

# Shape From Shading

## Abstract

Shape From Shading はあるサーフェスの一つ画像からそのサーフェスの3次元形状を計算する過程のことである。ほかの多くの3次元形状再構成問題と異なり(例えば、ステレオや測光ステレオ)、このShapeFromShading問題では、データが最小である(単一の画像しか用いないから!)。結果として、この逆の問題は本質的に困難です。この章では我々はこの問題の主な難点と最新の理論結果について説明する。我々はまた、現実的なモデルかと厳密な数値的方法のいくつかの例も示す。

## 1 Introduction

「Shape From Shading」問題(SFSとする)はあるサーフェスの3次元形状を、そのサーフェスの白黒画像一つの輝度から計算することである。図1参照。

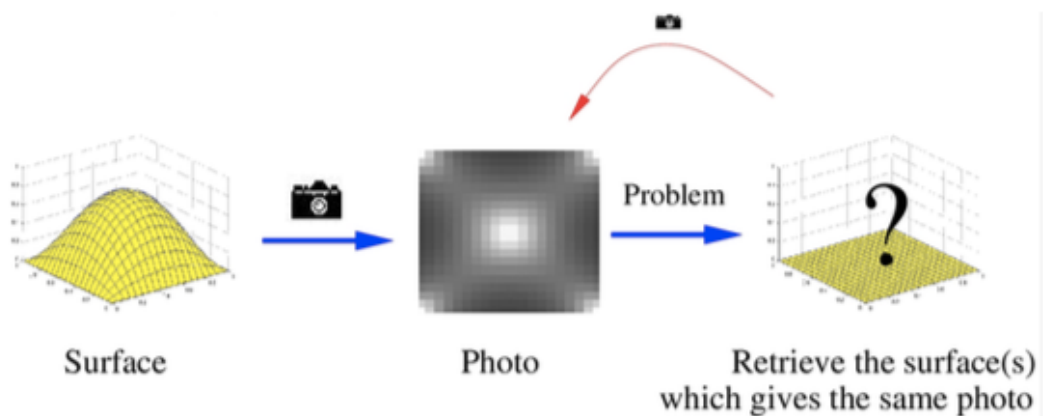


FIGURE 1. The “Shape-from-Shading” problem.

70年代にHorn[18]は、輝度方程式と呼ばれる非線形一次偏微分方程式(偏微分方程式=PDE)の解を見つけることで、SFS問題を単純かつ厳密に定式化した最初のものであった。最初の期間では(80年代では)、著者は問題の計算の部分に焦点を当て、数値解を直接計算しようと試みた。BrussとBrooks[8,5]の研究を例外として、その問題の解決法の存在や一意性に関する問題は単純に提起されていなかった。それにもかかわらず、結果の質が悪いがためにこれらの問題は、解決策を計算するための数値スキームの収束に関連する問題と同様、20世紀の最後の10年間で中心となった。今日では、SFS問題は質の悪い問題と知られている。例えば、多くの論文が解が一つでないことを示している[5,28,29,38,4,16,36,34]。問題としてはしばしば、図2-a)に示されるような凹凸の曖昧さによって示される。この図では、曖昧性は照明のパラメータの推定値の変化による

ものである。実際、この種の曖昧性は広く一般化することができる。[4]において、Belhumeurらは照明方向 $l$ と表面のランベルト反射率(アルベド)が不明である場合、連続した面群(3つのパラメータの線形に依存する)によって同じ画像を得ることができることを照明している。言い換えると、単一の視点から見たオブジェクトの陰影も、影も正確な3D構造を明らかにしていないことを示している。これは「ベースレリーフの曖昧さ」で[4]と図2-b)と2-c)を参照：大理石のベースレリーフ彫刻の正面と側面。これらの難点を認識しているので、我々は高原の全てのパラメータ、表面反射率およびカメラが既知であると仮定する。

上述したように、Horn によって導入された SFS 問題のモデリング方法は PDE(輝度式)に帰着する。この式は以下ようになる。

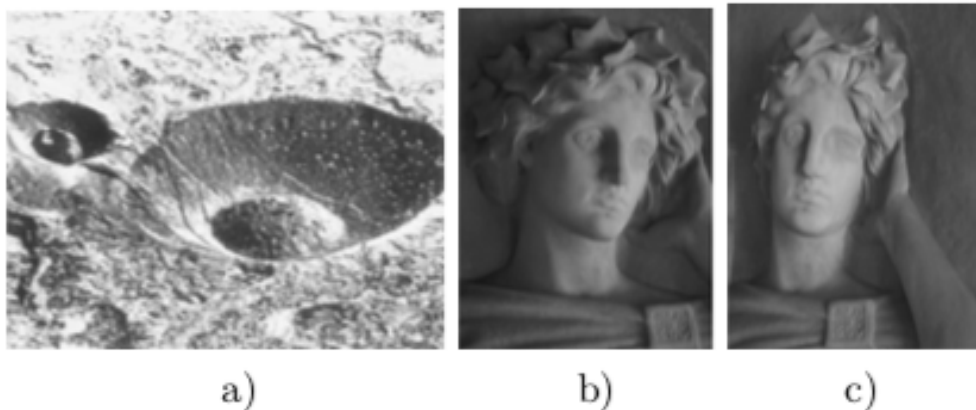
$$I(x_1, x_2) = R(n(x_1, x_2))$$

$(x_1, x_2)$  は画像の点  $x$  の座標である。輝度方程式は反射率マップ( $R$ )を輝度画像( $I$ )

に接続する。非常に少数の論文を除いて、例えば[1,25,37]の SFS 法のほとんどではシーンが **Lambertian** であると仮定します。この場合、反射率マップは表面に対する光ベクトル  $L(x)$  と法線ベクトル  $n(x)$  との間の角度の余弦(cos)である。

$$R = \cos(L, n) = \frac{L \cdot n}{|L| |n|}, \quad (1.1)$$

ここでは  $R$ 、 $L$ 、 $n$  は  $(x_1, x_2)$  に依存します。(多分  $n, L$  は行列)



a) クレーター錯視[31]：この画像から大小二つのクレーターを知覚できる。しかし光源が上部でなく下部にあると仮定すれば、これらの火口を火山とすること

ができる(逆さまだが)。この写真は実際には、ハワイ島の灰のコーンのペアで、クレーターペアではない。b-c) 「ベースレリーフの曖昧さ」[4]: 大理石のベースレリーフ彫刻の正面と側面。側面図が平坦化を明らかにしている一方で、正面図が完全な3次元の奥行きを有するよう見えることに注目する。これは画像 b が2つの表面、すなわち画像 b)を視覚化することによって創造される3次元表面と、2つの画像 b)および c)の起点にある実際の隆起とによって生成され得ることを実証する。

FIGURE2 : SFS の曖昧性の例

## 2 Mathematical formulation of the SFS problem

この章では、いくつかの明示的な PDE を解くことによって SFS 問題を公式化する。これらの明示的な方程式は、方程式(1.1)から生じる。

$\Omega$ を画像領域(例えば、 $[0,X] \times [0,Y]$ の矩形)を表す  $R^2$ でのオープンサブセットとする。3次元サーフェス  $\Sigma = \{S(x); x \in \Omega\}$ によってシーンを表現する。 $x \in \Omega$ であり、

実3次元空間での  $\Omega$ の閉包で定義された関数  $S$ を用いて明示的にパラメータ化することができる。特定の種類のパラメータ化はここでは無関係ですが、カメラの種類(斉射投影対ピンホール)や数学的な利便性によって異なる。ここでは、光源は一定で正確であると仮定する。 $y \in R^3$ のため、点  $y$ における光源の方向を表す単位ベクトルを  $L(y)$ とする。光源が無遠慮に位置する場合、光ベクトル場は一様(すなわち一定)である。この場合、 $L = (\alpha, \beta, \gamma), \gamma > 0$ 、そして

$I = (\alpha, \beta)$ とする。もし光源が視覚(光学)の中心の場合、 $L(S(x)) = S(x) / |S(x)|$ である。

### 2.1 “Orthographic SFS” with a far light source

(遠方光源を用いた正投影 SFS)

これは SFS 問題の従来の設定である。ここでは、特にカメラがあるシーンの正投影を実行すると仮定する。そのようなモデリングでは、シーンないのポイントのカメラまでの距離を  $u$  で表すのが自然である。言い換えると  $\Sigma$ は

$S: x \rightarrow (x, u(x))$  によってパラメータ化される。このようなパラメータ化において

点  $S(x)$  における法線ベクトル  $\mathbf{n}(x)$  は  $n(x) = (-\nabla u, 1)$  によって与えられる。この時

SFS 問題は、 $u: \bar{\Omega} \rightarrow R$  を満たす光学方程式

$$\forall x \in \Omega, I(x) = (-\nabla u(x) \cdot \mathbf{l} + \gamma) / \sqrt{1 + |\nabla u(x)|^2}$$

の関数を見つけるために  $I$  と  $L$  が与えられる。

SFS 問題の論文ではこの方程式はいろいろな方法で書き換えられている。

例えば、Rouy と Tourin が [38] の中で  $H(x, p) = 0$ 、 $p = \nabla u$  とし、

$$H_{R/T}(x, p) = I(x) \sqrt{1 + |p|^2} + p \cdot \mathbf{l} - \gamma \text{ と書き著している。}$$

(ヤコビ行列  $DS(x)$  の 2 つの列は点  $S(x)$  での  $\Sigma$  への接ベクトル。それらの交差積は法線ベクトル。)

[14] の中で、Dupuis and Oliensis は

$$H_{D/O}(x, p) = I(x) \sqrt{1 + |p|^2} - 2p \cdot \mathbf{l} + p \cdot \mathbf{l} - 1 \text{ と考えている。}$$

$L = (0, 0, 1)$  の場合、Lions は [26] で

$$H_{Eiko}(x, p) = |p| - \sqrt{\frac{1}{I(x)^2} - 1} \quad (\text{Eikonal 等式と言われる}) \text{ として扱い。}$$

関数  $H$  は Hamiltonian と言われる。

## 2.2 “Perspective SFS” with a far light source

(遠方光源を用いた遠近法？近視図法？SFS)

「Perspective SFS」はカメラがあるシーンの近視投影をすると仮定する。それゆえ  $\Sigma$  が  $\bar{\Omega}$  上で定義された深度変調関数  $u$  によって明示的にパラメータ化できると仮定する。言い換えると、 $S(x) = u(x) \cdot (x, -f)$ ,  $\forall x \in \bar{\Omega}$  を選び、ここで  $f$  は焦点距離である。そのようなパラメータ化において、点  $S(x)$  における法線ベクトル  $\mathbf{n}(x)$  は  $n(x) = (f \nabla u(x) + x \cdot \nabla u(x))$  として与えられる。 $\mathbf{n}(x)$  の表現と変数

$v=\ln(u)$  の変化を合わせることで、(放射)照度方程式(1.1)から以下の Hamiltonian[34,41,11]が得られる。

$$H_{p/F}(x, p) = I(x) \sqrt{f^2 |p|^2 + (x \cdot p + 1)^2} - (f1 + \gamma x) \cdot p - \gamma$$

### 2.3 “Perspective SFS” with a point light source at the optical center

(視覚的(光学的)中心の点光源を用いた「Perspective SFS」)

ここでは  $\Sigma$  を

$$S(x) = u(x) \frac{f}{\sqrt{|x|^2 + f^2}} (x, -f), \quad \forall x \in \bar{\Omega}$$

によって定義する。

この場合、我々は  $n(x) = \left( f \nabla u - \frac{fu(x)}{|x|^2 + f^2} x, \nabla u \cdot x + \frac{fu(x)}{|x|^2 + f^2} f \right)$  となる  $n(x)$  を選ぶ。

$n(x)$  の表現と変数  $v = \ln(u)$  を合わせて、方程式(1.1)から以下の Hamiltonian[35,33]を得る。

$$H_{optC}(x, p) = I(x) \sqrt{f^2 |p|^2 + (p \cdot x)^2 + Q(x)^2} - Q(x)$$

### 2.4 A generic Hamiltonian

(一般的な Hamiltonian)

論文[35,33]の中で、Prados と Faugeras は上に述べた全ての SFS の Hamiltonian は以下の「一般的な」Hamiltonian の特別なケースであることを証明した。

$$H_g(x, p) = \kappa_x \sqrt{|A_x p + v_x|^2 + K_x^2} + w_x \cdot p + c_x,$$

$\kappa_x, K_x \geq 0, c_x \in R, v_x, w_x \in R^2, A_x \in M_2(R)$  ( $2 \times 2$  の実数行列の集合)

彼らはまた、この「一般的な」Hamiltonian は以下のような上限に書き換えられることを示した。

$$H_g(x, p) = \sup_{a \in \bar{B}_2(0,1)} \left\{ -f_g(x, a) \cdot p - l_g(x, a) \right\}$$

ここの  $f_g$  と  $l_g$  の表現の詳細は[33]を参照。この一般化された公式は問題の解析をかなり単純化する。解の特徴付けと近似表現についての定理はこの一般化された SFSHamiltonian でできるだけ正確に証明される。とりわけ、この公式は orthographic and perspective(正投影と透視投影) SFS 問題を単一化する。また、実用的な見方より、上記の色々な問題は単一のアプローチを用いて数学的に解くことができる。

### 3 Mathematical study of the SFS problem

(SFS 問題の数学的研究)

#### 3.1 Related Work

SFS 問題は、実験のセットアップを完全にしてもよくない問題であることが知られている。例えば、以前の SFS PDE は一定の解を持たなかった。いくつかのサーフェスが同じ画像を生成してしまうように[16]。数値解を計算する前に、以下の問題に答えるのがすごく重要である。解は存在するのか？もしそうならどのような点で解になるのか(古典的か弱い)？解は一定か？これらの問題の答えを証明するために様々なアプローチがあり、二つのカテゴリーに分類される。まずは、Dupuis や Oliensis[14]や Kozera[24]の滑らかな(古典的な)解法である。より簡潔に Dupuis と Oliensis[14]はいくつかの制約付き  $C^2$  解の一意性を証明し、 $C^1$  を特徴付ける。Kozera は半球や平面と連携する？(ここ分からん)それにもかかわらず、我々は滑らかな画像を「滑らかでない」形状に設計することができる[6,23]。ノイズ、パラメータのミス(焦点距離、光源位置など)、及び間違ったモデリング(相互反射、拡張された光源、非ラムバertian反射率など)などの誤差のために、実際の画像での滑らかな解は、厳密には存在しない。他の点では、これはまたそのような規則性の仮定に完全に基づいているグローバルな方法(例えば[14,20,27])が実際の画像をうまく機能させていないことを示す。これは弱い枠組みにおける問題を考慮に入れる。

第二に、90 年代に Lions や Rouy や Tourin[38,26]は粘性解の概念を用いて SFS 問題を解くことを提案している。最近、彼らのアプローチは Prados や Faugeras[36,34]や Falcone[9]によって拡張されている。粘性解の学説は様々な理由で魅力的である。①強度画像が(Lipschitz)連続であるとなすぐに弱い解が存在することが保証される。②全ての解を特徴付けすることができる。③いかな

る特殊解も効果的に計算可能である。それにもかかわらず Lions、Prados、Faugeras や Falcone[38,26,36,34,9]の研究は重大な弱点がある。粘性解の特徴づけとその計算は特に、画像の境界線上の値の知識が必要となる。実際にはそのような値は未知なので現実的でない。粘性解に基づく研究に対し、Dupuis と Oliensis[14]は、わずかなデータから  $C^1$  解法の特徴づけをする。具体的には、画像の境界上の値を指定しない。これら全ての方法の利点と欠点を考慮すると、Prados[35,32]は滑らかな解が存在しない場合を含む大規模な状況においての解(Dupuis や Oliensis の解と違う一つ)の存在を保証する弱解の新たなクラスを提案する。これらの新たな解法は”Singular Discontinuous Viscosity Solutions”(SDVS)と呼ばれる。SDVS の概念は SFS 文献で提案された数学的フレームワークを統一し、以前の主な理論結果を一般化することを可能にする。

### 3.2 Nonuniqueness and characterization of a solution

(解の非一貫性と特徴付け)

このセクションで提示された結果は、SDVS[35]の概念に基づく。粘性解は弱い意味で解であり、古典的(微分可能)な解は特定の粘性解であることを再確認する。弱い解のこの概念の詳細は[2]を参照。コンピュータビジョンに関する直感的なアプローチについては、例えば[35]とその参考文献を参照。

CCD センサは有限の大きさを有するので、 $\Omega$ が有界(境界)であると仮定する。この場合、ハミルトン-ヤコビ方程式( $H(x, \nabla u(x)) = 0, \forall x \in \Omega$ )とここで考えられる SFS 方程式は固有の粘性解[2]を持たないことが知られている。したがって解を特徴付ける(及び計算する)ためには、追加の制約を課す必要がある。[35 で(暗黙のうちに[14]で)”state constraint”の考え方(Soner conditions とも言われる)は Dirichlet(解の値を修正する制約)や Neumann(派生的な解を修正する制約)の境界条件よりも便利な考えを提案する。”state constraint”は境界条件で、粘性において(例は[2]を参照)  $H(x, u(x), \nabla u(x)) \geq 0, \text{ on } \partial\Omega$  である。この制約は粘性にお

いて、Dirichlet の制約  $\forall x \in \partial\Omega, u(x) = \varphi(x) \text{ with } \varphi(x) = +\infty$  に対する。ある意味で、state constraint の方程式を満たすことはもっとも粘性のある解を選ぶことを含む。State constraint の概念の興味は二つある。①Dirichlet や Neumann の境界条件に対して、state constraints はいかなるデータ(注釈 7)も必要としない。State constraints の概念は[35]より、 $x$  が  $\partial\Omega$  に向かうとき  $u(x)$ が増加すると解

くことができる。それゆえこの制約の追加は、元のサーフェスがこの基本的な過程を検証するとすぐに適切な解を提供する。例えば、処理される画像が背景の前に対象オブジェクトを含むとすぐに条件が満たされるのでこの制約は実際には強くないことを強調する。SFS 方程式を解く試み(第二節で述べる)が Dirichlet や Soner(state constraints)の境界条件を画像の教会全体に適用しても、これらの制約は解の一意性を得るには不十分。弱い解(SDVS)や古典解( $C^1$ )を特徴づけるために、Dirichlet の拘束条件を局所的な最小値(注釈 8)という特異点に課すことが必要であり十分である。他の点では state constraints を課すのみ[32]。特異点の集合は  $S = \{x \in \Omega \mid I(x) = 1\}$  である。これらの点は最大強度(注釈

9)の点であり、表面の砲戦が光の方向と一致する点に対応する。

それゆえ実際には、元の表面(注釈 10)を復元するためには、これらの特定の点全てで、極小点である特異点と表面の高さが何であるかを知る必要がある。この知識がない場合(残念ながら実際に持っていない!）、正確なオリジナルの表面を再現することはできない。それにもかかわらず、Prados と Faugeras の枠組みは、我々が計算したもの、すなわち SDVS(Dupuis と Oliensis[14]が特に考慮する評価関数と一致する)を正確に理解することを可能にすることを注意する。実際には解の高さを特異点と画像の境界に固定し、その情報が利用できないときはこれらの値を無限に飛ばす(state constraint を課す)。最後に Prados とその同僚はこのような制約条件で SFS 方程式の固有の SDVS が存在することを証明する(注釈 11)。

8  $u - \varphi$  の最小値。  $\varphi$  は適切な分割[32]。

9  $I(x) = \cos(n, L)$

10 SFS、撮影された表面。

11 いくつかの弱い適切な前提がある[32]。

#### 4 Numerical solutions by “Propagation and PDEs methods”

(伝播法と PDE 法による数値解)

2 章で SFS 問題は一次の PDE を解くことと考えられた。この章では、まさに SFS PDE を直接解くことで構成される数値的 SFS 問題を考える。それらを「propagation and PDEs methods」とする。これらの数値的解法はいかなる線形化も生まない(線形の解法と違う;[15]最近の研究の論文)。さらに、正規化や積



分項を加える変文法と違いバイアスも方程式の中に含まない。SFS 問題への変則的なアプローチの詳細は、Horn と Brooks の本[19]とその同僚[15](およびその中の参考文献)の調査を参照。

以下、google 翻訳の貼り付け

#### 4.1 Related work

伝播法と PDE 法は 2 つのクラスに細分される。” シングルパスメソッド” と” 反復メソッド”。主な前者は特性ストリップ法(Horn[18])、等高線輪郭の伝播法(Bruckstein[7]に導入され、Kimmel と Bruckstein[21]改良された。)高速マーチング法(Sethian と Kimmel[39, 22]が提唱)。反復法の中でも特に、Rouy と Tourin [38]によって導入されたアルゴリズム、Prados と Faugeras [36, 34]による拡張、Dupuis と Oliensis のアルゴリズム[14]、制御理論とディファレンシャルゲーム、Falcone らのアルゴリズム [9]有限要素に基づく。Prados and Faugeras [34, 35]の研究を除いて、これらの方法はいずれも、Eikonal 方程式 [18, 7, 38, 21, 39]のみ、または斜め光源を用いた正射投影 SFS [14, 9, 22, 36]。これらの方法が多様であるにもかかわらず、すべてが同じ解の近似を計算することが証明できます。特に、Bruckstein [7]の等高初期輪郭法は、ホーンの特徴的なストリップの方法の変形である[18]。[7]では、Bruckstein は初期曲線が等高線の輪郭であると仮定しています。このような特別なディリクレの境界条件を課すことによって、彼は特徴的なストリップの基本的な方法で必要とされるノイマン境界条件を落とす(これらの方法の素晴らしい、厳しい研究のための[23]参照)。基本的には、上記の両方の方法は、不安定性と位相的な問題に悩まされているラグランジュの手法です(例えば、[30]を参照)。これらの問題を緩和するために、Kimmel と Bruckstein [21]は、問題のオイラー式を用いて Bruckstein の方法を改良することを提案する。他の点では、前方伝播問題とハミルトンヤコビ方程式との間の関係はよく知られている。特に、おおまかに言えば、正面伝播に関連する Hamilton Jacobi 方程式の粘性解は、Huygens の原理によって定義される初期輪郭の進化に対応することが証明されている。たとえば[17]を参照してください。同じように、我々が上に引用した他の方法 (Sethian's、Rouy-Tourin's、Dupuis-Oliensis、Falcone、および Prados-Faugeras の方法) は、SFS 方程式の粘度解の近似値を計算します。特

に、[40]、Sethian と Vladimirovsky では、高速マーチング/順序付けられた風上法によって計算された数値解は、連続粘性解に収束する（画像境界上のディリクレ境界データを持つ）。[35]において、Prados と Faugeras は [38,14,9,36,34]で証明された結果を一般化し統一する。より正確には、すべての場合において、著者は SDVS の近似値を計算することを示している。基本的には、作業の差異[38,14,9,36,34]は境界条件の選択に基づいています。[32]を参照してください。一般的なやり方では、すべての伝播法および PDE 法は、特にディリクレ、ノイマンまたはソナーの境界条件という追加の制約を必要とする。換言すれば、計算された解は境界条件によって特徴付けられる。これらの境界条件は十分な情報を含んでいなければならない。また、この情報はソリューションに沿って伝搬されます。Horn [18]と Bruckstein と Kimmel の方法[7、21]を除いて、以前のすべての方法は様々な Dirichlet / Soner 境界条件に対処することに注意しよう。より正確には、Rouy and Tourin [38]、Dupuis and Oliensis [14]、Sethian [39]および Prados and Faugeras [36,34]のアルゴリズムは、Dirichlet および/または Soner 条件を、全ての特異点  $S$  及び画像の他の部分（例えば、等高線上に...）上にある。例えば、画像の任意の点で解の値がわからないときは、Dirichlet 境界条件を課す必要がある 1 つの点を除いて、 $\partial \Omega \cup S$  に状態制約（ソナー条件）を課すことができます。これらの方法とは対照的に、Horn [18]は Dirichlet と Neumann 境界条件を必要とし、Bruckstein [7、21]は等高線の知識を必要とすることに注意してください。この最後の制約は、非常に特異的なディリクレ条件であり、以前の制約よりはるかに強力です。暗黙のうちに、Bruckstein の方法[7、21]も  $\partial \Omega \cup S$  に状態制約を課すことに注意してください。

最後に、より数値的な観点から、Sethian [39]によって考察された近似スキームは、Rouy と Tourin によって設計されたものであるとも言える。さらに、Prados と Faugeras の計画は、Rouy と Tourin のスキームの拡張であり、その解決策は Oliensis のスキームと一致しています。

## 4.2 An example of provably convergent numerical method:

### Prados and Fauferas' method

(証明可能な収束数値法の例：

プラドスとフォーフェラスの方法)

本節では、Prados と Faugeras [33]の収束的な数値的方法を提示する。この方法は、Rouy と Tourin [38]、Prados et al. の反復法を特に統一することを思い出ししてください。 [36,34]と Dupuis と Oliensis [14]。

ここでは、有限差分近似法を考察する。近似スキームの概念に慣れていない読者は[3]または[33]を参照することができます。 [3]に従うと、近似スキームは次の形式の関数式であることを思い出してください

$$S(\rho, x, u(x), u) = 0, \forall x \in \bar{\Omega}$$

考慮されている PDE を「近似する」。

$S$  は実数空間  $\mathbf{R}$  内の  $M \times \bar{\Omega} \times R \times B(\bar{\Omega})$  上で定義され、  $M = R^+ \times R^+, \rho = (h_1, h_2) \in M$  対応する数値アルゴリズムのメッシュのサイズを定義する。

**Definition 1** 全ての固定メッシュサイズ  $\rho$  に対して解が存在し、全ての解が  $\rho$  とは無関係に隔てられていれば方程式  $S$  は安定である。

スキーム(方程式)の安定性を保証するには、単調であること(関数  $u \rightarrow S(\rho, x, t, u)$  が増加しないこと)と関数  $t \rightarrow S(\rho, x, t, u)$  が減少しないことである[33]。

そのような方程式を得るために、Prados や Faugeras[33] は一般的な Hamiltonian を以下のように近似する。

$$H_g(x, \nabla u(x)) \approx \sup_{a \in \bar{B}(0,1)} \left\{ \sum_{i=1}^2 (-f_i(x, a)) \frac{u(x) - u(x + s_i(x, a)h_i \bar{e}_i)}{-s_i(x, a)h_i} - l_g(x, a) \right\}$$

$f_i(x, a)$  は  $f_g(x, a)$  の成分  $i^{th}$ 、  $s_i(x, a)$  はその符号。それゆえ近似した方程式を得る。

$$S_{impl}(\rho, x, u(x), u) = 0$$

$$S_{impl}(\rho, x, t, u) = \sup_{a \in \bar{B}(0,1)} \left\{ \sum_{i=1}^2 (-f_i(x, a)) \frac{t - u(x + s_i(x, a)h_i \bar{e}_i)}{-s_i(x, a)h_i} - l_g(x, a) \right\}$$

である。

架空の時間  $\Delta \tau$  を用いることで、この暗示された方程式半暗黙の(semi-implicit)方程式で変形できる。(単調)

$$S_{semi}(\rho, x, t, u) = t - (u(x) + \nabla \tau S_{impl}(\rho, x, u(x), u))$$

$\nabla \tau = (f_g(x, a_0) \cdot (1/h_1, 1/h_2))^{-1}; a_0$  は  $S_{impl}(\rho, x, u(x), u)$  に関連する最適な制御。これ

らの2つのスキームはまったく同じ解を持ち、前の単調性条件( $t$ と $u$ に関して)を検証することを強調します。Prados と Faugeras は、これら2つのスキームの安定性を証明している[33]。

構築によって、これらの2つの方式は、輝度画像  $I$  が Lipschitz 連続であるとともに SFS 方程式と一貫している[12]。[33]を参照してください。この手法の安定性と単調性といくつかの一意性の結果を用いて、近似スキーム Simpl と Ssemi の解は、考えられた式の固有粘度解に収束する(適切な境界条件を補完する)メッシュサイズが消えたとき。[33]を参照してください。

すべての固定  $\rho = (h_1, h_2)$  に対して、スキーム  $S(\rho, x, u(x), u) = 0$  の解の数値近似を計算する反復アルゴリズムについて説明します。 $k \in \mathbb{Z}^2$  の場合、 $x_k = (k_1 h_1, k_2 h_2)$ 、 $Q := \{k \in \mathbb{Z}^2 \text{ s.t. } x_k \in \Omega\}$  である。我々は  $\Omega$  の点  $x_k$  を「画素」と呼ぶ。 $\Omega$  は有界なので、ピクセル数は有限です。次のアルゴリズムは、すべての  $k \in Q$  に対して、 $u(x_k)$  の近似値  $U_{kn}$  のシーケンスを計算します。

Algorithm :

初期化 ( $n = 0$ ) :  $\forall k \in Q, U_{k0} = u_0(x_k)$ 。

2.  $U_{kn}$  のピクセル  $x_k$  と修正 (ステップ  $n + 1$ ) の選択 :

$U_{n+1}$  そのような

$U_{n+1} = \tilde{N} = k, \text{ if } \text{if } U_n$

$S(\rho, x_k, U_{n+1}, U_n) = 0; k$

3. 次のピクセル  $x_k$  を選択し (交互のラスタスキャン[13]を使用)、2に戻ります。

[33]において、Prados と Faugeras は、 $u_0$  が SFS スキーム Simpl (それぞれ Ssemi) の超解法である場合、アルゴリズムのステップ 2 は常に固有の解を持ち、計算された数値解は収束する ( $n \rightarrow +\infty$ ) この制度の解決策に向けてアルゴリズムの実装に関する多くの詳細は、[33]にあります。

## 5 Examples of numerical results

このセクションでは、実際の画像に関する数値的結果のいくつかの例を示します。これらの実験では、Prados と Faugeras の暗黙の一般的な SFS アルゴリズムをテストします。同時に、結果が実際の問題に対するこの方法の適用性を読者に納得させることを望む SFS 方法のいくつかの応用を提案する。

カメラが幾何学的に測光的に校正されていると仮定したことを思い出してくだ

さい。セクション 5.1 と 5.2 の実験では、デジタルカメラ (Pentax Optio 330GS) の焦点距離 (5.8mm) とおよそのピクセルサイズ (0.0045mm; CCD サイズ= 1 / 2.7 ") を知っています。セクション 5.3 では、任意の合理的なパラメータを選択します。これらのテストでは、(画像の測光特性が正しくないように見える) ガンマ補正について、何らかの推測された推測も行うことに注意してください。

### 5.1 Document restoration using SFS

このセクションでは、巨大な本の古典的な写本によって生成された幾何学的歪みおよび光度的歪みを除去する複写システムを考察する。SFS 文書ではいくつかの解決策が提案されていることに注意してください。特に Wada らの研究を引用しましょう。[43]、Cho ら[10]および Courteille et al. [11]。ここでは、使用する取得プロセスは古典的なカメラです。本書は、無限遠または光学中心に近い単一の光源 (セクション 2 で説明したモデルに従う) によって照らされています。取得された画像は、Prados および Faugeras の SFS 法を用いて処理され、撮影されたページの形状が得られる。コンパクトな実験システムを得るためには、カメラを本の比較的近くに配置する必要があることを強調しましょう。したがって、このアプリケーションには、パースペクティブモデルが特に適しています。また、図 4 の画像 a) には、その視野による歪みが明瞭に現れる。この SFS 法では、アルベド(ランベルト反射率)は一定であると仮定する。このアプリケーションでは、これは印刷された部品のために保持されません。したがって、ページの表面を復元する前に、画像統計 (Cho's [10]と同様) を使用して印刷部分をローカライズし、修復アルゴリズムを使用してそれらを自動的に消去します。このステップは、重要なピクセルノイズを生成する可能性があります。それにもかかわらず、図 3-b) に示すように、Prados と Faugeras の SFS 法はピクセルノイズに対して非常に頑強であるため、これは問題ではありません。図 3-b) は、このアルゴリズムによって生成された結果)、図 3-a) に示すように、このテストでは、文字はノイズとみなされます。ページの 3 次元形状を回復したら、サーフェスを平坦化することができます。この復元プロセスの各ステップでは、イメージ内のピクセルとの対応を維持できます。したがって、最終ステップで、印刷された部品を復元することができます。

この方法の適用性を証明するために、円柱状の表面にラップされたページ 13 を試しました (安価なカメラとほぼ暗い部屋でフラッシュを使用しています)。図

4 は、a) の元の画像、b) の再構成されたサーフェス（10 回の反復後）(b) の  
 インク部分と e) の再構成されたサーフェスの正投影です。図 4-c) は、この方  
 法が遠近法および測光法の歪みを除去することを可能にすることを示している。

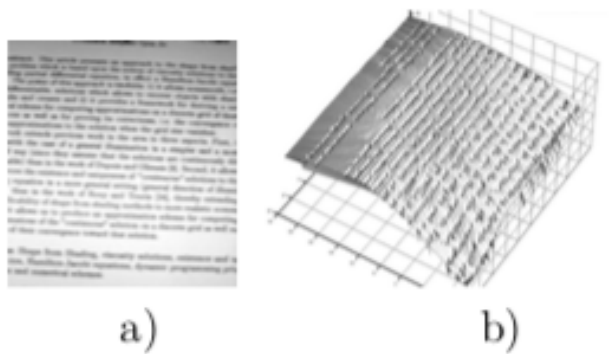


FIGURE3

a) テキストのページの実像[サイズ $\approx 800 \times 800$ ]。 b) Prados と Faugeras の一  
 般アルゴリズム（a の印刷部分を削除しない）によって a) から復元されたサー  
 フェス、

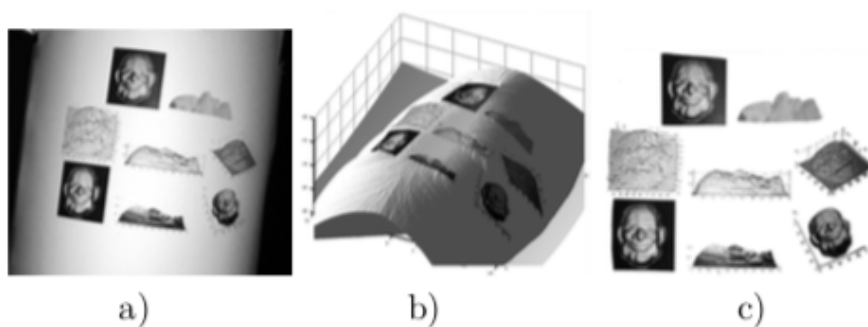


FIGURE4

a) Prados と Faugeras のジェネリックアルゴリズムによって a) から復元され  
 たサーフェス（a の印刷された部分によってテクスチャ付けされた）画像とグラ  
 フィックスを含むページの実際のイメージ[サイズ $\approx 2000 \times 1500$ ]（削除して修復  
 した後 a) のインク部分）。 c) 表面の正射投影 b) : 幾何学的（および光度）の  
 歪みが大幅に減少する。

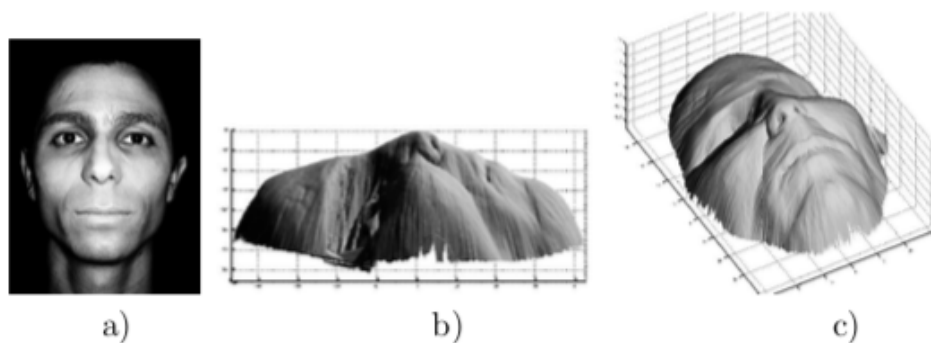


FIGURE5

a) 実顔画像[サイズ $\approx 450 \times 600$ ]. b) 光学中心に配置された光源を有する遠近法モデルを用いて、一般的な SFS アルゴリズムによって a) から回復された表面; c) インペインティングプロセス後の b) と同じモデリング仮説を用いて、一般的な SFS アルゴリズムによって回復された表面。

## 5.2 Face reconstruction from SFS

このセクションでは、顔再構成のための SFS に基づく非常に単純なプロトコルを提案する。我々は、基本的なフラッシュを装備した 1 台のカメラを、近く暗い場所で使用します。我々は、暗い場所でカメラの約 700mm に位置する顔の実像（暗い場所で、より多くのランバートを作るためのメイクを使用）で暗黙的な一般的な SFS アルゴリズムをテストした（図 5-a を参照）。図 5-b) は、一般的なアルゴリズムによって復元された面を、オペセント中心に点光源を持つ遠近法モデルで示したものです。前のアプリケーションと同様に、アルベドは画像全体にわたって一定ではありません。そこで、インペインティングアルゴリズムを用いて、画像中の目と眉を除去した。図 5 は、c) において、修復処理後に得られた画像から回復した表面を示す。

## 5.3 Potential applications to medical images

このセクションでは、SFS メソッドをいくつかの医用画像に適用することに関心があります。私たちの関心は、例えば、Craine et al. [12] (SFS を使用して、子宮頸部の領域の定量的測定に関するいくつかの誤りを、大腸内視鏡画像から補正する)。我々は正常な胃 15 の内視鏡画像に Prados と Faugeras のアルゴリズムを適用した 15) (図 6-a 参照)。このような画像を生成するためには、光源が空間的制約のためにカメラに非常に接近していなければならない。

したがって、適切なモデリングは、光源を光学中心に配置した「遠近法 SFS」のモデリングです。図 6-b) に、得られた結果を示す。再構成の品質をさらに示すために、我々は異なる照明で表面 b) を表示する。最後に、胃壁は完全にランバートではないことに注意してください (図 6-a 参照)。これは、ランバート仮説からの逸脱に対するこの SFS 法の頑健性を示唆している。

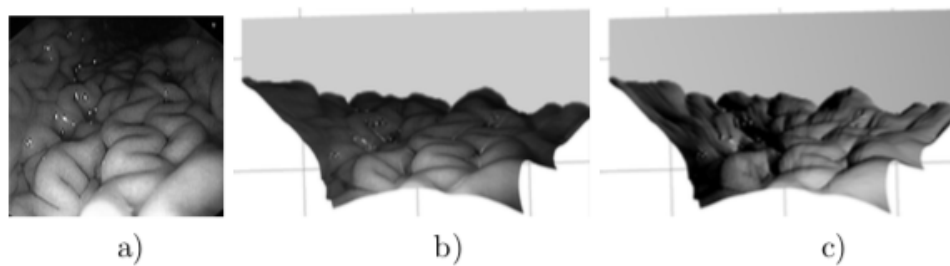


FIGURE6

正常な胃の再建。 a) 正常な胃の元画像[サイズ  $200 \times 200$ ]; b) 光学中心に配置された光源を有する遠近法モデルを用いて一般的な SFS アルゴリズムによって a) から回復された表面; c) 表面 b) 異なる照明で視覚化される。

## 6 Conclusion

SFS 問題を提示した後、私たちはその主な難点を説明しました。実際には、古典的な SFS 方程式は悪いです。第二に、我々は数値的方法に焦点を当ててきた。私たちは伝播法と PDE 法を考えました。特に Prados と Faugeras の方法である。我々は、実際の画像を用いていくつかの実験結果を表示することにより、SFS 法の適用性を実証した。最後に、我々は、SFS が実際の多くのアプリケーションで有用であるかもしれないことを示唆しました。