به نام خدا

پروژه چهار سیگنال و سیستم‌ها

استاد اخوان

نرگس غلامی ۸۱۰۱۹۸۴۴۷

سؤال اول بخش: الف)

$$V_R(t)+V_L(t)+V_c(t)=V_{in}(t)$$

از دو طرف نسبت به زمان مشتق می‌گیریم

$$R\,i(t)+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau = V_{in}(t)$$

$$R\frac{di}{dt}+L\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{1}{C}i(t)=\frac{dV_{in}}{dt} \Longrightarrow \frac{d^2i}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{di}{dt}+\frac{1}{LC}i(t)=\frac{1}{L}\frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

ب)

$$R\,sI(s)+Ls^2I(s)+\frac{1}{C}I(s)=sV_{in}(s)$$

$$I(s)=\frac{sV_{in}(s)}{Ls^2+Rs+\frac{1}{C}}$$

ج)

طبق $(*)$ $V_c(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau = y(t)$ $\quad(**)$ $x(t)=V_{in}(t)$

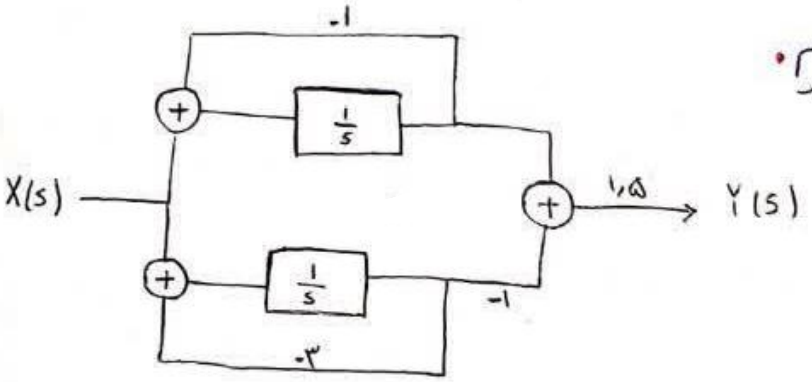
$$\xrightarrow{\mathcal{L}} V_c(s)=\frac{1}{sC}\underbrace{I(s)}_{\text{جایگذاری از قسمت ب}}=\frac{X(s)}{LCs^2+RCs+1}=Y(s)$$

د)

$$Y(s)=\frac{X(s)}{\frac{s^2}{3}+\frac{4}{3}s+1}=\frac{3X(s)}{s^2+4s+3}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=H(s)=\frac{3}{s^2+4s+3}=\frac{3}{(s+3)(s+1)}=\frac{-1.5}{s+3}+\frac{1.5}{s+1}$$

از روش موازی برای نشان دادن این رابطه استفاده می‌کنیم.



و)

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{3}{s^2+4s+3} \qquad Y(s) = X(s) \times \frac{3}{s^2+4s+3}$$

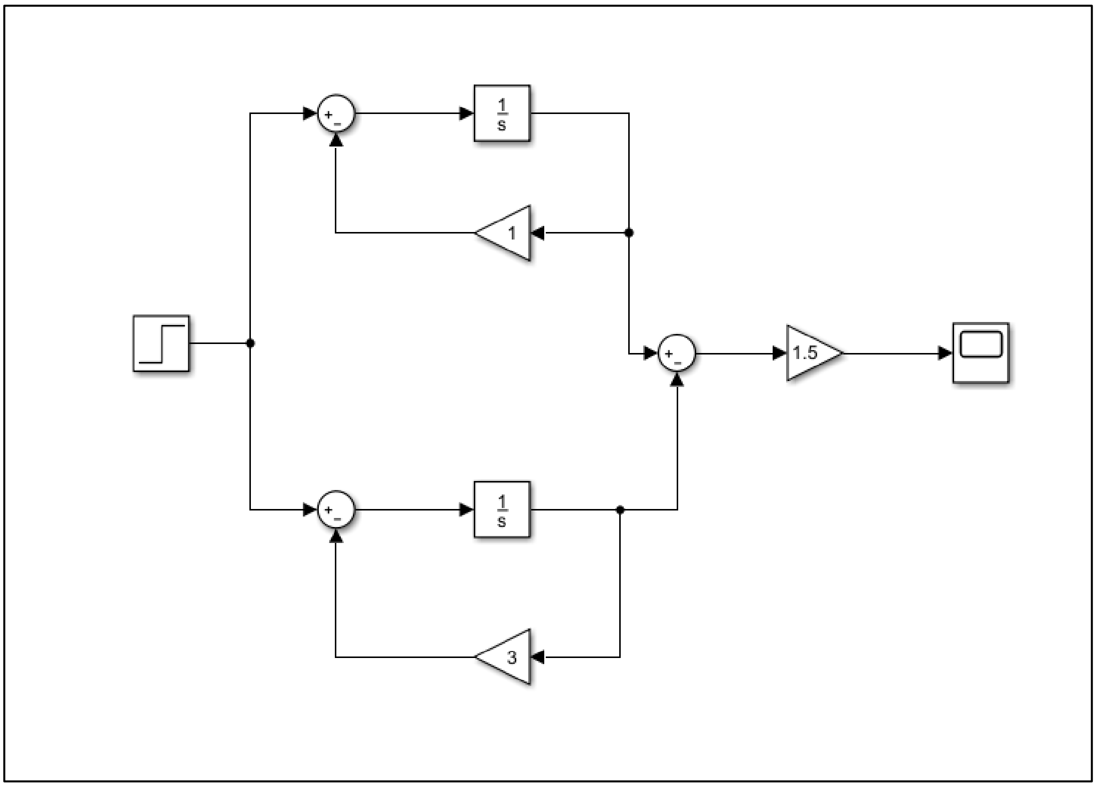
$$X(s) = \frac{1}{s} \qquad Y(t) = \frac{3}{s(s^2+4s+3)} = \frac{1}{s} - \frac{1.5}{s+1} + \frac{0.5}{s+3}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \quad y(t) = u(t)\left(1 - 1.5e^{-t} + 0.5e^{-3t}\right)$$

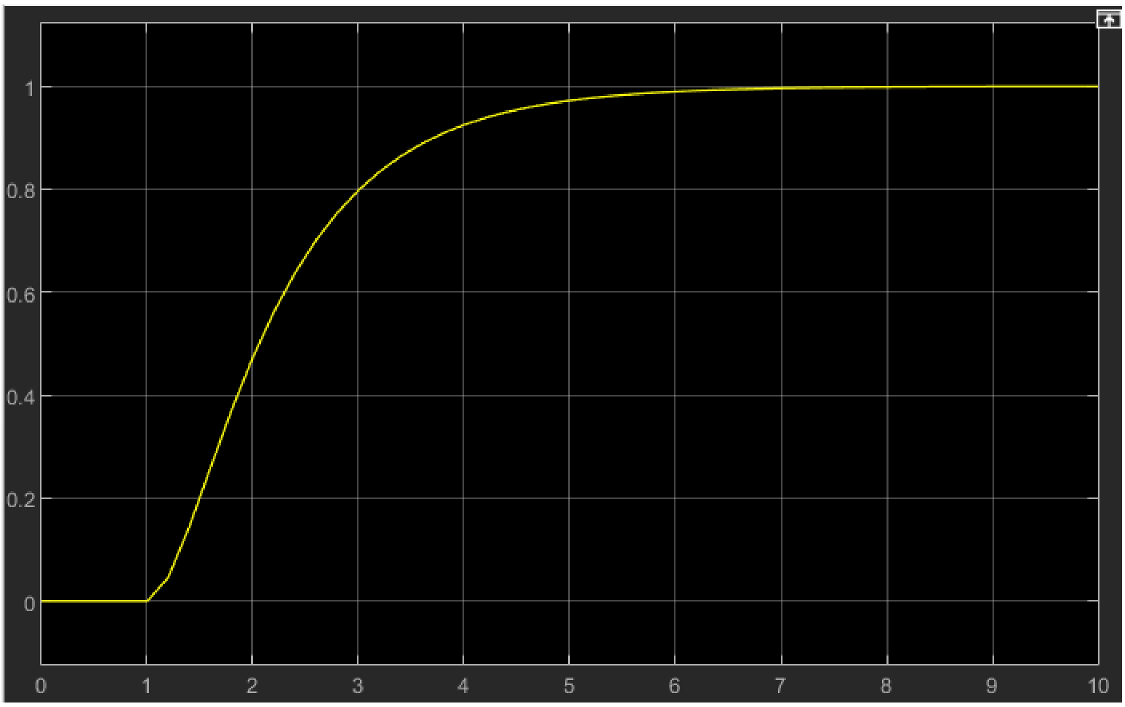
ز)

بدین صورت بلاک دیاگرام را در محیط simulink پیاده سازی می‌کنیم خروجی بدست آمده با پاسخ بدست آمده تطابق دارد زیرا همان گونه که مشاهده می‌کنید در $t = 0$ خروجی صفر داریم و در $t = \infty$ تابع به یک میل می‌کند.

نحوه پیاده‌سازی در Simulink:



خروجی به صورت زیر است:



سوال دوم پرنده)

الف)

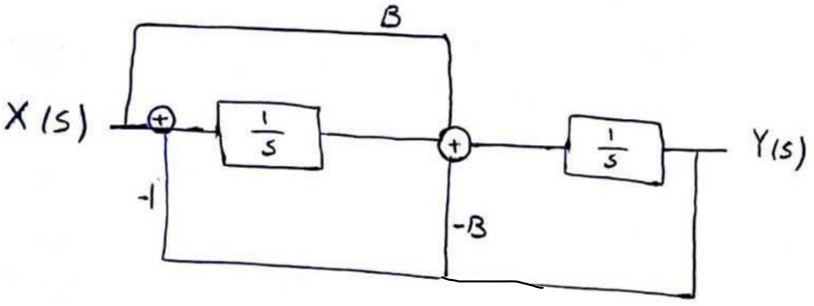
$$\left(x(t) - y(t)\right) + B\left(\frac{dx(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt}\right) = \frac{d^2y(t)}{dt}$$

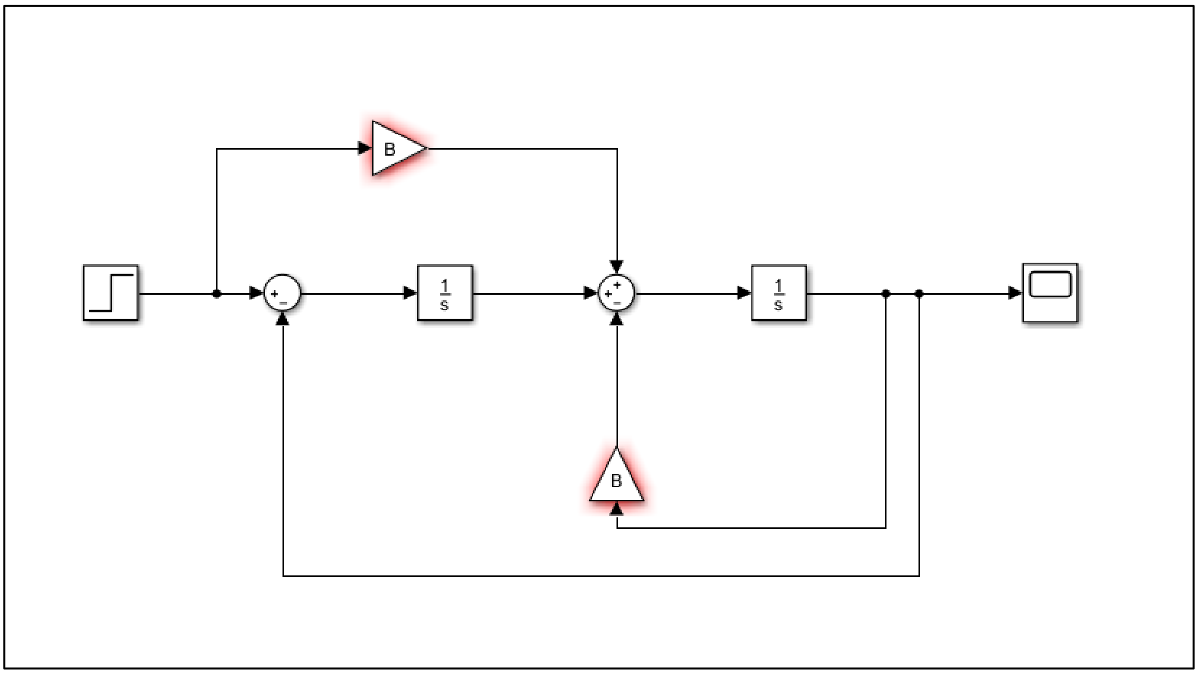
ب)

$$s^2 Y(s) + Bs\,Y(s) + Y(s) = X(s) + BsX(s) \qquad H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$Y(s)\left(s^2 + Bs + 1\right) = X(s)\left(1 + Bs\right) \qquad H(s) = \frac{1 + Bs}{s^2 + Bs + 1}$$ تابع تبدیل

$$Y(s) = \frac{1}{s^2}\left(X(s) - Y(s)\right) + \frac{1}{s}\left(B\,X(s) - B\,Y(s)\right)$$





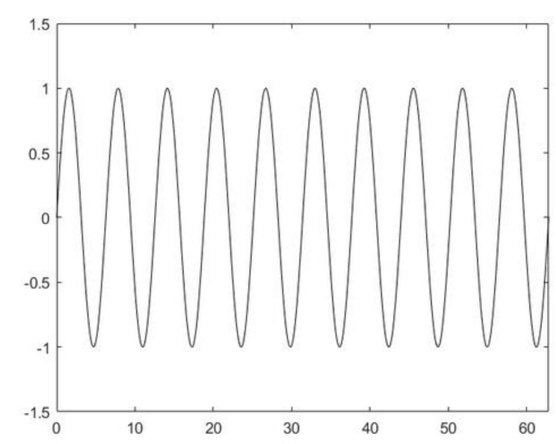
ج)

$$Y(s) = H(s)\,X(s) \Longrightarrow \overset{x(t)=\delta(t)}{X(s) = 1} \Longrightarrow Y(s) = \frac{1}{s^2+1} \rightarrow y(t) = \sin t\, u(t)$$

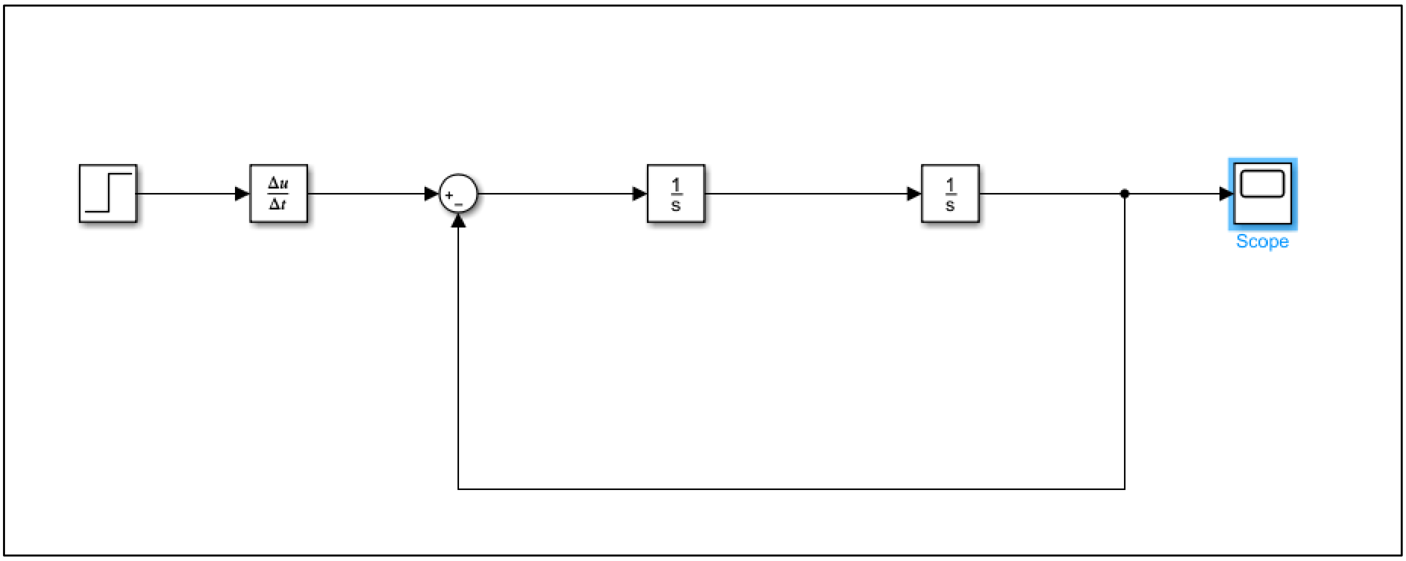
در صورت نبود تعدیل کننده کابین دائما در حال نوسان خواهد بود و برای مسافران ماشین این وضعیت خوشایند نیست.

$$Y(s) = \frac{1}{s^2}\left(X(s) - Y(s) \right)$$

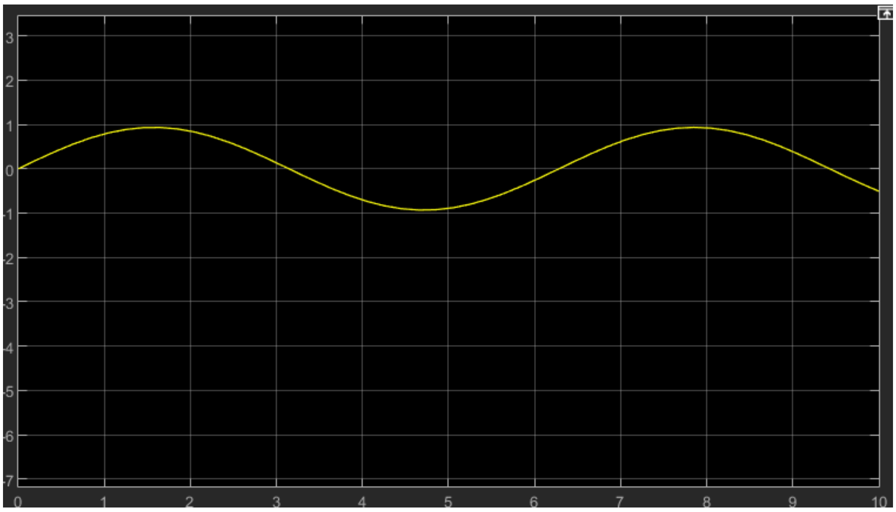
```
t = 0:0.01:(50*pi);
y = sin(t);
plot(t,y,'k');
axis([0 20*pi -1.5 1.5])
```



شکل اصلی سینوس



نحوه پیاده سازی در simulink



شکل نهایی در Simulink

در صورت عدم وجود سیستم تعلیق نوسانات ماشین میرا نخواهد شد و کابین ماشین دائم در حال نوسان است.

د)

$$H(s) = \frac{1+Bs}{s^2+B}$$

$$H(s) = \frac{1+Bs}{s^2+Bs+1} \qquad s^2+Bs+1 = 0$$ برای این که قطب‌های

تابع حقیقی باشند لازم است دلتای این معادله بزرگتر مساوی صفر باشد.

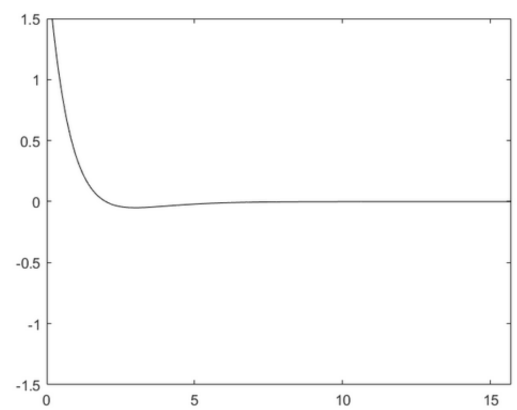
$$B^2-4 \geq 0 \qquad B \geq 2 \quad \text{یا} \quad B \leq -2$$

پس کوچکترین مقدار مثبت B ، ۲ می‌باشد

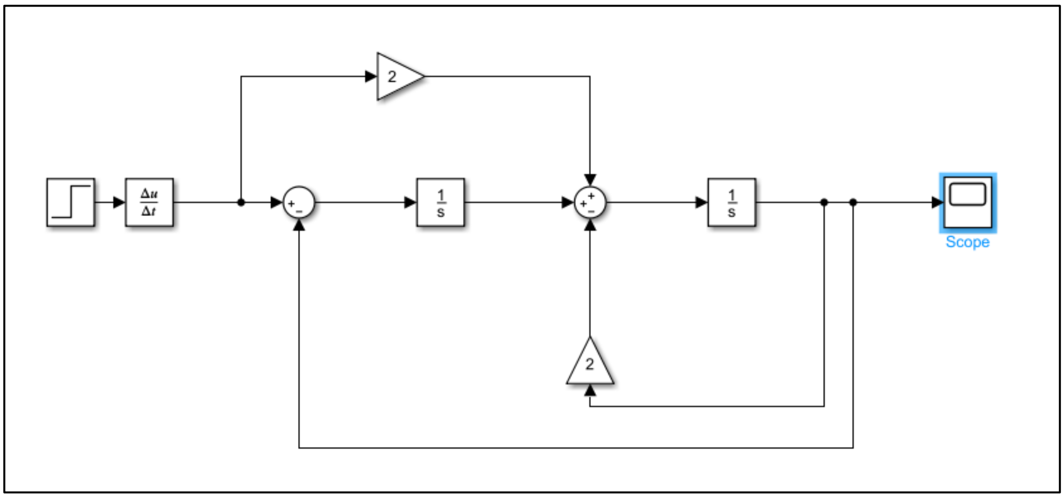
$$Y(s) = \frac{1}{s^2}\left(X(s)-Y(s)\right) + \frac{1}{s}\left(2X(s)-2Y(s)\right)$$

$$H(s) = \frac{1+2s}{s^2+2s+1} \qquad Y(s) = \overset{1}{\cancel{X(s)}} \times \frac{1+2s}{s^2+2s+1} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t) = u(t)\left(2e^{-t}-te^{-t}\right)$$

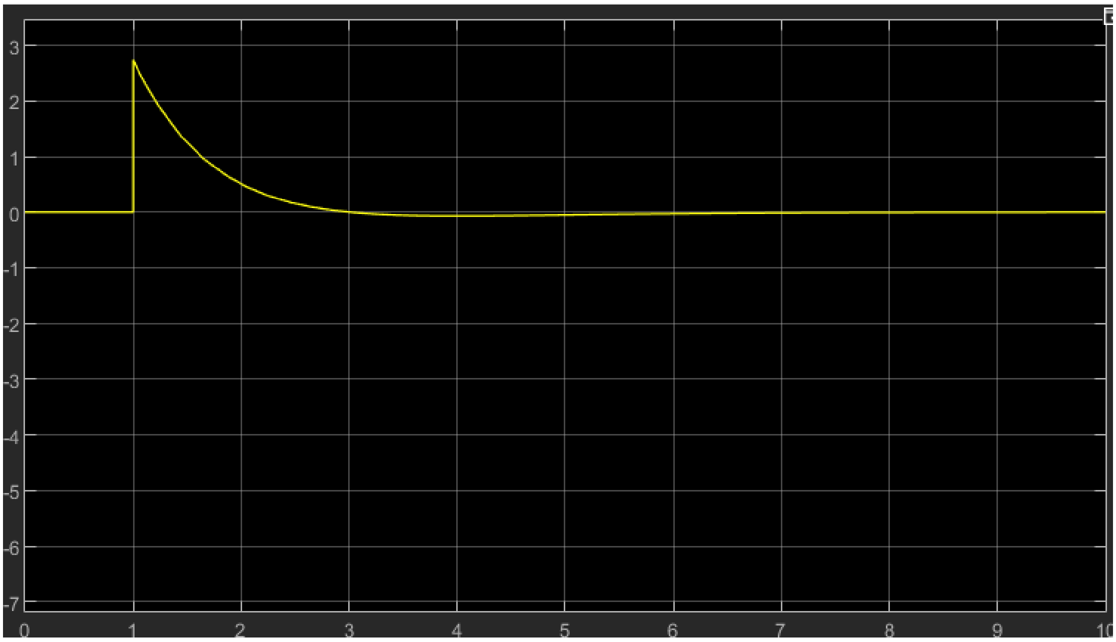
```
t = 0:0.01:(20*pi);
y = 2*exp(-t) - t.*exp(-t);
plot(t,y,'k');
axis([0 5*pi -1.5 1.5])
```



شکل اصلی سیگنال



نحوه پیاده سازی در simulink



نتیجه در simulink

در این حالت نتیجه بدست آمده مشابه محاسبه تئوری می‌باشد.

در این حالت اگر بخواهیم نوسانات ماشین را تحلیل کنیم ابتدا ماشین به شدت از حالت تعادل خارج می‌شود و سپس کمی پایین‌تر از حالت تعادل می‌رسد و در آخر نوساناتش میرا خواهد شد که این حالت مطلوب می‌باشد.

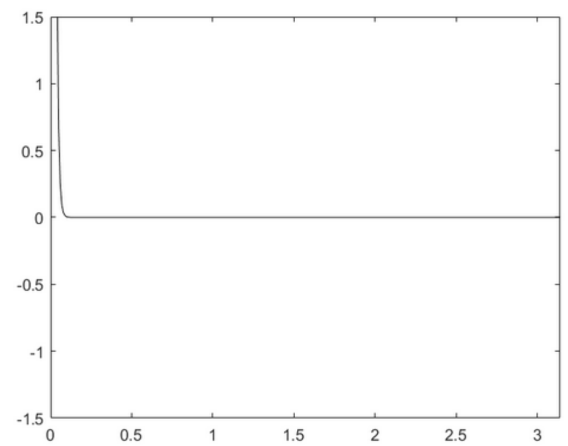
د)

$$H(s) = \frac{1+100s}{s^2+100s+1} = \frac{100s+1}{(s+0.01)(s+100)} = \frac{100}{s+100} \qquad y(t) = 100e^{-100t}$$

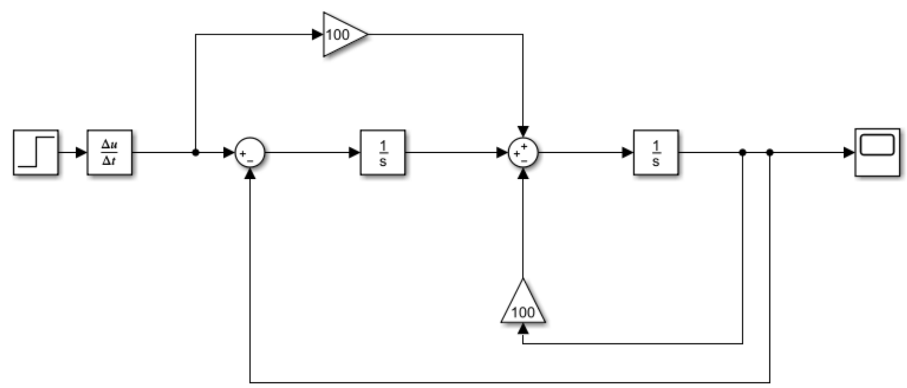
$$Y(s) = \frac{1}{s^2}\left(X(s)-Y(s)\right) + \frac{100}{s}\left(X(s)-Y(s)\right)$$

محاسبات اولیه

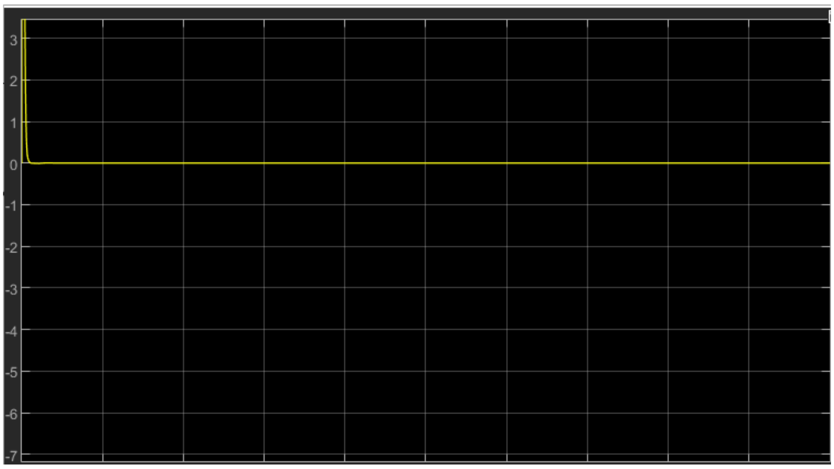
```
t = 0:0.01:(20*pi);
y = 100*exp(-100*t);
plot(t,y,'k');
axis([0 pi -1.5 1.5])
```



شکل اصلی سیگنال



نحوه پیاده سازی در Simulink



نتیجه حاصل از Simulink

در این حالت ماشین یک دفعه یک نوسان ناگهانی با شدت بالا انجام می‌دهد و با سرعت خیلی زیاد نوسان میرا خواهد شد.

ه) در حالت اول نوسانات بسیار بالا بود و میرا نمی‌شد که قطعا سیستم تعلیق مناسبی برای ماشین نمی‌باشد.

در حالت سوم کابین ماشین به مقدار خیلی زیاد از حالت تعادل خارج می‌شود و با سرعت خیلی زیاد به حالت تعادل می‌رسد که این هم برای سیتم تعلیق ماشین مناسب نمی‌باشد.

با توجه به این تحلیل‌ها حالت دوم(د) از همه مناسب‌تر می‌باشد زیرا به مقدار مناسبی از حالت تعادل خارج می‌شود و با یک سرعت معقول به مقدار تعادل می‌رسد.

سوال سوم)

$$\frac{d^2y(t)}{dt} + 3\,\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$$

$$y(0^-) = 1 \qquad y'(0^-) = 1 \qquad x(t) = 5u(t)$$

$$f'(t) = sF(s) - f(0^-) \qquad f''(t) = s^2F(s) - sf(0^-) - f'(0^-)$$

$$s^2Y(s) - s - 1 + 3\left(sY(s) - 1\right) + 2Y(s) = X(s) \qquad x(t) = 5u(t)$$

$$X(s) = \frac{5}{s}$$

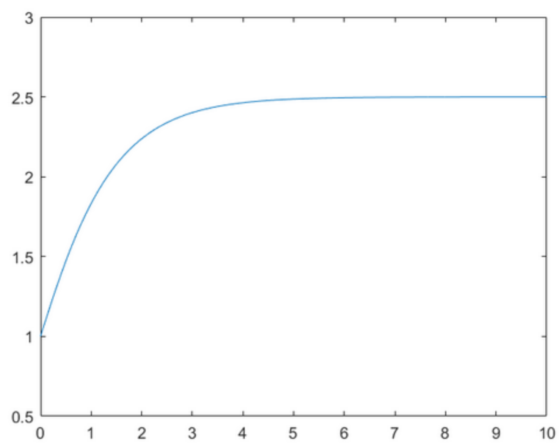
$$Y(s)\left(s^2 + 3s + 2\right) - s - 4 = X(s)$$

$$Y(s) = \frac{s + 4 + X(s)}{s^2 + 3s + 2} = \frac{s+4}{s^2+3s+2} + \frac{1}{s(s^2+3s+2)}$$

$$Y(s) = \frac{-2}{s+2} + \frac{3}{s+1} + \frac{2.5}{s} + \frac{2.5}{s+2} - \frac{5}{s+1}$$

$$y(t) = \underbrace{-2e^{-2t} + 3e^{-t}}_{\text{پاسخ ناشی از شرایط اولیه}} + \underbrace{\left(2.5 - 5e^{-t} + 2.5e^{-2t}\right)}_{\text{پاسخ ناشی از ورودی}}$$

```
t = 0:0.01:(10);
y = 0.5*exp(-2*t) - 2*exp(-t) + 2.5;
plot(t,y);
xlim([0 10])
ylim([0.5, 3]);
```



ب)

```
syms y(t)
dy = diff(y, t);
m = diff(y, t, 2) + 3*diff(y,t) + 2*y(t) == 5;
cond1 = y(0) == 1;
cond2 = dy(0) == 1;

conds = [cond1 cond2];

sol(t) = dsolve(m, conds)
```

sol(t) =

$$\frac{e^{-2t}}{2} - 2\,e^{-t} + \frac{5}{2}$$

```
t = 0:0.01:10;
plot(t, sol(t));
ylim([0.5, 3]);
```

تکه کد بالا جهت حل معادله دیفرانسیل نوشته شده است. ابتدا در m معادله‌ی دیفرانسیل تعریف می‌شود سپس شرایط اولیه نیز تعیین می‌شوند و با دادن معادله و شرایط اولیه به تابع dsolve ، معادله حل می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع خروجی با تابع قسمت قبل یکسان است.سپس با استفاده از plot خروجی رسم می‌شود که با خروجی قسمت الف همخوانی دارد.