

Práctico 1: Alfabetos, Cadenas, Lenguajes y sus Operadores

Año 2024

Ejercicio 1. Sea $\Sigma_1 = \{0, 1\}$ y $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$ alfabetos. Listar 5 cadenas para cada uno de los alfabetos.

Ejercicio 2. Sea $\Sigma = \{a, b\}$ un alfabeto y $\alpha = aa, \beta = bb$, obtener: $|\alpha\beta|$, $\alpha\epsilon$, $\alpha\alpha$, $\alpha\beta$, β^0 , β^1 , β^2 , β^3 , $\alpha^2\beta^2$, $(\alpha\beta)^2$, $(\alpha\beta)^R$ y el conjunto Σ^* .

Ejercicio 3. Dar una definición recursiva del operador de concatenación de cadenas y probar que es asociativa.

Ejercicio 4. Dar una definición recursiva del operador de longitud de una cadena y probar que $|\alpha\beta| = |\alpha| + |\beta|$.

Ejercicio 5. Dar una definición recursiva del operador de potencia de una cadena y probar que $\alpha^n\alpha^m = \alpha^{n+m}$.

Ejercicio 6. Dar una definición recursiva del operador de reversa de una cadena y probar que $(\alpha\beta)^R = \beta^R\alpha^R$.

Ejercicio 7. Sea $\Sigma = \{a, b\}$ un alfabeto, definir formalmente (mediante comprensión de conjuntos) los siguientes lenguajes:

- L_1 es el lenguaje de todas las cadenas de longitud 2.
- L_2 es el lenguaje de todas las cadenas que comienzan con dos a 's.
- L_3 es el lenguaje de todas las cadenas que tienen exactamente una sola b .
- L_4 es el lenguaje de todas las cadenas que comienzan y terminan con a .
- L_5 es el lenguaje de todas las cadenas que contienen solamente b 's.
- L_6 es el lenguaje de todas las cadenas que tienen una cantidad par de a 's.
- L_7 es el lenguaje de todas las cadenas tal que la cantidad de a 's es múltiplo de la cantidad de b 's.
- L_8 es el lenguaje de todas las cadenas capicuas de longitud par.

Ejercicio 8. Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$ un alfabeto, $L_1 = \{b, ab, ac\}$, $L_2 = \{b, b^2\}$, $L_3 = \{ba, bc\}$ y $L_4 = \{b^n : n \geq 0\}$ lenguajes, obtener los lenguajes $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$, $L_1 - L_2$, $L_1 L_2$, L_3^2 , $L_3 L_4$, L_1^R y L_3^* .

Ejercicio 9. Sean L_1, L_2, L_3 lenguajes cualesquiera, probar:

1. Asociatividad de la concatenación: $L_1(L_2 L_3) = (L_1 L_2)L_3$.
2. Distributividad de la concatenación por izquierda con respecto a la unión: $L_1(L_2 \cup L_3) = L_1 L_2 \cup L_1 L_3$.
3. La concatenación no es distributiva por izquierda con respecto a la intersección.

Ejercicio 10. Sea L un lenguaje cualquiera, probar:

1. $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$ y $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$
2. $L^+ = L L^*$
3. $L^* L^* = L^*$
4. $(L^*)^* = L^*$