

Análisis Matemático II
Lic. en Ciencias de la Computación - 2023
Práctico 2 - Sucesiones y Series Numéricas

- (1) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es convergente o no. Si la sucesión converge, calcular su límite.

(a) $a_n = \frac{5-2n}{3n-7}$

(b) $a_n = \frac{n}{\ln(n+1)}$

(c) $a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$

(d) $a_n = n \sin(6/n)$

(e) $a_n = \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n$

- (2) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es: (i) acotada superior y/o inferiormente; (ii) positiva o negativa (a partir de cierto n_0); (iii) creciente, decreciente o alternante; (iv) convergente, divergente, divergente a ∞ o $-\infty$.

(a) $a_n = \frac{2n}{n^2+1}$

(b) $a_n = \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

(c) $a_n = \frac{(-1)^n n}{e^n}$

(d) $a_n = \frac{2^n}{n!}$

(e) $a_n = \ln\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$

- (3) Dadas las siguientes series, calcular su suma o demostrar que divergen.

(a) $4 + \frac{8}{5} + \frac{16}{25} + \frac{32}{125} + \dots$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{10^{3n}}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

(e) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^{k+3}}{e^{k-3}}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 7n + 12}$

- (4) Usar los tests de convergencia para determinar si las siguientes series convergen o divergen.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 - 2}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + n + 1}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 e^n}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$

- (5) Determinar si las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente, o divergen.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \ln n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100 \cos(n\pi)}{2n+3}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{(n+1) \ln(n+1)}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{2^n}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$

(f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2 - 1)}{n^2 + 1}$

- (6) Utilizar el criterio de la integral para series numéricas y determinar si las siguientes integrales convergen o no.

$$(a) \int_1^{\infty} \frac{e^x}{x^x} dx$$

$$(b) \int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\log x)^x}$$

Ejercicios adicionales

- (1) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es convergente o no. Si la sucesión converge, calcular su límite.

$$(a) a_n = n - \sqrt{n^2 - 4n}$$

$$(b) a_n = 20(-1)^{n+1}$$

$$(d) a_n = \cos(n\pi)$$

$$(c) a_n = n^3 e^{-n}$$

$$(e) a_n = \pi/4 - \arctan(n)$$

- (2) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es: (i) acotada superior y/o inferiormente; (ii) positiva o negativa (a partir de cierto n_0); (iii) creciente, decreciente o alternante; (iv) convergente, divergente, divergente a ∞ o $-\infty$.

$$(a) a_n = \frac{n!}{n^n}$$

$$(b) a_n = \frac{\ln(n+3)}{n+3}$$

$$(c) \sqrt{3}, \sqrt{\sqrt{3}}, \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}, \dots$$

- (3) Dadas las siguientes series, calcular su suma o demostrar que divergen.

$$(a) \frac{2}{3} - \frac{2}{9} + \frac{2}{27} - \frac{2}{81} + \dots$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} (10^{-n} + 9^{-n})$$

$$(b) \sum_{j=1}^{\infty} \pi^{j/2} \cos(j\pi)$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+3} + 3^n}{6^n}$$

$$(c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-5)^n}{8^{2n}}$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{4^n}$$

- (4) Usar los tests de convergencia para determinar si las siguientes series convergen o divergen.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{1 + n\sqrt{n}}$$

$$(c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$$

$$(e) \sum_{n=8}^{\infty} \frac{1}{\pi^n + 5}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n+1}}{n^n}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}$$

$$(f) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n \ln n}$$

- (5) Determinar si las series convergen absolutamente, convergen condicionalmente, divergen:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log(n+2)}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$$

- (6) Expresar los siguientes números en términos de una serie y como una relación entre números enteros.

$$(a) 0,\bar{5} = 0,55555\dots$$

$$(b) 0,\overline{307} = 0,307307307\dots$$

$$(c) 6,123\overline{456}$$