

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра систем автоматизированного проектирования

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №6
«Частные производные функции нескольких переменных»

Студентка гр. 3353

Карпенко А.Ю.

Преподаватель

Копец Е.Е.

Санкт-Петербург

2024

Цель работы

Научиться решать задачи аппроксимации функцией, находить частные производные при нескольких переменных.

Ход работы

В 1 задании нужно определить функцию с наименьшим значением среднеквадратичной ошибки на данных объектах. Составляем MSE для трех переменных и определяем какая из двух функций лучше описывает данные. По решению трех пунктов в 1 задании меньшее значение среднеквадратичной ошибки имеет функция f1, во 2 задании – f1 и в 3 задании – f2.

```
from sympy import *
from sympy.plotting import plot3d
init_printing(use_unicode=False, wrap_line=False, no_global=True)

a2, a1, a0 = symbols('a2, a1, a0')

MSE = 1/3*((a2 * 10 + a1 * 30 + a0) - 7)**2 + \
        ((a2 * (-5) + a1 * 15 + a0) - 20)**2 + \
        ((a2 * 16 + a1 * 31 + a0) + 4)**2
MSE

0.333333333333333(a0 + 15a1 - 5a2 - 20)2
+ 0.333333333333333(a0 + 30a1 + 10a2 - 7)2
+ 0.333333333333333(a0 + 31a1 + 16a2 + 4)2

MSE.subs({a2: -2, a1: 1, a0: -7})

12.0

MSE.subs({a2: 20, a1: 3, a0: -4})

84883.6666666667
```

Рис.1

```
from sympy import *
from sympy.plotting import plot3d
init_printing(use_unicode=False, wrap_line=False, no_global=True)

a2, a1, a0 = symbols('a2, a1, a0')

MSE = 1/3*((a2 * 16 + a1 * 17 + a0) - 13)**2 + \
        ((a2 * (-3) + a1 * 28 + a0) - 42)**2 + \
        ((a2 * 14 + a1 * 85 + a0) + 39)**2
MSE

0.333333333333333(a0 + 17a1 + 16a2 - 13)2
+ 0.333333333333333(a0 + 28a1 - 3a2 - 42)2
+ 0.333333333333333(a0 + 85a1 + 14a2 + 39)2

MSE.subs({a2: -2, a1: -1, a0: 60})

72.0

MSE.subs({a2: 2, a1: 17, a0: -9})

841323.666666667
```

Рис.2

```
from sympy import *
from sympy.plotting import plot3d
init_printing(use_unicode=False, wrap_line=False, no_global=True)

a2, a1, a0 = symbols('a2, a1, a0')

MSE = 1/3*((a2 * 7 + a1 * 39 + a0) + 60)**2 + \
        ((a2 * 12 + a1 * 48 + a0) - 17)**2 + \
        ((a2 * 3 + a1 * 55 + a0) - 83)**2
MSE

0.333333333333333(a0 + 39a1 + 7a2 + 60)2
+ 0.333333333333333(a0 + 48a1 + 12a2 - 17)2 + 0.333333333333333(a0 + 55a1 + 3a2 - 83)2

MSE.subs({a2: -4, a1: 7, a0: -11})

77292.3333333333

MSE.subs({a2: -0.5, a1: 9, a0: -400})

82.5
```

Рис.3

Во втором файле ищем частные производные функций с несколькими переменными:

1. $f(x_1, x_2) = 10x_1 - 5x_2$. (см.рис. 4)
2. $f(x_1, x_2) = 3x_1 + 4x_2 + 7$. (см.рис. 5)

3. $f(x_1, x_2) = x_1^2$. (см.рис. 6)
4. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 3$. (см.рис. 7)
5. $f(x_1, x_2, x_3) = 10x_1 - x_1^2 + 4x_1^3$ (см.рис. 8)
6. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 12x_1x_2 + 4x_2^3 + x_3$ (см.рис. 9)

```
from sympy import *
```

```
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
```

```
f = (10*x-5*y)
f
```

$10x - 5y$

```
diff(f,x)
```

10

```
diff(f,y)
```

-5

Рис.4

```
from sympy import *
```

```
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
```

```
f = (x**2)
f
```

x^2

```
diff(f,x)
```

$2x$

```
diff(f,y)
```

0

Рис.6

```
from sympy import *
```

```
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
```

```
f = (3*x+4*y+7)
f
```

$3x + 4y + 7$

```
diff(f,x)
```

3

```
diff(f,y)
```

4

Рис.5

```
from sympy import *
```

```
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
z = Symbol('z')
```

```
f = (x+5*y-6*z+3)
f
```

$x + 5y - 6z + 3$

```
diff(f,x)
```

1

```
diff(f,y)
```

5

```
diff(f,z)
```

-6

Рис.7

```

from sympy import *

x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
z = Symbol('z')

f = (10*x-x**2+4*x**3)
f

4x3 - x2 + 10x

diff(f,x)

12x2 - 2x + 10

diff(f,y)

0

diff(f,z)

0

```

Рис.8

```

from sympy import *

x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
z = Symbol('z')

f = (x**2+12*x*y+4*y**3+z)
f

x2 + 12xy + 4y3 + z

diff(f,x)

2x + 12y

diff(f,y)

12x + 12y2

diff(f,z)

1

```

Рис.9

В 3 задании в файле 6.3 находим значение частных производных среднеквадратичной ошибки

$\left(\frac{1}{3}((2a_2 + 200a_1 + a_0 - 200)^2 + (a_2 + 450a_1 + a_0 - 300)^2 + (3a_2 + 550a_1 + a_0 - 600)^2)\right)$ по переменной a_1 и a_0 .

```

from sympy import *

x = Symbol('a2')
y = Symbol('a1')
z = Symbol('a0')

f = ((1/3)*((2*x+200*y+z-200)**2+\
(x+450*y+z-300)**2+\
(3*x+550*y+z-600)**2))
f

0.333333333333333(a0 + 200a1 + 2a2 - 200)2
+ 0.333333333333333(a0 + 450a1 + a2 - 300)2
+ 0.333333333333333(a0 + 550a1 + 3a2 - 600)2

diff(f,y)

800.0a0 + 363333.333333333a1 + 1666.66666666667a2 - 336666.666666667

diff(f,z)

2.0a0 + 800.0a1 + 4.0a2 - 733.333333333333

```

Рис.10

В последнем практическом задании в файле 6.4. Подставляем данные из таблицы (см. рис. 11), составляем MSE для функции (см. рис. 12).

цена дома	количество этажей	площадь дома
200 т.р.	2	200
300 т.р.	1	450
600 т.р.	3	550
666 т.р.	4	?

Рис.11

```
from sympy import *
from sympy.plotting import plot3d
init_printing(use_unicode=False, wrap_line=False, no_global=True)
```

```
x = Symbol('a2')
y = Symbol('a1')
z = Symbol('a0')
```

```
MSE = 1/3*((2*x+200*y+z-200)**2+\
           (x+450*y+z-300)**2+\
           (3*x+550*y+z-600)**2)
```

MSE

$$0.333333333333333(a_0 + 200a_1 + 2a_2 - 200)^2 + 0.333333333333333(a_0 + 450a_1 + a_2 - 300)^2 + 0.333333333333333(a_0 + 550a_1 + 3a_2 - 600)^2$$

Рис.12

Находим частные производные MSE (см. рис. 13) и получаем систему из трех уравнений.

```
MSEx = diff(f,x)
MSEx
```

$$4.0a_0 + 1666.66666666667a_1 + 9.33333333333333a_2 - 1666.66666666667$$

```
MSEy = diff(f,y)
MSEy
```

$$800.0a_0 + 363333.333333333a_1 + 1666.66666666667a_2 - 336666.666666667$$

```
MSEz = diff(f,z)
MSEz
```

$$2.0a_0 + 800.0a_1 + 4.0a_2 - 733.333333333333$$

Рис.13

Решением такой системы будет набор из a_2 , a_1 , a_0 . С помощью Sympy находим этот набор, используя метод `nonlinsolve` (см. рис. 14).

```
nonlinsolve([MSEx, MSEy, MSEz], [x,y,z])
```

$$\{(108.333333333333, 0.83333333333351, -183.333333333334)\}$$

```
MSE.subs({x:108.333333333333, y: 0.83333333333351, z:-183.333333333334})
```

$$6.52275893761171 \cdot 10^{-24}$$

Рис.14

Получаем очень маленькое значение среднеквадратичной ошибки, следовательно находим точку минимума MSE. Используя полученный набор a_2 , a_1 , a_0 считаем функцию и проверяем - получилось ли значение цены, близкое к тому, которое было известно на уроке (см. рис. 15). Получили – 664.9 ~ 666.

```
f = 108.3*4 + 0.83*500 - 183.3
f
664.90000000000001
```

Рис.15

Вывод

Были изучены методы определения функции, которая лучше описывает данные, нахождения частных производных нескольких перемен и решения практических задач с помощью библиотеки Sympy.