РОЗРАХУНКОВА РОБОТА
ВАРІАНТ №2
ФІ-12 Бекешева Анастасія

1 Умови

- $\varepsilon = 0$
- $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{R_2}{r}\right)$
- $\rho_0 = 50 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$
- $R_1 = 0.05\text{м}$
- $R_2 = 0.1\text{м}$
- $\sigma = 0$

2 Рисунок

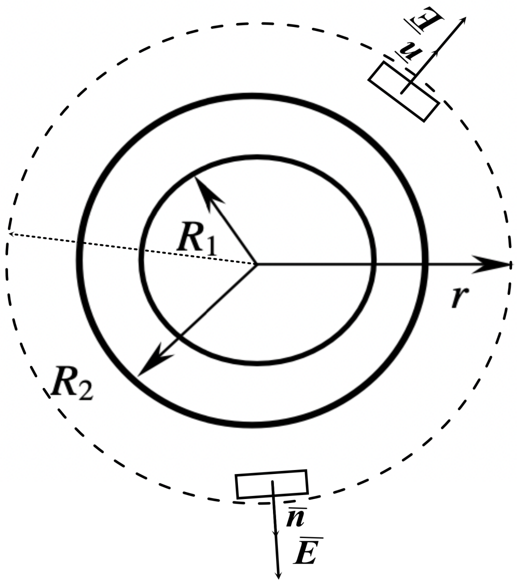

Рис. 1: Кульовий шар із зовнішнім та внутрішнім радіусами

3 Вирази для $E_r(r)$

$$\oint E\ \mathbf{d}S = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \qquad Q = \int_{R_1}^{R_2} \rho\ \mathbf{d}V + \sigma \cdot S$$

$R < R_1$

Поле відсутнє. Зарядів у поверхні немає. $E = 0$

$$E_1 = 0 \tag{1}$$

$R_1 \leq r \leq R_2$

$$\rho = \frac{\mathbf{d}Q'}{\mathbf{d}V}, \qquad \mathbf{d}Q' = \rho \cdot \ \mathbf{d}V, \qquad \mathbf{d}V = S\ \mathbf{d}r = 4\bar{n}r^{@}\ \mathbf{d}r, \qquad Q' = \int \rho \cdot S\ \mathbf{d}r,$$

$$Q' = \int\limits_{R_1}^{r} \rho \cdot 4\bar{n}r^2\ \mathbf{d}r = \int\limits_{R_1}^{r} \rho_0 \cdot 4\bar{n}r^2 \frac{R_2}{r}\ \mathbf{d}r = \int\limits_{R_1}^{r} \rho_0 \cdot 4\bar{n} \cdot R_2 \cdot r\ \mathbf{d}r = \rho_0 \cdot 4\bar{n} \cdot R_2 \int\limits_{R_1}^{r} r\ \mathbf{d}r =$$

$$= \rho_0 \cdot 4\bar{n} \cdot R_2 \cdot \left.\frac{r^2}{2}\right|_{R_1}^{r} = 2\rho_0 \cdot \bar{n} \cdot R_2$$

$$E = \frac{Q'}{S \cdot \varepsilon_0} = \frac{2\rho_0 \cdot \bar{n} \cdot R_2 \cdot (r^2 - R_1^2)}{4\bar{n} \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \cdot R_2 \cdot (r^2 - R_1^2)}{2r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\rho_0 \cdot R_2 \cdot (r^2 - R_1^2)}{2r^2 \cdot \varepsilon_0} \tag{2}$$

$r > R_2$

$$Q' = \int \rho \cdot D\ \mathbf{d}r = \int\limits_{R_1}^{R_2} \rho_0 \cdot 4\bar{n} \cdot r^2 \frac{R_2}{r}\ \mathbf{d}r = \rho_0 \cdot 4\bar{n} \cdot R_2 \left.\frac{r^2}{2}\right|_{R_1}^{R_2} = 2\rho_0 \cdot \bar{n} \cdot R_2 \cdot (R_1^2 - R_2^2)$$

$$E = \frac{Q'}{S \cdot \varepsilon_0} = \frac{2\rho_0 \cdot \bar{n} \cdot R_2 \cdot (R_2^2 - R_1^2)}{4\bar{n} \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \cdot R_2 \cdot (R_2^2 - R_1^2)}{2r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_3 = \frac{\rho_0 \cdot R_2 \cdot (R_2^2 - R_1^2)}{2r^2 \cdot \varepsilon_0} \tag{3}$$

4 Вирази для $\varphi(r)$

$r < R_1$

$\varphi = \mathbf{const} = 0$

$$\varphi_1 = 0 \tag{4}$$

$R_1 \leq r \leq R_2$

$$\varphi = \int\limits_{R_1}^{r} E\ \mathbf{d}r = \int \frac{\rho_0 \cdot R_2 \cdot (r^2 - R_1^2)}{2r^2 \cdot \varepsilon_0}\ \mathbf{d}r = \frac{\rho_0 R_2}{2\varepsilon_0} \int \frac{r^2 - R_1^2}{r^2}\ \mathbf{d}r = -\frac{\rho_0 R_2}{2\varepsilon_0} \left(\frac{r^2 - R_1^2}{r} + 2r \right) + c$$

$$\varphi_2 = -\frac{\rho_0 R_2}{2\varepsilon_0} \left(\frac{3r^2 - R_1^2}{r} \right) + c \tag{5}$$