



دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین کامپیوتری سوم

موعد تحویل: شنبه ۲۵ اردیبهشت ۱۴۰۰، ساعت ۲۳:۵۵

طراح: محمد هادی حجت، m.hadi.hojjat@gmail.com

کوروش کبیر (Cyrus the Great)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

کوروش پادشاه بزرگ هخامنشیان است. قلمرو هخامنشیان به صورت گرافی با n راس به عنوان شهر و m یال به عنوان جاده داده می شود. جمعیت شهر i ام برابر a_i است. گراف و جمعیت هر شهر ورودی داده می شود.

اگر بخواهیم از شهر u به شهر v سفر کنیم طبیعتاً از یکی از مسیرهای گراف بین این دو راس استفاده می کنیم. چون مردم تمایل دارند در سفر با آدم های بیشتری آشنا شوند پس در نتیجه شادی یک سفر را اندازه کمترین جمعیت بین شهرهای مسیر تعریف می کنیم. برای سفر بین دو شهر u و v بین همه مسیرهای ممکن مسیری را انتخاب می کنیم که بیشترین شادی را داشته باشد و آن را $f(u, v)$ تعریف می کنیم. (مسیری که کمترین راس آن بیشینه باشد)

کوروش می خواهد برای اندازه گیری میزان رضایت مردم از سفرهایشان میانگین $f(u, v)$ را برای تمام زوج u و v ها (به شرطی که u و v نامساوی باشند) محاسبه کند. برنامه ای بنویسید که این مقدار را برای کوروش محاسبه کند.

ورودی

در خط اول دو عدد n و m آمده است که نشان دهنده تعداد راس ها و یال های گراف است. در خط بعدی n عدد آمده است که نشان دهنده جمعیت ها (a_i) است در m خط بعدی، در هر خط دو عدد u_i و v_i آمده است که نشان دهنده یک یال در گراف است.

$$2 \leq n \leq 10^5$$

$$0 \leq m \leq 10^5$$

$$0 \leq a_i \leq 10^5$$

$$1 \leq u_i, v_i \leq n, u_i \neq v_i$$

خروجی

برای سادگی خروجی دادن شما مجموع $f(u, v)$ را برای تمام زوج غیر تکراری u و v ها (به شرطی که u و v نامساوی باشند) خروجی دهید. توجه کنید که تعداد زوج ها برابر $\frac{n * (n - 1)}{2}$ است.

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
4 3 1 2 3 4 1 3 2 3 4 3	10

شرح ورودی و خروجی نمونه

$u = ۱, v = ۳ \Rightarrow f(u, v) = ۱۰$

$u = ۲, v = ۳ \Rightarrow f(u, v) = ۲۰$

$u = ۴, v = ۳ \Rightarrow f(u, v) = ۳۰$

$u = ۱, v = ۲ \Rightarrow f(u, v) = ۱۰$

$u = ۲, v = ۴ \Rightarrow f(u, v) = ۲۰$

$u = ۴, v = ۱ \Rightarrow f(u, v) = ۱۰$

$۱۰ + ۲۰ + ۳۰ + ۱۰ + ۲۰ + ۱۰ = ۱۰۰$

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
3 3 1 2 3 1 2 2 3 3 1	4

اتوبوس تندرو (BRT)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه
محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

نقشه شهری به شکل گرافی جهت دار با n راس و m یال توصیف شده است. هر راس یک ایستگاه و یال ها مسیر اتوبوس داخل شهری است. شهرداری شهر می خواهد اقدام به ایجاد اتوبوس تندرو کند. در نتیجه در بعضی از راه ها (یال ها) می توان اتوبوس عادی و در بعضی اتوبوس تندرو داشت. اتوبوس تندرو مسافت یال را در ۱ ساعت و اتوبوس معمولی در ۲ ساعت طی می کند (طول یال ها فرقی نمی کند) شهردار در یک هدف عجیب قصد دارد اتوبوس هر راه را جوری تعیین کند که هر مسیری از ایستگاه ۱ به ایستگاه n یک زمان طول بکشد. برنامه ای بنویسید که برای او این کار را انجام دهد یا تشخیص بدهد چنین کاری غیرممکن است. راهنمایی: گراف مساله را به نحوی وزن دار کنید تا با اجرای الگوریتم بلمن فورد بتوانید تشخیص دهید امکان پذیر است یا خیر. مساله را با حل مساله کوتاهترین مساله مرتبط کنید.

ورودی

در خط اول دو عدد n و m داده می شود.

در m خط بعدی در هر خط دو عدد a_i و b_i آمده است که به معنی وجود یک یال جهت دار از راس a_i به راس b_i است.

$$2 \leq n \leq 1000$$

$$1 \leq m \leq 5000$$

$$1 \leq a_i < b_i \leq n$$

خروجی

در خط اول اگر چنین کاری غیرممکن بود No وگرنه Yes را چاپ کنید.

در m خط بعدی به ترتیب برای هر یال عدد ۱ یا ۲ را که به معنی زمان طی شدن از این یال است، چاپ کنید. (خط i ام مربوط به یال i ام در

ورودی است)

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
3 3	Yes
1 2	1
2 3	1
1 3	2

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
9 1 6 3 1 5 2 3 9 7 4 5 2 4 6 5 2 5 3 6	30

تعمیم (generalization)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در این سوال می خواهیم مساله چهارم تمرین گراف را تعمیم بدهیم! به نحوی که در این سوال به جای یک ۳ تایی k تا ۳ تایی داریم. گرافی بدون جهت و وزن دار را با n راس و m یال ورودی می گیریم. همچنین k عدد ۳ تایی به صورت (u, v, l) داده میشود که u و v هر کدام راس هایی در گراف و l یک عدد مثبت است. به یال e جذاب می گوئیم اگر وجود داشته باشد ۳ تایی و مسیری که شروع و پایان آن u و v باشد و طول آن حداکثر ۱ باشد که e یکی از یال های مسیر است. برنامه ای بنویسید که تعداد یال های جذاب را خروجی دهد. راهنمایی: معادله ای که در تمرین برای جذاب بودن یال است را مقداری جابجا کنید. یک راس را ثابت کرده و بعد از آن سعی کنید برای هر یال بحث کنید.

ورودی

در خط اول دو عدد n و m نشان دهنده تعداد راس ها و یال های گراف آمده است. تضمین می شود گراف ورودی ساده است. در m خط بعدی یال های گراف آمده اند. یال بین راس a و b و به وزن w است. در k خط بعدی ۳ تایی های (u, v, l) به ترتیب داده می شود. تضمین می شود که زوج (u, v) ها عنصر تکراری ندارند.

$$2 \leq n \leq 500$$

$$0 \leq m \leq \frac{n * (n - 1)}{2}$$

$$1 \leq a, b \leq n, a \neq b, 1 \leq w \leq 10^9$$

$$1 \leq k \leq \frac{n * (n - 1)}{2}$$

$$1 \leq u, v \leq n, u \neq v, 1 \leq l \leq 10^9$$

خروجی

تعداد یال های جذاب گراف را خروجی دهید.

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
4 6 1 2 1 2 3 1 3 4 1 1 3 3 2 4 3 1 4 5 1 1 4 4	5

ورودی

فقط یال آخر است که در هیچ مسیری به طول حداکثر ۴ از راس ۱ به راس ۴ وجود ندارد.