

Introducción a la Lógica y la Computación — Lógica proposicional

Práctico 5: Conjuntos Consistentes

- Demuestre las siguientes, justificando mediante derivaciones apropiadas o (en los casos $\not\vdash$) aplicando resultados del teórico, que deben ser citados correctamente.
 - $\Gamma \vdash \neg \perp$.
 - $\{p_0\} \not\vdash p_1$.
 - $\{\perp\} \vdash \varphi \wedge \neg \varphi$.
 - $\{\neg p_0, \neg(p_1 \wedge (\neg p_2))\} \not\vdash p_2 \rightarrow p_0$.
- Decida cuáles de los siguientes conjuntos son consistentes:
 - $\{\neg p_1 \wedge p_2 \rightarrow p_0, p_1 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2), p_0 \leftrightarrow \neg p_2\}$.
 - $\{\neg p_1 \vee \neg p_2 \rightarrow \neg p_0, p_1 \wedge p_0, p_1 \rightarrow (\neg p_0 \vee \neg p_2), \neg p_0 \leftrightarrow \neg p_2\}$.
 - $\{p_0 \rightarrow p_1, p_1 \rightarrow p_2, p_2 \rightarrow p_3, p_3 \rightarrow \neg p_0\}$.
 - $\{p_0 \rightarrow p_1, p_0 \wedge p_2 \rightarrow p_1 \wedge p_3, p_0 \wedge p_2 \wedge p_4 \rightarrow p_1 \wedge p_3 \wedge p_5, \dots\}$
("pares implican impares").
 - $\{p_{2n} : n \geq 0\} \cup \{\neg p_{3n+1} : n \geq 0\}$.
 - $\{p_{2n} : n \geq 0\} \cup \{\neg p_{4n+1} : n \geq 0\}$.
- Decidir si son verdaderos o falsos. Justificar.
 - Si Γ es consistente entonces $\perp \notin \Gamma$.
 - Si Γ es consistente entonces \perp no ocurre en ninguna fórmula de Γ .
 - Si Γ es inconsistente entonces existe φ tal que $\varphi \in \Gamma$ y $\neg \varphi \in \Gamma$.
- Demostrar que " $\Gamma \vdash \neg \varphi$ " equivale a " $\Gamma \cup \{\varphi\}$ es inconsistente".
- Demostrar que $\Gamma^+ := \{\varphi \in PROP : \perp \text{ no ocurre en } \varphi\}$ es consistente (Ayuda: se puede dar una f explícita tal que $\llbracket \varphi \rrbracket_f = 1$ para toda $\varphi \in \Gamma^+$).
- Pruebe todo Γ consistente maximal realiza la disyunción:
Para toda φ, ψ , se tiene $\varphi \vee \psi \in \Gamma$ si y sólo si $[\varphi \in \Gamma \text{ ó } \psi \in \Gamma]$.
- Sea Γ consistente maximal y suponga $\{p_0, \neg(p_1 \rightarrow p_2), p_3 \vee p_2\} \subseteq \Gamma$. Decida si las siguientes proposiciones están en Γ . (Ayuda: usar Completitud, o la caracterización de consistente maximal).
 - $\neg p_0$.
 - $((\neg p_1) \vee p_2)$.
 - p_3 .
 - $p_2 \rightarrow p_5$.
 - $p_1 \vee p_6$.
- Dar al menos dos conjuntos Γ diferentes que sean consistentes maximales y contengan al conjunto $\{p_0, \neg(p_1 \rightarrow p_2), p_3 \vee p_2\}$
- Decidir si los siguientes subconjuntos de $PROP$ son consistentes maximales.
 - $\{\varphi \in PROP : \{p_0, p_1, p_3, \dots\} \vdash \varphi\}$.
 - Las tautologías.