Análise da Temperatura em um Maciço de Concreto

Método dos Elementos Finitos Aplicado a Problemas de Valor de Contorno

Bolsista de IC Nasser S. Alkmim e Orientador Prof. Lineu José Pedroso

Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura

Motivação

O estudo da temperatura em um maciço de concreto é crucial para garantir a integridade da estrutura. Estruturas importantes como barragens ou blocos de fundação são produzidas *in situ* e devido à reação de hidratação grande quantidade de energia é liberada. Essa fonte interna de energia provoca dilatação da massa podendo causar fissuração na estrutura.

Objetivo e Metodologia

1. Estudar a equação do calor com uma fonte interna
2. *Resolvê-la utilizando Elementos finitos*
3. *Deselvolver algorítmo para a solução numérica*

Equação do Calor

Por conservação de energia, o caso estacionário é descrito por,

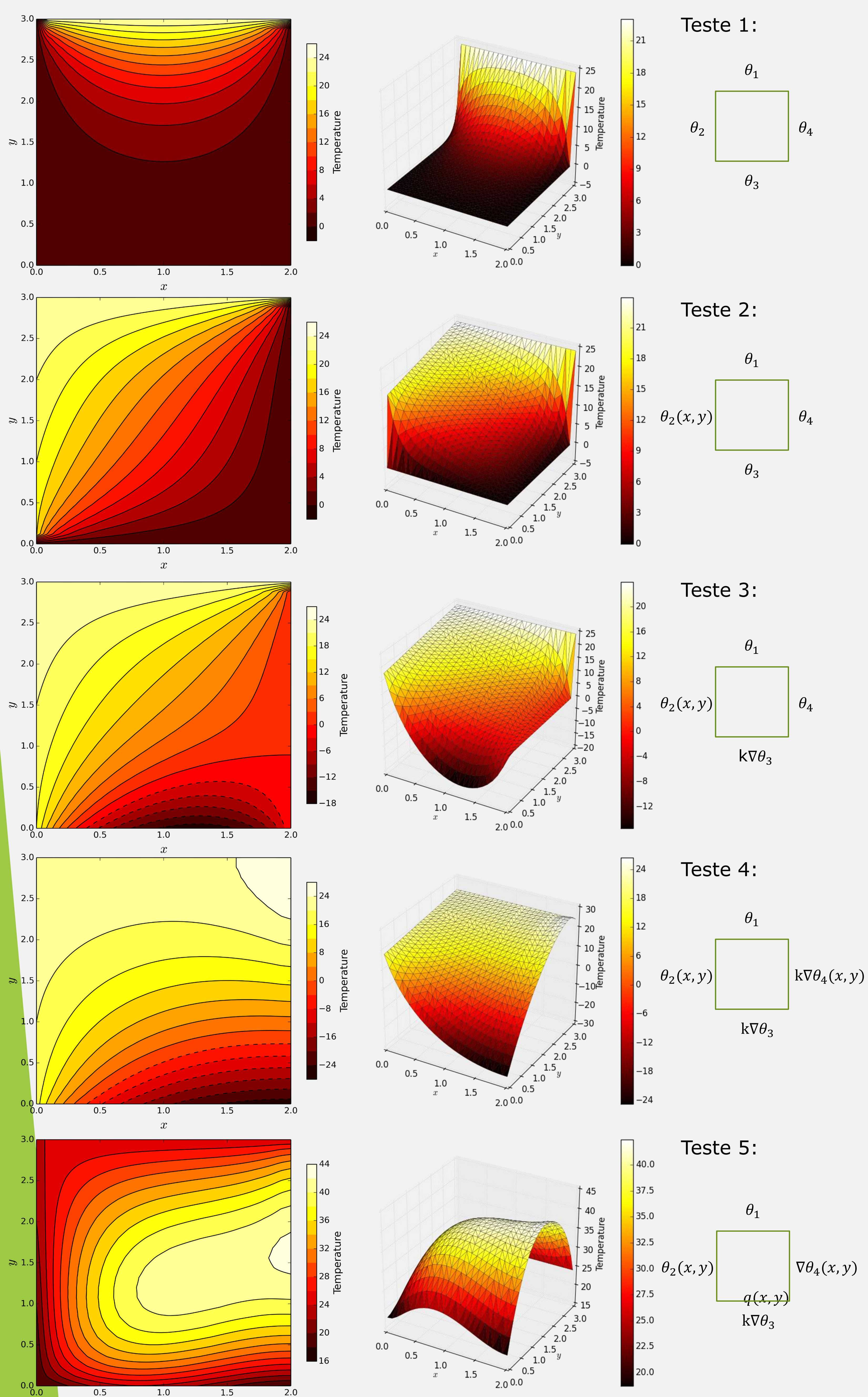
$$\nabla \cdot (\mathrm{k}\, \nabla\theta) + q = 0$$

Onde, θ representa a temperatura e q uma fonte interna. Essa equação pode ser interpretada como:

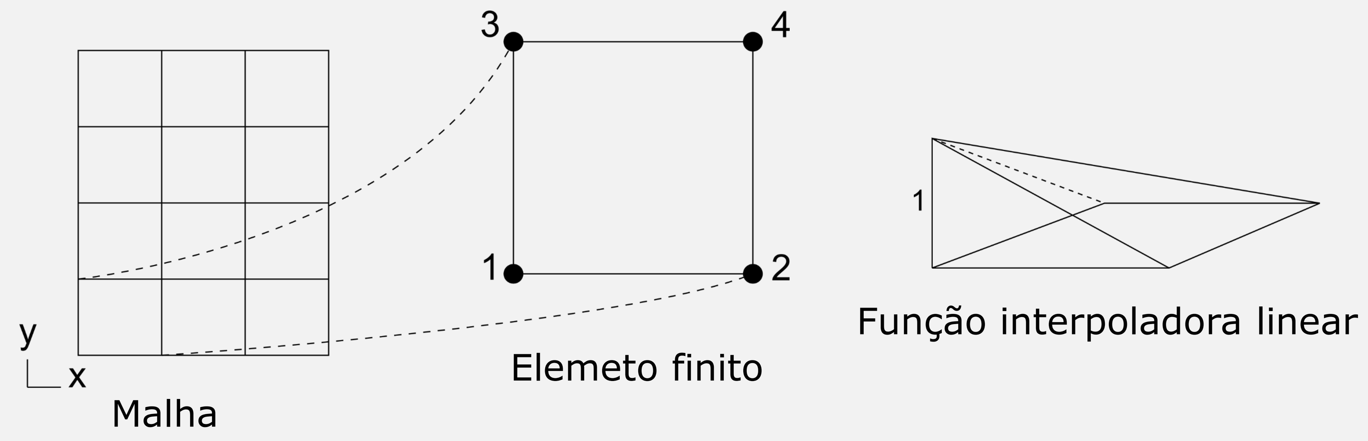
" O fluxo de calor local é compensado através de uma fonte interna".

Resultados

Com o intuito de demonstrar a capacidade do algorítimo produzido expõe-se, a seguir, uma série de testes específicos. Os resultados podem ser processados de duas formas, curvas isotermas ou em superfícies em 3-dimensões (Figura 2).



Figutra 2: Testes para demonstrar resultados do algorítmo



Figutra 1: Representação da malha, do elemento finito e da função interpoladora

Método dos Elementos Finitos

Amplamente utilizado em diversos ramos de engenharia, o método dos elementos finitos permite a obtenção de soluções aproximadas.

O método se inicia com a integral da equação na sua forma fraca,

$$\int_{\Omega} \mathrm{k}\, \nabla v \cdot \nabla\theta \, d\Omega = \int_{\Omega} v\, q\, d\Omega + \int_{\partial\Omega} v\, t\, \mathrm{d}\Omega$$

Onde, t representa o fluxo na fronteira, e v uma função teste. Propõe-se uma solução aproximada para a temperatura em cada elemento,

$$\theta^e = \sum_{i=0}^{4} \phi_i\, a_i$$

Onde, ϕ_i é a função interpoladora linear (conhecida) e a_i são os coeficientes as se determinar (Figura 1). Com essa aproximação o problema se resume ao sistema linear

$$\boldsymbol{Ka} = \boldsymbol{B}$$

Problema Físico

- Equação diferencial que descreve o fenômeno estudado;
- Forma fraca;
- Solução aproximada;
- Montagem matricial do problema

Criação da Malha

- Discretização em elementos finitos;
  - Coordenadas dos nós;
  - Conectividade dos elementos;
  - Nós e elementos das bordas;
- Criar elemento no espaço isoparamétrico
  - Definir funções interpoladoras;
  - Definir a derivada dessas funções;
  - Definir o Jacobiano da transformação do domínio real para o isoparamétrico;

Matrizes elementais

- Cálculo das integrais que envolvem as funções intepoladoras de cada elemento;
  - Mudança de coordenadas para o espaço isoparamétrico;
  - Quadratura Gaussiana para calcular numericamente as integrais.

Matrizes Globais

- Montagem das matrizes globais;
- Aplicação das condições de contorno;
- Solução do sistema linear.

Pós processamento

- Interpolar os resultados nodais no interior de cada elemento através das funções interpoladoras.

Estudo de Caso

Uma grande vantagem dos elementos finitos é a sua flexibilidade quanto à geometria do domínio. Devido à isso, seu amplo uso em diversas estruturas de geometria nao regular. Para estudo de caso faz-se uma modificação na malha para que se modelo uma barragem gravidade com reservatório cheio. (Figura 3)

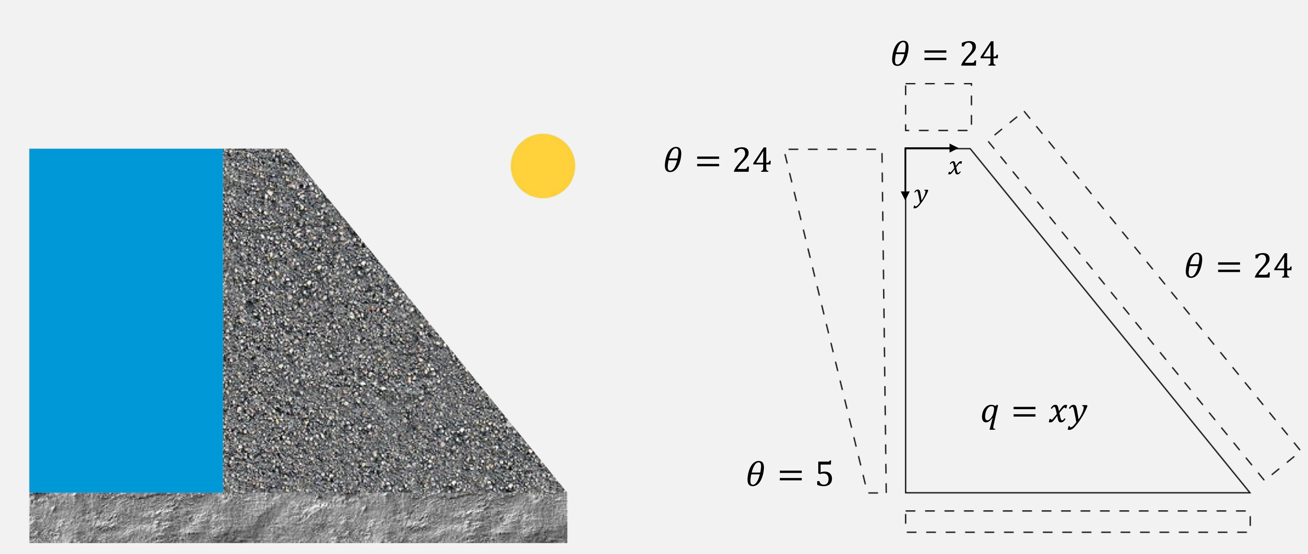


Figura 3: Estudo de caso: Barragem gravidade com reservatório cheio

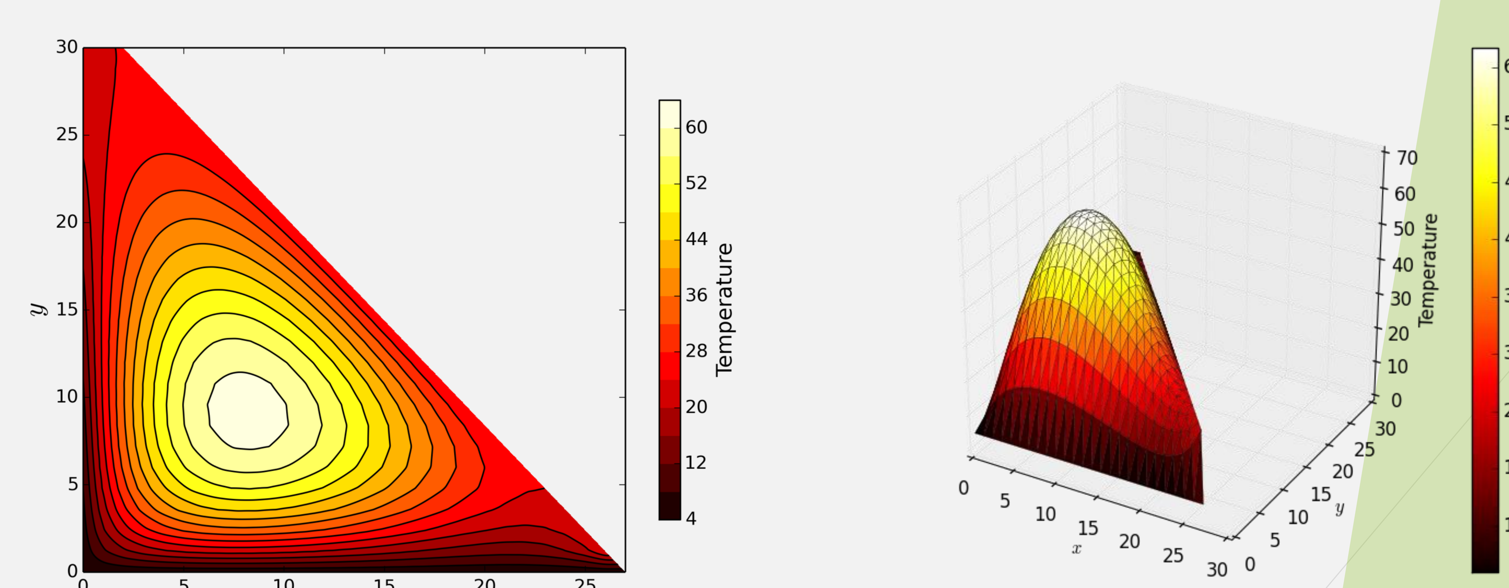


Figura 4: Resultado da análise de temperature em uma barargem gravidade

Conclusão

Com relação ao estudo de caso, conclui-se que: o efeito do calor interno gerado pela reação de hidratação, representado por $q = xy$ (ou seja, é maior na base da barragem), pode ser significativo. A análise foi feita de forma qualitativa, a produção interna de calor num maciço é de difícil modelagem.

Com relação ao método dos elementos finitos, conclui-se que este representa uma excelente ferramenta para análise. Uma grande vantagem é não dependência da geometria do domínio, após reparti-lo em elementos finitos as integrais podem ser calculadas indepedendente da forma desse elementos no espaço isoparamétrico (basta calcular o Jacobiano para cada elemento). A precisão dos resultados depende do número de elementos, nesse caso foram utilizados 625 elementos numa malha 25x25.