

# Introducción a la Lógica y la Computación — Lógica proposicional

## Práctico 4: Más sobre derivación

1. Complete las siguientes derivaciones agregando las ramas que faltan (indicadas por puntos suspensivos :), las reglas utilizadas en cada paso, y los corchetes en las hipótesis canceladas. En ambas derivaciones se deben cancelar todas las hipótesis.

$$\frac{\frac{\frac{\neg\varphi \wedge \neg\psi}{\quad}}{\varphi \quad \neg\varphi} \vdots}{\varphi \vee \psi \quad \perp} \vdots \quad \perp$$

$$\frac{\frac{\neg\varphi}{\varphi \vee \neg\varphi} \quad \frac{\neg(\varphi \vee \neg\varphi)}{\vdots} \quad \frac{\perp}{\varphi \vee \neg\varphi}}{\vdots}$$

2. Encuentre derivaciones para:
  - a)  $\{\neg\varphi \vee \psi\} \vdash \varphi \rightarrow \psi$ . (Usando eliminación de  $\vee$ ).
  - b)  $\{\neg\varphi \vee \neg\psi\} \vdash \neg(\varphi \wedge \psi)$ .
  - c)  $\{\varphi \rightarrow \psi\} \vdash \neg\varphi \vee \psi$ . (Sugerencia: la última regla aplicada es *RAA*, no intente con  $\vee I$ . Está desarrollado en el apunte).
  - d)  $\{\neg(\varphi \wedge \psi)\} \vdash \neg\varphi \vee \neg\psi$ . (Misma idea de la derivación anterior).
3. Utilizando *RAA* encontrar derivaciones para:
  - a)  $\vdash \varphi \leftrightarrow \neg\neg\varphi$
  - b)  $(*) \quad \vdash ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \psi$
4. Encuentre derivaciones para:
  - a)  $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \vee (\psi \rightarrow \varphi)$ .
  - b)  $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\neg\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi$ .
5. Sean  $\Delta, \Gamma \subseteq PROP$  y  $\varphi \in PROP$ . Demostrar las siguientes afirmaciones.
  - a) Si  $\Delta \setminus \{\varphi\} \subseteq \Gamma$  entonces  $\Delta \subseteq \Gamma \cup \{\varphi\}$ .
  - b) Comprobar que si no se une  $\{\varphi\}$  en el ítem anterior, la afirmación no es cierta.
  - c) Si  $\Delta \subseteq \Gamma$  y  $\Delta \vdash \varphi$ , entonces  $\Gamma \vdash \varphi$ .
6. Demostrar las siguientes afirmaciones:
  - a)  $\vdash \varphi$  implica  $\vdash \psi \rightarrow \varphi$ .
  - b) Si  $\varphi \vdash \psi$  y  $\neg\varphi \vdash \psi$  entonces  $\vdash \psi$ .
  - c)  $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \psi$  implica  $\Gamma \setminus \{\varphi\} \vdash (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\varphi \rightarrow \neg\psi)$ .
  - d)  $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \psi$  implica  $\Gamma \vdash \varphi \rightarrow (\psi \vee \neg\psi)$ .
7. Demuestre los casos inductivos ( $\vee I$ ) y ( $\vee E$ ) de la prueba del Teorema de Corrección.