Análise da Temperatura em um Maciço de Concreto

Método dos Elementos Finitos Aplicado a Problemas de Valor de Contorno

Bolsista de IC Nasser S. Alkmim e Orientador Prof. Lineu José Pedroso

Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura

Motivação

O estudo da temperatura em um maciço de concreto é crucial para garantir a integridade da estrutura. Estruturas importantes como barragens ou blocos de fundação são produzidas *in situ* e devido à reação de hidratação grande quantidade de energia é liberada. Essa fonte interna de energia provoca dilatação da massa podendo causar fissuração na estrutura.

Objetivo e Metodologia

1. Estudar a equação do calor com uma fonte interna
2. *Resolvê-la utilizando Elementos finitos*
3. *Deselvolver algorítmo para a solução numérica*

Equação do Calor

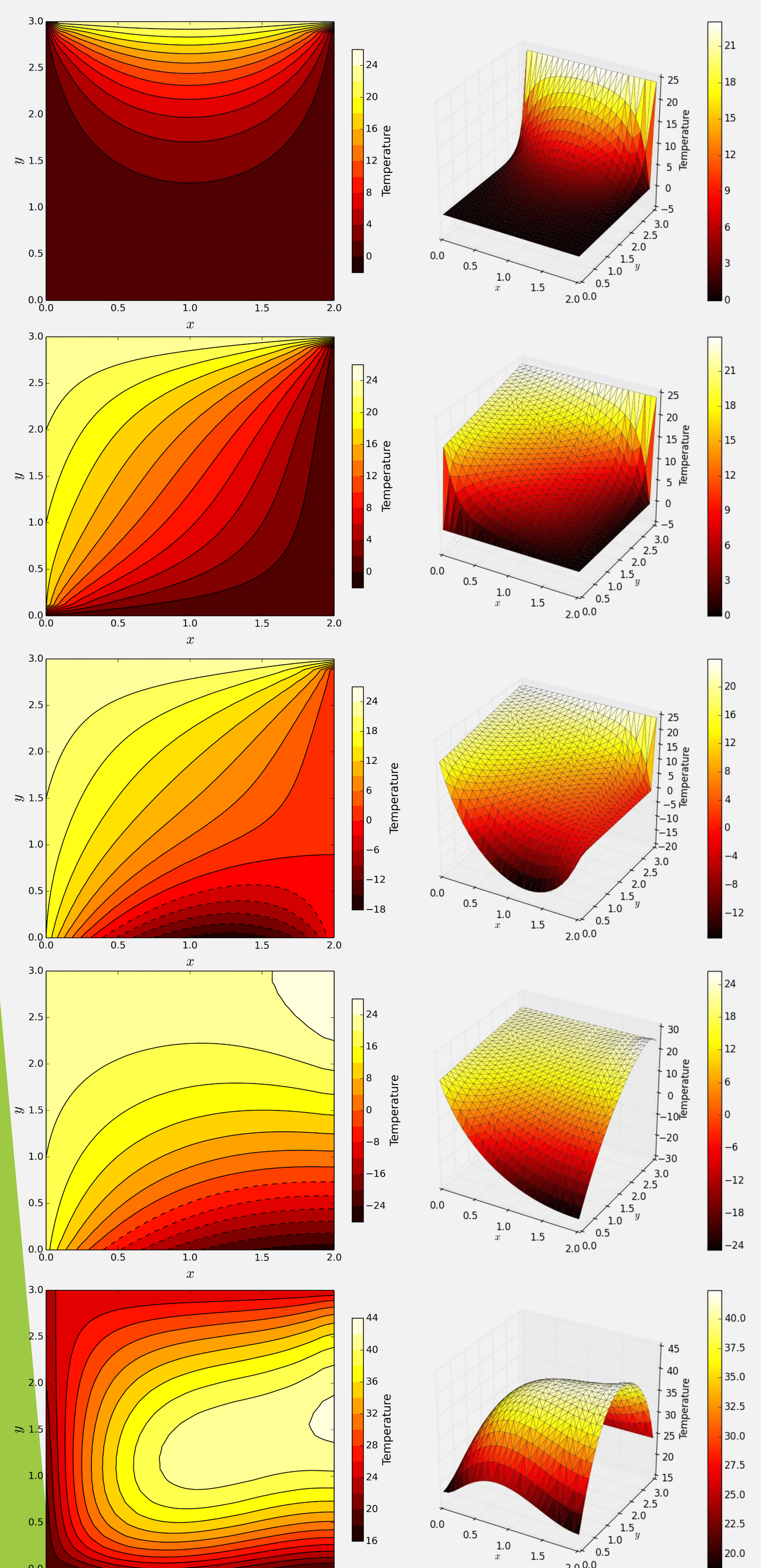
Por conservação de energia, o caso estacionário é descrito por,

$$\nabla \cdot (\phi) + q = 0 \qquad \phi = -k\nabla\theta$$

Onde, “phi” repreenta o fluxo de energia pontual, denominado *calor,* “q” uma fonte interna e “theta” a temperatura. Essa equação é interpretada como: “O fluxo de calor local é compensado por uma fonte interna”.

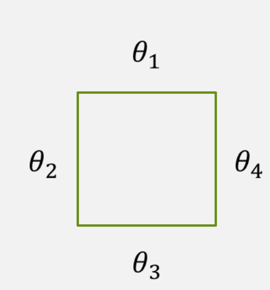
Resultados

Com o intuito de demonstrar a capacidade do algorítimo produzido expõe-se, a seguir, uma série de testes específicos. Os resultados podem ser processados de duas formas, curvas isotermas ou em superfícies em 3-dimensões (Figura 2).

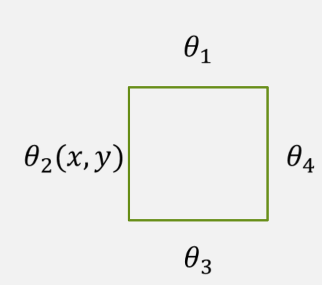


Figutra 2: Testes para demonstrar resultados do algorítmo

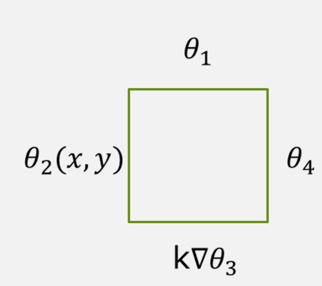
Teste 1:



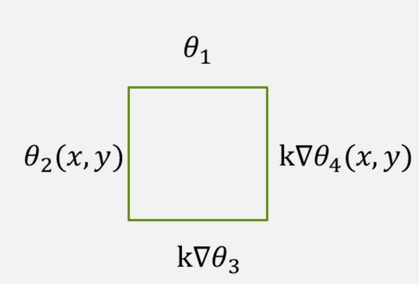
Teste 2:



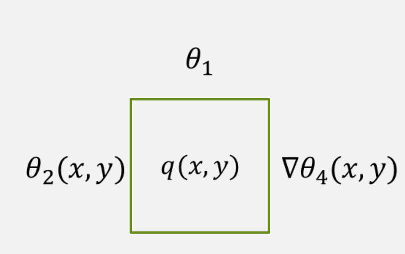
Teste 3:

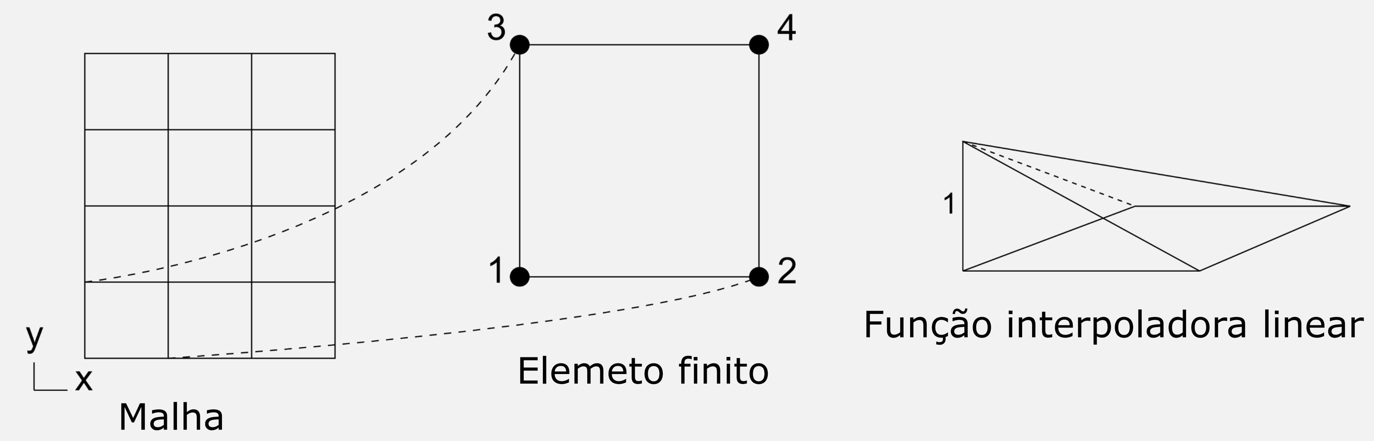


Teste 4:



Teste 5:





Figutra 1: Representação da malha, do elemento finito e da função interpoladora

Método dos Elementos Finitos

Amplamente utilizado em diversos ramos de engenharia, o método dos elementos finitos permite a obtenção de soluções aproximadas.

O método se inicia com a forma fraca da integral da equação,

$$\int_\Omega k\,\nabla v \cdot \nabla\theta\, d\Omega = \int_\Omega v\, q\, d\Omega + \int_{\partial\Omega} v\, t\, d\Omega$$

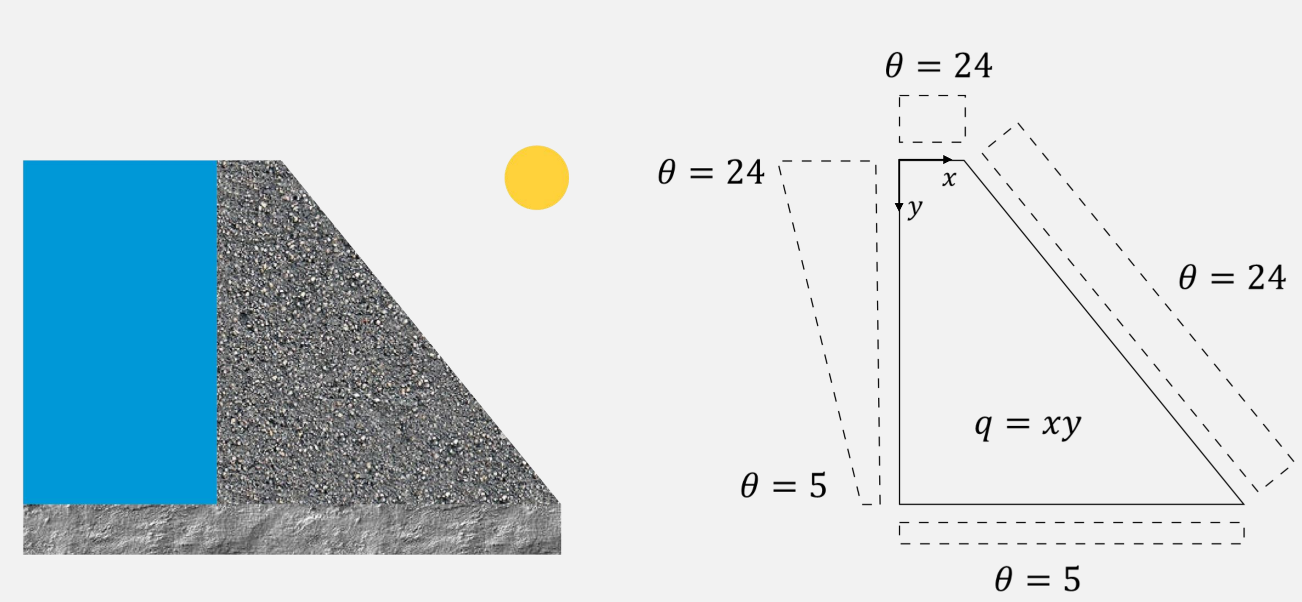
Onde, t representa o fluxo na fronteira, e v uma função teste. Propõe-se uma solução aproximada para a temperature em cada elemento,

$$\theta^e = \sum_{i=0}^{4} \phi_i\, a_i$$

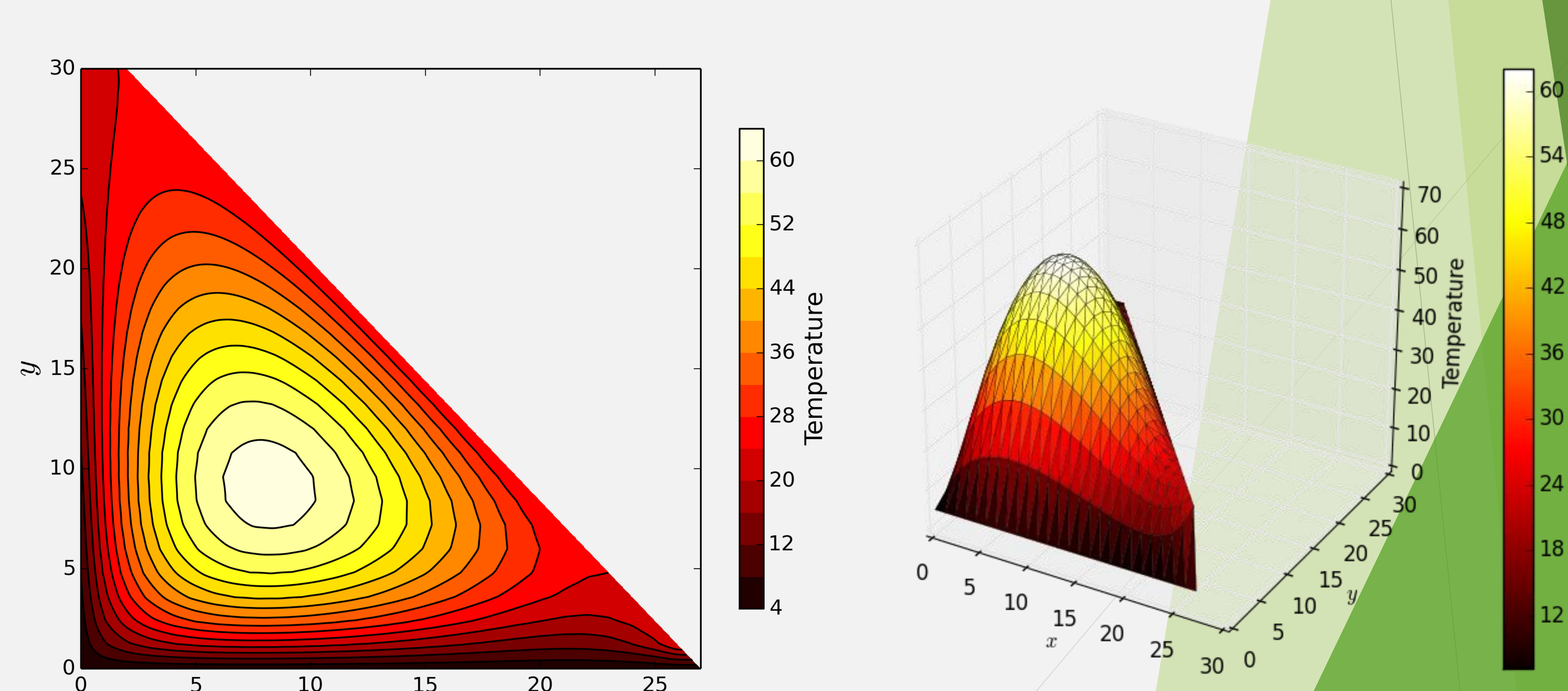
Onde, a função representa pela letra grega “phi” é conhecida (Figura 1) e os coeficientes “a” devem ser determinados. Com essa aproximação o problema se resume ao sistema linear: **K a= B**

Estudo de Caso

Uma grande vantagem dos elementos finitos é a sua flexibilidade quanto à geometria do domínio. Devido à isso, seu amplo uso em diversas estruturas de geometria não regular. Para estudo de caso faz-se uma modificação na malha para que se modele uma barragem gravidade com reservatório cheio. (Figura 3)



Figutra 3: Estudo de caso: Barragem gravidade com reservatório cheio



Figutra 4: Resultado da análise de temperature em uma barargem gravidade

Conclusão

Com relação ao estudo de caso, conclui-se que: o efeito da energia térmica gerada pela reação de hidratação pode ser significativo. A análise foi feita de forma qualitativa, focando no procedimento de análise numérica.

O procedimento númerico representa um grande avanço para análise, os principais motivos são a independência da geometria do problema. O algorítimo irá resolver o problema para a malha criada, independente do formato, basta fornecer as coordenadas nodais. Para demosntrar o algorítmo foram utilizados 625 elementos.

Problema Físico

- Equação diferencial que descreve o fenômeno estudado;
- Forma fraca;
- Solução aproximada;
- Montagem matricial do problema

Criação da Malha

- Discretização em elementos finitos;
  - Coordenadas dos nós;
  - Conectividade dos elementos;
  - Nós e elementos das bordas;
- Criar elemento no espaço isoparamétrico
  - Definir funções interpoladoras;
  - Definir a derivada dessas funções;
  - Definir o Jacobiano da transformação do domínio real para o isoparamétrico;

Matrizes elementais

- Cálculo das integrais que envolvem as funções intepoladoras de cada elemento;
  - Mudança de coordenadas para o espaço isoparamétrico;
  - Quadratura Gaussiana para calcular numericamente as integrais.

Matrizes Globais

- Montagem das matrizes globais;
- Aplicação das condições de contorno;
- Solução do sistema linear.

Pós processamento

- Interpolar os resultados nodais no interior de cada elemento através das funções interpoladoras.