Практическое задание

Задачи (в соответствии с программой практики):

1. Реализовать стохастическую генеративную модель как приложение на языке Python с помощь библиотеки pymc. Не использовать предыдущую версию библиотеки - pymc3!
2. Разъяснить в комментариях, зачем используется та или иная строчка кода
3. Обучить модель на данных о числе новых выявленных случаев заболевания covid-19 в период с 01.01.2020 по 01.12.2020 в странах: Россия, Италия, Германия и Франция. Для каждой страны не учитывать дни до того как заболеваемость превысит 100 случаев в день!
4. Оценить динамику эффективного репродуктивного числа R(t)
5. Предсказать число зарегистрированных случаев в день и R(t) для диапазона дат 02.12.2020 по 14.12.2020. Сравнить с реальными данными.

```
1 pip install  pymc==5.23.0 preliz==0.19.0 arviz==0.21.0 numpy==1.26.4 pandas scip
```

```
Collecting pymc==5.23.0
  Downloading pymc-5.23.0-py3-none-any.whl.metadata (16 kB)
Collecting preliz==0.19.0
  Downloading preliz-0.19.0-py3-none-any.whl.metadata (6.1 kB)
Collecting arviz==0.21.0
  Downloading arviz-0.21.0-py3-none-any.whl.metadata (8.8 kB)
Collecting numpy==1.26.4
  Downloading numpy-1.26.4-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.whl
     ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 61.0/61.0 kB 2.4 MB/s eta 0:00:00
Requirement already satisfied: pandas in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (2.2
Requirement already satisfied: scipy in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (1.16
Collecting matplotlib==3.10.3
  Downloading matplotlib-3.10.3-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_6
Collecting plotly==6.1.2
  Downloading plotly-6.1.2-py3-none-any.whl.metadata (6.9 kB)
Collecting polars==1.30.0
  Downloading polars-1.30.0-cp39-abi3-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.whl.
Collecting covid19dh
  Downloading covid19dh-2.3.1-py3-none-any.whl.metadata (6.1 kB)
Requirement already satisfied: cachetools>=4.2.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pa
Requirement already satisfied: cloudpickle in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages
Collecting pytensor<2.32,>=2.31.2 (from pymc==5.23.0)
  Downloading pytensor-2.31.7-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.
Requirement already satisfied: rich>=13.7.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-package
Requirement already satisfied: threadpoolctl<4.0.0,>=3.1.0 in /usr/local/lib/python3.
Requirement already satisfied: typing-extensions>=3.7.4 in /usr/local/lib/python3.12/
Requirement already satisfied: numba>=0.59 in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages
Collecting scipy
  Downloading scipy-1.15.3-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.whl
     ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 62.0/62.0 kB 5.0 MB/s eta 0:00:00
Requirement already satisfied: setuptools>=60.0.0 in /usr/local/lib/python3.12/dist-p
Requirement already satisfied: packaging in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (
Requirement already satisfied: xarray>=2022.6.0 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pac
Requirement already satisfied: h5netcdf>=1.0.2 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pack
Requirement already satisfied: xarray-einstats>=0.3 in /usr/local/lib/python3.12/dist
Requirement already satisfied: contourpy>=1.0.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pac
Requirement already satisfied: cycler>=0.10 in /usr/local/lib/python3.12/dist-package
Requirement already satisfied: fonttools>=4.22.0 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pa
Requirement already satisfied: kiwisolver>=1.3.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pa
Requirement already satisfied: pillow>=8 in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (
Requirement already satisfied: pyparsing>=2.3.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pac
Requirement already satisfied: python-dateutil>=2.7 in /usr/local/lib/python3.12/dist
Requirement already satisfied: narwhals>=1.15.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-pac
Requirement already satisfied: pytz>=2020.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-package
Requirement already satisfied: tzdata>=2022.7 in /usr/local/lib/python3.12/dist-packa
Requirement already satisfied: requests in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (f
Requirement already satisfied: h5py in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (from
Requirement already satisfied: llvmlite<0.44,>=0.43.0dev0 in /usr/local/lib/python3.1
Requirement already satisfied: filelock>=3.15 in /usr/local/lib/python3.12/dist-packa
Requirement already satisfied: etuples in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (fr
Requirement already satisfied: logical-unification in /usr/local/lib/python3.12/dist-
Requirement already satisfied: miniKanren in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages
Requirement already satisfied: cons in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (from
Requirement already satisfied: six>=1.5 in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (f
Requirement already satisfied: markdown-it-py>=2.2.0 in /usr/local/lib/python3.12/dis
Requirement already satisfied: pygments<3.0.0,>=2.13.0 in /usr/local/lib/python3.12/d
Requirement already satisfied: charset_normalizer<4,>=2 in /usr/local/lib/python3.12/
Requirement already satisfied: idna<4,>=2.5 in /usr/local/lib/python3.12/dist-package
Requirement already satisfied: urllib3<3,>=1.21.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-p
Requirement already satisfied: certifi>=2017.4.17 in /usr/local/lib/python3.12/dist-p
Requirement already satisfied: mdurl~=0.1 in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages
Requirement already satisfied: toolz in /usr/local/lib/python3.12/dist-packages (from
Requirement already satisfied: multipledispatch in /usr/local/lib/python3.12/dist-pac
Downloading pymc-5.23.0-py3-none-any.whl (519 kB)
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 519.6/519.6 kB 17.0 MB/s eta 0:00:00
```

```
Downloading prettz-0.19.0-py3-none-any.whl (519 kB)
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 519.6/519.6 kB 30.3 MB/s eta 0:00:00
Downloading arviz-0.21.0-py3-none-any.whl (1.7 MB)
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 1.7/1.7 MB 70.8 MB/s eta 0:00:00
Downloading numpy-1.26.4-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.whl (
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 18.0/18.0 MB 94.4 MB/s eta 0:00:00
Downloading matplotlib-3.10.3-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 8.6/8.6 MB 112.5 MB/s eta 0:00:00
Downloading plotly-6.1.2-py3-none-any.whl (16.3 MB)
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 16.3/16.3 MB 101.9 MB/s eta 0:00:00
Downloading polars-1.30.0-cp39-abi3-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.whl (3
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 36.3/36.3 MB 16.5 MB/s eta 0:00:00
Downloading scipy-1.15.3-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.whl (
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 37.3/37.3 MB 21.2 MB/s eta 0:00:00
Downloading covid19dh-2.3.1-py3-none-any.whl (9.4 kB)
Downloading pytensor-2.31.7-cp312-cp312-manylinux_2_17_x86_64.manylinux2014_x86_64.wh
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 2.1/2.1 MB 96.8 MB/s eta 0:00:00
Installing collected packages: polars, plotly, numpy, scipy, matplotlib, covid19dh, p
  Attempting uninstall: polars
    Found existing installation: polars 1.25.2
    Uninstalling polars-1.25.2:
      Successfully uninstalled polars-1.25.2
  Attempting uninstall: plotly
    Found existing installation: plotly 5.24.1
    Uninstalling plotly-5.24.1:
      Successfully uninstalled plotly-5.24.1
  Attempting uninstall: numpy
    Found existing installation: numpy 2.0.2
    Uninstalling numpy-2.0.2:
      Successfully uninstalled numpy-2.0.2
  Attempting uninstall: scipy
    Found existing installation: scipy 1.16.2
    Uninstalling scipy-1.16.2:
      Successfully uninstalled scipy-1.16.2
  Attempting uninstall: matplotlib
    Found existing installation: matplotlib 3.10.0
    Uninstalling matplotlib-3.10.0:
      Successfully uninstalled matplotlib-3.10.0
  Attempting uninstall: pytensor
    Found existing installation: pytensor 2.35.1
    Uninstalling pytensor-2.35.1:
      Successfully uninstalled pytensor-2.35.1
  Attempting uninstall: arviz
    Found existing installation: arviz 0.22.0
    Uninstalling arviz-0.22.0:
      Successfully uninstalled arviz-0.22.0
  Attempting uninstall: pymc
    Found existing installation: pymc 5.26.1
    Uninstalling pymc-5.26.1:
      Successfully uninstalled pymc-5.26.1
ERROR: pip's dependency resolver does not currently take into account all the package
opencv-contrib-python 4.12.0.88 requires numpy<2.3.0,>=2; python_version >= "3.9", bu
cudf-polars-cu12 25.6.0 requires polars<1.29,>=1.25, but you have polars 1.30.0 which
jax 0.7.2 requires numpy>=2.0, but you have numpy 1.26.4 which is incompatible.
thinc 8.3.6 requires numpy<3.0.0,>=2.0.0, but you have numpy 1.26.4 which is incompat
opencv-python-headless 4.12.0.88 requires numpy<2.3.0,>=2; python_version >= "3.9", b
jaxlib 0.7.2 requires numpy>=2.0, but you have numpy 1.26.4 which is incompatible.
opencv-python 4.12.0.88 requires numpy<2.3.0,>=2; python_version >= "3.9", but you ha
Successfully installed arviz-0.21.0 covid19dh-2.3.1 matplotlib-3.10.3 numpy-1.26.4 pl
WARNING: The following packages were previously imported in this runtime:
  [matplotlib,mpl_toolkits,numpy]
You must restart the runtime in order to use newly installed versions.
```

RESTART SESSION

```
import pandas as pd
import numpy as np
from tqdm.auto import tqdm
import os
import shutil

from covid19dh import covid19
import pymc as pm
import arviz as az
from scipy import stats
import pytensor
import pytensor.tensor as tt
from pytensor.tensor.conv import conv2d

import plotly.express as px
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
import plotly.graph_objects as go


import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')
pd.set_option('display.max_columns', None)

# Устанавливаем seed для воспроизводимости MCMC
RANDOM_SEED = 42
np.random.seed(RANDOM_SEED)
```

```
# Загрузка данных для нужных стран за указанный период
countries = ["Russia", "Italy", "Germany", "France"]
# Загрузка данных с помощью библиотеки covid19dh
df, src = covid19(
    country=countries,
    start="2020-01-01",
    end="2020-12-14",
    verbose=False
)
# Переименуем столбец с названием региона в country для удобства
df = df.rename(columns={"administrative_area_level_1": "country"})

# Сортировка данных по стране и дате и сброс индекса
df = df.sort_values(["country", "date"]).reset_index(drop=True)
# Сохранение загруженных данных в CSV файл
df.to_csv("covid_data_2020.csv", index=False)

# Вывод последних 5 строк датафрейма для проверки
df.tail(5)
```

	id	date	confirmed	deaths	recovered	tests	vaccines	people_vacci
1290	f90dfca0	2020-12-10	2546113.0	44769.0	2015137.0	81564365.0	NaN	
1291	f90dfca0	2020-12-11	2574319.0	45370.0	2041006.0	82104039.0	NaN	
1292	f90dfca0	2020-12-12	2602048.0	45923.0	2066710.0	82639392.0	NaN	
1293	f90dfca0	2020-12-13	2629699.0	46404.0	2086887.0	83102948.0	NaN	
1294	f90dfca0	2020-12-14	2656601.0	46846.0	2105414.0	NaN	NaN	

```
# Загрузка дополнительных данных о числе репродукции из другого источника (Our W
df2 = pd.read_csv("owid-covid-data.csv")
# Фильтрация данных только для выбранных стран
df2 = df2[df2['location'].isin(countries)].reset_index(drop = True)
# Преобразование столбца даты в формат datetime
df2['date'] = pd.to_datetime(df2['date'])
# Выбор только нужных столбцов: континент, дата и число репродукции
df2 = df2[['continent','date','reproduction_rate']]

# Объединение данных о COVID-19 с данными о числе репродукции по стране и дате
df = df.merge(df2, 'left', left_on = ['country', 'date'], right_on = ['continent
# Вывод первых 3 строк объединенного датафрейма для проверки
df.head(3)
```

	id	date	confirmed	deaths	recovered	tests	vaccines	people_vaccinated
0	5eda1083	2020-01-22	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
1	5eda1083	2020-01-23	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2	5eda1083	2020-01-24	2.0	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

```
# Оставляем только необходимые столбцы для дальнейшего анализа
df = df[["date", "country", "confirmed", 'deaths',      'recovered', 'reproducti

# Расчет ежедневного прироста подтвержденных случаев
df["new_cases"] = df.groupby("country")["confirmed"].diff().fillna(0)
# Расчет ежедневного прироста смертей
df["new_deaths"] = df.groupby("country")["deaths"].diff().fillna(0)

# Обработка возможных отрицательных значений в ежедневном приросте
df["new_cases"] = df["new_cases"].fillna(0).clip(lower=0).astype(int)
df["new_deaths"] = df["new_deaths"].fillna(0).clip(lower=0).astype(int)
```

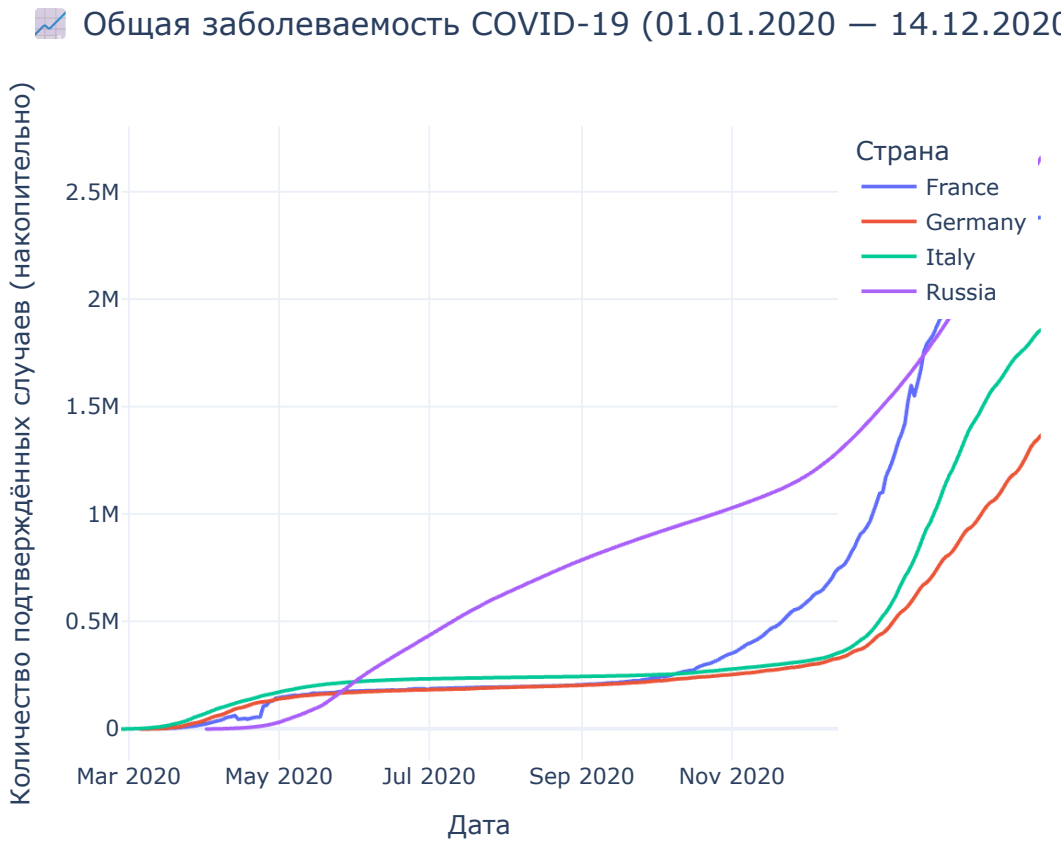
```
# Для каждой страны не учитывать дни до того как ежедневная заболеваемость превы
# Находим первую дату для каждой страны, когда количество новых случаев >= 100
first_day_over100 = df[df['new_cases'] >= 100].groupby('country')['date'].min()
```

```
4
5 # Фильтрация датафрейма, оставляя только строки начиная с первой даты, когда заб
6 filtered_rows = []
7 for country, start_date in first_day_over100.items():
8     filtered_rows.append(df[(df['country'] == country) & (df['date'] >= start_da
9 df = pd.concat(filtered_rows).reset_index(drop=True)
10 # Вывод формы отфильтрованного датафрейма
11 df.shape
```

```
(1128, 8)
```

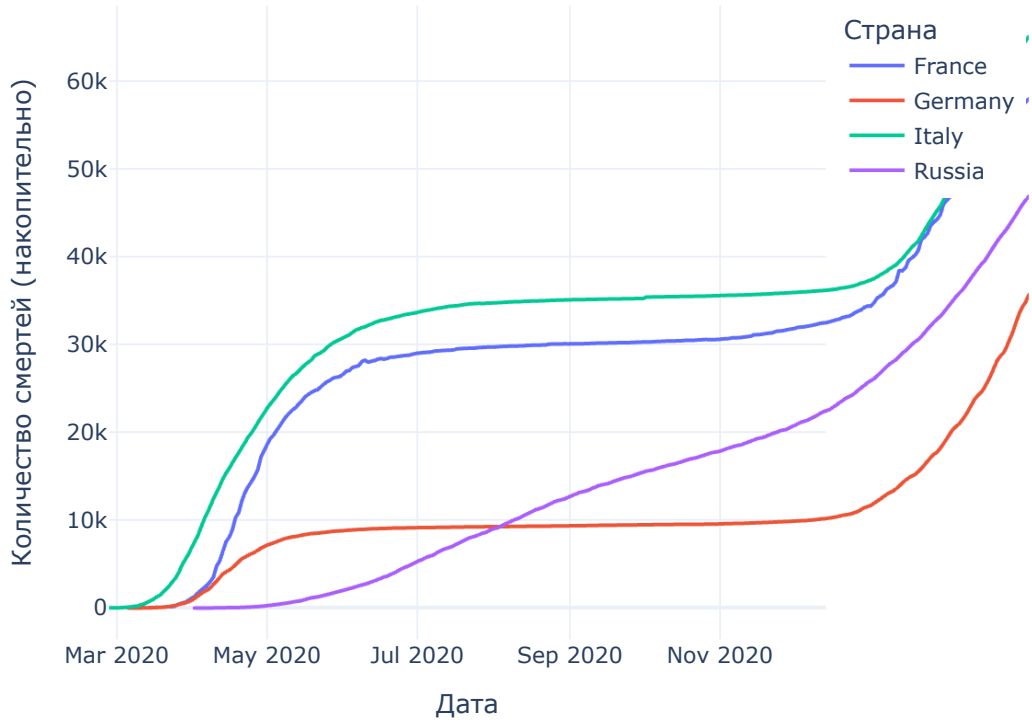
```
1 # Расчет количества дней, прошедших с первого дня, когда было зафиксировано 100+
2 start_date_series = df.groupby('country')['date'].min()
3 df = df.merge(
4     start_date_series.rename('start_date'), 'left', on='country'
5 )
6 df['days_since_100'] = (df['date'] - df['start_date']).dt.days
```

```
1 # Построение графика накопленных подтвержденных случаев по странам
2 fig = px.line(
3     df,
4     x="date",
5     y="confirmed",
6     color="country",
7     title="📈 Общая заболеваемость COVID-19 (01.01.2020 – 14.12.2020)",
8     labels={"confirmed": "Всего подтверждённых случаев", "date": "Дата", "countr
9 )
10
11 # Настройка внешнего вида графика
12 fig.update_layout(
13     template="plotly_white",
14     hovermode="x unified",
15     legend_title_text="Страна",
16     yaxis_title="Количество подтверждённых случаев (накопительно)",
17     xaxis_title="Дата",
18 )
19
20 # Отображение графика
21 fig.show()
```

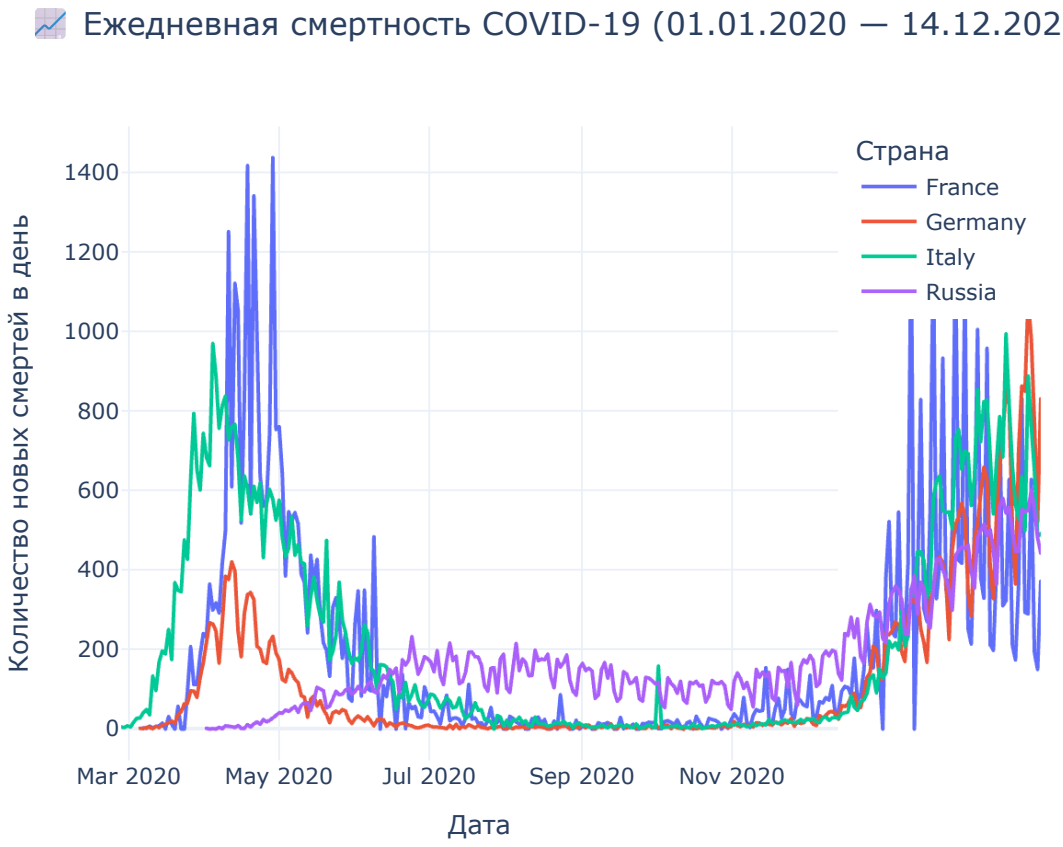



```
# Построение графика ежедневных новых случаев по странам
fig = px.line(
    df,
    x="date",
    y="new_cases",
    color="country",
    title="📈 Ежедневная заболеваемость COVID-19 (01.01.2020 – 14.12.2020)",
    labels={"new_cases": "Новые случаи", "date": "Дата", "country": "Страна"}
)

# Настройка внешнего вида графика
fig.update_layout(
    template="plotly_white",
    hovermode="x unified",
    legend_title_text="Страна",
    yaxis_title="Количество новых случаев в день",
    xaxis_title="Дата",
)

# Отображение графика
fig.show()
```


```
# Построение графика накопленной смертности по странам
fig = px.line(
    df,
    x="date",
    y="deaths",
    color="country",
    title="📈 Общая смертность COVID-19 (01.01.2020 – 14.12.2020)",
    labels={"confirmed": "Всего подтверждённых случаев", "date": "Дата", "countr
)

# Настройка внешнего вида графика
fig.update_layout(
    template="plotly_white",
    hovermode="x unified",
    legend_title_text="Страна",
    yaxis_title="Количество смертей (накопительно)",
    xaxis_title="Дата",
)

# Отображение графика
fig.show()
```




```
# Построение графика ежедневной смертности по странам
fig = px.line(
    df,
    x="date",
    y="new_deaths",
    color="country",
    title="📈 Ежедневная смертность COVID-19 (01.01.2020 — 14.12.2020)",
    labels={"new_cases": "Новые случаи", "date": "Дата", "country": "Страна"}
)

# Настройка внешнего вида графика
fig.update_layout(
    template="plotly_white",
    hovermode="x unified",
    legend_title_text="Страна",
    yaxis_title="Количество новых смертей в день",
    xaxis_title="Дата",
)

# Отображение графика
fig.show()
```

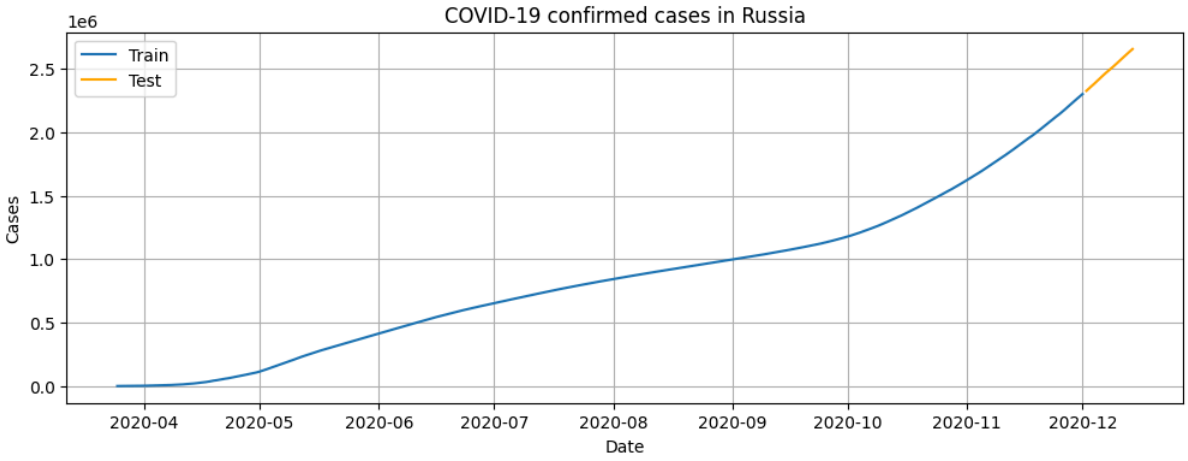



```
1 # Вывод формы текущего датафрейма
2 df.shape
```

```
(1128, 10)
```

```
1 # Разделение данных на обучающую и тестовую выборки
2 train = df[df.date <= "2020-12-01"].reset_index(drop=True)
3 test = df[df.date > "2020-12-01"].reset_index(drop=True)
```

```
1 # Визуализация разделения данных на обучающую и тестовую выборки для России
2 fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 4))
3 ax.plot(train[train.country == 'Russia']["date"], train[train.country == 'Russia
4 ax.plot(test[test.country == 'Russia']["date"], test[test.country == 'Russia']["
5 ax.set(title=f"COVID-19 confirmed cases in Russia", ylabel="Cases", xlabel="Date
6 ax.legend()
7 plt.grid()
8 plt.show()
```




```
# Установка столбца 'date' в качестве индекса датафрейма
df.set_index('date',  inplace =True)

# Переименование столбцов для соответствия именам, используемым в модели
df.rename(columns = {
    'country': 'location',
    'confirmed': 'total',
    'new_cases': 'positive'
}, inplace = True)
# Вывод первых 3 строк измененного датафрейма для проверки
df.head(3)
```

date	location	total	deaths	recovered	reproduction_rate	positive	new_deaths	st
2020-03-05	France	423.0	7.0	NaN	NaN	138	3	2(
2020-03-06	France	613.0	9.0	NaN	NaN	190	2	2(
2020-03-07	France	938.0	16.0	NaN	NaN	325	7	2(

Далее: Создать код с переменной df | New interactive sheet

Построение генеративной модели

Схема модели

[

$$
\begin{aligned}
\log R(t) &= \log R(t-1) + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \\
R(t) &= \exp(\log R(t)) \\
y_0 &\sim \text{Exponential}(\lambda) \\
y_t &= \sum_{s=0}^{t-1} R(t)\, y_s\, g_{t-s} \\
d_t &= \sum_{s=0}^{t} y_s\, (f_{\text{incub}} * f_{\text{delay}})_{t-s} \\
\text{positive}_t &= \omega_t\, d_t \\
C_t &\sim \text{NegBinomial}(\mu = \text{positive}_t, \alpha)
\end{aligned}
$$

]

- (R(t)) — динамическое репродуктивное число
- (y_t) — истинные новые инфекции
- (d_t) — инфекции, скорректированные на задержку
- ({positive}_t) — скорректированные на сезонность выявленные случаи
- (C_t) — наблюдаемые данные

- Логарифм (R(t)) моделируется как **случайное блуждание** — это позволяет ему плавно изменяться со временем.
- (R(t)) показывает, сколько новых инфекций в среднем вызывает один заражённый человек в момент времени (t).
- (y_0) — начальное количество инфицированных.
- Моделируется из **экспоненциального распределения**, что позволяет задать правостороннее распределение
- (y_t) — истинное (ненаблюдаемое) число новых инфекций в момент времени (t).
- Вычисляется как сумма по всем прошлым случаям (y_s), умноженным на:
- Новые инфекции зависят от предыдущих заражений и их распределённого во времени вклада.
- (d_t) — число инфекций, скорректированное на **время инкубации** и **задержку отчётности**.
- (f_\text{incub}) — распределение времени инкубационного периода
- (f_\text{delay}) — распределение задержки между симптомами и регистрацией случая.
- (C_t) — наблюдаемые данные (зарегистрированные случаи).
- Моделируются через **негативное биномиальное распределение**, что учитывает **переизбыток дисперсии** (overdispersion), свойственный реальным эпидемическим данным.

```
# Функция для получения вероятности задержки от заражения до сообщения о положит
def get_p_delay():
    # Параметры для гамма-распределения, основанные на исследованиях времени зад
    alpha, beta = 2.305, 0.59
    # Диапазон дней для расчета вероятности задержки
    p_delay_range = np.arange(20)
    # Расчет значений функции плотности вероятности (PDF) для каждого дня в диап
```

```
    return stats.gamma.pdf(p_delay_range, alpha, scale=1.0 / beta)


# Функция для получения вероятности времени инкубации
def get_incubation_time_interval():
    # Параметры для гамма-распределения, основанные на исследованиях времени инк
    alpha, beta = 1.352, 0.265
    # Диапазон дней для расчета вероятности времени инкубации
    incubation_time_range = np.arange(20)
    # Расчет значений функции плотности вероятности (PDF) для каждого дня в диап
    return stats.gamma.pdf(incubation_time_range, alpha, scale=1.0 / beta)
```

```
# Функция для подготовки матрицы свертки для моделирования временных рядов инфек
def get_convolution_ready_gt(len_observed):
    # Получение распределения времени генерации
    gt = get_generation_time_interval()
    # Создание пустой матрицы свертки
    convolution_ready_gt = np.zeros((len_observed - 1, len_observed))
    # Заполнение матрицы на основе распределения времени генерации
    for t in range(1, len_observed):
        begin = np.maximum(0, t - len(gt) + 1)
        slice_update = gt[1: t - begin + 1][::-1]
        convolution_ready_gt[t - 1, begin: begin + len(slice_update)] = slice_up
    # Преобразование матрицы в общий (shared) тензор PyTensor
    return pytensor.shared(convolution_ready_gt.astype(pytensor.config.floatX))
```

```
# Генеративная модель прогноза заболеваний с использованием PyMC
# region: название региона (страны)
# observed: датафрейм с наблюдаемыми данными (ежедневные случаи) для данного рег
def build_model(region, observed):
    # Получение распределения вероятности задержки от заражения до выявления
    p_delay = get_p_delay()
    # Получение распределения вероятности времени инкубации
    incubation_time = get_incubation_time_interval()
    # Определение булевой маски для дней с ненулевым количеством наблюдаемых пол
    nonzero_days = observed.total.gt(0)
    # Длина наблюдаемого временного ряда (количество дней)
    len_observed = len(observed)
    # Получение матрицы свертки для времени генерации
    convolution_ready_gt = get_convolution_ready_gt(len_observed)

    # Определение координат для модели PyMC
    coords = {
        "date": observed.index.values,
        "nonzero_date": observed.index.values[observed.total.gt(0)],
    }

    # Построение модели PyMC с использованием контекстного менеджера
    with pm.Model(coords=coords) as model:
        # Логарифм эффективного репродуктивного числа R(t). Моделируется как слу
        log_r_t = pm.GaussianRandomWalk("log_r_t", sigma=0.035, dims=["date"])
        # Преобразование логарифма R(t) обратно в R(t)
        r_t = pm.Deterministic("r_t", pm.math.exp(log_r_t), dims=["date"])

        # Начальное количество инфекций (seed). Моделируется как экспоненциально
        seed = pm.Exponential("seed", 1 / 0.02)
        # Инициализация вектора инфекций (y0) с начальным значением seed в первы
        y0 = tt.zeros(len_observed, dtype=pytensor.config.floatX)
        y0 = tt.set_subtensor(y0[0], seed)
```

```
        y0 = tensor_subtensor(y0[0]), seed)

        # Функция шага для сканирования (scan) - моделирования распространения и
        def step(t_idx, prev_y, r_t_sym, conv_gt):
            # Получение соответствующей строки из матрицы свертки времени генера
            row = conv_gt[t_idx - 1]
            # Расчет ожидаемого числа инфекций на текущий день
            y_t = tt.sum(r_t_sym * prev_y * row)
            # Обновление вектора инфекций
            updated = tt.set_subtensor(prev_y[t_idx], y_t)
            return updated, {}

        # Выполнение сканирования (scan) для итеративного расчета инфекций на ка
        outputs, _ = pytensor.scan(
            fn=step,
            sequences=[tt.arange(1, len_observed, dtype='int64')],
            outputs_info=[y0],
            non_sequences=[r_t, convolution_ready_gt],
            n_steps=len_observed - 1,
        )
        # Определение детерминированной переменной "infections" (истинные инфекц
        infections = pm.Deterministic("infections", outputs[-1], dims=["date"])

        # Свертка времени инкубации и задержки
        delay = np.convolve(incubation_time, p_delay)
        # Длина распределения задержки
        D = len(delay)
        # Создание матрицы свертки для задержки
        conv_mat = np.zeros((len_observed, len_observed), dtype=pytensor.config.
        # Заполнение матрицы свертки задержки
        for t in range(len_observed):
            for j in range(0, t + 1):
                k = t - j
                if k < D:
                    conv_mat[t, j] = delay[k]
        # Преобразование матрицы в общий (shared) тензор PyTensor
        conv_shared = pytensor.shared(conv_mat)

        # Веса для ежедневной сезонности обнаружения случаев
        w = pm.Dirichlet('omega', a=np.ones(7))
        # Ожидаемое количество положительных тестов, скорректированное на задерж
        test_adjusted_positive = pm.Deterministic(
            "test_adjusted_positive",
            tt.dot(conv_shared, infections),
            dims=["date"]
        )
        # Повторение весов сезонности
        omegas = pm.Deterministic('omegas', tt.repeat(w, len_observed)[:len_obse

        # Включение наблюдаемого общего количества тестов как данных в модель
        tests = pm.Data("tests", observed.total.values, dims=["date"])
        # Определение детерминированной переменной "exposure" (экспозиция)
        pm.Deterministic(
            "exposure",
            pm.math.clip(tests, observed.total.max() * 0.1, 1e9),
            dims=["date"]
        )

        # Ожидаемое количество положительных тестов, скорректированное как на за
        positive = pm.Deterministic("positive", omegas * test_adjusted_positive,
        # Включение наблюдаемого количества положительных случаев (только ненуле
```

```
        nonzero_observed_positive = pm.Data(
            "nonzero_observed_positive",
            observed.positive[nonzero_days.values].values,
            dims=["nonzero_date"]
        )
        # Моделирование наблюдаемых ненулевых положительных случаев с использова
        pm.NegativeBinomial(
            "nonzero_positive",
            mu=positive[nonzero_days.values],
            alpha=pm.Gamma("alpha", mu=6, sigma=1),
            observed=nonzero_observed_positive,
            dims=["nonzero_date"]
        )

    # Возврат построенной модели PyMC
    return model


# Функция для семплирования (получения выборок из апостериорного распределения)
# model: построенная модель PyMC
# kwargs: дополнительные аргументы для функции pm.sample
def sample_model(model, **kwargs):
    # Параметры по умолчанию для семплирования MCMC
    defaults = dict(cores=2, chains=2, tune=500, draws=100, target_accept=0.95,
    # Обновление параметров по умолчанию переданными аргументами
    defaults.update(kwargs)
    # Запуск семплирования с использованием контекстного менеджера модели
    with model:
        # pm.sample: выполняет MCMC семплирование
        idata = pm.sample(return_inferencedata=True, **defaults)
    # Возврат результатов семплирования в формате InferenceData
    return idata
```

```
# Функция для предварительной обработки наблюдаемых данных перед передачей в мод
# region: название региона (страны)
# observed: исходный датафрейм с наблюдаемыми данными для данного региона
# buffer_days: количество буферных дней для добавления перед первым случаем
def preprocess_observed(region, observed, buffer_days=100):
    # Находим индекс первой строки, где количество положительных случаев не равн
    first_index = observed.positive.ne(0).argmax()
    # Обрезаем датафрейм, оставляя данные начиная с первого ненулевого случая
    observed = observed.iloc[first_index:]
    # Создаем новый индекс дат, начиная за buffer_days дней до первого ненулевог
    new_index = pd.date_range(
        start=observed.index[0] - pd.Timedelta(days=buffer_days),
        end=observed.index[-1],
        freq="D",
    )
    # Переиндексируем датафрейм, добавляя буферные дни и заполняя отсутствующие
    observed = observed.reindex(new_index, fill_value=0)
    # Возвращаем предобработанный датафрейм
    return observed
```

```
# Функция для получения интервала времени генерации (generation time)
# mean_si: среднее значение последовательного интервала (serial interval)
# std_si: стандартное отклонение последовательного интервала
def get_generation_time_interval():
    # Параметры для логнормального распределения
```

```
    mean_si = 4.7
    std_si = 2.9
    # Расчет параметров mu и sigma для логнормального распределения
    mu_si = np.log(mean_si ** 2 / np.sqrt(std_si ** 2 + mean_si ** 2))
    sigma_si = np.sqrt(np.log(std_si ** 2 / mean_si ** 2 + 1))
    # Создание объекта логнормального распределения
    dist = stats.lognorm(scale=np.exp(mu_si), s=sigma_si)

    # Диапазон дней для расчета вероятности времени генерации
    g_range = np.arange(0, 20)
    # Расчет кумулятивной функции распределения (CDF)
    gt = pd.Series(dist.cdf(g_range), index=g_range)
    # Расчет разницы между значениями CDF для получения вероятности
    gt = gt.diff().fillna(0)
    # Нормализация вероятностей
    gt /= gt.sum()
    # Возвращаем значения вероятностей как массив numpy
    return gt.values
```

```
# Функция для суммирования результатов инференса (семплирования) из объекта Infe
# idata: объект InferenceData с результатами семплирования
def summarize_inference_data(idata):
    # Извлечение апостериорного распределения
    posterior = idata.posterior

    # Внутренняя функция для расчета медианы по времени
    def _summary(varname):
        # Получение значений переменной из апостериорного распределения
        arr = posterior[varname].values
        # Сглаживание массива
        flat = arr.reshape(-1, arr.shape[-1])
        # Расчет медианы по оси 0
        median = np.median(flat, axis=0)
        # Возврат медианы как Series с индексом дат
        return pd.Series(median, index=idata.posterior[varname].coords["date"].v

    # Создание датафрейма с медианными значениями для ключевых переменных модели
    result = pd.DataFrame({
        "infections": _summary("infections"),
        "test_adjusted_positive": _summary("test_adjusted_positive"),
        "median_rt": _summary("r_t"),
    })
    # Возврат результирующего датафрейма
    return result
```

```
# Функция для визуализации и сохранения графика ожидаемых инфекций и положительны
# region: название региона (страны)
# observed: предобработанный датафрейм с наблюдаемыми данными
# result_df: датафрейм с результатами инференса
# save_dir: директория для сохранения графиков
def plot_infections_and_tests(region, observed, result_df, save_dir="results"):
    """Визуализация и сохранение графика ожидаемых инфекций и положительных тесто
    # Создание директории для сохранения, если она не существует
    os.makedirs(save_dir, exist_ok=True)

    # Создание графика с использованием matplotlib
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 8))
    # Построение линии ожидаемых инфекций
    result_df['infections'].plot(c="C2", label="Expected infections", ax=ax)
```

```
    # Построение линии ожидаемых положительных тестов
    result_df['test_adjusted_positive'].plot(c="C0", label="Expected positive tes
    # Построение линии наблюдаемых положительных тестов
    observed.positive.plot(c="C7", alpha=0.7, label="Reported positives", ax=ax)
    ax.legend()
    # Установка заголовка и подписи оси Y
    ax.set(title=f"{region}: infections vs positives", ylabel="Cases")
    sns.despine()

    # Сохранение графика в файл
    filename = os.path.join(save_dir, f"{region}_infections_vs_tests.png")
    plt.savefig(filename, bbox_inches="tight", dpi=300)
    print(f"✅ Сохранен график: {filename}")

    plt.show()


# Функция для построения графика постериорного предсказания положительных случаев
# region: название региона (страны)
# data_region: исходный датафрейм с данными для региона
# model: построенная модель PyMC
# idata: объект InferenceData с результатами семплирования
# save_dir: директория для сохранения графиков
def plot_posterior_predictive(region, data_region, model, idata, save_dir="result
```