Part B

$X = \begin{bmatrix} 20 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, $y = 18$, $b_2 = [0{,}5]$

$W_1 = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}3 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0{,}6 \\ 0{,}7 & 0{,}8 & 0{,}9 \end{bmatrix}$ $b_1 = \begin{bmatrix} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{bmatrix}$

$W_2 = [0{,}2 ; 0{,}4 ; 0{,}6]$

Forward Propogation

1. $z_1 = W_1 \cdot x + b_1$

$z_1 = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}3 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0{,}6 \\ 0{,}7 & 0{,}8 & 0{,}9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{bmatrix}$

$R_1 = ((0{,}1 \cdot 20) + (0{,}2 \cdot 3) + (0{,}3 \cdot 4)) + 0{,}1 = 3{,}9$

$R_2 = ((0{,}4 \cdot 20) + (0{,}5 \cdot 3) + (0{,}6 \cdot 4)) + 0{,}2 = 12{,}1$

$R_3 = ((0{,}7 \cdot 20) + (0{,}8 \cdot 3) + (0{,}9 \cdot 4)) + 0{,}3 = 20{,}3$

$z_1 = \begin{bmatrix} 3{,}9 \\ 12{,}1 \\ 20{,}3 \end{bmatrix}$

$A_1 = ReLu(z_1)$ where $ReLu(x) = max(0, x)$

2. $A_1 = \begin{bmatrix} 3{,}9 \\ 12{,}1 \\ 20{,}3 \end{bmatrix}$ because all values positive

3. $z_2 = W_2 \cdot A_1 + b_2$

$z_2 = [0{,}2 \cdot 0{,}4 \ \ 0{,}6] \cdot \begin{bmatrix} 3{,}9 \\ 12{,}1 \\ 20{,}3 \end{bmatrix} + [0{,}5]$

$z_2 = (0{,}2 \cdot 3{,}9) + (0{,}4 \cdot 12{,}1) + (0{,}6 \cdot 20{,}3) + 0{,}5 = 18{,}3$

$Z_2 = 18,3$

4. $A_2 = \text{sigmoid}(Z_2)$ where $\sigma(x) = 1/(1+e^{-x})$

$A_2 = \text{sigmoid}(18,3) = \frac{1}{1+e^{-18,3}} \approx 1$

3. Calculate loss $= (A_2 + y)^2$ where $y = 18$

$\text{loss} = (1-18)^2 = (-18)^2 = 289$

Backward Propagation

1. $dL/dA_2 = 2(\cancel{A_2} - y) = 2(1-18) \approx -34$

2. $dL/dZ_2 = dL/dA_2 \cdot \text{sigmoid}(Z_2)$ where $\text{sigmoid}(Z_2) =$

$\cancel{(Z)} = \sigma(z)(1 - \sigma(z))$

$dL/dZ_2 = -34 \cdot 1,12 \cdot 10^{-8} = -3,8 \cdot 10^{-7}$

3. $dL/dW_2 = dL/dZ_2 \cdot A_1^T = -3,8 \cdot 10^{-7} \cdot [3,9\ 12,1\ 20,5] =$

$= [-1,49 \cdot 10^{-6}\ \ -4,61 \cdot 10^{-6}\ \ -7,73 \cdot 10^{-6}]$

4. $dL/db_2 = dL/dZ_2 = -3,8 \cdot 10^{-7}$

5. $dL/dA_1 = W_2^T \cdot dL/dZ_2 = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} \cdot 3,8 \cdot 10^{-7} =$

$= \begin{bmatrix} -7,62 \cdot 10^{-8} \\ -1,52 \cdot 10^{-7} \\ -2,29 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$

6. $dL/dZ_1 = dL/dA_1 \cdot \text{Relu}(Z_1)$ where $\text{Relu}(x) = 1$ if $x > 0$ else 0

$dL/dZ_1 = \begin{bmatrix} -7,62 \cdot 10^{-8} \\ -1,52 \cdot 10^{-7} \\ -2,29 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$

7. $\partial L / \partial w_1 = \partial L / \partial z_1 \cdot x^T$

$$\partial L / \partial w_1 = \begin{bmatrix} -7{,}62 \cdot 10^{-8} \\ -1{,}52 \cdot 10^{-7} \\ -2{,}23 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 20 & 3 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -1{,}52 \cdot 10^{-6} & -2{,}28 \cdot 10^{-7} & -3{,}04 \cdot 10^{-7} \\ -3{,}04 \cdot 10^{-6} & -4{,}56 \cdot 10^{-7} & -6{,}08 \cdot 10^{-7} \\ -4{,}52 \cdot 10^{-6} & -6{,}84 \cdot 10^{-7} & -9{,}12 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$

8. $\partial L / \partial b_1 = \partial L / \partial z_1$

$$\partial L / \partial b_1 = \begin{bmatrix} -7{,}62 \cdot 10^{-8} \\ -1{,}52 \cdot 10^{-7} \\ -2{,}23 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$