1 Ziel des Versuches

Der Versuch befasst sich mit Wärmeübertragung. Es sollen die Wärmeübergangskoeffizient α_2 sowie die Konstante K und die Exponenten m und n einer definierten Kriteriengleichung ermittelt werden.

2 Versuchsdurchführung

Das Wasserbad des Thermostaten wurde auf 40 °C geregelt. Die Durchflussrate des wärmeaufnehmenden Fluidstromes wurde auf 120 $\mathrm{L \cdot h^{-1}}$ eingestellt und die Ein- und die Ausgangstemperatur wurden gemessen. Danach wurde der Vorgang wiederholt, wobei der Fluidstrom von 120 – 420 $\mathrm{L \cdot h^{-1}}$ in 50 $\mathrm{L \cdot h^{-1}}$ Schritten erhöht wurde.

3 Messwerte

V / $\mathrm{L \cdot h^{-1}}$	$\mathrm{T_{Ein}}$ / °C	$\mathrm{T_{Aus}}$ / °C	$\mathrm{T_{Bad}}$ / °C
120	20.2	32.1	40.0
170	19.8	30.6	40.1
220	19.6	29.2	40.1
270	19.5	27.9	40.1
320	19.4	26.9	39.8
370	19.4	25.8	38.9
420	19.4	25.1	38.3

Table 1: Messergebnisse

4 Auswertung

4.1 Bestimmung von aufgenommene Wärmemenge $\mathrm{\dot{Q}}$

Zuerst werden die aufgenommene Wärmemenge $\mathrm{\dot{Q}}$ anhand der Messwerten berechnet.

$$\mathrm{\dot{Q}} = \mathrm{\dot{V}} \cdot \rho \cdot \mathrm{c_p} \cdot (\mathrm{T_2^{Aus}} - \mathrm{T_2^{Ein}}) \tag{1}$$

Gesucht	Gleichung
α_2	$Nu_2 = \frac{\alpha_2 \cdot d}{\lambda}$
Nu_2	$Nu_2 = K \cdot Re_2^m \cdot Pr_2^n$
Re_2	$\frac{w \cdot d}{v}$
Pr_2	$\frac{\nu}{a}$
α_1	$Nu_1 = \frac{\alpha_1 \cdot d}{\lambda}$
Nu_1	$Nu_1 = K \cdot Re_1^m \cdot Pr_1^n$
Re_1	$\frac{w \cdot d}{v}$
Pr_1	$\frac{\eta \cdot c_p}{\lambda_{H_2O}}$

Table 2: Die Gleichungen und Parametern

Hierbei sind die Dichte ρ[1] und die spezifische Wärmekapazität c_p[3] des Wassers temperaturabhängig. Aus der aufgenommen Wärmemenge $\dot{Q}$ lässt

$\dot{V}$ [$mL \cdot s^{-1}$]	T_{Aus} [°C]	T_{Ein} [°C]	c_p [$J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$]	ρ [$g \cdot mol^{-1}$]	$\dot{Q}$[$J \cdot s$]
33.33	20.2	32.1	4.1605	0.99222	1637.5025
47.22	19.8	30.6	4.1604	0.99218	2105.1964
61.11	19.6	29.2	4.1604	0.99218	2421.6638
75.00	19.5	27.9	4.1604	0.99218	2600.5367
88.89	19.4	26.9	4.1608	0.99229	2752.5007
102.78	19.4	25.8	4.1622	0.99263	2717.5979
116.67	19.4	25.1	4.1630	0.99286	2748.6284

Table 3: Bestimmung von $\dot{Q}$

sich K_w bestimmen über:

$$\dot{Q} = k_w \cdot A \cdot \overline{\Delta T} \tag{2}$$

wobei A = Außenfläche der Rohrspirale

$$A = \pi \cdot d \cdot l = \pi \cdot 8 \cdot 10^{-3} m \cdot 2.75 m = 6.9 \cdot 10^{-2} m^2 \tag{3}$$

$\overline{\Delta T}$ = logarithmisches Mittel der Temperaturdifferenz

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T^{ein} - \Delta T^{aus}}{\ln(\Delta T^{ein} / \Delta T^{aus})} \tag{4}$$

ΔT_{Aus} [°C]	ΔT_{Ein} [°C]	$\overline{\Delta T}$ [K]	$\dot{Q}$[J · s]	K_w [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
7.9	19.8	286.96	1637.5025	82.7015
9.5	20.3	288.02	2105.1964	105.9318
10.9	20.5	288.82	2421.6638	121.5157
12.2	20.6	289.53	2600.5367	130.1730
12.9	20.4	289.78	2752.5007	137.6589
13.1	19.5	289.44	2717.5979	136.0756
13.2	18.9	289.19	2748.6284	137.7472

Table 4: Bestimmung von K_w

Es erstellt sich folgende Tabelle:

Damit der Wärmeübergangskoeffizient α_2 berechnet werden kann, müssen zunächst der Wärmeübergangskoeffizient α_1 1 sowie die Wärmedurchgangszahl k_w bestimmt werden. Berechnung von α_1 : Um α_1 berechnen zu können müssen zunächst die Prandtl-, die Reynolds- und die Nusseltzahl bestimmt werden. Die Prandtl-Zahl berechnet sich nach folgender Formel:

$$Pr_1 = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda_{H_2O}} \tag{5}$$

Die Wärmekapazitäten sind aus Tabellenwerken zu entnehmen.

4.2 Spezifische Wärmekapazität c_p

Da die spezifische Wärmekapazität c_p[1] in 10 °C Schritten tabelliert sind, wurden sie mittels R über ein Polynom vierten Grades interpoliert.

```
assign("t1", c(0,10,20,30,40,50,60,70,80,90,100))
assign("cp", c(4.2176,4.1921,4.1818,4.1784,4.1785,4.1806,
4.1843,4.1895,4.1963,4.2050,4.2159))
fitcp<-lm(cp ~ t1 +I(t1^2)+I(t1^3)+I(t1^4))
summary(fitcp)
--R2 = 0.9971
```

Daraus wurden folgende Funktionen erhalten:

$$cp(T) = -3.4\cdot10^{-9}T^4 - 8.323\cdot10^{-7}T^3 + 7.966\cdot10^{-5}T^2 - 3.049\cdot10^{-3}T + 4.217 \tag{6}$$

4.3 Viskosität η

Da die Viskosität η[2] in 5 °C Schritten tabelliert sind, wurden sie mittels R über ein Polynom dritten Grades interpoliert.

```
assign("t2", c(0,25,50,75,100))
assign("vis", c(1.793,0.890,0.547,0.378,0.282))
fitvis<-lm(vis ~ t2 +I(t2^2)+I(t2^3))
summary(fitvis)
--R2 = 0.9992
```

Daraus wurden folgende Funktionen erhalten:

$$\eta(\mathrm{T}) = -2.597 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}^3 + 5.939 \cdot 10^{-4}\mathrm{T}^2 - 4.853 \cdot 10^{-2}\mathrm{T} + 1.789 \tag{7}$$

4.4 Wärmeleitzahl $\lambda_{\mathrm{H_2O}}$

Die Wärmeleitzahl wird über die Formel aus dem Skript berechnet.[4]

$$\lambda_{\mathrm{H_2O}} = 0.100 + 1.66 \cdot 10^{-3} \cdot \mathrm{T} \tag{8}$$

Aus der Prandtlzahl Pr lässt sich nun mithilfe der Reynoldszahl Re_1, die für einen Rührkessel 850 beträgt, die Nusseltzahl Nu berechnen:

$$\mathrm{Nu} = 3.6 \cdot \mathrm{Re}^{\frac{2}{3}} \cdot \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \tag{9}$$

Über die Nusseltzahl Nu lässt sich nun der Wärmeübergangskoeffizient α_1 bestimmen:

$$\alpha_1 = \frac{\mathrm{Nu}_1 \cdot \lambda_{\mathrm{H_2O}}}{\mathrm{d}} \tag{10}$$

Es ergibt sich folgende Tabelle:

4.5 Bestimmung von α_2

Mittels $\mathrm{K_w}$ und α_1 lässt sich nun α_2 und Nu_2 bestimmen.

$$\alpha_2 = \frac{1}{-\frac{1}{\alpha_1} - \frac{\Delta \mathrm{z}}{\lambda} + \frac{1}{\mathrm{K_w}}} \tag{11}$$

Mithilfe der Nusseltzahl Nu_2 lassen sich nun die Prandtlzahl Pr_2 und die Reynoldszahl Re_2 bestimmen.

T_{Bad} / K	c_p [$J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$]	η [$m \cdot Pa \cdot s$]	λ_{H_2O} [$W \cdot m^{-1} \cdot K$]	Pr_1	Nu_1	α_1 [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
313.15	4.160525	0.63183	0.6198	4.2411	522.8866	2700.84
313.25	4.160370	0.63049	0.6200	4.2308	522.4620	2699.37
313.25	4.160370	0.63049	0.6200	4.2308	522.4620	2699.37
313.25	4.160370	0.63049	0.6200	4.2308	522.4620	2699.37
312.95	4.160831	0.63454	0.6195	4.2619	523.7389	2703.79
312.05	4.162158	0.64701	0.6180	4.3575	527.6278	2717.30
311.45	4.163000	0.65558	0.6170	4.4233	530.2689	2726.50

Table 5: Bestimmung von Nu_1 und α_1

α	K_w [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]	α_2	Nu_2
2700.84	82.7015	98.93	522.89
2699.37	105.9318	134.11	522.46
2699.37	121.5157	160.10	522.46
2699.37	130.1730	175.48	522.46
2703.79	137.6589	189.38	523.74
2717.30	136.0756	186.47	527.63
2726.50	137.7472	189.67	530.27

Table 6: Bestimmung von α_2 und Nu_2

4.6 Reynolds Zahl Re_2

Dazu wird zunächst $V_R$berechnet:

$$V_R = \pi \cdot (\frac{d}{2}) \cdot l = \pi \cdot (\frac{6 \cdot 10^{-3} m}{2})^2 \cdot 2.75m = 7.77 \cdot 10^{-2} l \tag{12}$$

Dadurch ist es möglich die mittlere Geschwindigkeit zu berechnen:

$$\overline{u} = \frac{l}{t} = \frac{l}{\frac{V_r}{\dot{V}}} \tag{13}$$

Für die Re_2 gilt:

$$Re_2 = \frac{v \cdot \rho \cdot d}{\eta} \tag{14}$$

$\bar{u}$ [$m \cdot s^{-1}$]	ρ [$kg \cdot m^{-3}$]	η[$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]	Re_2
1.179751	0.9922	0.000632	5094.8294
1.671314	0.9922	0.000630	7232.7840
2.162877	0.9922	0.000630	9360.0734
2.654440	0.9922	0.000630	11487.3628
3.146003	0.9923	0.000635	13529.1788
3.637566	0.9926	0.000647	15346.9013
4.129129	0.9929	0.000656	17196.9626

Table 7: Bestimmung von Re_2

5 Kriteriengleichung

Für die Kriteriengleichung gilt:

$$\mathrm{Nu}_2 = \mathrm{K} \cdot \mathrm{Re}_2^{\mathrm{m}} \cdot \overset{\mathrm{n}}{\mathrm{Pr}} \tag{15}$$

Die Gleichung wird durch Logaritmieren linearisiert. Somit :

$$\ln\mathrm{Nu}_2 = \ln\mathrm{K} + \mathrm{m} \cdot \ln\mathrm{Re}_2 + \mathrm{n} \cdot \ln\mathrm{Pr} \tag{16}$$

$\ln Nu_2$	$\ln Re_2$	$\ln Pr_1$
-0.043	8.54	1.44
0.261	8.89	1.44
0.438	9.14	1.44
0.530	9.35	1.44
0.607	9.51	1.45
0.594	9.64	1.47
0.612	9.75	1.49

Table 8: Bestimmung von Kriteriengleichung K

$$-4.57 = \ln\mathrm{K} \tag{17}$$

$$0.53 = \mathrm{m} \tag{18}$$

Die Steigung entspricht dem Exponenten . K lässt sich aus dem Achsenabschnitt berechnen. (19) Für die Kriteriengleichung folgt daher: (20)

```
assign("nu", c(-0.043, 0.261, 0.438, 0.530, 0.607, 0.594, 0.612))
assign("re", c(8.54,8.89,9.14,9.35,9.51,9.64,9.75))
fitcp<-lm(nu ~ re +I(re^2)+I(re^3))
summary(fitcp)
--R2
```

6 Fehlerbetrachtung

7 Aufgabe 1.

8 Aufgabe 2.

References

[1] D. R. Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 88. Aufl., CRC Press, New York **2007**, S. 888.

[2] D. R. Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 88. Aufl., CRC Press, New York **2007**, S. 1069.

[3] http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/

[4] A. Brehm, *Praktikumskript Wärmeübertragung*, Oldenburg, **2014**, S. 14.