

## Содержание

<b>10.Base [1/1]</b>	<b>3</b>
Задача 10A. Min cost max flow [0.3 sec, 256 mb]	3
<b>10.Advanced [2/4]</b>	<b>4</b>
Задача 10B. В поисках невест [0.1 sec, 256 mb]	4
Задача 10C. Задача о назначениях [1.5 sec, 256 mb]	5
Задача 10D. План эвакуации [0.2 sec, 256 mb]	6
Задача 10E. Автоматное программирование [1 sec, 256 mb]	8
<b>10.Hard [0/2]</b>	<b>9</b>
Задача 10F. $k$ паросочетаний [1 sec, 256 mb]	9
Задача 10G. Кредитные операции 2 [0.3 sec, 256 mb]	10

**Общая информация:**

Вход в констест: <http://contest.yandex.ru/contest/1192/>

Дедлайн на задачи: 2 недели, до 3-го мая 23:59.

К каждой главе есть более простые задачи (base), посложнее (advanced), и сложные (hard).

В скобках к каждой главе написано сколько любых задач из этой главы нужно сдать.

Сайт курса: <https://compscicenter.ru/courses/algorithms-2/2015-spring/>

Семинары ведёт Сергей Владимирович Копелиович,  
контакты: [burunduk30@gmail.com](mailto:burunduk30@gmail.com), [vk.com/burunduk1](https://vk.com/burunduk1)

В каждом условии указан таймлимит для C/C++.

Таймлимит для Java примерно в 2-3 раза больше.

Таймлимит для Python примерно в 4-5 раз больше.

## 10.Base [1/1]

### Задача 10А. Min cost max flow [0.3 sec, 256 mb]

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает пропускной способностью и стоимостью. Найдите максимальный поток минимальной стоимости из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ .

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $m$  — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \leq n \leq 100$ ,  $1 \leq m \leq 1000$ ). Следующие  $m$  строк содержат по четыре целых числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа, его пропускную способность и его стоимость. Пропускные способности и стоимости не превосходят  $10^5$ .

#### Формат выходных данных

В выходной файл выведите одно число — цену максимального потока минимальной стоимости из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ . Ответ не превышает  $2^{63} - 1$ . Гарантируется, что в графе нет циклов отрицательной стоимости.

#### Примеры

mincost.in	mincost.out
4 5 1 2 1 2 1 3 2 2 3 2 1 1 2 4 2 1 3 4 2 3	12

#### Подсказка по решению

В этой задаче достаточно несколько раз пустить Форд-Беллмана...  
Не забудьте, что Форд-Беллман с break гораздо быстрее.

## 10.Advanced [2/4]

### Задача 10В. В поисках невест [0.1 sec, 256 mb]

Однажды король Флатландии решил отправить  $k$  своих сыновей на поиски невест. Всем известно, что во Флатландии  $n$  городов, некоторые из которых соединены дорогами. Король живет в столице, которая имеет номер 1, а город с номером  $n$  знаменит своими невестами.

Итак, король повелел, чтобы каждый из его сыновей добрался по дорогам из города 1 в город  $n$ . Поскольку, несмотря на обилие невест в городе  $n$ , красивых среди них не так много, сыновья опасаются друг друга. Поэтому они хотят добраться до цели таким образом, чтобы никакие два сына не проходили по одной и той же дороге (даже в разное время). Так как король любит своих сыновей, он хочет, чтобы среднее время сына в пути до города назначения было минимально.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла находятся числа  $n$ ,  $m$  и  $k$  — количество городов и дорог во Флатландии и сыновей короля, соответственно ( $2 \leq n \leq 200$ ,  $1 \leq m \leq 2000$ ,  $1 \leq k \leq 100$ ). Следующие  $m$  строк содержат по три целых положительных числа каждая — города, которые соединяет соответствующая дорога и время, которое требуется для ее прохождения (время не превышает  $10^6$ ). По дороге можно перемещаться в любом из двух направлений, два города могут быть соединены несколькими дорогами.

#### Формат выходных данных

Если выполнить повеление короля невозможно, выведите на первой строке число  $-1$ . В противном случае выведите на первой строке минимальное возможное среднее время (с точностью 5 знаков после десятичной точки), которое требуется сыновьям, чтобы добраться до города назначения, не менее чем с пятью знаками после десятичной точки. В следующих  $k$  строках выведите пути сыновей, сначала число дорог в пути, и затем номера дорог в пути в том порядке, в котором их следует проходить. Дороги нумеруются, начиная с единицы, в том порядке, в котором они заданы во входном файле.

#### Пример

brides.in	brides.out
5 8 2	3.00000
1 2 1	3 1 5 6
1 3 1	3 2 7 8
1 4 3	
2 5 5	
2 3 1	
3 5 1	
3 4 1	
5 4 1	

#### Подсказка по решению

В этой задаче достаточно несколько раз пустить Форд-Беллмана...  
Не забудьте, что Форд-Беллман с break гораздо быстрее.

### Задача 10С. Задача о назначениях [1.5 сек, 256 mb]

Дана целочисленная матрица  $C$  размера  $n \times n$ . Требуется выбрать  $n$  ячеек так, чтобы в каждой строке и каждом столбце была выбрана ровно одна ячейка и сумма значений в выбранных ячейках было минимальна.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  ( $2 \leq n \leq 300$ ). Каждая из последующих  $n$  строк содержит по  $n$  чисел:  $C_{ij}$ . Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

#### Формат выходных данных

В первую строку выходного файла выведите одно число — искомая минимизируемая величина. Далее выведите  $n$  строк по два числа в каждой — номер строки и столбца клетки, участвующей в оптимальном назначении.

Пары чисел можно выводить в произвольном порядке.

#### Примеры

assignment.in	assignment.out
3	3
3 2 1	2 1
1 3 2	3 2
2 1 3	1 3

#### Подсказка по решению

В этой задаче нужно решение за  $\mathcal{O}(n^3)$ .  
Для этого придётся писать Дейкстру с потенциалами.

### Задача 10D. План эвакуации [0.2 сек, 256 mb]

В городе есть муниципальные здания и бомбоубежища, которые были специально построены для эвакуации служащих в случае ядерной войны. Каждое бомбоубежище имеет ограниченную вместительность по количеству людей, которые могут в нем находиться. В идеале все работники из одного муниципального здания должны были бы бежать к ближайшему бомбоубежищу. Однако, в таком случае, некоторые бомбоубежища могли бы переполниться, в то время как остальные остались бы наполовину пустыми.

Чтобы разрешить эту проблему Городской Совет разработал специальный план эвакуации. Вместо того, чтобы каждому служащему индивидуально приписать, в какое бомбоубежище он должен бежать, для каждого муниципального здания определили, сколько служащих из него в какое бомбоубежище должны бежать. Задача индивидуального распределения была переложена на внутреннее управление муниципальных зданий.

План эвакуации учитывает количество служащих в каждом здании — каждый служащий должен быть учтен в плане и в каждое бомбоубежище может быть направлено количество служащих, не превосходящее вместимости бомбоубежища.

Городской Совет заявляет, что их план эвакуации оптимален в том смысле, что суммарное время эвакуации всех служащих города минимально.

Мэр города, находящийся в постоянной конфронтации с Городским Советом, не слишком то верит этому заявлению. Поэтому он нанял Вас в качестве независимого эксперта для проверки плана эвакуации. Ваша задача состоит в том, чтобы либо убедиться в оптимальности плана Городского Совета, либо доказать обратное, представив в качестве доказательства другой план эвакуации с меньшим суммарным временем для эвакуации всех служащих.

Карта города может быть представлена в виде квадратной сетки. Расположение муниципальных зданий и бомбоубежищ задается парой целых чисел, а время эвакуации из муниципального здания с координатами  $(X_i, Y_i)$  в бомбоубежище с координатами  $(P_j, Q_j)$  составляет  $D_{ij} = |X_i - P_j| + |Y_i - Q_j| + 1$  минут.

### Формат входных данных

Входной файл содержит описание карты города и плана эвакуации, предложенного Городским Советом. Первая строка входного файла содержит два целых числа  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) и  $M$  ( $1 \leq M \leq 100$ ), разделенных пробелом.  $N$  — число муниципальных зданий в городе (все они занумерованы числами от 1 до  $N$ ),  $M$  — число бомбоубежищ (все они занумерованы числами от 1 до  $M$ ).

Последующие  $N$  строк содержат описания муниципальных зданий. Каждая строка содержит целые числа  $X_i$ ,  $Y_i$  и  $B_i$ , разделенные пробелами, где  $X_i$ ,  $Y_i$  ( $-1000 \leq X_i, Y_i \leq 1000$ ) — координаты здания, а  $B_i$  ( $1 \leq B_i \leq 1000$ ) — число служащих в здании.

Описание бомбоубежищ содержится в последующих  $M$  строках. Каждая строка содержит целые числа  $P_j$ ,  $Q_j$  и  $C_j$ , разделенные пробелами, где  $P_j$ ,  $Q_j$  ( $-1000 \leq P_j, Q_j \leq 1000$ ) — координаты бомбоубежища, а  $C_j$  ( $1 \leq C_j \leq 1000$ ) — вместимость бомбоубежища.

В последующих  $N$  строках содержится описание плана эвакуации. Каждая строка представляет собой описание плана эвакуации для отдельного здания. План эвакуации из  $i$ -го здания состоит из  $M$  целых чисел  $E_{ij}$ , разделенных пробелами.  $E_{ij}$  ( $0 \leq E_{ij} \leq 10000$ ) — количество служащих, которые должны эвакуироваться из  $i$ -го здания в  $j$ -е бомбоубежище.

Гарантируется, что план, заданный во входном файле, корректен.

### Формат выходных данных

Если план эвакуации Городского Совета оптимален, то выведите одно слово OPTIMAL. В противном случае выведите на первой строке слово SUBOPTIMAL, а в последующих  $N$  строках

выведите Ваш план эвакуации (более оптимальный) в том же формате, что и во входном файле. Ваш план не обязан быть оптимальным, но должен быть лучше плана Городского Совета.

### Пример

evacuate.in	evacuate.out
3 4 -3 3 5 -2 2 6 2 2 5 -1 1 3 1 1 4 -2 -2 7 0 -1 3 3 1 1 0 0 0 6 0 3 0 2	SUBOPTIMAL 3 0 1 1 0 0 6 0 0 4 0 1
3 4 -3 3 5 -2 2 6 2 2 5 -1 1 3 1 1 4 -2 -2 7 0 -1 3 3 0 1 1 0 0 6 0 0 4 0 1	OPTIMAL

### Подсказка по решению

В этой задаче можно с нуля строить mincost поток, но достаточно найти какой-нибудь цикл отрицательного в остаточной сети.

### Задача 10Е. Автоматное программирование [1 sec, 256 mb]

В один замечательный день в компанию «Х» завезли  $k$  автоматов. И не простых автоматов, а автоматов-программистов! Это был последний неудачный шаг перед переходом на андроидов-программистов, но это уже совсем другая история.

В компании сейчас  $n$  задач, для каждой из которых известно время начала ее выполнения  $s_i$ , длительность ее выполнения  $t_i$  и прибыль компании от ее завершения  $c_i$ . Любой автомат может выполнять любую задачу, ровно одну в один момент времени. Если автомат начал выполнять задачу, то он занят все моменты времени с  $s_i$  по  $s_i + t_i - 1$  включительно и не может переключиться на другую задачу.

Вам требуется выбрать набор задач, которые можно выполнить с помощью этих  $k$  автоматов и который принесет максимальную суммарную прибыль.

#### Формат входных данных

В первой строке записаны два целых числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ,  $1 \leq k \leq 50$ ) — количество задач и количество автоматов, соответственно.

В следующих  $n$  строках через пробелы записаны тройки целых чисел  $s_i, t_i, c_i$  ( $1 \leq s_i, t_i \leq 10^9$ ,  $1 \leq c_i \leq 10^6$ ),  $s_i$  — время начала выполнения  $i$ -го задания,  $t_i$  — длительность  $i$ -го задания, а  $c_i$  — прибыль от его выполнения.

#### Формат выходных данных

Выведите  $n$  целых чисел  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Число  $x_i$  должно быть равно 1, если задачу  $i$  следует выполнить, и 0 в противном случае.

Если оптимальных решений несколько, то выведите любое из них.

#### Примеры

schedule.in	schedule.out
3 1 2 7 5 1 3 3 4 1 3	0 1 1
5 2 1 5 4 1 4 5 1 3 2 4 1 2 5 6 1	1 1 0 0 1

#### Замечание

В первом примере задания требуют выполнения в моменты времени 2 ... 8, 1 ... 3 и 4 ... 4, соответственно. Первое задание пересекается со вторым и третьим, поэтому можно выполнять либо его одно (прибыль 5), либо второе и третье (прибыль 6).

#### Подсказка по решению

В этой задаче можно построить граф из  $\mathcal{O}(n)$  вершин и рёбер.



## 10.Hard [0/2]

### Задача 10F. $k$ паросочетаний [1 сек, 256 mb]

Дан полный взвешенный двудольный граф с равным количеством вершин в долях. Требуется выбрать  $k$  максимальных попарно не пересекающихся паросочетаний так, чтобы их суммарный вес был минимален.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $k$  — количество вершин в каждой из долей и количество паросочетаний ( $2 \leq n \leq 50$ ,  $1 \leq k \leq n$ ). Каждая из последующих  $n$  строк содержит по  $n$  чисел:  $C_{ij}$  — вес ребра, ведущего из  $i$ -й вершины левой доли в  $j$ -ю правой.

Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

#### Формат выходных данных

В первую строку выходного файла выведите одно число — искомый суммарный вес паросочетаний. Следующие  $k$  строк должны содержать по  $n$  чисел — номера вершины, правой доли, соответствующие вершинам левой.

#### Примеры

multiassignment.in	multiassignment.out
3 2	6
1 2 1	1 2 3
1 1 2	3 1 2
2 1 1	

### Задача 10G. Кредитные операции 2 [0.3 сек, 256 mb]

Дана квадратная матрица  $a_{ij}$  из неотрицательных целых чисел. Найти такие целые неотрицательные  $x_i, y_j$ :  $\forall i, j \ x_i + y_j \geq a_{ij}$  и при этом  $\sum x_i + \sum y_j$  минимальна. В записи  $a_{ij}$ :  $i$  – номер строки ячейки,  $j$  – номер столбца ячейки.

#### Формат входных данных

На первой строке число  $n$  ( $1 \leq n \leq 100$ ).

Следующие  $n$  строк содержат матрицу  $n \times n$  из целых чисел от 0 до  $10^6$ .

#### Формат выходных данных

На первой строке вектор  $x$ . На второй строке вектор  $y$ .

#### Примеры

credit.in	credit.out
4	2 0 1 2
5 8 4 3	3 6 3 2
3 6 2 1	
4 6 4 1	
4 3 5 4	