

8 класс	№№ задач	1а	1б	1в	2	3а	3б	4	5	6а	6б	7
	число решивших	96	11	7	32	3	1	23	70	45	10	15
9 класс	№№ задач	1			2	3	4		5	6		7
	число решивших	49			41	2	1		92	23		24
10 класс	№№ задач	1			2	3	4	5а	5б	6	7	
	число решивших	40			135	35	2	92	46	7	38	

В целом участники олимпиады справились с предложенными задачами успешно. «Непосильных» задач не оказалось: каждую задачу решил хотя бы один школьник. Некоторые же школьники решили все предложенные задачи. Статистику решения каждой задачи по классам вы видите в таблице.

Приведем теперь тексты предлагавшихся задач и решения некоторых из них*).

8 класс

Первый день

1. На карточках написаны числа, каждое из которых равно $+1$ или -1 . Разрешается, указав три карточки, спросить: «Чему равно произведение чисел на этих карточках?» (Сами числа нам не сообщают.) Какое наименьшее число таких вопросов надо задать, чтобы узнать произведение чисел на всех карточках, если число карточек равно: а) 30; б) 31; в) 32?

В каждом случае докажите, что меньшим числом вопросов обойтись нельзя.

2. Среди чисел вида $36^k - 5^l$, где k и l — натуральные числа, найдите наименьшее по абсолютной величине. Докажите, что найденное число действительно наименьшее.

3. а) Каждая из сторон выпуклого шестиугольника имеет длину больше 1. Всегда ли в нем найдется диагональ длины больше 2?

б) В выпуклом шестиугольнике $ABCDEF$ длины диагоналей AD , BE и CF больше 2. Всегда ли у него найдется сторона длины больше 1?

Второй день

4. Найдите все натуральные числа n и k такие, что n^n имеет k цифр, а k^k имеет n цифр.

5. На катетах CA и CB равнобедренного прямоугольного треугольника ABC выбраны соответственно точки D и E так, что $CD = CE$. Продолжения перпендикуляров, опущенных из точек D и C на прямую AE , пересекают гипотенузу AB соответственно в точках K и L . Докажите, что $KL = LB$.

6. На шахматной доске 8×8 двое играют в игру «кошки — мышки». У первого одна фишка — мышка, у второго несколько фишек — кошки. Все фишки ходят одинаково: вправо, влево, вверх или вниз на одну клетку. Если мышка оказалась на краю доски, то очередным ходом она прыгивает с доски; если кошка и мышка попадают на одну клетку, то кошка съедает мышку.

Играющие ходят по очереди, причем второй передвигает своим ходом всех своих кошек сразу (разных кошек можно при этом сдвигать в разных направлениях). Начинает мышка. Она старается прыгнуть с доски, а кошки стараются до этого ее съесть.

а) Пусть кошек всего две. Мышка уже поставлена на какую-то клетку не на краю. Можно ли так поставить кошек на краю доски, чтобы они сумели съесть мышку?

б) Пусть кошек три, но зато мышка имеет лишний ход: в первый раз она делает два хода подряд. Докажите, что мышка сможет убежать от кошек, каково бы ни было начальное расположение фишек.

7. Докажите, что числа 1, 2, 3, ..., 32 можно расставить в таком порядке, чтобы ни для каких двух чисел их полусумма не равня-

*) Мы даем полные тексты всех задач олимпиады. Часть из них была уже опубликована в «Задачнике «Кванта», см. «Квант», 1974, №№ 7, 8.