,
vTiempos_ss]=f_ang_rand(BW,Tf,T0,vp,Tss);
%
%  fig2=figure;
%  plot(vTiempos.*1e3,alfa_0+a_rand);

%%%% COMBINADO

%  alfa_0          = 45;
%  alfa_fine       = 1;
%  alfa_coarse     = 3;  alfa1= alfa_0 - alfa_fine - alfa_coarse;
  alfa2= alfa_0 + alfa_fine + alfa_coarse;
%  omgea           = 1;
%
%  BW=700;        Tf=1.5;      T0=0;        vp=alfa_fine;  Tss=1e-3;
  a0=alfa_0;
%  [a_rand, vTiempos, a_rand_ss,
vTiempos_ss]=f_ang_rand(BW,Tf,T0,vp,Tss);
%
%
%  vTiempos_grafica = vTiempos_ss;
%
%  alfa_fine_tiempo = a_rand_ss;
%  alfa_coarse_tiempo = alfa_coarse.*sin(omgea*vTiempos_grafica -
(pi/2));

```

```

%      alfa0_tiempo      = alfa_0 + alfa_coarse_tiempo +
alfa_fine_tiempo;

% Tf_lim=1500;

% figCOARSE=figure;
% plot(vTiempos_grafica.*1e3, + alfa_coarse_tiempo); hold on; grid
on;
%
% xlabel("t [ms]");
% xlim([0 Tf_lim]);
% %
% xticks([0 Tf_lim]);
% %
% xticklabels({0})
% xticks([0 725 900 Tf_lim]);
% xticklabels({0 't_0' 't_f' Tf_lim})
%
% ylabel("\alpha(t) [°]"); %ylabel("\alpha_{coarse}(t) [°]");
% ylim([( -alfa_coarse-1) ( alfa_coarse+1)]);
% yticks([-alfa_coarse 0 +alfa_coarse]);
% %
% yticklabels({'-\alpha_{T coarse}', '0', '+\alpha_{T coarse}'})
% yticklabels({'\alpha_0-\alpha_T', '\alpha_0', '\alpha_0+
\alpha_T'})
%
%
% nombre_ruta="C:\Users\USR\Desktop\tfm\Graficas
\Obtencion_del_modelo\fig_modelado_apuntamiento\afalta-tiempo-coarse-
modelado-cu2o-Ti-sinxlabel";
% %
nombre_ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\fig_modelado
\afalta-tiempo-coarse_cu2o-Ti";
% imprimir_grafica(figCOARSE,nombre_ruta,"doSaveFig");

%
% figFINE=figure;
% plot(vTiempos_grafica.*1e3, alfa_fine_tiempo); hold on; grid on;
%
% xlabel("t [ms]");
% xlim([0 Tf_lim]);
% %
% xticks([0 Tf_lim]);
% %
% xticklabels({0})
% xticks([0 725 900 Tf_lim]);
% xticklabels({0 't_0' 't_f' Tf_lim})
%
% ylabel("\alpha(t) [°]"); %ylabel("\alpha_{fine}(t) [°]");
% ylim([( -alfa_fine-1) ( alfa_fine+1)]);
% yticks([min(alfa_fine_tiempo) mean(alfa_fine_tiempo)
max(alfa_fine_tiempo)]);
% %
% yticklabels({'-\alpha_{T fine}', '0', '+\alpha_{T fine}'})
% yticklabels({'\alpha_0-\alpha_T', '\alpha_0', '\alpha_0+
\alpha_T'})

```

```

%     nombre_ruta="C:\Users\USR\Desktop\tfm\Graficas
\Obtencion_del_modelo\fig_modelado_apuntamiento\afalta-tiempo-fine-
modelado-cu2o-Ti-sinxlabel";
% %     nombre_ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\fig_modelado
\afalta-tiempo-fine_cu2o-Ti";
%     imprimir_grafica(figFINE,nombre_ruta,"doSaveFig");

% % % figCOMB=figure;
% % %
% % % plot(vTiempos_grafica.*1e3,alfa0_tiempo); hold on; grid on;
% % %     plot(vTiempos_grafica.*1e3,alfa_coarse_tiempo+alfa_0,'-');
% % %
% % % xlabel("t [ms]");
% % % xlim([0 Tf_lim]);
% % % % xticks([0 Tf_lim]);
% % % % xticklabels({0})
% % % xticks([0 725 750 Tf_lim]);
% % % xticklabels({0 't_0' 't_f' Tf_lim})
% % %
% % % ylabel("\alpha(t) [°]");
% % % ylim([alfa1-1 alfa2+1]);
% % % yticks([min(alfa0_tiempo) mean(alfa0_tiempo)
max(alfa0_tiempo)]);
% % % yticklabels({'\alpha_1=\alpha_0-\alpha_T', '\alpha_0',
'\alpha_2=\alpha_0+\alpha_T'})
% % %
% % % nombre_ruta="C:\Users\USR\Desktop\tfm\Graficas
\Obtencion_del_modelo\fig_modelado_apuntamiento\afalta-tiempo-full-
cu2o-Ti-sinxlabel";
% % % % nombre_ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop
\fig_modelado\afalta-tiempo-full_cu2o-Ti";
% % %     imprimir_grafica(figCOMB,nombre_ruta,"doSaveFig");

```

FIGURA ERGODICIDAD **revisar pc INTA

```

% % % N=200; a0_090=linspace(0,90,N);
% % % N_espacio=35; a0_090_espacio=linspace(0,90,N_espacio);
% % %
% % % alfa_t=2;
% % %
% % %% media espacial/ integral en funcion ángulo
% % %
% % % for j=1:N_espacio
% % %
[M_int]=f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0_090_espacio(j),alfa_t);
% % %
% % % f1_espacio(j) =M_int(1,1);
% % % f2_espacio(j) =M_int(1,2);
% % % f3_espacio(j) =M_int(3,3);
% % % f4_espacio(j) =M_int(3,4);
% % %

```

```

% % %
end

% % % media temporal integral en funcino del tiempo
% % %
% % % N=200; a0_090=linspace(0,90,N);
% % % alfa_t=2;
% % %
% % % BW=30; Tf=5; T0=0; vp=alfa_t; Tss=1e-3;
a0=a0_090;
% % % [a_rand, vTiempos, a_rand_ss,
vTiempos_ss]=f_ang_rand(BW,Tf,T0,vp,Tss);
% % %
% % % T_intg=[0 Tf]; absolut=0;
% % %
% % % [rs_m2,
rp_m2]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,a0(20),a_rand_ss,absolut);
% % % [matriz_m2_var_t]=CalculaMatrizMu(rp_m2,rs_m2);
% % %
% % % k2 = find(abs(vTiempos_ss-T_intg(2)) < 0.000001)
% % % % [Matriz, ~,
~,k2test]=f_integracion(vTiempos,T_intg,matriz_m2_var_t) Hay
un error, k2test devuelto en lugar de ser un unico indice es un
vectro desde k1 hasta k2, ejecutando el find fuera de la funcin de
intergacin si da bien
% % %
% % %
% % % for i=1:N
% % % [rs_m2,
rp_m2]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,a0(i),a_rand_ss,absolut);
% % % [matriz_m2_var_t]=CalculaMatrizMu(rp_m2,rs_m2);
% % %
% % % [Matriz, ~, ~,
~]=f_integracion(vTiempos_ss,T_intg,matriz_m2_var_t);
% % %
% % % f1_tiempo(i) =Matriz(1,1)./k2;
% % % f2_tiempo(i) =Matriz(1,2)./k2;
% % % f3_tiempo(i) =Matriz(3,3)./k2;
% % % f4_tiempo(i) =Matriz(3,4)./k2;
% % % end;
% % %
% % % fig3=figure;
% % % subplot(2,2,1); plot(a0_090,f1_tiempo); hold on;
plot(a0_090_espacio,f1_espacio,"sq"); grid on; xlabel("\alpha_0
[°]"); ylabel(""); legend("Media temporal f1(\alpha_0)", "Media
espacial f1(\alpha_0)", 'Location', 'northwest');
% % % ylim([0.965 1.005]); %yticks([0 600]);
% % % subplot(2,2,2); plot(a0_090,f2_tiempo); hold on;
plot(a0_090_espacio,f2_espacio,"sq"); grid on; xlabel("\alpha_0
[°]"); ylabel(""); legend("Media temporal f2(\alpha_0)", "Media
espacial f2(\alpha_0)", 'Location', 'northwest');
% % % ylim([-0.002 20e-3]); %yticks([0 600]);

```

```

% % % subplot(2,2,3); plot(a0_090,f3_tiempo); hold on;
plot(a0_090_espacio,f3_espacio,"sq"); grid on; xlabel("\alpha_0
[°]"); ylabel(""); legend("Media temporal f3(\alpha_0)","Media
espacial f3(\alpha_0)",'Location','northwest');
% % % ylim([-1.2 1.1]); %yticks([0 600]);
% % % subplot(2,2,4); plot(a0_090,f4_tiempo); hold on;
plot(a0_090_espacio,f4_espacio,"sq"); grid on; xlabel("\alpha_0
[°]"); ylabel(""); legend("Media temporal f4(\alpha_0)","Media
espacial f4(\alpha_0)",'Location','northwest');
% % % ylim([-1.1 0.1]); %yticks([0 600]);
% % %
% % %
% % %

% % % nombre_ruta="\lepus\PerfilesW7\nsteste\Desktop\fig_modelado
\ergodidad_cu2o-Ti";
% % % imprimir_grafica(fig3,nombre_ruta,"doSaveFig");

```

TEST CAMBIO FASE EN REFLEXION

```

% % ellipticidad_per=atand(sqrt(1/(10^(per_polarizador/10)))); =
% [S_in]
f_gen_Stokes([1 1 1 1 1 1],[0 90 45 135 30 60],[10 10 0 0 0 0]) =
% [dop_ratio_amp retardo azimut ellipticidad] =
f_parametros_polarizacion(S_in)
%
%
%
%
%
%
% %%%%%% Matriz y vectores salida
% a0=45; at=1000/3600;
% [M_int] = f_integracion_a0_at(n0,n1,n2,d,lambda,a0,at);
% [M_cte] = f_Matriz_AOI_2(a0,n0,n1,n2,d,lambda)
%
% S_out_int=M_int*S_in;
% S_out_int=S_out_int./(S_out_int(1,:));
%
% S_out_cte=M_cte*S_in;
% S_out_cte=S_out_cte./(S_out_cte(1,:));

```

FUNCIONES aux

```
function imprimir_grafica(fig,nombre_ruta,doSaveFig)
```

```

lab_font_size=30;

% % % %----- un solo grafico -----

```

```

        fig = gcf;
%
        ax1 =gca;
        grid on;
        %ax1.YAxis.Exponent = -2;

        %ax1.XTick=[0:2:100]./3600;
        %ax1.XTickLabelMode="manual"
        %ax1.XLim=[0 (200/1000)];           %ax1.YLim=[0
(0.2e-6)]
        %ax1.XLim=[0 (45)];
        %ax1.XTickLabel=(ax1.XTick).*1000;
        %ax1.XLabel.String="Tiempo de integración (Tf) [ms]"
%
        ax1.XLabel.String="AOI (Ángulo de incidencia)
[°]"
%
        ax1.XLabel.String="d (Espesor del recubrimiento)
[nm]"

        %ax1.XLabel.Position=[0.50.*(max(ax1.XLim))
-0.075.*(max(ax1.YLim))];

%
        ax1.YLabel.String="1-DI"
        ax1.YLabel.FontSize=lab_font_size;
        ax1.YLabel.FontWeight='bold';
%
        ax1.YLabel.Position=[-0.0.*(max(ax1.XLim))
1.005.*(max(ax1.YLim))];
%
        ax1.YLabel.Rotation=0; % 0 es escritura en horizontal

%
        Legend=cell(2,1)% two positions
        Legend{1}='Rs' ;
        Legend{2}='Rp' ;
%Legend{3}='1000' ;
%
        legend(Legend);
        %legend(Legend,'Position',[-0.10.*(max(ax1.XLim))
0.60.*(max(ax1.YLim))]);
%
        fig.Legend.Position=[-0.10.*(max(ax1.XLim))
1.00.*(max(ax1.YLim))];

%
        ax1.LineWidth = 2; ax1.FontSize = 20;
                                Selecciona
solo ejes del ultimo subplot

set(findobj(gcf,'type','axes'),'FontName','Arial','FontSize',20,'FontWeight','Bold'
2); % Este comando selecciona todos los ejes

        set(findobj(gcf,'type','Legend'),'FontSize',20);
        set(findobj(gcf,'type','Line'),'LineWidth',3.0);

%
        ax1.XLabel.FontSize=lab_font_size;
        ax1.XLabel.FontWeight='bold';
%
        ax1.YLabel.FontSize=lab_font_size;
        ax1.YLabel.FontWeight='bold';

```

```

% % % ----- guardado
fig.PaperUnits = 'inches';
ancho=1920*(1/96); alto=963*(1/96);
fig.PaperPosition = [0 0 ancho alto];

    if doSaveFig == "doSaveFig"; saveas(fig,nombre_ruta
+ "_FIGmat","fig"); end;
    print(nombre_ruta,'-djpeg',' -r96')

end

function M = f_crea_modulacion(m);

pol=f_crea_elementos('Polarizador',0);

mm_a1=f_crea_elementosm(0,225.00);
mm_b1=f_crea_elementosm(45,234.75);
mm_a2=f_crea_elementosm(0,225.00);
mm_b2=f_crea_elementosm(45,125.26);
mm_a3=f_crea_elementosm(0,315.00);
mm_b3=f_crea_elementosm(45,054.74);
mm_a4=f_crea_elementosm(0,315.00);
mm_b4=f_crea_elementosm(45,305.26);

%mm1=pol*mm_a1*mm_b1;      mm2=pol*mm_a2*mm_b2;
mm3=pol*mm_a3*mm_b3;      mm4=pol*mm_a4*mm_b4;
mm1=pol*mm_b1*mm_a1*m;    mm2=pol*mm_b2*mm_a2*m;
mm3=pol*mm_b3*mm_a3*m;    mm4=pol*mm_b4*mm_a4*m;

M=[mm1(1,:);mm2(1,:);mm3(1,:);mm4(1,:)];

disp(M);

function elemento=f_crea_elementosm(angulo_rot,angulo_ret)

elemento=zeros(4,4);

```

```

        elemento=[ 1         0                     0
                  0;...
                           0         1                     0
                  0;...
                           0         0                     cosd(angulo_ret)
sind(angulo_ret);...
                           0         0                     -sind(angulo_ret)
cosd(angulo_ret) ];

disp(elemento);

mrot=[1  0           0           0;...
       0  cosd(2*angulo_rot)  sind(2*angulo_rot)  0;...
       0 -sind(2*angulo_rot) cosd(2*angulo_rot)  0;...
       0  0           0           1];

mrot_inv=[1  0           0           0;...
           0  cosd(2*angulo_rot) -sind(2*angulo_rot)  0;...
           0  sind(2*angulo_rot)  cosd(2*angulo_rot)  0;...
           0  0           0           1];

elemento=mrot_inv*elemento*mrot;

%disp(elemento);
end

function [DI_t Matriz] =
f_DI_t(vTiempos,a0,v_aFSM,n0,n1,n2,d,lambda,INT_SINGULAR,b)

absolut=0;
[rs_m2, rp_m2]=CalculaRsp3(n0,n1,n2,d,lambda,a0,v_aFSM,absolut);
%[matriz_m2_var_t]=CalculaMatrizMu(rp_m2,rs_m2);
[matriz_m2_var_t]=f_Mfsm_rot_2ejes(rp_m2,rs_m2,b)

if INT_SINGULAR=="do int singular"

    T_intg=[4 ( 4+(24*1e-3) )];
    [Matriz, ~, ~,
~]=f_integracion(vTiempos,T_intg,matriz_m2_var_t);
    [ DI_t ] =f_dopM_mio(Matriz);

else
    M_int=0;
    DI_t= zeros(1,length(vTiempos));

```

```

        for k=1:length(vTiempos)
            T_intg=[0 vTiempos(k)];
            [Matriz, ~, ~,
            ~]=f_integracion(vTiempos,T_intg,matriz_m2_var_t);
            [ DI_t(k) ] =f_dopM_mio(Matriz);
            end
        end

    function [a_rand, vTiempos, a_rand_ss,
vTiempos_ss]=f_ang_rand(BW,Tf,T0,vp,Tss)

Ts=1/(2*BW); a0=0;
[~, vTiempos, a_rand, ~]=f_generaRandom(Ts,Tf,T0,vp,a0);

Np=((Tf - T0)/Tss) + 1;
vTiempos_ss=linspace(T0,Tf,Np);
a_rand_ss = interp1(vTiempos,a_rand,vTiempos_ss, "spline");

end

function [a_rand, vTiempos, a_rand_ss,
vTiempos_ss]=f_ang_rand(BW,Tf,T0,vp,Tss)

Ts=1/(2*BW); a0=0;
[~, vTiempos, a_rand, ~]=f_generaRandom(Ts,Tf,T0,vp,a0);

Np=((Tf - T0)/Tss) + 1;
vTiempos_ss=linspace(T0,Tf,Np);
a_rand_ss = interp1(vTiempos,a_rand,vTiempos_ss, "spline");

end

function [matriz_3d]=CalculaMatrizMu_3D(rp,rs)

% Matriz de muller genrica Azzam and Bashara (1987):
desfase=angle(rp)-angle(rs);

e_12= 0.5*(abs(rs).^2 - abs(rp).^2);
e_11= 0.5*(abs(rs).^2 + abs(rp).^2);
e_22= e_11;
e_21= e_12;

e_33= abs(rs).*abs(rp).*cos(desfase);

```

```

e_34= abs(rs).*abs(rp).*sin(desfase);
e_43= -e_34;
e_44= e_33;
e_0=zeros(19,121);

matriz_3d(:,:,1)=e_11./e_11;
matriz_3d(:,:,2)=e_12./e_11;
matriz_3d(:,:,3)=e_21./e_11;
matriz_3d(:,:,4)=e_22./e_11;
matriz_3d(:,:,5)=e_33./e_11;
matriz_3d(:,:,6)=e_34./e_11;
matriz_3d(:,:,7)=e_43./e_11;
matriz_3d(:,:,8)=e_44./e_11;

end

function [matriz2]=CalculaMatrizMu(rp,rs)

% Matriz de muller genrica Azzam and Bashara (1987):
desfase=angle(rp)-angle(rs);

e_11= 0.5*(abs(rs).^2 + abs(rp).^2);
e_12= 0.5*(abs(rs).^2 - abs(rp).^2);
e_22= e_11;
e_21= e_12;
e_33= abs(rs).*abs(rp).*cos(desfase);
e_34= abs(rs).*abs(rp).*sin(desfase);
e_43= -e_34;
e_44= e_33;
e_0=0; % son cero los elementos de las esquinas sup-d, inf-i. 13
14 23 24 31 32 41 42.

% SIN Normalizada
matriz2(1,1,:)=(e_11);
matriz2(1,3,:)=e_0;
matriz2(2,1,:)=(e_21);
matriz2(2,3,:)=e_0;
matriz2(3,1,:)=e_0;
matriz2(3,3,:)=(e_33);
matriz2(4,1,:)=e_0;
matriz2(4,3,:)=(e_43);
matriz2(1,2,:)=(e_12);
matriz2(1,4,:)=e_0;
matriz2(2,2,:)=(e_22);
matriz2(2,4,:)=e_0;
matriz2(3,2,:)=e_0;
matriz2(3,4,:)=(e_34);
matriz2(4,2,:)=e_0;
matriz2(4,4,:)=(e_44);

% Normalizada
% matriz2(1,1,:)=(e_11./e_11);
% matriz2(1,3,:)=e_0;
% matriz2(2,1,:)=(e_21./e_11);
% matriz2(2,3,:)=e_0;
matriz2(1,2,:)=(e_12./e_11);
matriz2(1,4,:)=e_0;
matriz2(2,2,:)=(e_22./e_11);
matriz2(2,4,:)=e_0;

```

```

%      matriz2(3,1,:)=e_0;                      matriz2(3,2,:)=e_0;
%      matriz2(3,3,:)=(e_33./e_11);           matriz2(3,4,:)=(e_34./
e_11);
%      matriz2(4,1,:)=e_0;                      matriz2(4,2,:)=e_0;
%      matriz2(4,3,:)=(e_43./e_11);           matriz2(4,4,:)=(e_44./
e_11);

%Representacion

end

function [per_chi, per_s12_p per_s12,
per_bias]=f_per(S,azimut_original)

[dop ratio_amp retardo azimut elipticidad]
=f_parametros_polarizacion(S);

per_chi = 1 ./ (tand(elipticidad)).^2 ;
per_chi=10*log10(per_chi);

[srp srul] = f_descomp_stokes(S);
srp_ROT = f_rot_stokes(srp, azimut);
per_s12_p = (srp_ROT(1,:)+srp_ROT(2,:))/(srp_ROT(1,:)-
srp_ROT(2,:));
per_s12_p=10*log10(per_s12_p);

sr = f_rot_stokes(S, azimut);
= (sr(1,:)+sr(2,:))/(sr(1,:)-sr(2,:));
per_s12=10*log10(per_s12);

sr2 = f_rot_stokes(S, azimut_original);
= (sr2(1,:)+sr2(2,:))/(sr2(1,:)-sr2(2,:));
per_bias=10*log10(per_bias);

end

function [val_rms vTiempos v_angulos_rand
N]=f_generaRandom(Ts,Tf,T0,vp,alpha_0)

%alpha_0.    Angulo de incidencia fijo en grados
%vp.        amplitud maxima en grados. 60 es el maximo del sistema
%Tf.        tiempo final en s

```

`%Ts. Se da en segundos timepo de muestreo es 33 ms, dado por el tiempo de respuesta de M2, ya que el BW del loop de control es 30Hz`

```

N=round(((Tf-T0)/Ts)+1);
vTiempos=linspace(0,Tf,N);

v_angulos_rand= ((vp-(-vp)).*rand(1,N)) + (-vp));
%v_angulos_randn= ((vp-(-vp)).*randn(1,N)) + (-vp));
val_rms=rms(v_angulos_rand);

alpha_0=0;
% figure
%
% vp_g=vp*3600;
% v_angulos_rand_g=v_angulos_rand.*3600;
% val_rms_g=rms(v_angulos_rand);
%
% colororder([0 0.4470 0.7410; 0 0.4470 0.7410]);
%
% PorcentajeAngulo=(100/alpha_0)*vp_g*(1/3600);
% title("RMS="+val_rms_g+" as" + " Alpha
inicial="+alpha_0+ " ° ("+PorcentajeAngulo+"%"));
%
yyaxis left;
plot(vTiempos.*(1e3),v_angulos_rand_g);
ylabel('Angulo [as]');
xlabel("Tiempo [ms] (Ts="+(Ts.*1e3)+"ms) ");

%
yyaxis right;
ylabel('Angulo [°]');
ylim([-vp vp]);
grid on;

end

```

Published with MATLAB® R2019a

Universidad de Alcalá
Escuela Politécnica Superior



ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR

