Алгоритмы и структурам данных: ДЗ #3 СПБ, CS-Center, осенний семестр 2014

Содержание

03	.Base $[3/3]$		3
1	Задача 3А.	Поиск [1 секунда, 256 mb]	3
2	Задача 3В.	Быстрый поиск в массиве [1 секунда, 256 mb]	4
3	Задача 3С.	Веревочки [1 секунда, 256 mb]	5
03	.Advanced [3	/6]	6
4	Задача 3D.	La cucaracha [0.5 секунд, 256 mb]	6
5	Задача 3Е.	Точки и отрезки [1 секунда, 256 mb]	7
6	Задача ЗЕЕ	. Отрезки [0.5 секунд, 256 mb]	8
7	Задача 3F.	Минимальное покрытие [1 секунда, 256 mb]	9
8	Задача 3 G .	Для любителей статистики [1 секунда, 256 mb]	10
9	Задача 3Н.	Белоснежка и n гномов [0.5 секунд, 256 mb]	11
03	.Hard $[0/2]$		12
10	Задача 31.	Gifts Large and Small [1 секунда, 256 mb]	12
11	Задача ЗЈ.	Коробки [0.5 секунд, 256 mb]	13

Алгоритмы и структурам данных: ДЗ #3 СПБ, CS-Center, осенний семестр 2014

Общая информация:

Bход в контест: http://contest.yandex.ru/contest/711/

Дедлайн на задачи 13-го октябрбя в 23:59.

К каждой главе есть более простые задачи (base), посложнее (advanced), и сложные (hard).

В скобках к каждой главе написано сколько любых задач из этой главы нужно сдать.

Сайт курса: http://compscicenter.ru/courses/algorithms-1/2014-autumn/

Семинары ведет Сергей Владимирович Копелиович, контакты: burunduk30@gmail.com, vk.com/burunduk1

03.Base [3/3]

1 Задача 3A. Поиск [1 секунда, 256 mb]

В этой задаче нужно уметь выяснять, содержится ли число в последовательности.

Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы через пробел два целых числа n и k ($1 \le n \le 300\,000$, $1 \le k \le 300\,000$). Во второй строке задана последовательность из n отсортированных целых чисел a_1, a_2, \ldots, a_n , записанных через пробел ($1 \le a_i \le 10^9$). В третьей строке записаны запросы — k целых чисел b_1, b_2, \ldots, b_k записанных через пробел, в порядке возрастания ($1 \le b_i \le 10^9$).

Формат выходных данных

В выходной файл выведите k строк. В j-ой строке выведите "YES", если число b_j содержится в последовательности $\{a_i\}$, и "NO" в противном случае.

find2.in	find2.out
3 3	NO
2 3 5	YES
1 2 3	YES
3 4	YES
1 2 2	YES
1 2 4 5	NO
	NO

2 Задача 3B. Быстрый поиск в массиве [1 секунда, 256 mb]

Дан массив из N целых чисел. Все числа от -10^9 до 10^9 .

Нужно уметь отвечать на запросы вида "Сколько чисел имеют значения от L до R?".

Формат входных данных

Число N ($1 \leqslant N \leqslant 10^5$). Далее N целых чисел.

Затем число запросов K ($1 \le K \le 10^5$).

Далее K пар чисел L, R ($-10^9 \le L \le R \le 10^9$) — собственно запросы.

Формат выходных данных

Выведите K чисел — ответы на запросы.

find3.in	find3.out
5	5 2 2 0
10 1 10 3 4	
4	
1 10	
2 9	
3 4	
2 2	

Задача 3С. Веревочки [1 секунда, 256 mb]

С утра шел дождь, и ничего не предвещало беды. Но к обеду выглянуло солнце, и в лагерь заглянула СЭС. Пройдя по всем домикам и корпусам, СЭС вынесла следующий вердикт: бельевые веревки в жилых домиках не удовлетворяют нормам СЭС. Как выяснилось, в каждом домике должно быть ровно по одной бельевой веревке, и все веревки должны иметь одинаковую длину. В лагере имеется N бельевых веревок и K домиков. Чтобы лагерь не закрыли, требуется так нарезать данные веревки, чтобы среди получившихся веревочек было K одинаковой длины. Размер штрафа обратно пропорционален длине бельевых веревок, которые будут развешены в домиках. Поэтому начальство лагеря стремиться максимизировать длину этих веревочек.

Формат входных данных

В первой строке заданы два числа — N ($1 \le N \le 10001$) и K ($1 \le K \le 10001$). Далее в каждой из последующих N строк записано по одному числу — длине очередной бельевой веревки. Длина веревки задана в сантиметрах. Все длины лежат в интервале от 1 сантиметра до 100 километров включительно.

Формат выходных данных

В выходной файл следует вывести одно целое число — максимальную длину веревочек, удовлетворяющую условию, в сантиметрах. В случае, если лагерь закроют, выведите 0.

ropes.in	ropes.out
4 11	200
802 743	
457	
539	

03.Advanced [3/6]

4 Задача 3D. La cucaracha [0.5 секунд, 256 mb]

Каждую полночь в квартире ученого Васи начинается ужас. Сотни ..., о нет! ТЫСЯЧИ тараканов вылазят из каждой дырки к его обеденному столу, уничтожая все крошки и объедки! Вася ненавидит тараканов. Он очень долго думал и сделал Супер-ловушку, которая привлекает всех тараканов в большой зоне после активации. Он планирует активировать ловушку сегодня ночью. Но есть проблема. Эта очень эффективная ловушка с её очень большой зоной работы поглощает огромное количество энергии. Так что, Вася планирует минимизировать время работы этой ловушки. Он собрал информацию о всех местах, в которых живут тараканы. Также он заметил, что все тараканы двигаются только по линиям его скатерти с постоянной скоростью (мы можем предположить, что эта скорость равна 1, так что таракан расположенный в одной из секций, может за 1 единицу времени переместится на любую соседнюю секцию (по вертикали или горизонтали)). Вася решил активировать его ловушку в одной из секций. Когда ловушка активирована, все тараканы будут двигаться к секции, содержащей ловушку, так быстро, как только смогут. Поэтому в любой момент времени после активации тараканы двигаются к секции, в которой находится ловушка, максимально уменьшая расстояние до неё. Если есть два пути с одинаковым расстоянием, то таракан выберет любой. Напишите программу для Васи, которая выбирает секцию, минимизирующую время, необходимое для уничтожения всех тараканов. Конечно, ваша программа будет считать, что скатерть будет плоскостью с декартовой системой координат и секции — точки с целыми координатами.

Формат входных данных

В первой строке входного файла содержится число мест, в которых живут тараканы N ($1 \le N \le 10000$). Следующие N строк содержат x и y — координаты мест, в которых живут тараканы (целые числа не больше 10^9 по абсолютному значению).

Формат выходных данных

Вам необходимо вывести только два целых числа x и y, не превосходящие по модулю 10^9 , — координаты секции, которая минимизирует время работы. Если есть более одное решение — выведите любое из них.

cucarach.in	cucarach.out
2	2 2
1 1	
3 3	

5 Задача 3E. Точки и отрезки [1 секунда, 256 mb]

Дано n отрезков на числовой прямой и m точек на этой же прямой. Для каждой из данных точек определите, скольким отрезкам она принадлежит. Точка x считается принадлежащей отрезку с концами a и b, если выполняется двойное неравенство $\min(a,b) \leqslant x \leqslant \max(a,b)$.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа n ($1 \le n \le 10^5$) — число отрезков и m ($1 \le m \le 10^5$) — число точек. В следующих n строках записаны по два целых числа a_i и b_i — координаты концов соответствующего отрезка. В последней строке записаны m целых чисел — координаты точек. Все числа во входном файле не превосходят по модулю 10^9 .

Формат выходных данных

В выходной файл выведите m чисел — для каждой точки выведите количество отрезков, в которых она содержится.

segments.in	segments.out
2 2	1 0
0 5	
7 10	
1 6	
1 3	0 0 1
-10 10	
-100 100 0	

6 Задача ЗЕЕ. Отрезки [0.5 секунд, 256 mb]

Даны отрезки на прямой. Какое максимальное количество отрезков можно выбрать так, чтобы никакие два из них не пересекались? Отрезки считаются открытыми.

Формат входных данных

В первой строке входного файла задано целое число n ($1 \le n \le 100\,000$). В следующих n строках описаны отрезки; i-я из этих строк содержит два целых числа l_i и r_i через пробел — координаты начала и конца отрезка ($1 \le l_i < r_i \le 10^9$).

Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите одно число — максимальное количество выбранных отрезков.

segments.in	segments.out
2	2
1 2	
3 5	
2	1
1 3	
2 6	
3	2
2 4	
3 5	
1 3	

7 Задача 3F. Минимальное покрытие [1 секунда, 256 mb]

На прямой задано некоторое множество отрезков с целочисленными координатами концов $[L_i, R_i]$. Выберите среди данного множества подмножество отрезков, целиком покрывающее отрезок [0, M], (M — натуральное число), содержащее наименьшее число отрезков.

Формат входных данных

В первой строке указана константа M ($1 \le M \le 5000$). В каждой последующей строке записана пара чисел L_i и R_i ($|L_i|, |R_i| \le 50000$), задающая координаты левого и правого концов отрезков. Список завершается парой нулей. Общее число отрезков не превышает $100\,000$.

Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите минимальное число отрезков, необходимое для покрытия отрезка [0,M]. Далее выведите список покрывающего подмножества, упорядоченный по возрастанию координат левых концов отрезков. Список отрезков выводится в том же формате, что и во входе. Завершающие два нуля выводить не нужно.

Если покрытие отрезка [0, M] исходным множеством отрезков $[L_i, R_i]$ невозможно, то следует вывести единственную фразу "No solution".

cover.in	cover.out
1	No solution
-1 0	
-5 -3	
2 5	
0 0	
1	1
-1 0	0 1
0 1	
0 0	

8 Задача 3G. Для любителей статистики [1 секунда, 256 mb]

Вы никогда не задумывались над тем, сколько человек за год перевозят трамваи города с десятимиллионным населением, в котором каждый третий житель пользуется трамваем по два раза в день?

Предположим, что на планете Земля n городов, в которых есть трамваи. Любители статистики подсчитали для каждого из этих городов, сколько человек перевезено трамваями этого города за последний год. Из этих данных была составлена таблица, в которой города были отсортированы по алфавиту. Позже выяснилось, что для статистики названия городов несущественны, и тогда их просто заменили числами от 1 до n. Поисковая система, работающая с этими данными, должна уметь быстро отвечать на вопрос, есть ли среди городов с номерами от l до r такой, что за год трамваи этого города перевезли ровно x человек. Вам предстоит реализовать этот модуль системы.

Формат входных данных

В первой строке дано целое число $n,\ 0 < n < 70\,000$. В следующей строке приведены статистические данные в виде списка целых чисел через пробел, i-е число в этом списке — количество человек, перевезенных за год трамваями i-го города. Все числа в списке положительны и не превосходят 10^9-1 . В третьей строке дано количество запросов $q,\ 0 < q < 70\,000$. В следующих q строках перечислены запросы. Каждый запрос — это тройка целых чисел $l,\ r$ и x, записанных через пробел $(1\leqslant l\leqslant r\leqslant n,\ 0< x<10^9)$.

Формат выходных данных

Выведите строку длины q, в которой i-й символ равен 1, если ответ на i-й запрос утвердителен, и 0 в противном случае.

queries.in	queries.out
5	10101
123 666 314 666 434	
5	
1 5 314	
1 5 578	
2 4 666	
4 4 713	
1 1 123	

9 Задача 3H. Белоснежка и n гномов [0.5 секунд, 256 mb]

«Ну не гномы, а наказание какое-то!», — подумала Белоснежка, в очередной раз пытаясь уложить гномов спать. Одного уложишь — другой уже проснулся! И так всю ночь.

У Белоснежки n гномов, и все они очень разные. Она знает, что для того, чтобы уложить спать i-го гнома нужно a_i минут, и после этого он будет спать ровно b_i минут. Помогите Белоснежке узнать, может ли она получить хотя бы минутку отдыха, когда все гномы будут спать, и если да, то в каком порядке для этого нужно укладывать гномов спать.

Например, пусть есть всего два гнома, $a_1 = 1$, $b_1 = 10$, $a_2 = 10$, $b_2 = 20$. Если Белоснежка сначала начнет укладывать первого гнома, то потом ей потребуется целых 10 минут, чтобы уложить второго, а за это время проснется первый. Если же она начнет со второго гнома, то затем она успеет уложить первого и получит целых 9 минут отдыха.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит число n ($1 \le n \le 10^5$), вторая строка содержит числа $a_1, a_2, \ldots a_n$, третья — числа $b_1, b_2, \ldots b_n$ ($1 \le a_i, b_i \le 10^9$).

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл n чисел — порядок, в котором нужно укладывать гномов спать. Если Белоснежке отдохнуть не удастся, выведите число -1.

dwarfs.in	dwarfs.out
2	2 1
1 10	
10 20	
2	-1
10 10	
10 10	
3	2 1 3
1 4 1	
5 3 4	

03. Hard [0/2]

10 Задача 3I. Gifts Large and Small [1 секунда, 256 mb]

WrapIt.com specializes in wrapping gifts. Started several years ago as a service offered to local department stores and malls, today WrapIt serves customers world-wide and boasts that it can package anything from half-carat diamonds to whole apartment blocks. WrapIt has found that some customers prefer their gifts to be wrapped in the smallest possible packages, whereas others prefer large packages that make their gifts seem larger than they really are. The company needs a program that computes the smallest and largest rectangular package into which a gift can be ?tightly? wrapped. Since this is a difficult problem, the company will initially settle for a two-dimensional version of the program. Each gift is approximated as a simple polygon, and all packages are represented by rectangles. A gift is said to ?fit tightly? in a package if the gift touches all four sides of the package. The figure below shows how a triangular gift might fit tightly in two packages of different sizes. For each gift, your program must compute the areas of the smallest and largest packages into which the gift can fit tightly.

Формат входных данных

The input contains several gift descriptions. Each description begins with a line containing an integer n ($3 \le n \le 100$), which is the number of vertices in the polygon that represents the gift. The following n lines contain pairs of integers that represent the coordinates of the polygon vertices, in clockwise order. Each polygon will have a non-zero area and will not intersect itself. The input is terminated by a line containing the integer 0.

Формат выходных данных

For each gift, first print the number of the gift. Then on separate lines, print the minimum and maximum areas of the packages into which the gift fits tightly, using the format in the sample output. Print a blank line after each test case. The computed areas should be exact to three digits to the right of the decimal point.

gift.in	gift.out
3	Gift 1
-3 5	Minimum area = 80.000
7 9	Maximum area = 200.000
17 5	Gift 2
4	Minimum area = 100.000
10 10	Maximum area = 200.000
10 20	
20 20	
20 10	
0	

11 Задача 3J. Коробки [0.5 секунд, 256 mb]

У Васи в комнате очень много коробок, которые валяются в разных местах. Васина мама хочет, чтобы он прибрался. Свободного места в комнате мало и поэтому Вася решил собрать все коробки и поставить их одну на другую.

К сожалению, это может быть невозможно. Например, если на картонную коробку с елочными украшениями положить что-то железное и тяжелое, то вероятно следующий Новый год придется встречать с новыми игрушками.

Вася взвесил каждую коробку и оценил максимальный вес который она может выдержать. Помогите ему определить какое наибольшее количество коробок m он сможет поставить одну на другую так, чтобы для каждой коробки было верно, что суммарный вес коробок сверху не превышает максимальный вес, который она может выдержать.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит целое число n $(1 \leqslant n)$ — количество коробок в комнате. Каждая следующая из n строк содержит два целых числа w_i и c_i $(1 \leqslant w_i \leqslant 10^5, 1 \leqslant c_i \leqslant 10^9)$, где w_i – это вес коробки с номером i, а c_i – это вес который она может выдержать.

Формат выходных данных

В выходной файл выведите одно число — ответ на задачу.

Подзадача 1 (50 баллов) $n \leqslant 1250$

Подзадача 2 (50 баллов) $n \le 100\,000$

boxes.in	boxes.out
3	3
10 11	
20 100	
30 10	
3	2
11 11	
20 100	
30 10	