

به نام خدا

نام و نام خانوادگی اعضای گروه : نرجس باقری - هانیه سادات حسینی

نام استاد : دکتر حسن ابراهیمی

موضوع پروژه : ضرب اعداد صحیح بسیار بزرگ با پیاده سازی الگوریتم

نام درس : طراحی الگوریتم

محیط کد نویسی : نرم افزار **Vscode**

زبان : جاوااسکریپت

ضرب اعداد صحیح بسیار بزرگ :  
 یک الگوریتم زمانی درجه دوم ساده برای ضرب اعداد صحیح بزرگ ، از یک روش استاندارد پیروی میکند .  
 الگوریتمی را اراعه خواهیم کرد که بهتر از حالت زمانی درجه دو است. الگوریتم ما مبتنی بر استفاده از روش تقسیم و حل برای تقسیم یک عدد صحیح  $n$  رقمی به دو عدد صحیح با حدود  $n/2$  رقم است .

- Let's try divide and conquer.
  - Divide each number into two halves.
    - $x = x_H r^{n/2} + x_L$
    - $y = y_H r^{n/2} + y_L$
  - Then:
 
$$xy = (x_H r^{n/2} + x_L) y_H r^{n/2} + y_L$$

$$= x_H y_H r^n + (x_H y_L + x_L y_H) r^{n/2} + x_L y_L$$
  - Runtime?
    - $T(n) = 4 T(n/2) + O(n)$
    - $T(n) = O(n^2)$
- Instead of 4 subproblems, we only need 3 (with the help of clever insight).
- Three subproblems:
  - $a = x_H y_H$
  - $d = x_L y_L$
  - $e = (x_H + x_L) (y_H + y_L) - a - d$
- Then  $xy = a r^n + e r^{n/2} + d$
- $T(n) = 3 T(n/2) + O(n)$
- $T(n) = O(n^{\log 3}) = O(n^{1.584...})$

JS app.js > [x]

```
1  const x=+prompt('enter number 1')
2  const y=+prompt('enter number 2')
3  function karatsuba(x, y) {
4      if (x<10 && y<10) {
5          return x*y;
6      }
7      let maxLength = Math.max(x.toString().length, y.toString().length);
8      let m = Math.round(maxLength/2);
9
10     let xHigh = Math.floor(x/ Math.pow(10,m));
11     let yHigh = Math.floor(y/ Math.pow(10,m));
12     let xLow = x % Math.pow(10,m);
13     let yLow = y % Math.pow(10,m);
14
15     let a = karatsuba(xHigh, yHigh);
16     let d = karatsuba(xLow, yLow);
17     let e = karatsuba(xLow+xHigh, yLow+yHigh)-a-d;
18     return a * Math.pow(10, m*2) + e * Math.pow(10,m) + d;
19
20 }
21 //document.write(karatsuba(x, y))
22 document.getElementById('d1').innerHTML=karatsuba(x, y)
23
```

این کدهای مربوط به جاوااسکریپت میباشند:

در اینجا با تابع **prompt** از کاربر دو عدد میگیریم سپس در ادامه دو عدد را وارد تابع که الگوریتم را در آن پیاده سازی کرده ام میکنم . در اینجا گفته ام که اگر دو عدد کوچکتر از 10 بودند به روش معمول آنها را ضرب کند و سپس با دستور **return** حاصل را برگرداند .

اما اگر دو عدد بزرگتر از 10 بودند مراحل زیر را که الگوریتمش را پیاده سازی کرده ام انجام بده .  
در خط 7 میگویم هر کدام از اعداد که طولش ، (منظور تعداد ارقامش هست) بیشتر بود آن تعداد ارقام به دست آمده با تابع **Max** را در متغیر تعریف شده قرار بده . در خط 8 میگویم آن متغیر قبلی که شامل طول عدد با تعداد ارقام بیشتر است را بر 2 تقسیم کن و با تابع **round** خروجی بگیر و در متغیر **m** قرار بده .

سپس مراحل بعد مطابق فرمول گفته شده در صفحه قبل است . در خط 10 و 11 خارج قسمت را در متغیرها میریزد و در خطوط 12 و 13 **mod** یا باقیمانده ی دو عدد را بر 10 به توان **m** میریزد (در اینجا از تابع **pow** برای به توان رساندن استفاده کرده ام خطوط 15 و 16 و 17 به صورت بازگشتی تابع را صدا زده و در خط 18 حاصل را برمیگرداند.

و در آخر خارج از تابع آن را صدا میزنیم . در اینجا حاصل با دستور **innerHTML** در **div** ای که در **HTML** به آن **id** داده ام پر میشود و در کوکی میتوان آن را مشاهده کرد .

<> index.html > html > body > p#p1

```
1  <!DOCTYPE html>
2  <html lang="en">
3  <head>
4      <meta charset="UTF-8">
5      <meta http-equiv="X-UA-Compatible" content="IE=edge">
6      <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0">
7      <title>Document</title>
8      <link href="style.css" rel="stylesheet" >
9  </head>
10 <body>
11     <p id="p1"> The result of multiplication is : </p>
12     <div id="d1">result</div>
13     <script src="app.js"></script>
14
15
16 </body>
17 </html>
```

این کدهای مقابل مربوط به فایل

HTML این پروژه میباشد :

در اینجا فایل CSS را به HTML خود

لینک کرده ام مطابق دستور زیر :

<link href="style.css"

rel="stylesheet" >

سپس با دستور زیر فایل js را به

HTML لینک کرده ام :

<script src="app.js"></script>

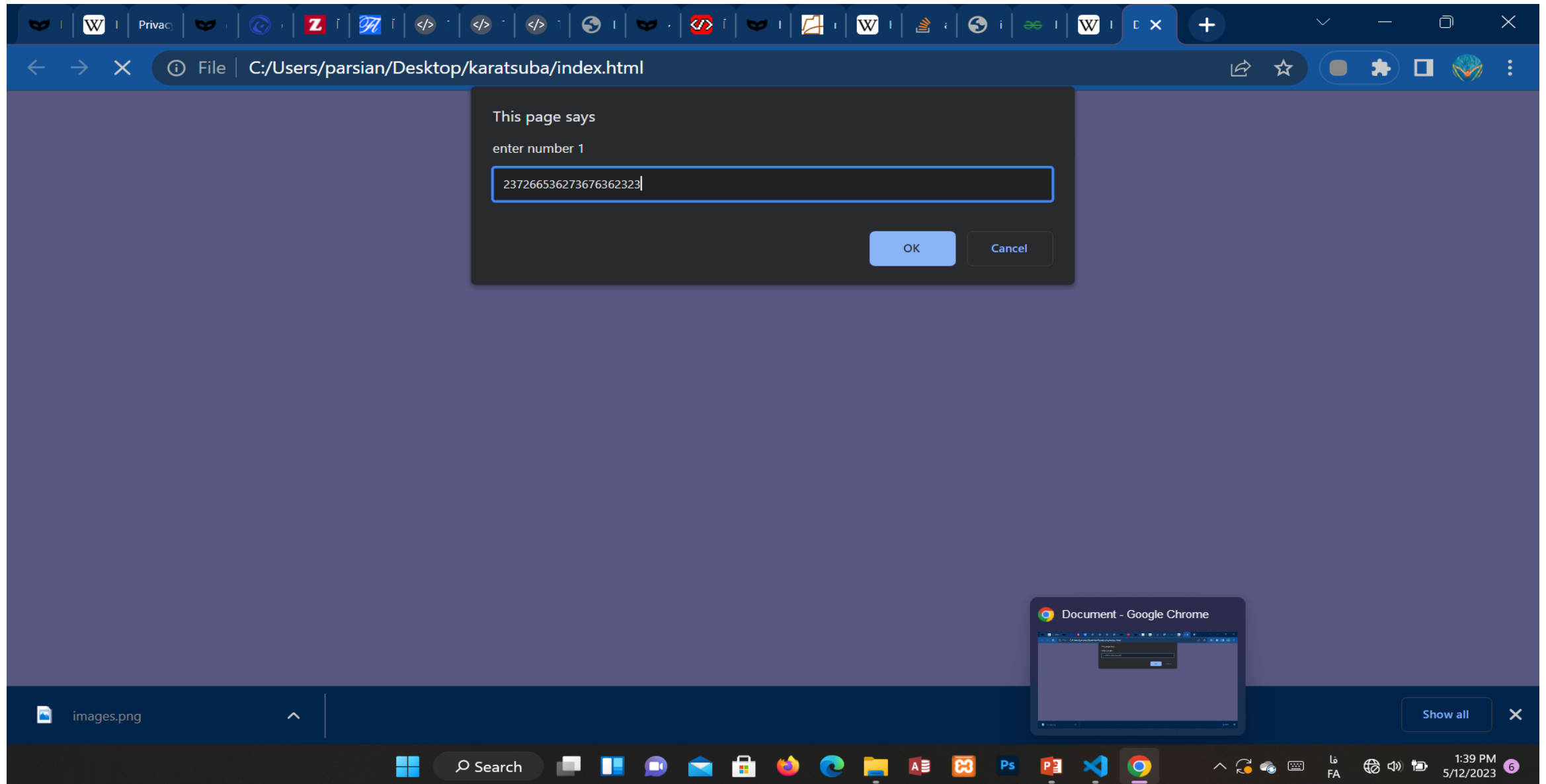
```

# style.css > #d1
1  #d1{
2      background-color: rgb(151, 97, 143);
3      width: 200px;
4      height: 120px;
5      /* text-align:center; */
6      margin-left: auto;
7      margin-right: auto;
8      margin-top: 60px;
9      border:5px solid black;
10     padding:45px;
11     font-size:30px;
12     overflow-x:scroll;
13 }
14 *{
15     background-color: rgb(88, 88, 129);
16 }
17 #p1{
18     margin-left: 400px;
19     margin-top: 30px;
20     font-size: 30px;
21 }
22

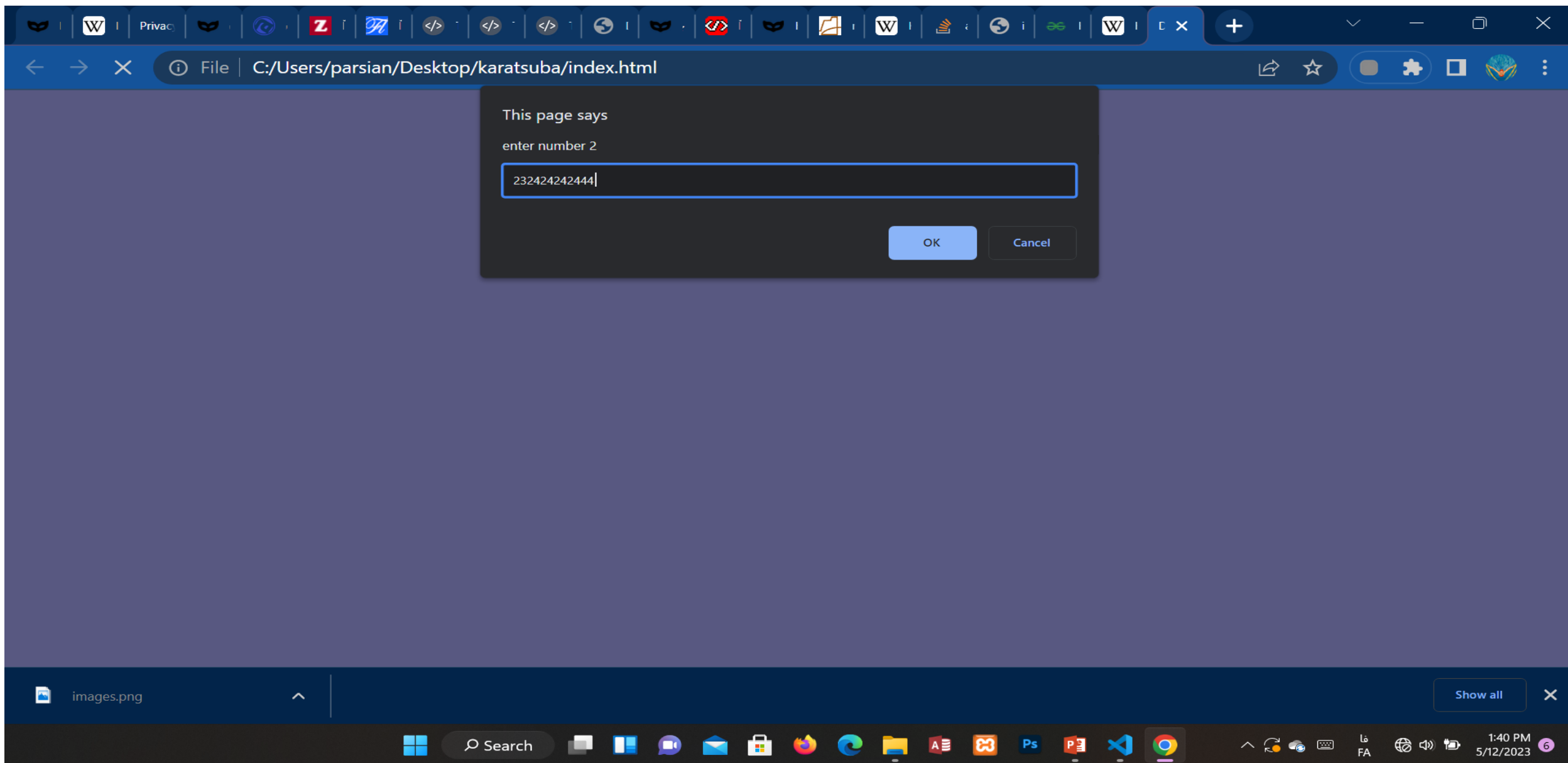
```

این کدهای مربوط به CSS میباشند که برای استایل دهی پروژه ام کد زده ام .

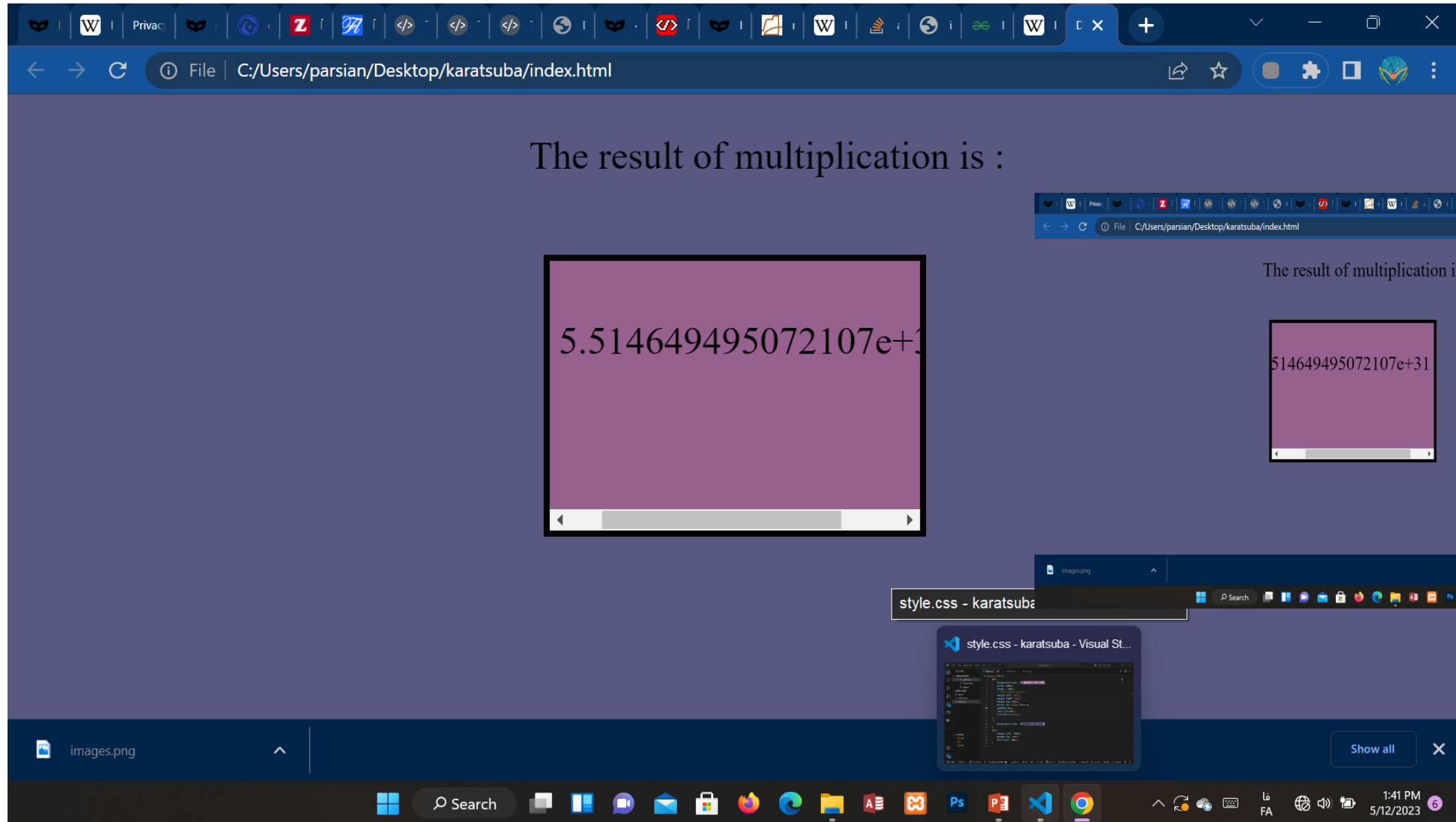
خروجی برنامه ام که در حالت های مختلف از آنها عکس گرفته ام : در اینجا عدد اول را وارد کردم سپس اوکی را میزنم و عدد دوم را وارد میکنم.



در اینجا عدد دوم را وارد کردم سپس اوکی را میزنم .

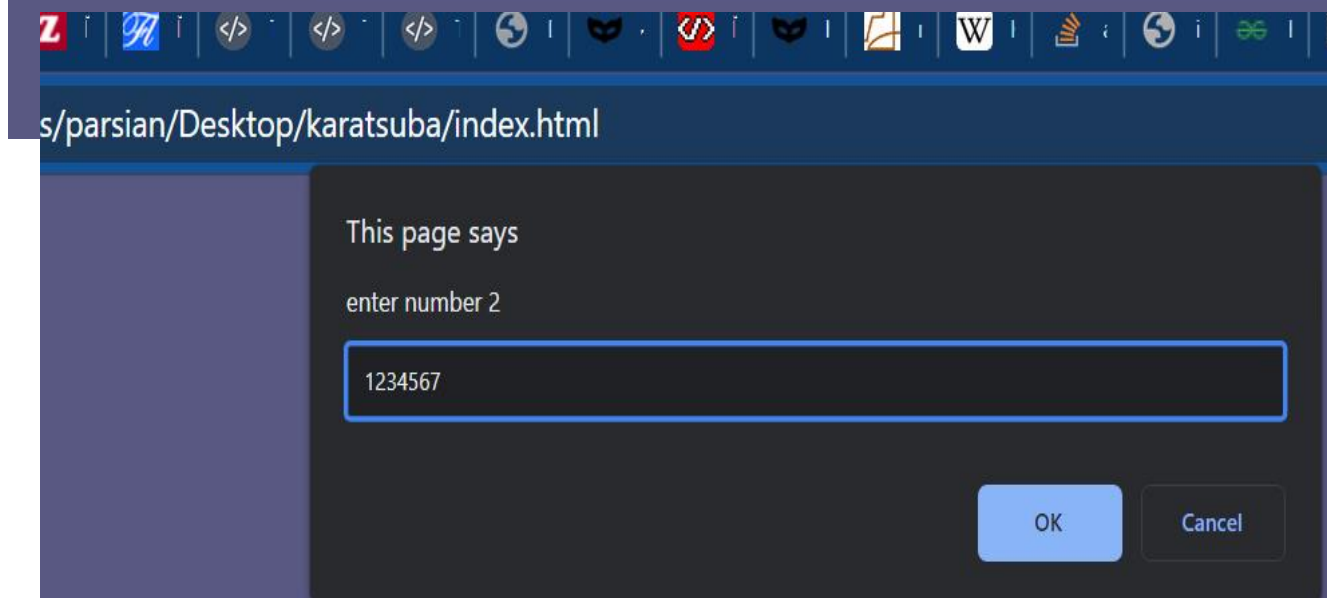
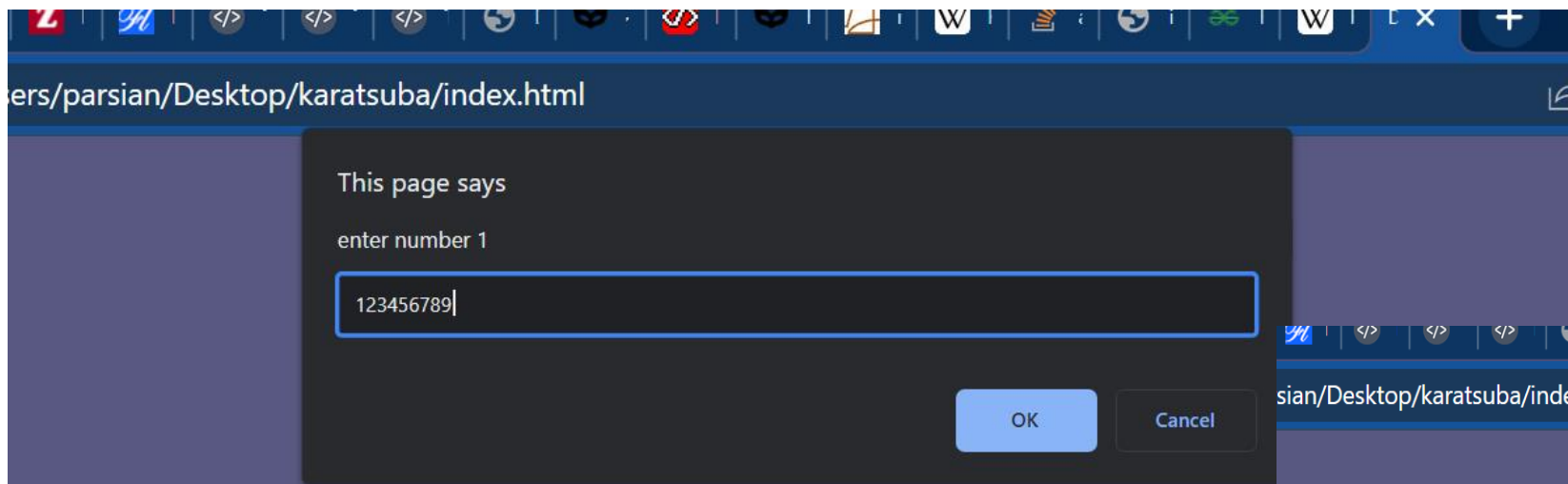


حاصل ضرب دو عدد مقدار زیر می باشد که در خروجی آمده





یک خروجی دیگر از پروژه ام :



The result of multiplication is :

152415677625363

پایان...