

# Introducción a la Lógica y la Computación — Lógica proposicional

## Práctico 3: Consecuencia y derivación

1. Pruebe que  $\models \varphi \rightarrow \psi$  si y sólo si  $\{\varphi\} \models \psi$ .
2. Suponga que  $\varphi$  satisface  $\{\varphi\} \models \perp$ . ¿Cómo es la tabla de verdad de  $\varphi$ ?
3. Complete las siguientes derivaciones agregando la abreviatura de la regla utilizada en cada paso, y los corchetes en las hipótesis canceladas, suponiendo que en cada paso se cancelan la mayor cantidad de hipótesis posibles. En la primera derivación se deben cancelar todas las hipótesis. En la segunda sólo debe quedar  $\varphi$  sin cancelar.

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\frac{\varphi}{\neg\psi} \quad \varphi \rightarrow \psi}{\psi}}{\perp} \\
 \frac{\neg\varphi}{\neg\psi \rightarrow \neg\varphi} \\
 \hline
 (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \neg\varphi)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c}
 \frac{\varphi}{\psi \rightarrow \varphi} \quad \frac{\frac{\frac{\varphi}{\neg\varphi} \quad \neg\varphi}{\perp}}{\neg\varphi \rightarrow \psi} \\
 \hline
 (\psi \rightarrow \varphi) \wedge (\neg\varphi \rightarrow \psi)
 \end{array}$$

**Recuerde:**  $\neg\varphi$  es una abreviatura de  $\varphi \rightarrow \perp$

4. Encuentre derivaciones para:
  - a)  $\{\varphi \wedge \gamma, \varphi \rightarrow (\psi \wedge \gamma)\} \vdash \psi$
  - b)  $\{\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \gamma), \} \vdash \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \gamma)$
  - c)  $\{\varphi\} \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
  - d)  $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\varphi \rightarrow \gamma))$
5. Lo siguiente ya fue demostrado en esta guía. ¿En qué ejercicio?  
 $\{(\neg(p_2 \rightarrow p_5))\} \vdash \neg(\neg(\neg(p_2 \rightarrow p_5)) \wedge \neg(p_3 \rightarrow ((\neg p_2) \wedge p_5)))$
6. Determine cuáles son válidas. Para las que lo son, encuentre derivaciones que tengan como hipótesis el conjunto de la izquierda, y como conclusión la proposición de la derecha.
  - a)  $\{\neg\varphi, \psi \rightarrow \varphi\} \models \gamma \rightarrow (\psi \rightarrow \perp)$
  - b)  $\{\neg\varphi\} \models \psi \rightarrow (\varphi \wedge \neg\psi)$
  - c)  $\{\neg\varphi\} \models \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \neg\psi)$
7. Complete las siguiente derivación agregando la abreviatura de la regla utilizada en cada paso, y los corchetes en las hipótesis canceladas, suponiendo que en cada paso se cancelan la mayor cantidad de hipótesis posibles. Sólo debe quedar  $\neg Q \rightarrow \neg\varphi$  sin cancelar.

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{P \quad \neg Q}{\neg P} \quad \neg Q \rightarrow \neg P}{\perp} \\
 \frac{Q}{(P \rightarrow Q)}
 \end{array}$$