COSMOGRAVE

Calculateur d'univers et de trajectoires en relativité générale

H. Alhousseini, A.Gourdin, M. Tamatoa, étudiants M1 Physique Numérique 2015 –2016

Encadrants: **J-P.Cordoni, I.Mougenot, H.Reboul**

Contexte

Développement d'un logiciel basé sur la relativité générale pour calculer :

- l'évolution des paramètres cosmologiques d'un univers de Friedmann-Lemaître
- les trajectoires libres au voisinage d'un centre massif y compris jusqu'à la singularité d'un trou noir.

Existant

2015 : Déploiement de cosmograve/ test d'application et correction des bugs

2014 : Mise à jour de Cosmograve v2

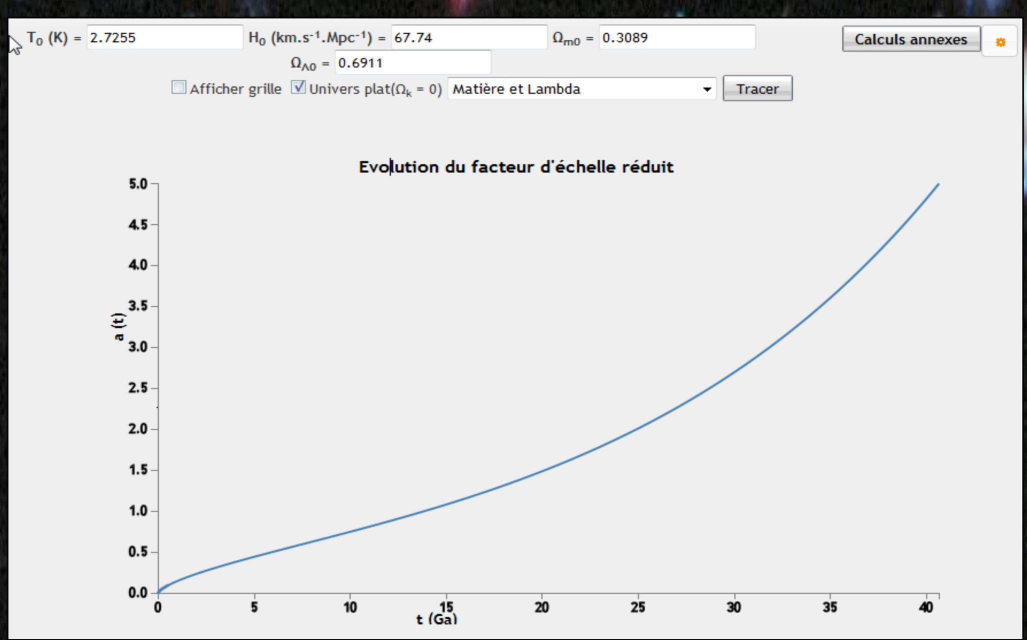
2013 : Cosmograve v2/Application web

2009 : Cosmograve Applet Java

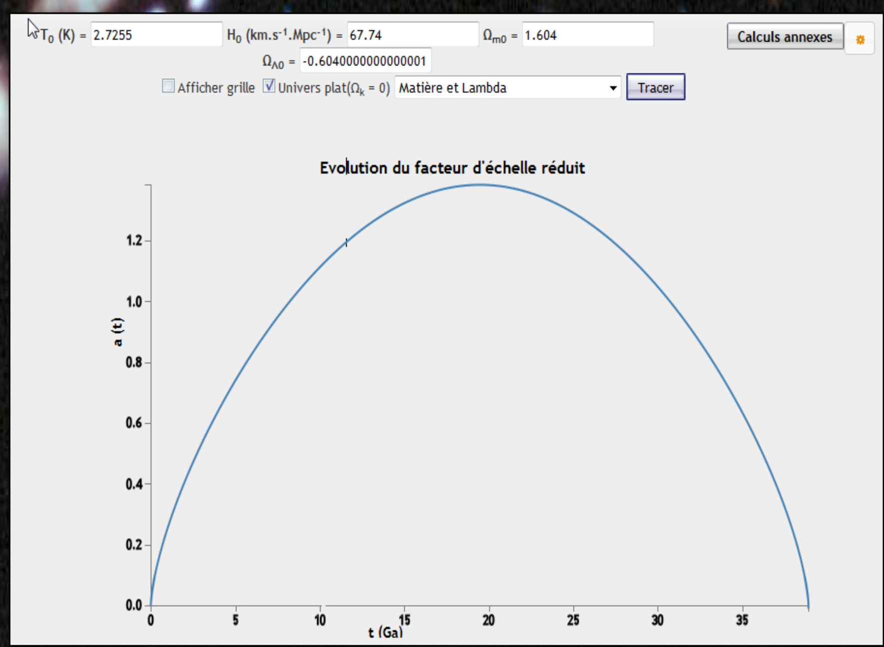
Objectifs

- Refonte de l'existant en JavaScript
- Extension des performances

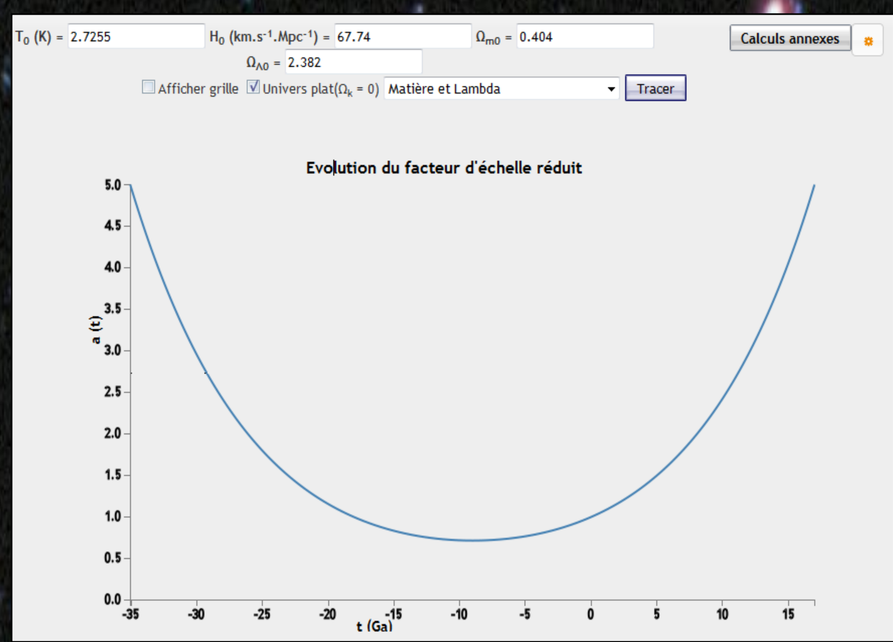
Univers



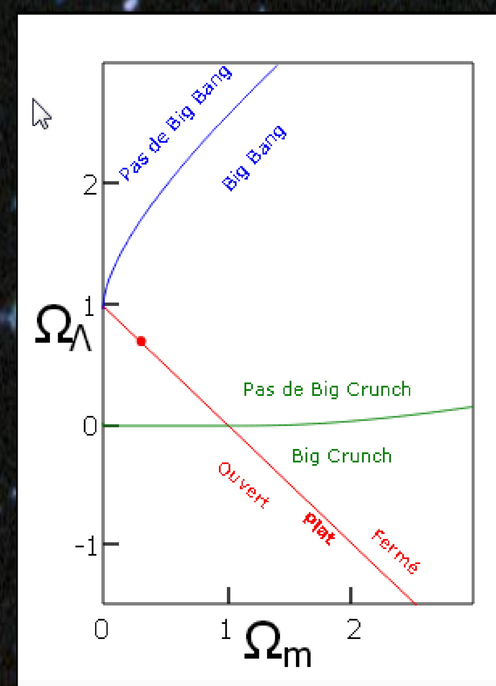
Avec Big Bang et sans Big Crunch



Avec Big Bang et Big Crunch



Sans Big Bang et Big Crunch



Graphe des séparatrices

Équations de Friedmann-Lemaître

$$-\frac{k}{R^2}-\frac{\dot{R}^2}{c^2R^2}-\frac{2\ddot{R}}{Rc^2}+\Lambda=\frac{8\pi Gp}{c^4} \quad \textit{FL 1}$$

$$\frac{k}{R^2}+\frac{\dot{R}^2}{c^2R^2}-\frac{\Lambda}{3}=\frac{8\pi G\rho}{3c^2} \quad \textit{FL 2}$$

Paramètres cosmologiques

$$\Omega_m(t)=\frac{8\pi G\rho_m(t)}{3H^2(t)} \qquad \Omega_\Lambda(t)=\frac{\Lambda c^2}{3H^2(t)}$$

$$\Omega_r(t)=\frac{8\pi G\rho_r(t)}{3H^2(t)} \qquad \Omega_k(t)=\frac{kc^2}{R^2(t)H^2(t)}$$

$$\Omega_m(t)+\Omega_r(t)+\Omega_\Lambda(t)+\Omega_k(t)=1 \quad \forall t$$

Distance métrique

$$d_m=\frac{c}{H_0\mid\Omega_{k0}\mid^{1/2}}S_k\left\{\mid\Omega_{k0}\mid^{1/2}\int_0^z E^{-1/2}(x)dx\right\}$$

$$S_k(x)=\begin{cases} sinhx & \text{Si } k=-1\\ x & \text{Si } k=0\\ sinx & \text{Si } k=1\end{cases}$$

Les durées de parcours de la lumière entre les instants cosmiques t_1 et t_2 :

$$t_2-t_1=\frac{1}{H_0}\int_{z2}^{z1}(1+x)^{-1}E^{-1/2}(x)dx$$

Âge de l'univers à Big Bang

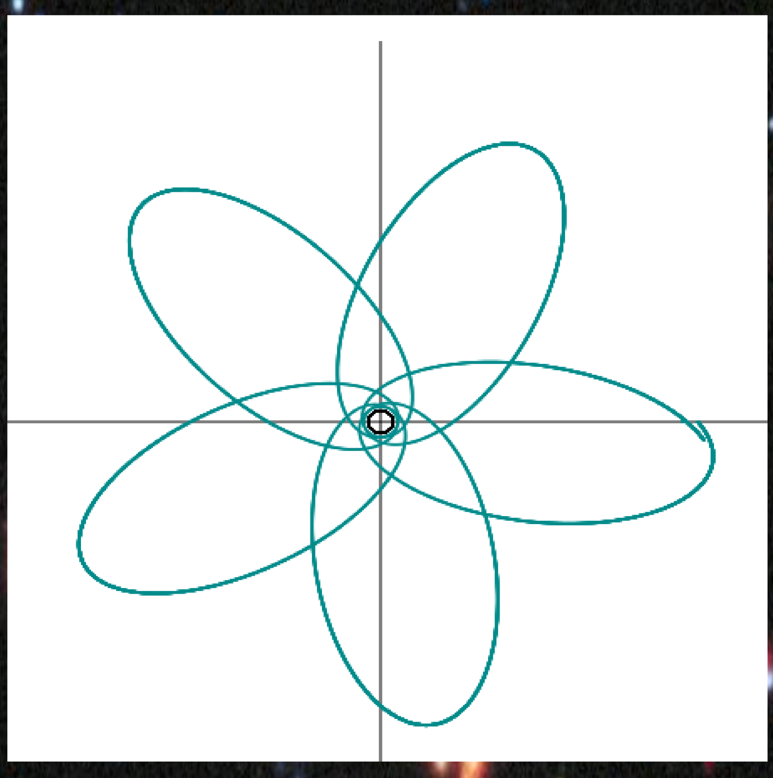
$$t_0=\frac{1}{H_0}\int_0^\infty(1+x)^{-1}E^{-1/2}(x)dx$$

$$E(x)\overset{def}{=}\Omega_{r0}(1+x)^4+\Omega_{m0}(1+x)^3-(\Omega_{r0}+\Omega_{m0}+\Omega_{\Lambda0}-1)(1+x)^2+\Omega_{\Lambda0}$$

Evolution des paramètres cosmologiques

$$\frac{H}{H_0}=E^{\frac{1}{2}}(z)\,,\quad \frac{\Omega_r}{\Omega_{r0}}=\frac{(1+z)^4}{E(z)}\,,\quad \frac{\Omega_m}{\Omega_{m0}}=\frac{(1+z)^3}{E(z)}\,,\quad \frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_{\Lambda0}}=\frac{1}{E(z)}\quad et\quad \frac{\Omega_k}{\Omega_{k0}}=\frac{(1+z)^2}{E(z)}$$

Gravitation



Mouvement d'une particule libre au voisinage d'une masse M

Trajectoire dans un plan de front

$$\theta=\frac{1}{2}\pi$$

Métrique de Schwarzschild

$$ds^2=-e^\lambda dr^2-r^2(d\theta^2+sin^2\theta d\phi^2)+e^\nu c^2dt^2$$

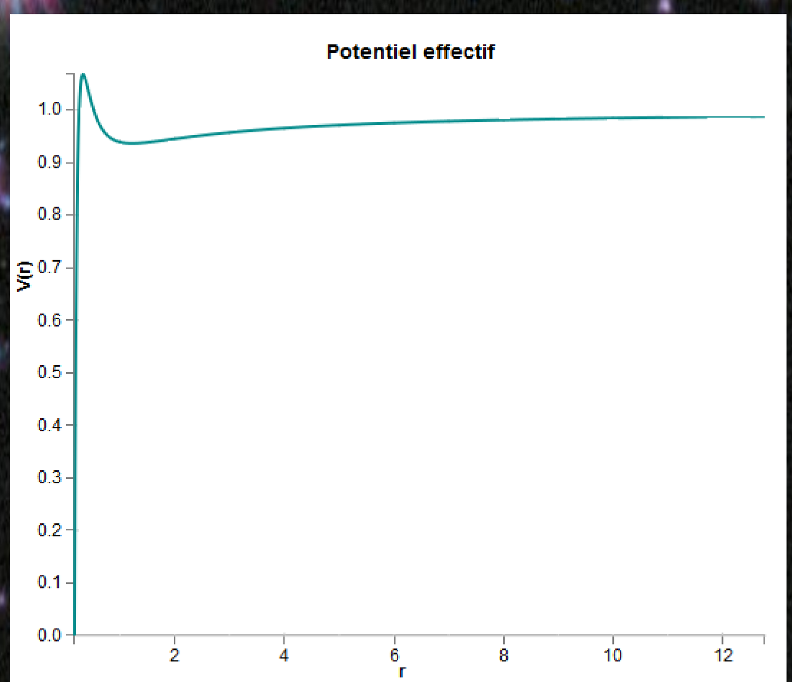
$$\lambda+\nu=0 \qquad e^\nu=1-\frac{2m}{r} \qquad m=\frac{GM}{c^2}$$

$$(1-\frac{2m}{r})\frac{dt}{d\tau}=E \qquad r^2\frac{d\phi}{d\tau}=cL$$

$$v_\phi(\tau)=r(\tau)\frac{d\phi}{d\tau} \qquad L=\frac{v_\phi(\tau_0)r(\tau_0)}{c}$$

Particule autour d'un corps massif

$$\frac{d^2r}{d\tau^2}=-\frac{1}{2}\frac{dV}{dr} \quad \text{avec} \quad V(r)=c^2(1-\frac{2m}{r})(1+\frac{L^2}{r^2})$$



Potentiel gravitationnel effectif

Dilatation temporelle

$$d\tau=\frac{1}{E}(1-\frac{2m}{r(\tau)})dt$$

Technologies utilisées

HTML JS CSS jQuery jQuery user interface math js