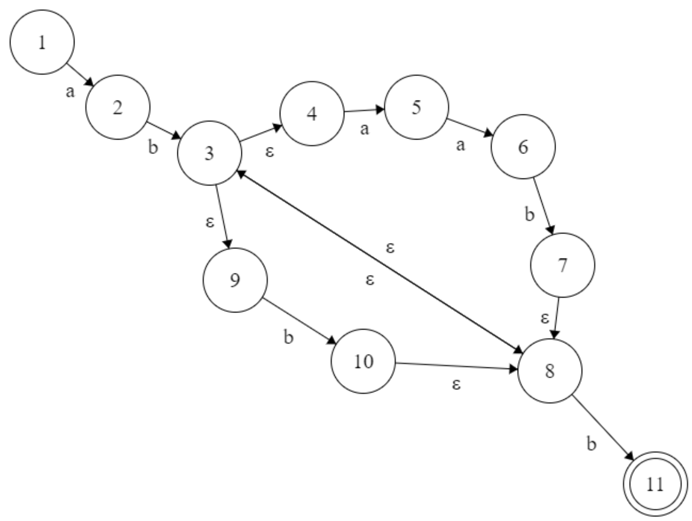
Филиппова Анастасия

Домашнее задание 3

(1) $u \cup v = w : nullable(w) = nullable(u)\ or\ nullable(v); firstpos(w) = firstpos(u) \cup firstpos(v); lastpos(w) = lastpos(u) \cup lastpos(v);$
$w = u^* : nullable(w) = true; firstpos(w) = firstpos(u); lastpos(w) = lastpos(u);$
$w = u \cdot v : nullable(w) = nullable(u)\ and\ nullable(v); if\ nullable(u) == True : firstpos(w) = firstpos(v) \cup firstpos(u); else : firstpos(w) = firstpos(u); if\ nullable(v) : lastpos(w) = lastpos(u) \cup lastpos(v); else : lastpos(w) = lastpos(v).$

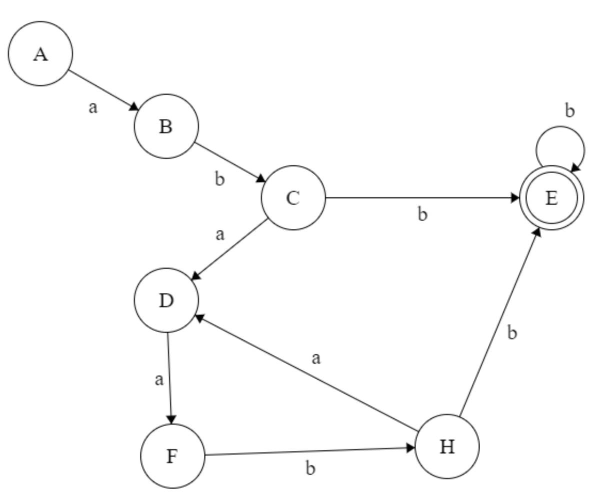
(2) Построим НКА для РВ $ab(aab|b)^*b$:



Далее составим таблицу переходов:

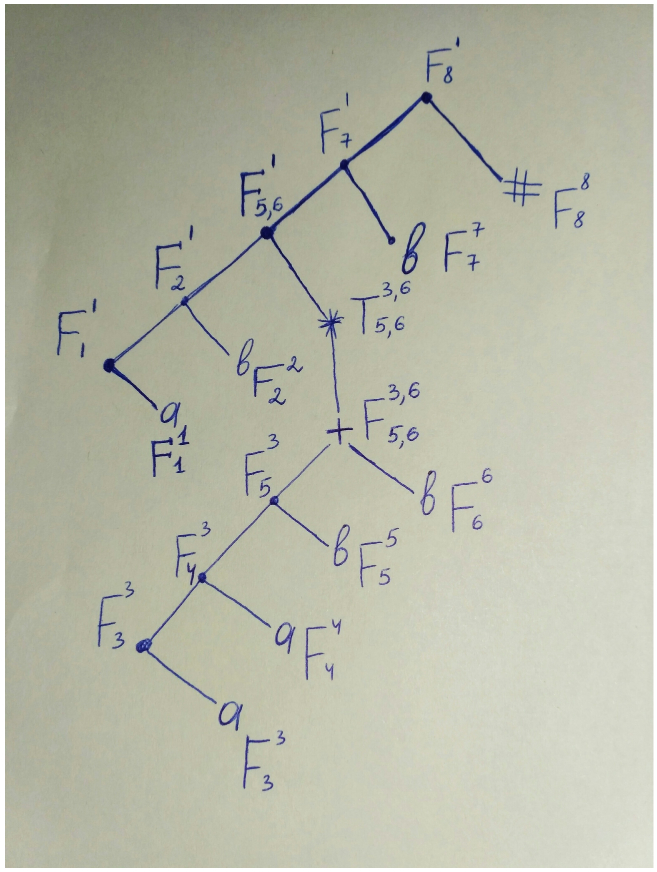
		a	b
$\rightarrow A$	1	B	
B	2		C
C	3,4,9,8	D	E
D	5	F	
E	10,11,8,3,4,9	D	E
F	6		H
H	7,8,3,4,9	D	E

Исходя из таблицы видно, что состояние A - стартовое состояние, а состояние E - финальное, причем единственное. Используя таблицу, посмотроим ДКА:



(3) $a_1b_2(a_3a_4b_5|b_6)^*b_7\#_8$

Построим дерево синтаксического разбора для данного выражения:

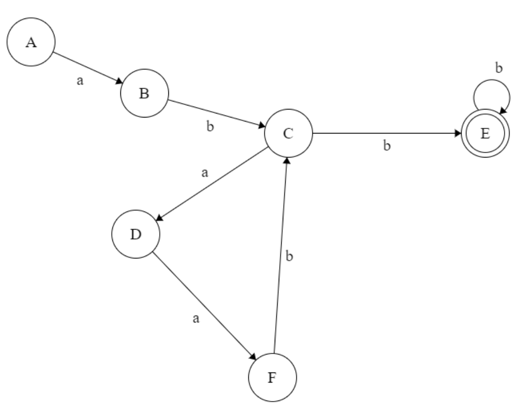


Посчитаем значение функции $followpos$ для каждого символа:

1	2
2	3,6,7
3	4
4	5
5	3,6,7
6	6,7
7	8

Теперь по данному дереву построим таблицу переходов:

		a	b
$\rightarrow A$	firstpos(root) = 1	B	
B	2		C
C	3,6,7	D	E
D	4	F	
E	6,7,8		E
F	5		C



Очевидно, что в задачах 2 и 3 получились одинаковые ДКА.

(4) Очевидно, что такой язык не является регулярным. $L = \{xy : |x| = |y|, y$ содержит букву а $\subseteq \{a, b\}^*$
Если бы язык был регулярным, то выполнялась бы лемма о накачке:
$\exists\ n \in N :\ \forall\ w \in L : |w| \geqslant n\ \exists\ x, y, z \in \sum^* : |xy| \leqslant n, y \neq \epsilon \hookrightarrow w = xyz$ и $\forall k \in N \cup \{0\}\ xy^k z \in L$
Построим отрицание леммы о накачке:
$\forall n \in N\ \exists\ w \in L, |w| \geqslant n :\ \forall\ x, y, z \in \sum^* : |xy| \leqslant n, y \neq \epsilon \hookrightarrow w = xyz$ и $\exists k \in N \cup \{0\}\ xy^k z \notin L$
То есть надо для любого натурального числа найти слово из языка, длина которого равна этому натуральному числу, причем, чтобы выполнялись выше описанные требования.
Тогда возьмем слово $a^(n+2)b^n$. Данное слово лежит в языке: $a^{n+1} = u, ab^n = t$, причем $a \in t, w = ut$.Так как по требованиям леммы $xy \leqslant n \Rightarrow xy = a^i a^j, (i + j) \leqslant n$. По лемме о накачке, если бы язык был регулярным, то $a^i a^{n+2-i-j} b^n \in L$, но данное слово лежит в языке тогда и только тогда, когда $j < 2$ (чтобы а присутствовала во второй половине слова). Но $j \neq 0$, так как $y \neq \epsilon$ и $j \neq 1$, иначе слово $a^{n+1}b^n$ - нечетной длины и не лежит в L. Следовательно, лемма не выполняется для слова $a^{n+2}b^n\ \forall\ n \in L$. Доказано, язык не является регулярным.