

**Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)**

**Факультет информационных технологий и прикладной
математики**

Кафедра вычислительной математики и программирования

Лабораторная работа №9 по курсу «Дискретный анализ»

Студент: А. А. Литвина
Преподаватель: А. А. Кухтичев
Группа: М8О-206Б
Дата:
Оценка:
Подпись:

Москва, 2019

Лабораторная работа №9

Задача: 5. Поиск кратчайшего пути между парой вершин алгоритмом Беллмана-Форда

Задан взвешенный ориентированный граф, состоящий из n вершин и m ребер. Вершины пронумерованы целыми числами от 1 до n . Необходимо найти длину кратчайшего пути из вершины с номером `start` в вершину с номером `finish` при помощи алгоритма Беллмана-Форда. Длина пути равна сумме весов ребер на этом пути. Обратите внимание, что в данном варианте веса ребер могут быть отрицательными, поскольку алгоритм умеет с ними работать. Граф не содержит петель, кратных ребер и циклов отрицательного веса.

Входные данные: В первой строке заданы $1 \leq n \leq 105$, $1 \leq m \leq 3 \cdot 105$, $1 \leq \text{start} \leq n$ и $1 \leq \text{finish} \leq n$. В следующих m строках записаны ребра. Каждая строка содержит три числа – номера вершин, соединенных ребром, и вес данного ребра. Вес ребра – целое число от -109 до 109.

Выходные данные: Необходимо вывести одно число – длину кратчайшего пути между указанными вершинами. Если пути между указанными вершинами не существует, следует вывести строку "No solution" (без кавычек).

1 Описание

Алгоритм Беллмана — Форда — алгоритм поиска кратчайшего пути во взвешенном графе. За время $O(|V| \cdot |E|)$ алгоритм находит кратчайшие пути от одной вершины графа до всех остальных. В отличие от алгоритма Дейкстры, алгоритм Беллмана — Форда допускает рёбра с отрицательным весом. Предложен независимо Ричардом Беллманом и Лестером Фордом.

Алгоритм маршрутизации RIP (алгоритм Беллмана — Форда) был впервые разработан в 1969 году, как основной для сети ARPANET.

2 Исходный код

```
1 | #include <iostream>
2 | #include <cstdio>
3 | #include <vector>
4 |
5 | using namespace std;
6 | const long INF=1000000000000000000;
7 |
8 | int main() {
9 |     int n, m, start, finish;
10 |    cin >> n >> m >> start >> finish;
11 |    vector<long> v(n+1, INF);
12 |    vector <vector<long> > edges_list(m, vector<long> (3));
13 |    v[start]=0;
14 |
15 |    for (int i=0; i<m; i++) {
16 |        cin >> edges_list[i][0] >> edges_list[i][1] >> edges_list[i][2];
17 |    }
18 |
19 |    for (int k=1; k<n; k++){
20 |        bool move=false;
21 |        for (int i=0; i<m; i++) {
22 |            int st=edges_list[i][0];
23 |            int fin=edges_list[i][1];
24 |            int wei=edges_list[i][2];
25 |            if (v[st]<INF)
26 |                if (v[st] + wei < v[fin]) {
27 |                    v[fin]=v[st] + wei;
28 |                    move=true;
29 |                }
30 |        }
31 |        if (!move)
32 |            break;
33 |    }
34 |
35 |    if (v[finish]!=INF)
36 |        cout << v[finish] << endl;
37 |    else
38 |        cout << "No solution" << endl;
39 | }
```

3 Консоль

```
anast@anast-Lenovo-B590:~$ g++ da9.cpp
anast@anast-Lenovo-B590:~$ ./a.out
5 6 1 5
1 2 2
1 3 0
3 2 -1
2 4 1
3 4 4
4 5 5
5
anast@anast-Lenovo-B590:~$
```

4 Тест производительности

Сравнение с наивным алгоритмом. Входные данные: граф с количеством вершин $n = 105$ и количеством ребер $m = 315$.

```
anast@anast-Lenovo-B590:~$ ./da9 <1.t | grep "time"  
BF time: 0,033075  
Standart time: 1,157625  
anast@anast-Lenovo-B590:~$
```

Как видно, алгоритм Беллмана-Форда намного эффективнее наивного алгоритма.

5 Выводы

В данной лабораторной работе я реализовала алгоритм Беллмана-Форда, находящего кратчайшее расстояние от одной указанной вершины до другой в нагруженном графе. Этот алгоритм очень прост в понимании и реализации, чем он мне и понравился, а так же весьма эффективен по сравнению с другими алгоритмами, решающими эту задачу. Кроме того, этот алгоритм выигрывает, например, у алгоритма Дейкстры, потому как он допускает ребра с отрицательным весом.

Список литературы

Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. *Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание*. — Издательский дом «Вильямс», 2007. Перевод с английского: И. В. Красиков, Н. А. Орехова, В. Н. Романов. — 1296 с. (ISBN 5-8459-0857-4 (рус.))

Алгоритм Беллмана — Форда — Википедия.

URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Беллмана_-_Форда.