

Epidemic spreading in group-structured populations.

مأده کارخانه یوسفی

مقدمه

در این مقاله به پخش شدن یک بیماری در یک شبکه دو لایه و با وجود دسته بندی راس ها در تعدادی گروه در هر شبکه پرداخته می شود. هدف مقاله این است که تحول شبکه و شیوع بیماری را در دو لایه کاملاً همبسته (maximally correlated) و کاملاً غیر همبسته (maximally uncorrelated) بررسی و مقایسه کند. نشان داده خواهد شد که هر چه ساختار گروه ها همبسته تر باشند، شیوع بیماری طولانی تر و در عین حال ملایم تر است و تاثیر بیشتر اقدامات در جهت مهار شیوع بیماری را در پی دارد. آنها یافتند که برای رسیدن به مصونیت جمعی در نسبت جمعیت مصون شده در یک شبکه با ساختار گروهی همبسته می تواند حتی ۱/۵ شبکه ای غیر همبسته باشد.

یک نکته حائز توجه در شبکه مورد بررسی این است که تاثیر ساختار گروه ها و ارتباطات میان-گروهی روی ویژگی های یک فرایند شیوع از مدل SIR است؛ در صورتیکه در مطالعات قبلی چنین چیزی به عنوان ورودی به مدل داده می شد و نه یک پارامتر و متغیر وابسته به مدل شیوع.

در مقاله از یک مثال بخصوص استفاده می کند که دید خوبی به خواننده می دهد. دانشجویان یک دانشگاه در یک لایه بصورتی که در خوابگاه با هم در ارتباط هستند (هم اتاقی یا در یک طبقه) گروه بندی می شوند و در لایه دیگر، دانشگاه، با توجه به کلاس های مشترکی که باهم دارند.

خوبی این مدل این است که قدرت ساختار بلوکی در هر لایه را و شباهت میان گروه ها در دو لایه را می توان کنترل کرد. توسط این دو ویژگی خاص می توان اندازه شیوع، آستانه اپیدمی، مدت زمان و شدت اپیدمی را کنترل کرد.

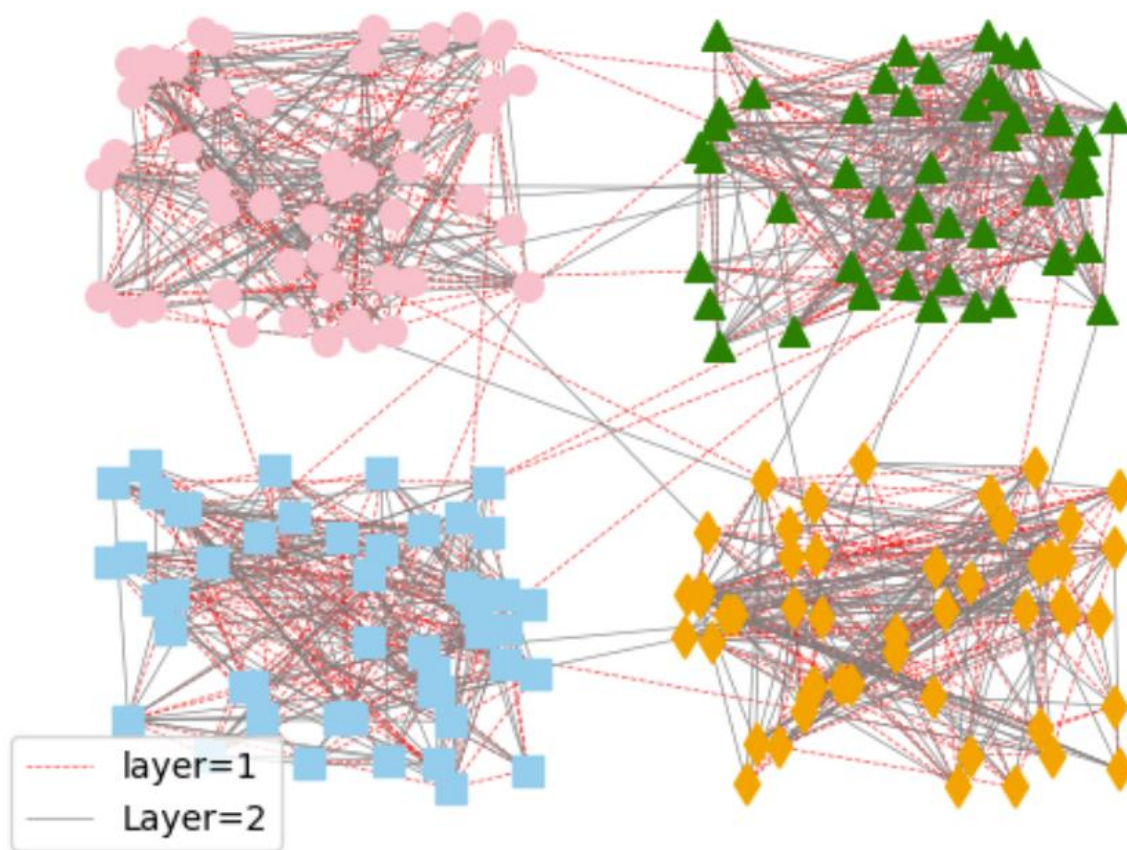
روش کار

N راس و دو لایه $L=1$ و $L=2$ در نظر می گیریم. توزیع درجه راس از طریق Stochastic block model (SBM) حاصل شده است که توزیع پواسونی در هر در لایه با میانگین درجه $k(L)$ بوجود می آورد.

هر راس i به یک گروه $\sigma_i^{(L)}$ در هر لایه L تعلق دارد که گروه ها را به این شکل نشان می دهیم: $\sigma_i^{(L)} = 1, \dots, Q^{(L)}$. نسبت ارتباط هر راس با راس های خارج از گروه خودش μ . میزان همبستگی ساختاری میان دو لایه توسط Normalized mutual information (NMI) صورت می گیرد. اگر $NMI=0$ ، دو انجمن کاملاً غیر همبسته و اگر $NMI=1$ کاملاً همبسته هستند.

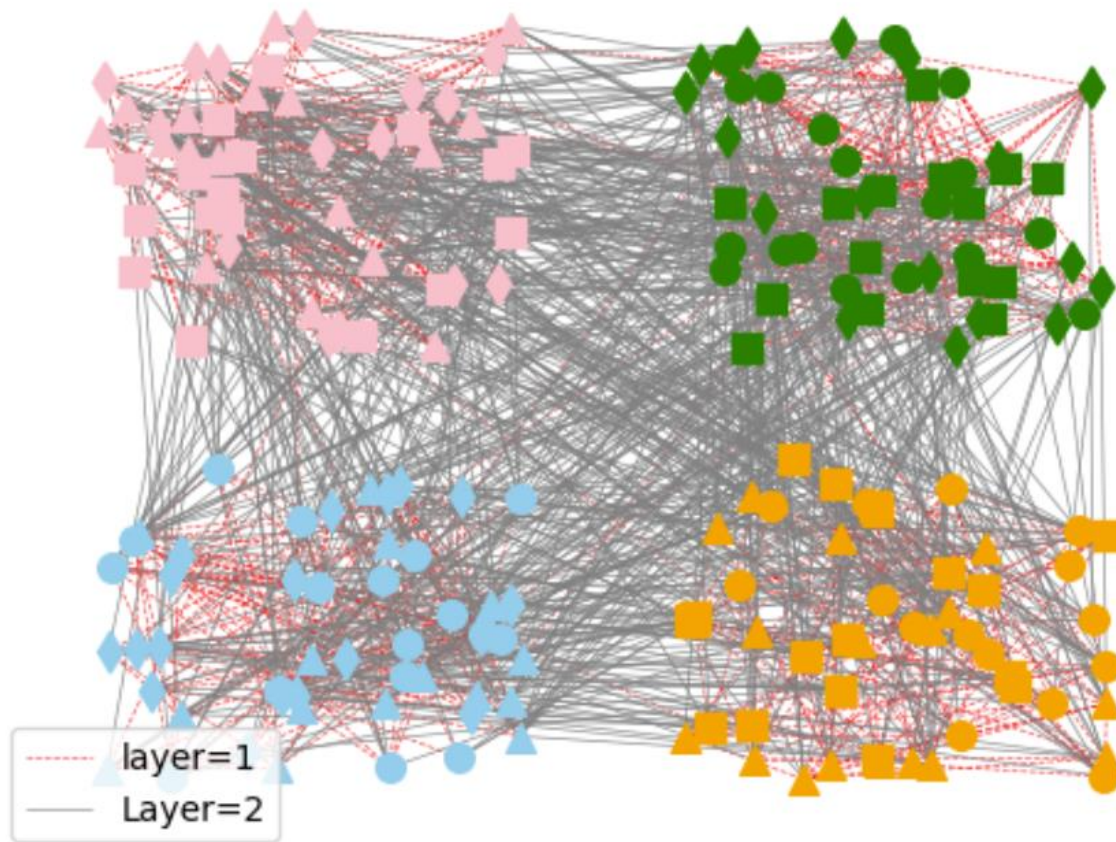
در ابتدا شبکه ای با ۲۰۰ راس تشکیل می دهیم که در آن هر راس یک خصوصیت (attribute) به نام community دارند که می توانند مقادیری بین ۱ تا ۴ داشته باشند (از آنجایی که تعداد انجمن ها ۴ فرض شده است). نحوه نسبت دادن انجمن ها هم به ترتیب از اولین تا آخرین راس می باشد. برای ساخت لایه دوم یک شبکه مجزا با همان راس های قبلی می سازیم. سپس با استفاده از Stochastic-Block Model (SBM) با توجه به انجمن های نسبت داده شده به هر راس، پیوندهای شبکه را مشخص می کنیم و بدین صورت در ساده ترین حالت دو شبکه (لایه) با $NMI=1$ داریم. برای کاهش correlation بین دو لایه نیز یک تابع تعریف می کنیم که انجمن اختصاص داده شده به هر راس را با انجمن یک راس با انجمن متفاوت (که بطور تصادفی انتخاب شده است) با احتمال r تعویض می کند. به این کار community swapping می گوییم. از آنجایی که مساله مورد توجه ما $NMI=0$ است، انجمن رئوس را با احتمال $r=1$ تعویض می کنیم.

Network Graph by Community



شکل ۱: پیوندها و انجمن های مربوط به هر لایه با $NMI=1$ (Maximally correlated layers). انجمن های لایه اول با رنگ رئوس و انجمن های لایه دوم با شکل رئوس مشخص شده اند. تعداد رئوس ۲۰۰، تعداد انجمن ها ۴، تعداد رئوس هر انجمن ۵۰، میانگین درجه رئوس ۳، احتمال اتصال پیوندهای خارجی ۰.۰۲۵ است.

Network Graph by Community



شکل ۲: پیوندها و انجمن های مربوط به هر لایه با $NMI=0$ (Maximally correlated layers).

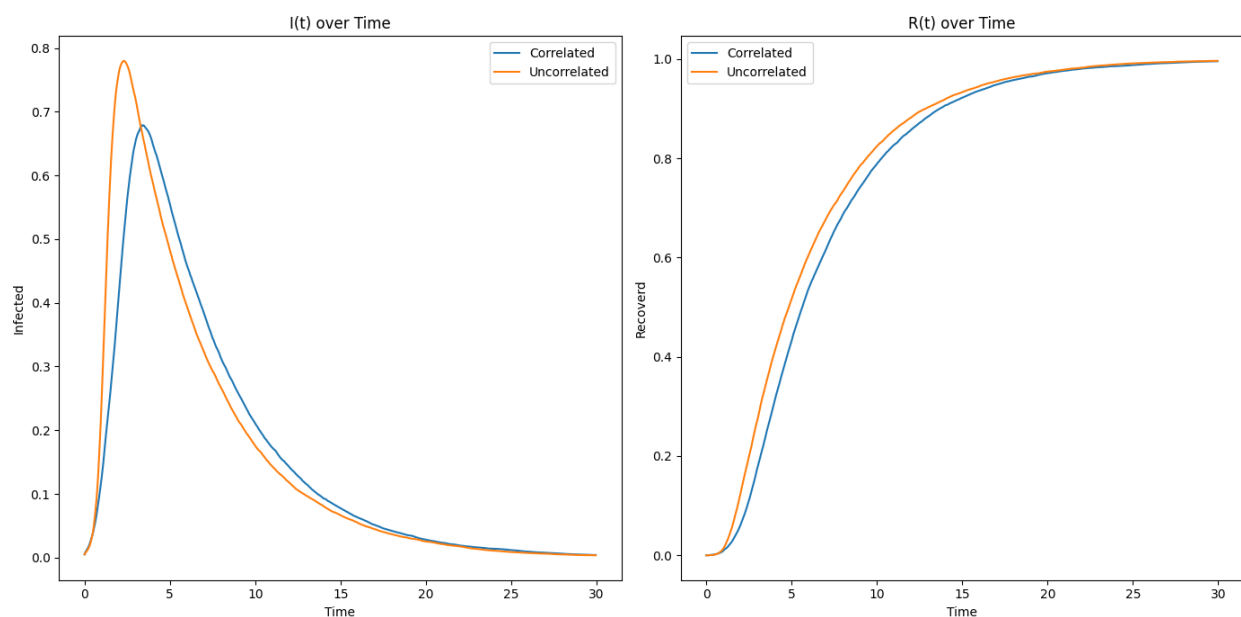
دینامیک بیماری:

دینامیک بیماری از نوع مدل SIR را روی هر کدام از شبکه ها اعمال کردیم. البته باید توجه داشته باشیم که قبل از اینکار باید دو شبکه را که هر کدام نماینده یک لایه بودند، باهم ادغام کرده باشیم. یک راس بطور تصادفی در شبکه بیمار (I) است و بقیه همگی مستعد بیماری (S) اند. در هر قدم زمانی دو حالت وجود دارد: راسی مستعد بیماریست و با احتمال بتا بیمار می شود یا اینکه راسی بیمار است و با احتمال $r=1$ خوب (R) می شود. البته مشکلی که وجود دارد به نظر من این است که وقتی با احتمالی قطعی رئیس بیمار خوب می شوند دینامیک به سرعت اتفاق می افتد و به حداقل ۱۰۰ قدم زمانی نمی رسیم و حدودا در ۸ تا ۱۱ قدم زمانی همه خوب می شوند! نمی دانم من دارم نکته ای را از قلم می اندازم یا این مشکل منطقیست. برای همین نتایج را برای $r=0.2$ ترسیم کرده ام (چون نتایجی مشابه آنچه در مقاله آمده است به ما می دهد).

همچنین در این پروسه با Gillespie algorithm نیز آشنا شدم که در واقع الگوریتمیست که توسط آن تحول زمانی اتفاقات تصادفی و گسسته، شبیه سازی می شود. در این پروسه به خصوص کمک می کند تا زمانی که طول می کشد تا رویداد بیمار شدن

یا بهبود یافتن اتفاق می افتد را پیدا کنیم. در یک لوپ **while** تا زمانی که تعداد بیماران صفر شود، نرخ اتفاق افتادن هر کدام از دو رویداد را برای هریک از رئوس پیدا محاسبه می کنیم و بدین وسیله می توانیم زمانی که طول می کشد تا رویداد بعدی رخ بدهد را حساب کنیم. با دانستن این زمان، رویدادی که باید اتفاق بیفتد را بدین صورت انتخاب می کنیم که به صورت تصادفی یک راس از لیست رئوس (وزن دار شده با نرخ های نسبت داده شده به آنها) برمی داریم و همانطور که در مقاله ذکر شده حالت آن را تغییر می دهیم.

این مدل را ۱۰۰ بار روی شبکه مورد نظر اعمال می کنیم و در نهایت میانگینی از مقادیر را رسم می کنیم.



شکل ۳: نسبت رئوس بیمار و بهبود یافته با گذر زمان برای دو شبکه ی **maximally correlated** و **Uncorrelated**.