Алгоритмы и структурам данных: ДЗ #6, еще про дерево отрезков СПБ, CS-Center, осенний семестр 2014

Содержание

06	.Base $[3/3]$		3
1	Задача 6А.	incrementator [0.6 sec (1.2 sec)]	3
2	Задача 6В.	Одномерный почтальон [0.8 sec (1.6 sec)]	4
3	Задача 6С.	Одномерный финансист [0.5 sec (1.0 sec)]	5
06	.Advanced [3	3/6]	6
4	Задача 6D.	Том Сойер и его друзья [0.5 sec (1.0 sec)]	6
5	Задача 6Е.	Перестановки [1.0 sec (2.0 sec)]	7
6	Задача 6F.	RMQ Наоборот [0.8 sec (1.6 sec)]	8
7	Задача 6 G .	Окна [1.5 sec (3.0 sec)]	9
8	Задача 6Н.	Коровы – в стойла! [0.5 sec (1.0 sec)]	10
9	Задача 61.	K-Best [0.5 sec (1.0 sec)]	11
06	.Hard $[0/1]$		12
10	Залача 6.1.	Перестановки strike back [4.0 sec (7.0 sec)]	12

Алгоритмы и структурам данных: ДЗ #6, еще про дерево отрезков СПБ, CS-Center, осенний семестр 2014

Общая информация:

Bход в контест: http://contest.yandex.ru/contest/791/

Дедлайн на задачи 3-го ноября в 23:59.

К каждой главе есть более простые задачи (base), посложнее (advanced), и сложные (hard).

В скобках к каждой главе написано сколько любых задач из этой главы нужно сдать.

Cайт курса: http://compscicenter.ru/courses/algorithms-1/2014-autumn/

Семинары ведет Сергей Владимирович Копелиович, контакты: burunduk30@gmail.com, vk.com/burunduk1

В каждом условии 2 таймлимита: для C/C++ и для Java, Python.

06.Base [3/3]

1 Задача 6A. incrementator [0.6 sec (1.2 sec)]

Ваша задача— написать программу, моделирующую простое устройство, которое умеет прибавлять целые значения к целочисленным переменным.

В данной задаче требуется использовать хеш-таблицу.

Формат входных данных

Входной файл состоит из одной или нескольких строк, описывающих операции. Строка состоит из названия переменной и числа, которое к этой переменной надо добавить. Все числа не превосходят 100 по абсолютной величине. Изначально все переменные равны нулю. Названия переменных состоят из не более чем 100 000 маленьких латинских букв. Размер входного файла не превосходит 2 мегабайта.

Формат выходных данных

Для каждой операции выведите на отдельной строке значение соответствующей переменной после выполнения операции.

incrementator.in	incrementator.out
a 2	2
b 3	3
a -1	1
c 4	4
b 17	20
xyz 23	23

2 Задача 6В. Одномерный почтальон [0.8 sec (1.6 sec)]

В деревне Печалька живут n человек, их домики расположены ровно на оси абсцисс. Домик i-го человека находится в точке x_i . В деревню приехал и хочет там поселиться почтальон. Координату своего домика y он хочет выбрать так, чтобы суммарное расстояние от него до всех жителей деревни было минимально возможным. То есть

$$\sum_{i=1}^{n} |y - x_i| \to \min$$

Вам дан массив x из n случайных целых чисел. Найдите точку y.

Формат входных данных

На первой строке число n ($1 \le n \le 10^7$). На второй строке пара целых чисел a, b от 1 до 10^9 , используемая в генераторе случайных чисел.

```
    unsigned int cur = 0; // беззнаковое 32-битное число
    unsigned int nextRand24() {
    cur = cur * a + b; // вычисляется с переполнениями
    return cur » 8; // число от 0 до 2<sup>24</sup> - 1.
    }
    unsigned int nextRand32() {
    unsigned int a = nextRand24(), b = nextRand24();
    return (a « 8) ^ b; // число от 0 до 2<sup>32</sup> - 1.
    }
    Элементы массива генерируются последовательно. x<sub>i</sub> = nextRand32();
```

Формат выходных данных

Выведите одно число — минимальное суммарное расстояние от точки у до всех домиков.

Примеры

postman.in	postman.out
6	8510257371
239 13	

Замечание

Сгенерированный массив: 12, 130926, 3941054950, 2013898548, 197852696, 2753287507.

3 Задача 6С. Одномерный финансист [0.5 sec (1.0 sec)]

В деревне Печалька живут n человек, их домики расположены ровно на оси абсцисс. Домик i-го человека находится в точке x_i . В деревню недавно заселился почтальон. Почтальон построил себе домик в такой точке y, что суммарное расстояние от него до всех жителей деревни было минимально возможным. А теперь в деревню приехал финансовый аналитик, который привык не только оптимизировать результат, но и оценивать риски. Посмотрев на опыт почтальона, аналитик заметил, что несмотря на то, что сумма минимальна, есть домики очень далеко от дома почтальона. Финансист учел это и свой дом хочет построить в такой точке z, что

$$\sum_{i=1}^{n} (z - x_i)^2 \to \min$$

С почтальоном финансист не дружит, поэтому расстояние до y в сумме не учитывается. Вам дан массив x из n случайных целых чисел. Найдите точку z.

Формат входных данных

На первой строке число n ($1 \le n \le 10^7$). На второй строке пара целых чисел a, b от 1 до 10^9 , используемая в генераторе случайных чисел.

```
    unsigned int cur = 0; // беззнаковое 32-битное число
    unsigned int nextRand24() {
    cur = cur * a + b; // вычисляется с переполнениями
    return cur » 8; // число от 0 до 2<sup>24</sup> - 1.
    }
    unsigned int nextRand32() {
    unsigned int a = nextRand24(), b = nextRand24();
    return (a « 8) ^ b; // число от 0 до 2<sup>32</sup> - 1.
    }
    Элементы массива генерируются последовательно. x<sub>i</sub> = nextRand32();
```

Формат выходных данных

Выведите координату домика финансиста в виде несократимой дроби с положительным знаменателем.

Примеры

finansist.in	finansist.out
6	3368129374/3
230 10	

Замечание

Сгенерированный массив: 9, 1004452, 2338007883, 149525792, 917993446, 3329727166.

06.Advanced [3/6]

4 Задача 6D. Том Сойер и его друзья [0.5 sec (1.0 sec)]

Друзья Тома Сойера по очереди красят забор разными красками. Каждый из них красит несколько идущих подряд секций забора в определенный цвет, при этом используемые цвета могут повторяться. Новая краска ложится поверх старой. Для каждой краски вычислите количество секций, которые будут покрашены этой краской после того, как все друзья закончат работу.

Подсказка: можно наисать дерево отрезков, но самое простое решение – пройтись слева направо и обрабатывать события.

Формат входных данных

В первой строке входного файла содержатся два целых числа: N ($1 \leq N \leq 10^9$) и K ($1 \leq K \leq 50\,000$) — количество секций в заборе и количество различных красок соответственно.

Во второй строке содержится единственное число M (0 $\leqslant M \leqslant 50\,000$) — количество друзей Тома Сойера.

Далее следуют M строк: в i-ой строке содержится информация о работе друга, который красил забор i-ым по счету, а именно 3 целых числа c_i , l_i , r_i ($1 \le c_i \le K$, $1 \le l_i \le r_i \le N$) — номер краски, которую использовал i-й друг, номер первой и номер последней покрашенной секции соответственно.

Формат выходных данных

Выведите в единственную строку выходного файла K целых чисел: i-ое число должно быть равно количеству секций, покрашенных i-й краской.

paint.in	paint.out
5 3	1 1 2
4	
1 3 4	
2 4 5	
3 2 3	
1 5 5	
5 3	3 2 0
3	
1 1 5	
2 2 4	
1 3 3	

5 Задача 6Е. Перестановки [1.0 sec (2.0 sec)]

Вася выписал на доске в каком-то порядке все числа от 1 по N, каждое число ровно по одному разу. Количество чисел оказалось довольно большим, поэтому Вася не может окинуть взглядом все числа. Однако ему надо всё-таки представлять эту последовательность, поэтому он написал программу, которая отвечает на вопрос — сколько среди чисел, стоящих на позициях с x по y, по величине лежат в интервале от k до l. Сделайте то же самое.

Формат входных данных

В первой строке лежит два натуральных числа — $1 \leqslant N \leqslant 100\,000$ — количество чисел, которые выписал Вася и $1 \leqslant M \leqslant 100\,000$ — количество вопросов, которые Вася хочет задать программе. Во второй строке дано N чисел — последовательность чисел, выписанных Васей. Далее в M строках находятся описания вопросов. Каждая строка содержит четыре целых числа $1 \leqslant x \leqslant y \leqslant N$ и $1 \leqslant k \leqslant l \leqslant N$.

Формат выходных данных

Выведите M строк, каждая должна содержать единственное число — ответ на Васин вопрос.

permutation.in	permutation.out
4 2	1
1 2 3 4	3
1 2 2 3	
1 3 1 3	

6 Задача 6F. RMQ Наоборот [0.8 sec (1.6 sec)]

Рассмотрим массив a[1..n]. Пусть Q(i,j) — ответ на запрос о нахождении минимума среди чисел $a[i], \ldots, a[j]$. Вам даны несколько запросов и ответы на них. Восстановите исходный массив.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит число n — размер массива, и m — число запросов ($1 \le n, m \le 100\,000$). Следующие m строк содержат по три целых числа i, j и q, означающих, что Q(i,j) = q ($1 \le i \le j \le n, -2^{31} \le q \le 2^{31} - 1$).

Формат выходных данных

Если искомого массива не существует, выведите строку «inconsistent».

В противном случае в первую строку выходного файла выведите «consistent». Во вторую строку выходного файла выведите элементы массива. Элементами массива должны быть целые числа в интервале от -2^{31} до $2^{31}-1$ включительно. Если решений несколько, выведите любое.

rmq.in	rmq.out
3 2	consistent
1 2 1	1 2 3
2 3 2	
3 3	inconsistent
1 2 1	
1 1 2	
2 3 2	

7 Задача 6G. Окна [1.5 sec (3.0 sec)]

На экране расположены прямоугольные окна, каким-то образом перекрывающиеся (со сторонами, параллельными осям координат). Вам необходимо найти точку, которая покрыта наибольшим числом из них.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано число окон n ($1 \le n \le 50000$). Следующие n строк содержат координаты окон $x_{(1,i)}$ $y_{(1,i)}$ $x_{(2,i)}$ $y_{(2,i)}$, где ($x_{(1,i)},y_{(1,i)}$) — координаты левого верхнего угла i-го окна, а ($x_{(2,i)},y_{(2,i)}$) — правого нижнего (на экране компьютера y растет сверху вниз, а x — слева направо). Все координаты — целые числа, по модулю не превосходящие $2 \cdot 10^5$.

Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите максимальное число окон, покрывающих какую-либо из точек в данной конфигурации. Во второй строке выведите два целых числа, разделенные пробелом — координаты точки, покрытой максимальным числом окон. Окна считаются замкнутыми, т.е. покрывающими свои граничные точки.

windows.in	windows.out
2	2
0 0 3 3	3 2
1 1 4 4	

8 Задача 6H. Коровы – в стойла! [0.5 sec (1.0 sec)]

На прямой расположены стойла, в которые необходимо расставить коров так, чтобы минимальное растояние между коровами было как можно больше.

Формат входных данных

В первой строке вводятся числа N (2 < N < 10 001) — количество стойл и K (1 < K < N) — количество коров. Во второй строке задаются N натуральных чисел в порядке возрастания — координаты стойл (координаты не превосходят 10^9).

Формат выходных данных

Выведите одно число — наибольшее возможное допустимое расстояние.

cows.in	cows.out
5 3	99
1 2 3 100 1000	

9 Задача 61. K-Best [0.5 sec (1.0 sec)]

У Демьяны есть n драгоценностей. Каждая из драгоценностей имеет ценность v_i и вес w_i . С тех пор, как её мужа Джонни уволили в связи с последним финансовым кризисом, Демьяна решила продать несколько драгоценностей. Для себя она решила оставить лишь k лучших. Лучших в смысле максимизации достаточно специфического выражения: пусть она оставила для себя драгоценности номер i_1, i_2, \ldots, i_k , тогда максимальной должна быть величина

$$\frac{\sum_{j=1}^{k} v_{i_j}}{\sum_{i=1}^{k} w_{i_j}}$$

Помогите Демьяне выбрать k драгоценностей требуемым образом.

Формат входных данных

На первой строке n и k ($1 \le k \le n \le 100\,000$).

Следующие n строк содержат пары целых чисел v_i , w_i ($0 \le v_i \le 10^6$, $1 \le w_i \le 10^6$, сумма всех v_i не превосходит 10^7 , сумма всех w_i также не превосходит 10^7).

Формат выходных данных

Выведите k различных чисел от 1 до n— номера драгоценностей. Драгоценности нумерются в том порядке, в котором перечислены во входных данных. Если есть несколько оптимальных ответов, выведите любой.

kbest.in	kbest.out
3 2	1 2
1 1	
1 2	
1 3	

$06. { m Hard} \, [0/1]$

10 Задача 6J. Перестановки strike back [4.0 sec (7.0 sec)]

Вася выписал на доске в каком-то порядке все числа от 1 по N, каждое число ровно по одному разу. Иногда он стирает какое-то число и записывает на его место другое. Количество чисел, выписанных Васей, оказалось довольно болшим, поэтому Вася не может окинуть взглядом все числа. Однако ему надо всё-таки представлять эту последовательность, поэтому он написал программу, которая в любой момент отвечает на вопрос — сколько среди чисел, стоящих на позициях с x по y, по величине лежат в интервале от k до l. Сделайте то же самое.

Формат входных данных

В первой строке лежит два натуральных числа — $1 \leqslant N \leqslant 100\,000$ — количество чисел, которые выписал Вася и $1 \leqslant M \leqslant 100\,000$ — суммарное количесто вопросов и изменений сделанных Васей. Во второй строке дано N чисел — последовательность чисел, выписанных Васей. Далее в M строках находятся описания вопросов. Каждый запрос на изменение числа в некоторой позиции начинается со слова SET и имеет вид SET a b $(1 \leqslant a \leqslant N, 1 \leqslant b \leqslant N)$. Это означает, что Вася изменил число, записанное в позиции a на число b. Каждый Васин вопрос начинается со слова GET и имеет вид GET x у k 1 $(1 \leqslant x \leqslant y \leqslant N, 1 \leqslant k \leqslant l \leqslant N)$.

Формат выходных данных

Для каждого Васиного вопроса выведите единственное число — ответ на Васин вопрос.

permutation2.in	permutation2.out
4 4	1
1 2 3 4	3
GET 1 2 2 3	2
GET 1 3 1 3	
SET 1 4	
GET 1 3 1 3	