Este dat un reper ortonormat $R = \{O, \vec{i}, \vec{j}\}$.

Problema 1. Transformarea afină ψ aplică punctele $A = (3, 7)$, $B = (4, 8)$ şi $C = (4, 0)$ respectiv pe punctele $A' = (9, -7)$, $B' = (11, -7)$ şi $C' = (3, 2)$.

1. Scrieţi expresiile analitice ale transformării ψ.
2. Determinaţi coieficientul de schimbare al ariilor $p = p(\psi)$.
3. Calculaţi punctul fix C al transformării ψ.
4. Determinaţi genul transformării ψ.
5. Determinaţi coordonatele punctelor F şi D pentru care $D = \psi(O)$ şi $O = \psi(F)$.
6. Fie l dreapta cu ecuaţia $x - 2y + 4 = 0$. Determinaţi ecuaţiile dreptelor h şi p pentru care $h = \psi(l)$ şi $l = \psi(p)$.

Problema 2. Determinaţi comprimarea ortogonală T_l^k cu axa $l = (AB)$, $B = (4, -3)$ şi $C = (4, 5)$, şi coeficientul $k = 3$.

Problema 3. Scrieţi expresiile analitice ale comprimării oblice C_l^k cu axa $x - 2y + 4 = 0$, direcţia de comprimare $\bar{a} = \{1, 1\}$ şi coeficientul $k = -2$.

Problema 4. Transformarea afină ψ aplică punctele $A = (3, -2)$, $B = (4, -3)$ şi $C = (4, 5)$ respectiv pe punctele $A' = (6, -1)$, $B' = (13, -4)$ şi $C' = (-11, -24)$.

1. Scrieţi expresiile analitice ale transformării ψ.
2. Determinaţi coieficientul de schimbare al ariilor $p = p(\psi)$.
3. Calculaţi punctul fix C al transformării ψ.
4. Determinaţi genul transformării ψ.
5. Determinaţi coordonatele punctelor F şi D pentru care $D = \psi(O)$ şi $O = \psi(F)$.
6. Fie l dreapta cu ecuaţia $x - 2y + 4 = 0$. Determinaţi ecuaţiile dreptelor h şi p pentru care $h = \psi(l)$ şi $l = \psi(p)$.

Problema 5. Determinaţi afinitatea cu axa cu axa $3x - 2y + 4 = 0$ şi punctele corespondente $A = (1, 1)$ şi $A\prime = (3, -2)$. Determinaţi genul transformării.

Problema 6.. Scrieţi expresiile analitice ale comprimării oblice cu axa $l = (BC)$, $B = (4, -3)$ şi $C = (4, 5)$, direcţia comprimării $\bar{a} = \{2, -1\}$ şi coeficientul $k = -2$.

Problema 7. Transformarea afină ψ aplică punctele $A = (-3, 5)$, $B = (-4, 6)$ şi $C = (-4, -2)$ respectiv pe punctele $A' = (13, 9)$, $B' = (13, 15)$ şi $C' = (-11, -13)$.

1. Scrieţi expresiile analitice ale transformării ψ.

2. Determinaţi coieficientul de schimbare al ariilor $p = p(\psi)$.

3. Calculaţi punctul fix C al transformării ψ.

4. Determinaţi genul transformării ψ.

5. Determinaţi coordonatele punctelor F şi D pentru care $D = \psi(O)$ şi $O = \psi(F)$.

6. Fie l dreapta cu ecuaţia $x - 2y + 4 = 0$. Determinaţi ecuaţiile dreptelor h şi p pentru care $h = \psi(l)$ şi $l = \psi(p)$.

Problema 8. Determinaţi afinitatea cu axa cu axa $x - y + 8 = 0$ şi punctele corespondente $A = (3, 4)$ şi $A\prime = (7, -2)$. Determinaţi genul transformării.

Problema 9.. Scrieţi expresiile analitice ale comprimării oblice cu axa $l = (AC)$, $A = (-3, 5)$ şi $C = (-4, -2)$, direcţia comprimării $\bar{a} = \{2, 3\}$ şi coeficientul $k = 4$.

Problema 10. Determinaţi afinitatea cu axa cu axa $3x + y - 2 = 0$ şi punctele corespondente $A = (3, 4)$ şi $A\prime = (-5, -2)$. Determinaţi genul transformării.

Problema 11. Scrieţi expresiile analitice ale comprimării ortogonale cu axa $l = (BC)$, $B = (-4, 6)$ şi $C = (-4, -2)$, şi coeficientul $k = 3$.

Problema 12. Transformarea de asemănare φ aplică punctele $A = (-3, 4)$, $B = (-3, -2)$ respectiv pe punctele $A' = (-3, -37)$, $B' = (-39, 3)$.

1. Scrieţi expresiile analitice ale transformării φ.

2. Determinaţi coieficientul de schimbare k.

3. Calculaţi punctul fix C al transformării φ.

Problema 13. Scrieţi expresiile analitice ale simetriei axiale S_l cu axa $l : 5x - 3y - 7 = 0$.

Problema 14. Scrieţi expresiile analitice ale simetriei centrale S_C cu cu centrul $C = (-5, 13)$.

Problema 15. Scrieţi expresiile analitice ale translării paralele $T_{\vec{a}}$ care aplică punctul $A = (3, 12)$ în punctul $A' = (6, -3)$.

Varianta 1

Problema 1. Scrieţi ecuaţia dreptei d' simetrică cu dreapta d: $Ax + By + C = 0$ faţă de axa (Ox).

Rezolvare. Simetria cu axa (Ox) se determina de expresiile analitice:

$x' = x$, $y' = -y$.

Ecuaţia dreptei d' putem determina prin următoarele două metode.

Metoda 1. Luăm două puncte distincte de pe dreapta d. Fie, de exemplu, punctele $M(-C/A; 0)$ şi $N(0; -C/B)$. Atunci punctele simetrice M şi N faţă de axa (Ox) sunt respectiv punctele M' şi N' fa?a de axa (Ox) au coordonatele: $M' = (-C/A; 0)$ şi $N' = (0; C/B)$. Scriem ecuaţia dreptei d' $= (M'N')$ ce trece prin punctele M' şi N':

$(x - (-C/A))):(0 - (-C/A)) = (y - 0):(C/B - 0)$,

$(x + C/A):C/A = y:C/B$, $(Ax + C):1 = By:1$,

$Ax - By + C = 0$.

Prin urmare, ecuaţia dreptei d' va avea forma: $Ax - By + C = 0$.

Metoda 2. Substituind expresiile pentru x şi y din sistemul $x' = x$, y' $= -y$, in ecuaţia dreptei d, vom obţine ?$Ax - By + C = 0$. şi deci ecuaţia dreptei $d\prime$, ca şi prin metoda 1 va avea forma: $Ax - By + C = 0$. Problema este rezolvata.

Problema 2. Dreapta d: $y = 3x + 7$ se aplica la simetria faţă de axa (Ox) pe o dreapta oarecare, iar punctul $A \in d$ se aplica la aceasta simetrie pe un punct $A' = (1; a)$. Determinaţi coordonatele punctului A. Rşpuns: $A = (1; 10)$.

Problema 3. Pe dreptele m şi n, ce se determină respectiv de ecuaţiile $y = 2x - 1$ şi $y = -5x + 3$, determinaţi coordonatele punctelor simetrice faţa de dreapta ce conţine bisectoarele cadranelor I şi III.

Rezolvare. De folosit expresiile analitice ale simetriei axiale in cazul dat

$x' = y$, $y' = x$.

Varianta 2

Problema 1. Este dat un un reper afin $R = \{O, \bar{e_1}, \bar{e_2}\}$. Transformarea f este determinat[de expresiile analitice

$x' = c_{11}x + c_{12}y + c_{10}$, $y' = c_{21}x + c_{22}y + c_{20}$, $c_{11} \cdot c_{22} - c_{12} \cdot c_{21} \neq 0$.

Aşatransformări se numesc coliniaţii sau transformări afine. Ele ă dreapta pe dreaptă, semidreapta pe semidreaptă, semiplanul pe semiplan, segmentul pe segment, vectorul pe vector.

Problemele din varianta 1 ne aduce la rezolvarea următorelor probleme.

1. Determinaţi imaginea vectorului cu coordonatele $\{x, y\}$.
2. Determinaţi coordonatele punctelor fixe.
3. Determinaţi ecuaţia $A'x + B'y + C' = 0$ imaginei d' a dreaptei d cu ecuaţia $Ax + By + C = 0$.
4. Determinaţi genul transformării f.
5. Determinaţi dacă f este deplasare.

6. Determinaţi dacă f este asemănare.

Varianta 3

Problema 1. Este dat un reper ortonormat $R = \{O, \bar{i}, \bar{j}\}$. Transformarea de asemănare de genul întâi ψ aplică punctele $A = (1, 1)$, $B = (4, 5)$ respectiv pe punctele $A' = (-30, -1)$, $B' = (30, 10)$.

1. Scrieţi expresiile analitice ale transformării ψ.
2. Determinaţi coieficientul de asemănare k.
3. Calculaţi punctul fix C al transformării ψ.
4. Determinaţi deplasările f, g pentru care $\psi = H_O^k \circ f = g \circ H_O^k$.
5. Determinaţi coordonatele punctelor F şi D pentru care $D = \psi(O)$ şi $O = \psi(F)$.
6. Fie l dreapta cu ecuaţia $x - y + 4 = 0$. Determinaţi ecuaţiile dreptelor h şi p pentru care $h = \psi(l)$ şi $l = \psi(p)$.

Problema 2. Determinaţi deplasarea $T_{\bar{a}}$ cu vectorul $\bar{a} = \bar{AB}$.

Problema 3. Scrieţi expresiile analitice ale simetriei centrale S_B şi rotaţiei R_A^α, unde $\alpha = \pi/6$.

Problema 4. Scrieţi expresiile analitice ale simetriei axiale $S_{(AA')}$.

Varianta 4

Problema 1. Este dat un reper ortonormat $R = \{O, \bar{i}, \bar{j}\}$. Transformarea de asemănare de genul doi ψ aplică punctele $A = (2, -3)$, $B = (5, -7)$ respectiv pe punctele $A' = (8, 15)$, $B' = (-1, -25)$.

1. Scrieţi expresiile analitice ale transformării ψ.
2. Determinaţi coieficientul de asemănare k.
3. Calculaţi punctul fix C al transformării ψ.
4. Determinaţi deplasările f, g pentru care $\psi = H_O^k \circ f = g \circ H_O^k$.
5. Determinaţi coordonatele punctelor F şi D pentru care $D = \psi(O)$ şi $O = \psi(F)$.
6. Fie l dreapta cu ecuaţia $x - y + 4 = 0$. Determinaţi ecuaţiile dreptelor h şi p pentru care $h = \psi(l)$ şi $l = \psi(p)$.

Problema 2. Determinaţi deplasarea $T_{\bar{a}}$ cu vectorul $\bar{a} = \bar{AB}$.

Problema 3. Scrieţi expresiile analitice ale simetriei centrale S_B şi rotaţiei R_A^α, unde $\alpha = \pi/4$.

Problema 4. Scrieţi expresiile analitice ale simetriei axiale $S_{(AA')}$.