

НИУ ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Курсовая работа №1  
по дисциплине “Дискретная математика”  
"Синтез комбинационных схем"  
Вариант №27

Выполнила:

Студентка группы Р3110

Бегина Анастасия Алексеевна

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург

2021

# Оглавление

<b>Задание для варианта 27 .....</b>	<b>3</b>
<b>Решение .....</b>	<b>4</b>
1. Составление таблицы истинности: .....	4
2. Представление булевой функции в аналитическом виде .....	5
3. Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки.....	6
4. Минимальное покрытие.....	8
5. Минимизация булевой функции на картах Карно. Определение МДНФ.....	8
6. Определение МКНФ .....	9
7. Преобразование минимальных форм булевой функции .....	9
7. Синтез комбинационных схем в булевом базисе .....	11
8. Синтез комбинационных схем в универсальных базисах .....	13
9. Синтез комбинационной схемы в сокращенном булевом базисе .....	15
10. Построение схемы в универсальном базисе с учетом заданного коэффициента объединения по входам .....	16

## Задание для варианта 27

Построить комбинационные схемы в различных базисах, реализующие не полностью определенную булеву функцию

$(x_4 x_5 + x_1 x_2 x_3) = 2, 5, 8, 10$  которая принимает значение 1 и неопределенное значение на наборах, для которых  $x_1 x_2 x_3 = 0$ .

1. Составить таблицу истинности заданной булевой функции.
2. Представить булеву функцию в аналитическом виде с помощью КДНФ и ККНФ.
3. Найти МДНФ и/или МКНФ методом Квайна – Мак-Класки.
4. Найти МДНФ и МКНФ на картах Карно.
5. Преобразовать МДНФ и МКНФ к форме, обеспечивающей минимум цены схемы.
6. По полученной форме построить комбинационную схему в булевом базисе. Определить задержку схемы.
7. Построить схемы с минимальной ценой в универсальных базисах и сокращенных булевых базисах. Определить задержку каждой из схем.
8. Построить схему в базисе Жегалкина. Определить цену и задержку.
9. Построить схему в универсальном базисе с учетом заданного коэффициента объединения по входам. Определить цену и задержку схемы.
10. Выполнить анализ построенных схем, определив их реакцию на заданные комбинации входных сигналов.

# Решение

## 1. Составление таблицы истинности:

N	$X_1X_2X_3X_4X_5$	$X_4X_5$	$(X_4X_5)_{10}$	$X_1X_2X_3$	$(X_1X_2X_3)_{10}$	$ + $	f
0	0 0 0 0 0	0 0	0	0 0 0	0	0	d
1	0 0 0 0 1	0 1	1	0 0 0	0	1	d
2	0 0 0 1 0	1 0	2	0 0 0	0	2	d
3	0 0 0 1 1	1 1	3	0 0 0	0	3	d
4	0 0 1 0 0	0 0	0	0 0 1	1	1	0
5	0 0 1 0 1	0 1	1	0 0 1	1	2	1
6	0 0 1 1 0	1 0	2	0 0 1	1	3	0
7	0 0 1 1 1	1 1	3	0 0 1	1	4	0
8	0 1 0 0 0	0 0	0	0 1 0	2	2	1
9	0 1 0 0 1	0 1	1	0 1 0	2	3	0
10	0 1 0 1 0	1 0	2	0 1 0	2	4	0
11	0 1 0 1 1	1 1	3	0 1 0	2	5	1
12	0 1 1 0 0	0 0	0	0 1 1	3	3	0
13	0 1 1 0 1	0 1	1	0 1 1	3	4	0
14	0 1 1 1 0	1 0	2	0 1 1	3	5	1
15	0 1 1 1 1	1 1	3	0 1 1	3	6	0
16	1 0 0 0 0	0 0	0	1 0 0	4	4	0
17	1 0 0 0 1	0 1	1	1 0 0	4	5	1
18	1 0 0 1 0	1 0	2	1 0 0	4	6	0
19	1 0 0 1 1	1 1	3	1 0 0	4	7	0
20	1 0 1 0 0	0 0	0	1 0 1	5	5	1
21	1 0 1 0 1	0 1	1	1 0 1	5	6	0
22	1 0 1 1 0	1 0	2	1 0 1	5	7	0
23	1 0 1 1 1	1 1	3	1 0 1	5	8	1
24	1 1 0 0 0	0 0	0	1 1 0	6	6	0
25	1 1 0 0 1	0 1	1	1 1 0	6	7	0
26	1 1 0 1 0	1 0	2	1 1 0	6	8	1
27	1 1 0 1 1	1 1	3	1 1 0	6	9	0
28	1 1 1 0 0	0 0	0	1 1 1	7	7	0
29	1 1 1 0 1	0 1	1	1 1 1	7	8	1
30	1 1 1 1 0	1 0	2	1 1 1	7	9	0
31	1 1 1 1 1	1 1	3	1 1 1	7	10	1

## 2. Представление булевой функции в аналитическом виде

**КДНФ:**

$$f = \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1x_2x_3x_4x_5$$

**ККНФ:**

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \\ (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \\ (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \\ (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \\ (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)$$

### 3. Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки

Нахождение простых импликант (максимальных кубов):

$K^0 \cup N(f)$		$K^1(f)$		$K^2(f)$		$Z(f)$
1. 00000	✓	1. 0X000 (1–2)		1. 000XX (2–4) (3–5)		1. 000XX
2. 01000	✓	2. 0000X (1–3)	✓			2. 0X000
3. 00001	✓	3. 000X0 (1–4)	✓			3. 00X01
4. 00010	✓	4. 0001X (4–5)	✓			4. X0001
5. 00011	✓	5. 000X1 (3–5)	✓			5. 0X011
6. 00101	✓	6. 00X01 (3–6)				6. 1X111
7. 10001	✓	7. X0001 (3–7)				7. 111X1
8. 10100		8. 0X011 (5–9)				8. 10100
9. 01011	✓	9. 1X111 (12–14)				9. 01110
10. 01110		10. 111X1 (13–14)				10. 11010
11. 11010						
12. 10111	✓					
13. 11101	✓					
14. 11111	✓					

# Импликантная таблица

Простые импликанты (максимальные кубы)		0-кубы									
		0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
		0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
		1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
		0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
		1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	000XX										
2	0X000		*								
3	00X01	*									
4	X0001					*					
5	0X011			*							
6	1X111							*			*
7	111X1									*	*
8	10100						*				
9	01110				*						
10	11010								*		

Все простые импликанты – существенные.  $T = \left\{ \begin{array}{l} 000XX \\ 0X000 \\ 00X01 \\ X0001 \\ 0X011 \\ 1X111 \\ 111X1 \\ 10100 \\ 01110 \\ 11010 \end{array} \right\}$

Следовательно, возможен единственный вариант покрытия:

$$\begin{aligned} C_1 &= \{T\} \\ S_1^a &= 42; \\ S_1^b &= 52 \end{aligned}$$

#### 4. Минимальное покрытие

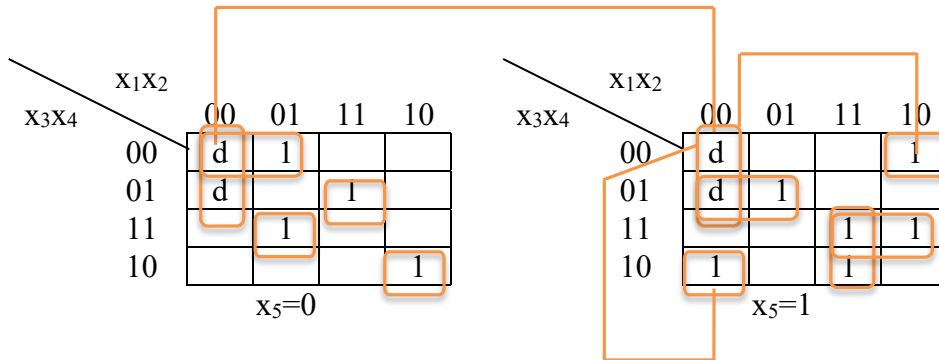
Покрытие  $C_1$  также является минимальным покрытием функции:

$$C_{min}(f) = \left\{ \begin{array}{l} 000XX \\ 0X000 \\ 00X01 \\ X0001 \\ 0X011 \\ 1X111 \\ 111X1 \\ 10100 \\ 01110 \\ 11010 \end{array} \right\} \begin{array}{l} S^a = 42 \\ S^b = 52 \end{array}$$

Этому покрытию соответствует МДНФ следующего вида:

$$f_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1x_3x_4x_5 \\ \vee x_1x_2x_3x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5$$

#### 5. Минимизация булевой функции на картах Карно. Определение МДНФ



$$\text{Получаем } C_{min}(f) = \left\{ \begin{array}{l} 000XX \\ 0X000 \\ 00X01 \\ 0X011 \\ X0001 \\ 1X111 \\ 111X1 \\ 11010 \\ 01110 \\ 10100 \end{array} \right\} \left( \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right) S^a = 42, S^b = 52$$

МДНФ имеет следующий вид:

$$f_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1x_3x_4x_5 \vee x_1x_2x_3x_5 \\ \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5$$



## 6. Определение МКНФ

		x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>			
		00	01	11	10
x <sub>3</sub> x <sub>4</sub>	00	d		0	0
	01	d	0		0
	11	0		0	0
	10	0	0		

x<sub>5</sub>=0

		x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>			
		00	01	11	10
x <sub>3</sub> x <sub>4</sub>	00	d	0	0	
	01	d		0	0
	11	0	0		
	10		0		0

x<sub>5</sub>=1

$$\text{Получаем } C_{min}(\bar{f}) = \left\{ \begin{array}{l} 00XX0 \\ 0X010 \\ 0X100 \\ 1X000 \\ 10X10 \\ 1X110 \\ X1001 \\ 1X011 \\ 0X111 \\ 011X1 \\ 10101 \end{array} \right\} \left( \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{array} \right) S^a = 44, S^b = 55$$

МКНФ имеет следующий вид:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)$$

## 7. Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторное преобразование Для МДНФ:

$$f = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1x_3x_4x_5 \vee x_1x_2x_3x_5 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5$$

$$S_Q=52$$

$$f = \bar{x}_1(\bar{x}_3(\bar{x}_2 \vee x_5) \vee \bar{x}_2\bar{x}_4x_5 \vee x_2x_3x_4\bar{x}_5) \vee x_1(x_3x_5(x_4 \vee x_2 \vee \bar{x}_2\bar{x}_4) \vee x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5) \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_4$$

$$S_Q=3+3+2+2+7+2+3+3+2+4+3=34$$

Декомпозиция. Найдем вспомогательную функцию:

$$\varphi = \bar{x}_2 \vee x_5 \quad \bar{\varphi} = x_2\bar{x}_5$$

$$f = \bar{x}_1(\bar{x}_3\varphi \vee \bar{x}_2\bar{x}_4x_5 \vee \varphi x_3x_4) \vee x_1(x_3x_5(x_4 \vee x_2 \vee \bar{x}_2\bar{x}_4) \vee \varphi\bar{x}_3x_4) \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_4$$

$$S_Q=3+2+3+8+2+3+3+2+3+3=32, \text{ но вместе с учетом затрат на вспомогательную функцию и ее инверсию, } S_Q=35$$

Факторное преобразование Для МКНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \\ \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \\ \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5) \\ \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)$$

$$S_Q = 11 + 44 = 55$$

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_5) \\ \cdot (x_5(\bar{x}_3 \vee x_4) \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \\ \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5)$$

$$S_Q = 9 + 45 = 54$$

Декомпозиция. Найдем вспомогательную функцию:

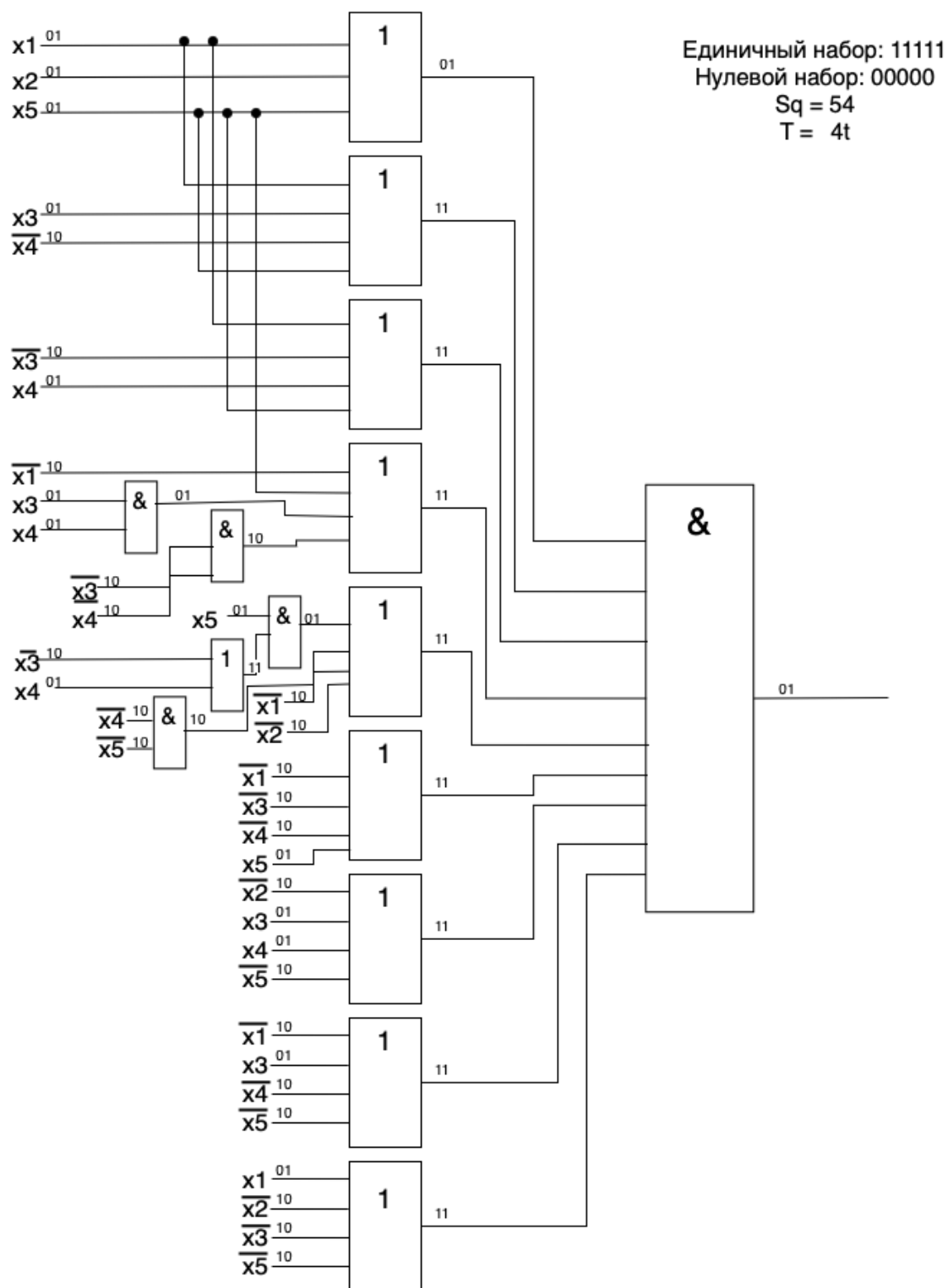
$$\varphi = \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \quad \bar{\varphi} = x_3 x_4$$

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{\varphi} \vee \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_5) \\ \cdot (x_5(\bar{x}_3 \vee x_4) \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_5) \cdot (\bar{x}_1 \vee \varphi \vee x_5) \cdot (\bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \\ \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5)$$

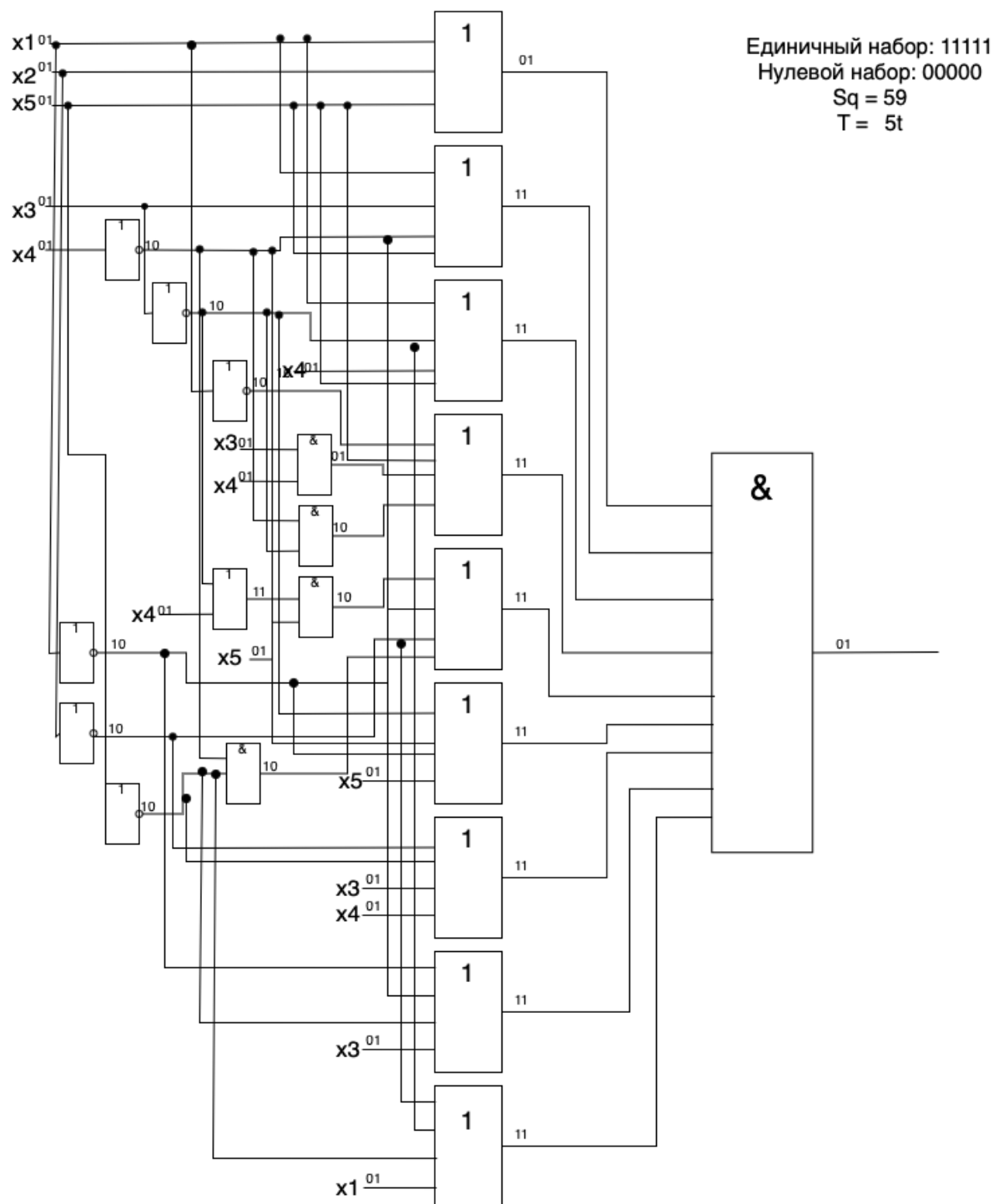
$S_Q = 9 + 42 = 51$ , но вместе с учетом затрат на вспомогательную функцию и ее инверсию,  
 $S_Q = 54$

## 7. Синтез комбинационных схем в булевом базисе

С парафазными входами:



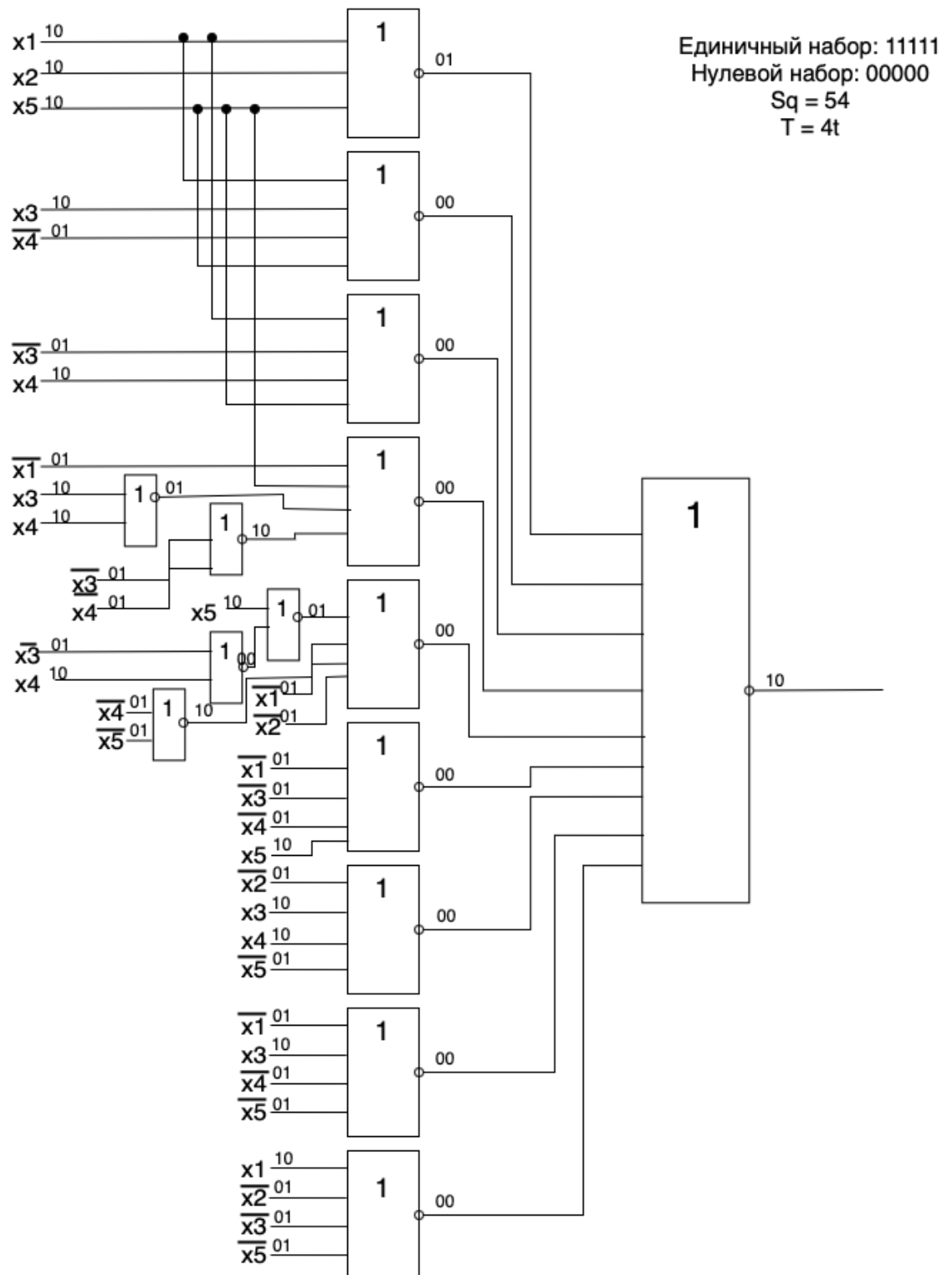
С однофазными входами:



## 8. Синтез комбинационных схем в универсальных базисах

Базис ИЛИ-НЕ:

$$f = (x_1 \downarrow x_2 \downarrow x_5) \downarrow (x_1 \downarrow x_3 \downarrow \bar{x}_4 \downarrow x_5) \downarrow (x_1 \downarrow \bar{x}_3 \downarrow x_4 \downarrow x_5) \downarrow (\bar{x}_1 \downarrow x_3 x_4 \downarrow \bar{x}_3 \downarrow \bar{x}_4 \downarrow x_5) \\ \downarrow (x_5 \downarrow (\bar{x}_3 \downarrow x_4) \downarrow \bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_2 \downarrow \bar{x}_4 \downarrow \bar{x}_5) \downarrow (\bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_3 \downarrow \bar{x}_4 \downarrow x_5) \\ \downarrow (\bar{x}_2 \downarrow x_3 \downarrow x_4 \downarrow \bar{x}_5) \downarrow (\bar{x}_1 \downarrow x_3 \downarrow \bar{x}_4 \downarrow \bar{x}_5) \downarrow (x_1 \downarrow \bar{x}_2 \downarrow \bar{x}_3 \downarrow \bar{x}_5)$$

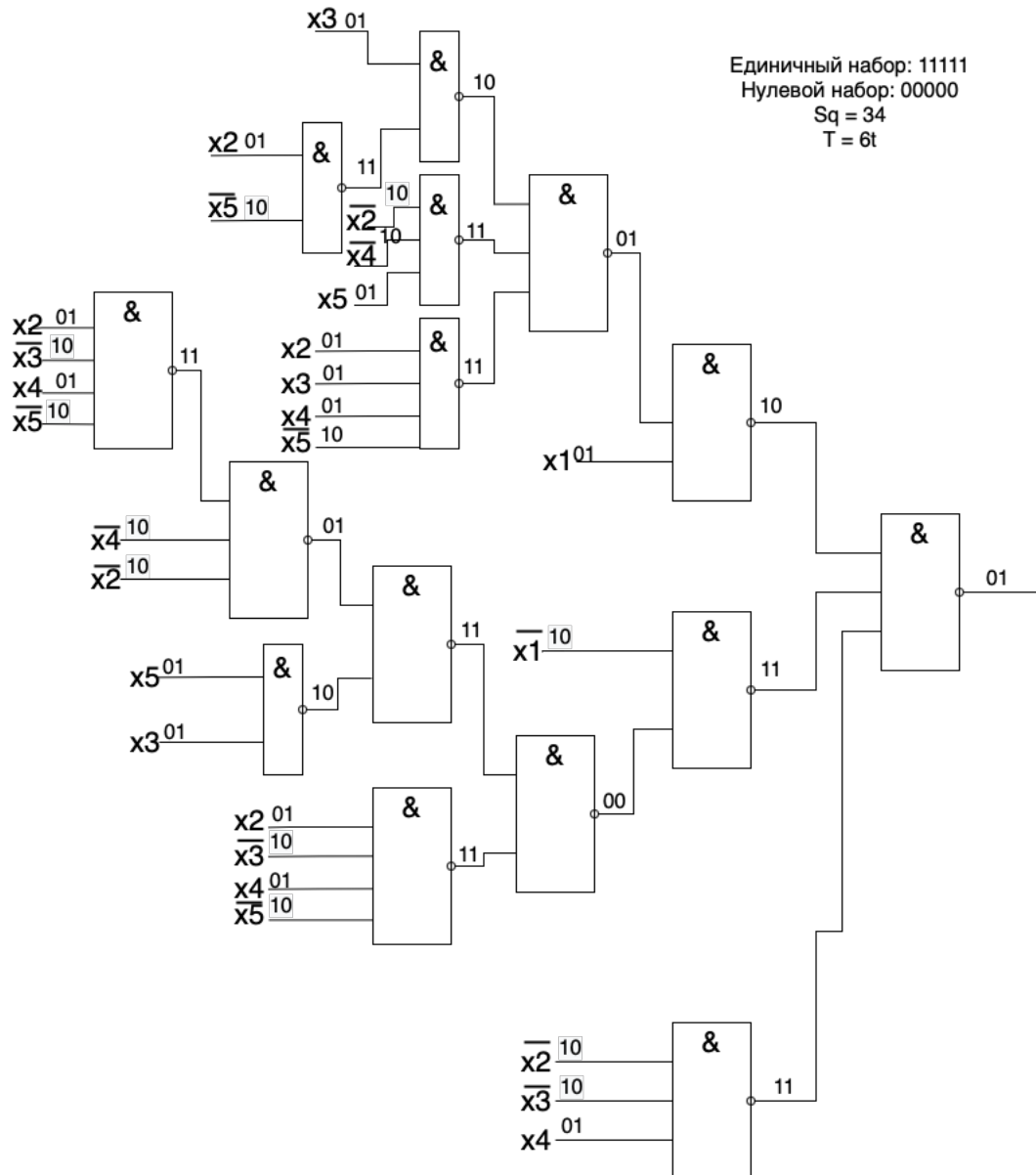


Базис И-НЕ:

С использованием МДНФ, т.к. цена схемы меньше

$$f = \left( x_1 \mid \left( (x_3 \mid (x_2 \mid \bar{x}_5)) \mid (\bar{x}_2 \mid \bar{x}_4 \mid x_5) \mid (x_2 \mid x_3 \mid x_4 \mid \bar{x}_5) \right) \right) \mid$$

$$\left( \bar{x}_1 \mid \left( x_3 \mid x_5 \mid (\bar{x}_4 \mid \bar{x}_2 \mid (\bar{x}_2 \mid \bar{x}_4)) \mid (x_2 \mid \bar{x}_3 \mid x_4 \mid \bar{x}_5) \right) \right) \mid (\bar{x}_2 \mid \bar{x}_3 \mid x_4)$$

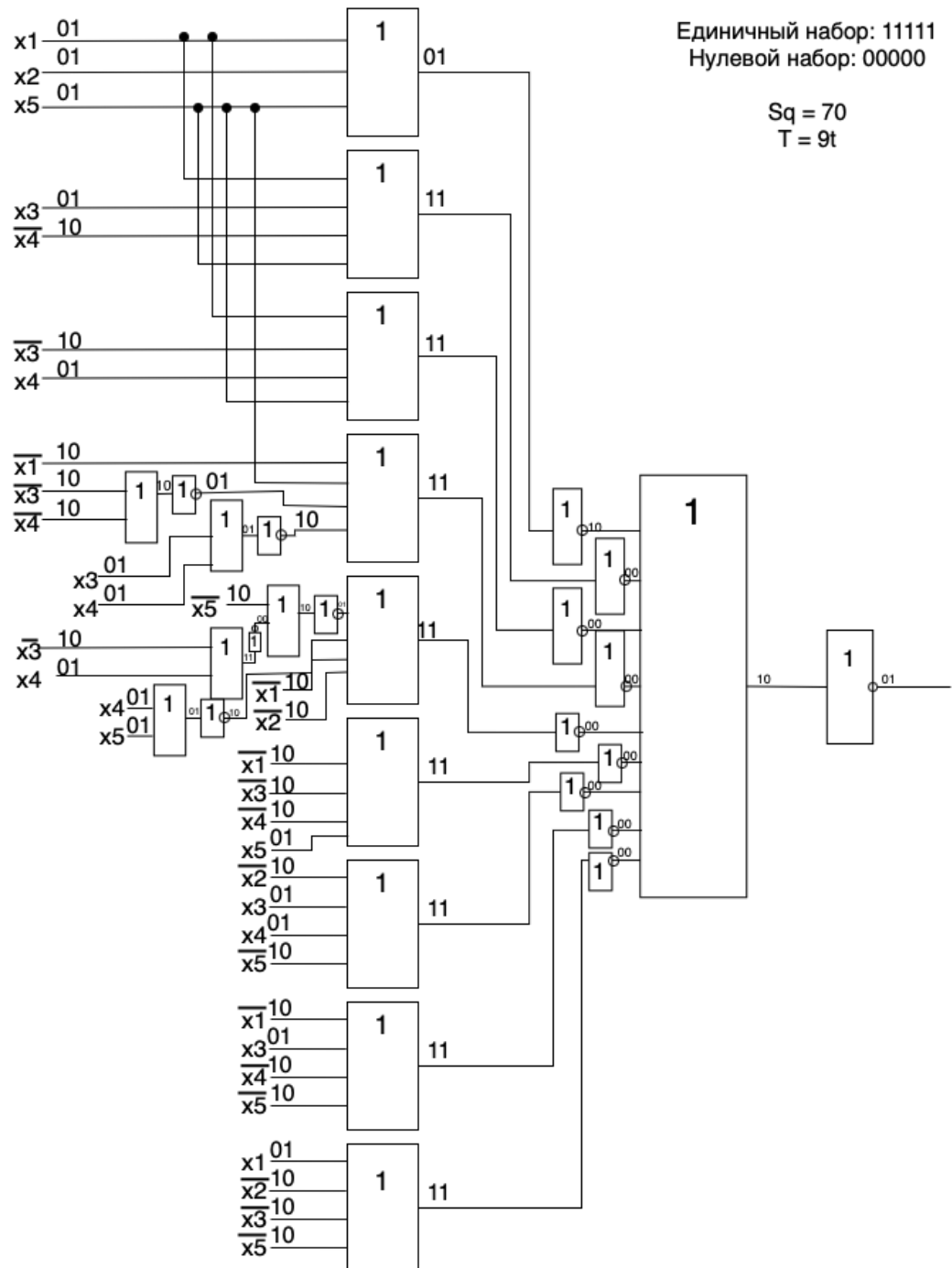


## 9. Синтез комбинационной схемы в сокращенном булевом базисе

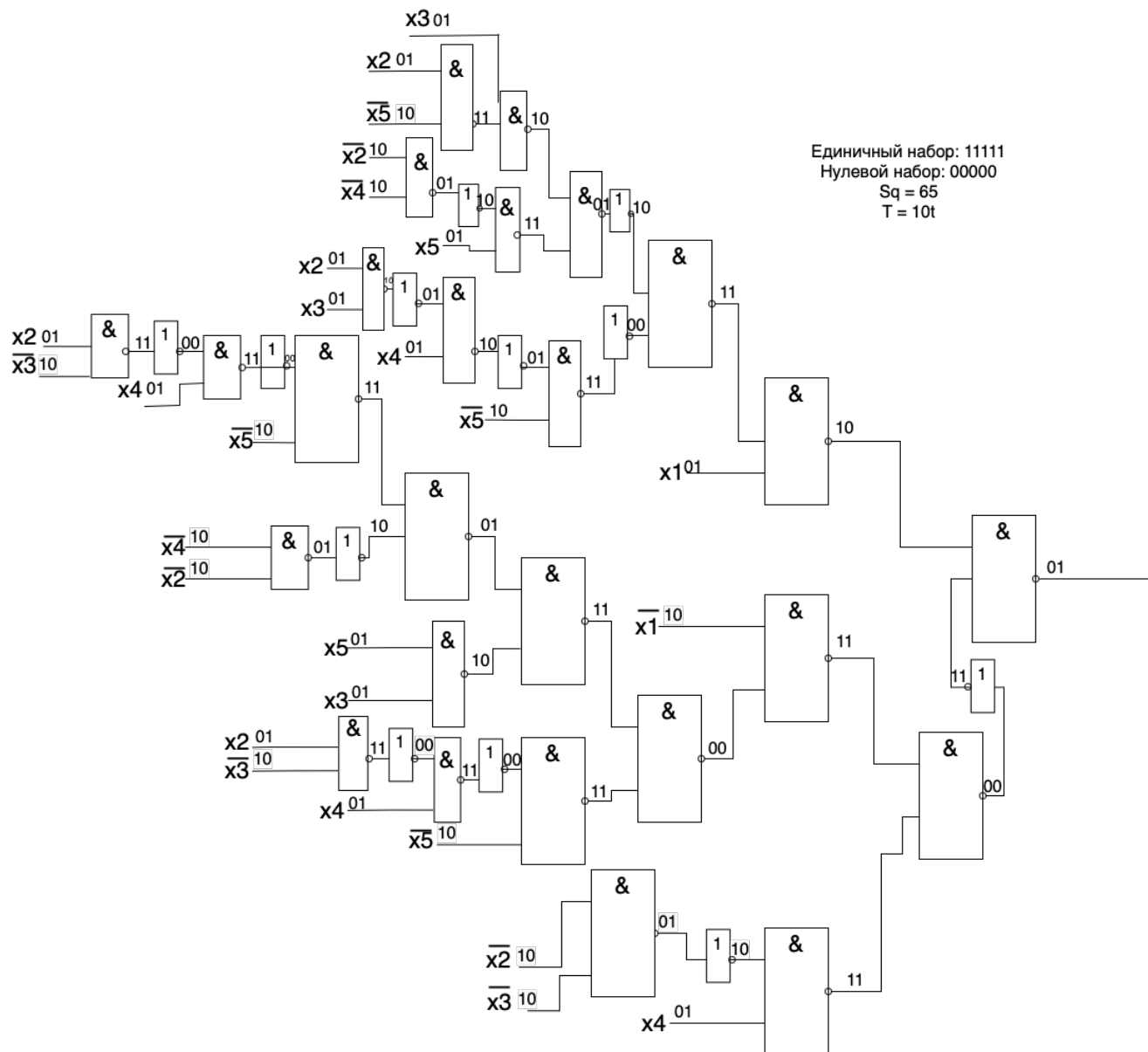
Базис ИЛИ, НЕ

$f =$

$$= \overline{(x_1 \vee x_2 \vee x_5) \vee (x_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \vee (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)} \\ \vee \overline{(\bar{x}_5 \vee (\bar{x}_3 \vee x_4) \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_5 \vee x_4)} \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \vee (\bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \\ \vee (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \vee (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5)$$



10. Построение схемы в универсальном базисе с учетом заданного коэффициента объединения по входам  
Базис И-НЕ



**Анализ построенных схем:**

На наборе 00000 функция принимает значение 0, а на наборе 11111 – значение 1. На всех схемах указана их реакция на эти наборы