Методи оптимізації
та розв'язання операцій

Кобець Анастасія
231 ФКНФМ

Метод Гаусса. Розв'язування системи
лінійних рівнянь

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = -1 \\ 3x - 2y + 5z = 0 \\ x + y + 3z = 5 \end{cases}$$

$$2x + 2y + 6z = 10$$
$$3x + 8y + 9z = 15$$

$$\begin{cases} 0x - 5y - 1z = -11 \\ 0x - 5y - 4z = -15 \\ x + y + 3z = 5 \end{cases}$$

$$y + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 5 \\ 0x - 5y - z = -11 \\ 0x - 8y - 4z = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 0y + 3z - \frac{2}{5} = 5 - \frac{11}{5} \\ 0x - 5y - z = -11 \\ 0x + 0 - 3z = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 0y + \frac{14}{5}z = \frac{14}{5} \\ 0x - 5y - z = -11 \\ 0x + 0y - 3z = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 0y + \frac{14}{5}z = \frac{14}{5} \\ 0x - 5y - z = -11 \\ 0x + 0y + z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\frac{14}{5}z = \frac{14}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{56}{15}$$

$$\begin{cases} x + 0y + 0z = \frac{14}{3} - \frac{56}{15} \\ 0x - 5y - 0z = -11 + \frac{4}{3} \\ 0x + 0y + z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 0y + 0z = -\frac{14}{15} \\ 0x + y + 0z = \frac{29}{15} \\ 0x + 0y + z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 0y + 0z = -\frac{14}{15} \\ + 0z = \frac{29}{15} \\ z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{14}{15} \\ y = \frac{29}{15} \\ z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Перетворення   Гаусса - Жордана

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & | & -1 \\ 3 & -2 & 5 & | & 0 \\ 1 & 1 & 3 & | & 5 \end{pmatrix}$$

Відповідь:
$$\begin{cases} x = -\frac{14}{15} \\ y = \frac{29}{15} \\ z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Варіант 2

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$2x_1 + 2x_2 - 8x_3 = 10$$
$$3x_1 + 3x_2 - 12x_3 = 15$$

Відповідь:
Немає рішень

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 5 \\ 0x_1 - 5x_2 + 13x_3 = -11 \\ 0x_1 - 5x_2 + 13x_3 = -15 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$$2x_1 + 2x_2 - 8x_3 = 2$$
$$3x_1 + 3x_2 - 12x_3 = 3$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1 \\ 0x_1 - 5x_2 + 13x_3 = -3 \qquad |:5 \\ 0x_1 - 5x_2 + 13x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 0x_2 - 4x_3 - \frac{13}{5}x_3 = 1 - \frac{3}{5} \\ 0x_1 + 1x_2 - \frac{13}{5}x_3 = \frac{3}{5} \\ 0x_1 + 0x_2 - 0x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 0x_2 - \frac{7}{5}x_3 = \frac{2}{5} \\ 0x_1 + x_2 - \frac{13}{5}x_3 = \frac{3}{5} \\ 0x_1 + 0x_2 - 0x_3 = 0 \end{cases}$$

Проверка: $\begin{cases} x = \frac{2}{5} = 0,4 \\ y = \frac{3}{5} = 0,6 \\ z = 0 \end{cases}$

Вариант 7

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 0$$
$$3x_1 - 6x_2 + 9x_3 = 0$$
$$4x_1 - 8x_2 + 12x_3 = 0$$

$$\begin{cases} 0x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq 0 \\ 0x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ 0x_1 + 7x_2 - 10x_3 = 4 \\ 0x_1 + 7x_2 - 10x_3 = 5 \end{cases}$$

Відповідь: Немає розв'язків.

Симплекс метод

$$f = 2x_1 - x_2 \quad (max)$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 4x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Симплекс метод

1. $f = 2x_1 - x_2$ (max)

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 4x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1) Канонична форма:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 12 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_4 = 6 \end{cases}$$

$$f = 2x_1 - x_2 \text{ (max)}$$

2) Симплекс таблице:

1. Умова оптимальности – всі оцінки недодатні
2. Умова розв'язності:

$$\min \frac{b_i'}{a_{ij}'} \quad \text{для } a_{ij} > 0$$

3. Обрання дозволяючого елемент перетворення Гауса - Жордана

4. Перетворення Гаусса - Жордана

$$4,5 x_1 + 0,5 x_3 = 6$$
$$f = 0$$
$$\overline{-6 + 4,5x_1 + 0,5x_3} = 0$$

3) Метод Гаусса - Жордана:

$$\begin{cases} x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{4}x_4 = \frac{3}{2} \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 12 \end{cases}$$

$$5x_1 - \frac{5}{2}x_2 + \frac{5}{4}x_4 = \frac{15}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{4}x_4 = \frac{3}{2} \\ 0x_1 - \frac{9}{2}x_2 + x_3 - \frac{5}{4}x_4 = \frac{9}{2} \end{cases}$$