

Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden
Práctico 1: Relaciones.

- (1) Determine si la relación dada es una relación de equivalencia sobre $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Si la relación es de equivalencia, indique las clases de equivalencia.
- (a) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 3), (3, 1)\}$
 - (b) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
 - (c) $\{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$
- (2) Determine si las siguientes relaciones sobre \mathbb{Z} son reflexivas, simétricas, antisimétricas o transitivas:
- (a) $(x, y) \in R$ sii $x^2 = y^2$
 - (b) $(x, y) \in R$ sii $x > y$
 - (c) $(x, y) \in R$ sii $x \geq y$
 - (d) $(x, y) \in R$ sii $x \neq y$
- (3) Utilizando las respuestas del ejercicio (2) determine para cada caso si la relación es de equivalencia y/o de orden. Recuerde que una relación de *orden* debe ser reflexiva, antisimétrica, y transitiva.
- (4) Sea A un conjunto y f una función definida en A . Probar que la relación $\{(x, y) \in A \times A \mid f(x) = f(y)\}$ es una relación de equivalencia sobre A . Comparar con 2a.
- (5) Utilizando como motivación con los ejercicios 2b y 2c, responda:
- (a) Sea R una relación irreflexiva y transitiva (“relación de orden parcial estricto”) sobre un conjunto A . Probar que $R \cup \text{Igualdad}_A$ es una relación de orden parcial sobre A .
 - (b) ¿Cómo se podrá obtener una relación de orden parcial estricto a partir de una relación de orden parcial?
- (6) Liste los pares de la relación de equivalencia sobre $\{1, 2, 3, 4\}$ definida por la partición dada. También señale las clases de equivalencia $[1]$, $[2]$, $[3]$ y $[4]$.
- (a) $\{1, 2\}, \{3, 4\}$
 - (b) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- (7) Sea R la relación “Fulano no es más viejo que Mengano” sobre un conjunto de personas A .
- (a) De un ejemplo, puede ser ficticio, de un conjunto A de personas en los cuales esa relación no sea un orden parcial.
 - (b) Explique qué propiedad falla para que sea un orden parcial.