## FBD

## Natallia Kostsina

## December 2021

## 1 Ejercicios sobre Algebra y Cálculo Relacional

- 1. Sobre las relaciones Realizar las siguientes consultas en Algebra Relacional y en Cálculo Relacional Orientado a Tuplas:
  - (a) Encontrar los códigos de los proveedores que suministran alguna pieza a J1.  $^{\rm AR}\cdot$

$$\pi_{codpro}(\sigma_{codpj=J1}(VENTAS))$$

CRT:

$$\{x.codpro|VENTAS(x) \land x.codpj =' J1'\}$$

(b) Encontrar los suministros cuya cantidad supere las 100 unidades. AR:

$$\pi_{codpro}(\sigma_{cantidad>100}(VENTAS))$$

CRT:

$$\{x.codpro|VENTAS(x) \land x.cantidad > 100\}$$

(c) Encontrar los nombres de proveedores, piezas y proyectos que se encuentren en la misma ciudad. AR:

$$\pi_{nompro,nompie,nompj}(\sigma_{proveedor.ciudad=pieza.ciudad \wedge pieza.ciudad=proyecto.ciudad} \\ (PROVEEDOR \times (PIEZA \times PROYECTO))$$

CRT:

$$\{pr.nompro, pz.nompie, pj.nompj|PROVEEDOR(pr) \land PIEZA(pz) \land PROYECTO(pj) \land pr.ciudad = pz.ciudad \land pz.ciudad = pj.ciudad \}$$

(d) Encontrar los nombres de las piezas suministradas por los proveedores de Londres. AR:

$$\pi_{PIEZAS.nompie}(PIEZAS \bowtie (VENTAS \bowtie \sigma_{ciudad=Londres}(PROVEEDOR)))$$

$$\{pz.nompie | PIEZAS(pz) \land ((\exists v)(\exists pr)(VENTAS(v) \land PROVEEDORES(pr) \land v.codpro = pr.codpro \land v.codpie = pz.codpie \land pr.ciudad = 'Londres')))\}$$

(e) Encontrar todas las parejas de ciudades tales que la primera sea la de un proveedor y la segunda la de un proyecto entre los cuales haya algun suministro. AR:

 $\pi_{PROYECTO.ciudad,PROVEEDOR.ciudad}((VENTAS\bowtie PROYECTO)\bowtie PROVEEDOR)$ 

CRT:

$$\{pr.ciudad, pj.ciudad | PROVEEDOR(pr) \land PROYECTO(pj) \land ((\exists v)(VENTAS(v) \land v.codpro = pr.codpro \land v.codpj = pj.codpj))\}$$

(f) Encontrar los codigos de las piezas suministradas a algun proyecto por un proveedor que se encuentre en la misma ciudad que el proyecto. AR:

> $\pi_{VENTAS.codpie}(\sigma_{proveedor.ciudad=proyecto.ciudad})$ ((VENTAS \times PROVEEDOR) \times PROYECTO))

CRT:

$$\{v.codpie | VENTAS(v) \land ((\exists pj)(\exists pr)(PROJECTO(pj) \land PROOVEEDOR(pr) \land v.codpj = pj.codpj \land v.codpro = pr.codpro \land pj.ciudad = pr.ciudad))\}$$

(g) Encontrar los codigos de los proyectos que tienen al menos un proveedor que no se encuentre en su misma ciudad.

AR:

$$\pi_{VENTAS.codpie}(\sigma_{proveedor.ciudad} <> proyecto.ciudad)$$
  
 $((VENTAS \bowtie PROVEEDOR) \bowtie PROYECTO))$ 

CRT:

$$\{v.codpj|VENTAS(v) \land ((\exists pj)(\exists pr)(PROYECTO(pj) \land PROOVEEDOR(pr) \land v.codpj = pj.codpj \land v.codpro = pr.codpro \land pr.ciudad \neq pj.ciudad))\}$$

(h) Mostrar todas las ciudades de donde proceden piezas y las ciudades donde hay proyectos. AR:

 $\pi_{PIEZA.ciudad}(VENTAS \bowtie PIEZA) \cup \pi_{PROYECTO.ciudad}(VENTAS \bowtie PROYECTO)$ 

CRT:

$$\{pz.ciudad, pj.ciudad| PIEZA(pz) \land PROYECTO(pj) \land \\ (\exists v)(VENTAS(v) \land (v.codpie = pz.codpie \lor v.codpj = pz.codpj)\}$$

(i) Mostrar todas las ciudades de los proveedores en las que no fabriquen piezas. AR:

$$\pi_{ciudad}(PROVEEDOR) - \pi_{ciudad}(VENTAS \bowtie PIEZA)$$

$$\{pr.ciudad|PROVEEDOR(pr) \land (\neg \exists pz)(\neg \exists v)(PIEZAS(pz) \land VENTAS(v) \land v.codpro = pr.codpro \land v.codpie = pz.codpie \land pr.ciudad = pz.ciudad)\}$$

(j) Mostrar todas las ciudades de los proveedores en las que ademas se fabriquen piezas. AR:

$$\pi_{ciudad}(PROVEEDOR) \cap \pi_{ciudad}(VENTAS \bowtie PIEZA)$$

CRT:

$$\begin{split} prC(c) := \{pr.ciudad|PROVEEDOR(pr)\} \\ \\ pzC(c) := \{pz.ciudad|PIEZA(pz)\} \\ \\ \{x.ciudad|prC(x) \land pzC(x)\} \end{split}$$

(k) Encontrar los codigos de los proyectos que usan una pieza que vende S1. AR:

$$\pi_{codpj}(\sigma_{codpro=S1}(VENTAS))$$

CRT:

$$\{v.codpj|VENTAS(v) \land (v.codpro='S1')\}$$

(l) Encontrar la cantidad mas pequena enviada en algun suministro. AR:

$$\rho(VENTAS) = V$$

$$\pi_{V.cantidad}(V) - \pi_{V.cantidad}(\sigma_{V.cantidad} > VENTAS.cantidad}(V \times VENTAS))$$

CRT:

$$\{v.cantidad|VENTAS(v) \land (\neg \exists v2)(VENTAS(v2) \land v.cantidad > v2.cantidad)\}$$

(m) Encontrar los codigos de los proyectos que no utilizan una pieza roja suministrada por un proveedor de Londres.
AR:

$$\pi_{VENTAS.codpj}((VENTAS\bowtie\sigma_{ciudad=Londres}(PROVEEDOR))\bowtie\sigma_{color<>rojo}(PIEZA))$$

CRT:

$$\{v1.codpj|VENTAS(v) \land (\exists pr)(\exists pz)(PROVEEDOR(pr) \land PIEZA(pz) \\ \land v.codpro = pr.codpro \land v.codpie = pz.codpie \land \\ pz.color \neq' rojo' \land pr.ciudad =' Londres')\}$$

(n) Encontrar los códigos de los proyectos que tienen como único proveedor a S1. AR:

$$\pi_{codpj}(VENTAS) - \pi_{codpj}(\sigma_{codpro <> S1}(VENTAS))$$

$$\{v1.codpj|VENTAS(v1) \land (\neg \exists v2)(VENTAS(v2) \land v2.codpro <>'S1' \land v1.codpj = v2.codpj)\}$$

(o) Encontrar los codigos de las piezas que se suministran a todos los proyectos de Paris. AR:

$$\pi_{codpie,codpj}(VENTAS) \div \pi_{codpj}(\sigma_{ciudad=Paris}(PROYECTO))$$

CRT:

$$\{v.codpie | VENTAS(v) \land (\neg \exists pj)((PROYECTO(pj) \land pj.ciudad =' Paris') \land (\neg \exists v2)(VENTAS(v2) \land pj.codpj = v2.codpj \land v2.codpie = v.codpie)) \}$$

(p) Encontrar los codigos de los proveedores que venden la misma pieza a todos los proyectos. AR:

$$\pi_{codpro}(\pi_{codpro,codpie,codpj}(VENTAS) \div \pi_{codpj}(PROYECTOS))$$

CRT:

$$\{v.codpro|VENTAS(v) \land (\neg \exists pj)((PROYECTO(pj)) \land (\neg \exists v2)(VENTAS(v2) \land v2.codpie = v.codpie \land v2.codpro = v.codpro \land v2.codpj = pj.codpj))\}$$

(q) Encontrar los codigos de los proyectos a los que S1 suministra todas las piezas existentes. AR:

$$\pi_{codpj,codpie}(VENTAS) \div \pi_{codpie}(\sigma_{codpro=S1}(VENTAS))$$

CRT:

$$\{v1.codpj|VENTAS(v1) \land (\neg \exists v2) \\ ((VENTAS(v2) \land v2.codpro =' S1') \land (\neg \exists v3)(VENTAS(v3) \land \\ v3.codpie = v2.codpie \land v3.codpj = v1.codpj))\}$$

(r) Mostrar los codigos de los proveedores que suministran todas las piezas a todos los proyectos. AR:

$$(\pi_{codpro,codpie,codpj}(VENTAS) \div \pi_{codpie}(PIEZA)) \div \pi_{codpj}(PROYECTO)$$

CRT:

Los codigos de los proveedores que suministran todas las piezas:

$$GRUPO(x) := \{v1.codpro, v1.codpj | VENTAS(v1) \land (\neg \exists v2)(VENTAS(v2) \land (\neg \exists v3)(VENTAS(v3) \land v3.codpi = v2.codpie \land v3.codpj = v1.codpj))\}$$

Los codigos de los proveedores que suministran todas las piezas a todos los proyectos:

$$\{x1.codpro|GRUPO(x1) \land (\neg \exists pj)(PROYECTO(pj)) \land (\neg \exists x2)(GRUPO(x2) \land x2.codpj = pj.codpj \land x1.codpro = x2.codpro))\}$$

- 2. Realizar las siguientes consultas en Algebra Relacional y en Calculo Relacional Orientado a Tuplas:
  - (a) Encontrar los regalos (descripcion) que no han sido reservados. A R  $\cdot$

```
\pi_{LISTA\_BODA.ref\#,LISTA\_BODA.descripcion}(LISTA\_BODA) - \\ \pi_{LISTA\_BODA.ref\#,LISTA\_BODA.descripcion}(RESERVA\_REGALO\bowtie LISTA\_BODA)
```

CRT:

$$\{L.descripcion|LISTA\_BODA(L) \land (\neg \exists R)(RESERBA\_REGALO(R) \land L.ref\# = R.ref\#)\}$$

(b) Encontrar la direccion de los invitados que confirman la asistencia de mas de dos personas. AR.

$$\pi_{direccion}(\sigma_{numero>2}(INVITACIONES \bowtie CONFIRMAN))$$

CRT:

$$\{i.direccion|INVITACIONES(i) \land (\exists c)(CONFIRMAN(c) \land i.nombre = c.nombre \land c.numero > 2)\}$$

(c) Encontrar el nombre y la referencia del regalo mas caro ya reservado. AR:

$$\rho(LISTA\_BODA) = L$$

$$\pi_{RESERVA\_REGALO.ref\#,RESERVA\_REGALO.nombre}(RESERVA\_REGALO\bowtie (\pi_{LISTA\_BODA.ref\#}(LISTA\_BODA) - \pi_{LISTA\_BODA.ref\#}(\sigma_{LISTA\_BODA.precio}(LISTA\_BODA \times L))))$$

CRT:

$$\{r.ref\#, r.nombre | RESERVA\_REGALO(r) \land (\exists L1)(LISTA\_BODA(L1) \land \\ (\neg \exists L2)(LISTA\_BODA(L2) \land L1.precio < L2.precio \land \\ r.ref\# = L1.ref\#) \}$$

- 3. Realizar las siguientes consultas en Algebra Relacional y en Calculo Relacional Orientado a Tuplas:
  - (a) Hallar las parejas de hombres y mujeres que se caen mutuamente simpaticos, con edades entre 20 y 30 anos y que no esten casados entre si. AR:

```
\pi_{NomH,NomM}(
(((\pi_{nomM,nomH}(\sigma_{HsimM.NomH=MsimH.NomH\wedge HsimM.NomM=MsimH.NomM}(HsimM\times MsimH)))\bowtie \sigma_{edad>20\wedge edad<30}(HOMBRES))\bowtie 
\sigma_{edad>20\wedge edad<30}(MUJERES))
)-
\pi_{NomH,NomM}(MATRIM)
```

(b) Hallar las mujeres casadas a las que no cae simpatico su marido. AR:

$$\pi_{nomM}(MATRIM) -$$

 $\pi_{nomM}(\sigma_{MATRIM.nomH=HsimM.nomH \land MATRIM.NomM=HsimM.NomM}(MATRIM \times HsimM))$ 

CRT:

$$\{m.nomM|MATRIM(m) \land (\neg \exists y)(HsimM(y)) \land m.NomM = y.NomM \land m.NomH = y.NomH)\}$$

(c) Hallar los hombres a lo que no les cae simpatica ninguna mujer. AR:

$$\pi_{nomH}(HOMBRES) - \pi_{NomH}(MsimH)$$

CRT:

$$\{h.NomH|HOMBRES(h) \land \neg MsimH(h)\}$$

(d) Hallar las mujeres casadas a las que no les cae simpatico ningun hombre casado. AR:

$$\pi_{nomM}(MATRIM) - \pi_{NomM}(\sigma_{HsimM.nomH=MATRIM.NomH}(HsimM \times MATRIM))$$

CRT:

$$\{m.NomM|MATRIM(m) \land (\neg \exists x)(HsimM(x) \land m.NomM = x.NomM)\}$$

- 4. Realizar las siguientes consultas en Algebra Relacional y en Calculo Relacional Orientado a Tuplas:
  - (a) Encontrar entre que dos ciudades se realiza el viaje mas largo. AR:

$$\rho(RUTA) = R$$

 $\pi_{ruta\#,ciudad\_sal,ciudad\_lleg}(RUTA) -$ 

 $\pi_{RUTA.ruta\#,RUTA.ciudad\_sal,RUTA.ciudad\_lleg}(\sigma_{RUTA.km < R.km}(RUTA \times R))$ 

CRT:

$$\{r1.ruta\#, r1.ciudad\_sal, r1.ciudad\_lleg|RUTA(r1) \land (\neg \exists r2)(RUTA(r2) \land r1.km < r2.km)\}$$

(b) Listar los nombres de los conductores que hayan llevado todos los camiones de la empresa. AR:

$$\pi_{nombre}(CONDUCTOR \bowtie (\pi_{DNI,matricula}(VIAJE) \div \pi_{matricula}(VEHICULO))))$$

$$DNI(c) := \{v1.DNI | VIAJE(v1) \land (\neg \exists x)(VEHICULO(x) \land (\neg \exists v2)(VIAJE(v2) \land x.matricula = v2.matricula \land v2.viaje\# = v1.viaje\#))\}$$

$$\{c.nombre | CONDUCTOR(c) \land (\exists x)(DNI(x) \land c.DNI = x.DNI)\}$$

(c) Encontrar que dias de la semana se hacen viajes entre Granada y Sevilla por la manana (antes de las 13h.).

AR:

$$\pi_{dia\_sem}(\sigma_{hora\_sal < 13}(PROG\_VIAJE) \bowtie \sigma_{ciudad\_sal=Granada \land ciudad\_lleg=Sevilla}(RUTA))$$

CRT:

$$\{p.dia\_sem|(PROG\_VIAJE(p) \land p.hora\_sal < 13) \land (\exists r)(RUTA(r) \land p.ruta\# = r.ruta\# \land r.ciudad\_sal =' Granada' \land r.ciudad\_lleg =' Sevilla')\}$$

(d) Encontrar las rutas que se hacen todos los d<br/>ias de la semana, suponiendo que hay viajes todos los d<br/>ias. AR:

$$\pi_{ruta\#.dia\ sem}(PROG\_VIAJE) \div \pi_{dia\ sem}(PROG\_VIAJE)$$

CRT:

$$\{p1.ruta\#|PROG\_VIAJE(p1) \land (\neg \exists p2)(PROG\_VIAJE(p2) \land (\neg \exists p3)(PROG\_VIAJE(p3) \land p3.dia\_sem = p2.dia\_sem \land p3.ruta\# = p1.ruta\#))\}$$

- 5. Realizar las siguientes consultas en Algebra Relacional y en Calculo Relacional Orientado a Tuplas:
  - (a) Listar las provincias que son visitadas por todos los representantes. AR:

$$\pi_{provincia,DNI}(ZONA\_REP) \div \pi_{DNI}(REPRESENTANTE)$$

CRT:

$$\{z1.provincia|ZONA\_REP(z1) \land (\neg \exists r) \\ (REPRESENTANTE(r) \land (\neg \exists z2)(ZONA\_REP(z2) \\ \land r.DNI = z2.DNI \land z1.provincia = z2.provincia))\}$$

(b) Encontrar los representantes que venden fuera de su provincia artículos fabricados en su provincia. AR:

$$\pi_{DNI}(\sigma_{REPRESENTANTE.provincia} <> ZONA\_REP.provincia$$

$$(REPRESENTANTE \bowtie ZONA\_REP)) -$$

$$\pi_{DNI}(\sigma_{REPRESENTANTE.provincia} <> ARTICULO.prov\_fab$$

$$((REPRESENTANTE \bowtie PEDIDOS) \bowtie ARTICULO))$$

CRT:

$$repUNO(r) := \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land (\exists z)(ZONA\_REP(z) \land \\ r.provincia \neq z.provincia) \}$$
 
$$repDOS(r) := \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land PEDIDOS(p) \land ARTICULO(a) \land \\ Table = \{r.DNI | REPRESENTANTE(r) \land Table = \{r.$$

$$\{r1.DNI|repUNO(r1) \land (\neg \exists r2)(repDOS(r2) \land r1.DNI = r2.DNI)\}$$

 $r.DNI = p.DNI \land p.cod\_art = a.cod\_art \land r.provincia = a.prov\_fab$ 

(c) Obtener las poblaciones de Granada que hayan superado los 50.000 euros de facturacion y quien realizo el pedido.

AR:

$$\pi_{ZONA\_REP.poblacion}(\sigma_{ZONA\_REP.poblacion} = PEDIDOS.poblacion(\sigma_{provincia} = Granada(ZONA\_REP) \times \sigma_{cantidad} > 50000(PEDIDOS)))$$

CRT:

$$\{z.poblacion|ZONA\_REP(z) \land PEDIDOS(p) \land (z.provincia =' Granada' \land p.cantidad > 50000 \land z.poblacion = p.poblacion)\}$$

(d) Mostrar las zonas que incluyen a una sola poblacion. AR:

$$\rho(ZONA\_REP) = Z$$

$$\pi_{ZONA\_REP.cod\_zona}(ZONA\_REP) - \pi_{ZONA\_REP.cod\_zona} \\ (\sigma_{ZONA\_REP.cod\_zona=Z.cod\_zona \land ZONA\_REP.poblacion}(ZONA\_REP \times Z))$$

CRT:

$$\{z1.cod\_zona|ZONA\_REP(z1) \land (\neg \exists z2) \\ (ZONA\_REP(z2) \land z1.cod\_zona = z2.cod\_zona \land z1.poblacion \neq z2.poblacion)\}$$

(e) Encontrar el codigo del articulo vendido en mayor cantidad. AR:

$$\rho(PEDIDOS) = P$$

$$\pi_{PEDIDOS.cod\_art}(PEDIDOS) - \pi_{PEDIDOS.cod\_art}$$

$$(\sigma_{PEDIDOS.cantidad} < P.cantidad(PEDIDOS \times P))$$

CRT:

$$\{p1.cod\_art|PEDIDOS(p1) \\ \land (\neg \exists p2)(PEDIDOS(p2) \land p1.cod\_art \neq p2.cod\_art \\ \land p1.cantidad < p2.cantidad)\}$$

- 6. Teniendo en cuenta que tanto los coordinadores como los ponentes han de estar inscritos en el congreso, resolver las siguientes consultas mediante Algebra Relacional y mediante Calculo Relacional Orientado a Tuplas:
  - (a) Mostrar los nombres de los ponentes que coordinan su propia sesion. AR:

$$\pi_{INSCRIPCIONES.nombre}(\sigma_{INSCRIPCIONES.ins\#=PROGRAMA.ponente\#})$$

$$((\sigma_{PROGRAMA.ponente\#=SESIONES.coord\#}(PROGRAMA\bowtie SESIONES))$$

$$\times INSCRIPCIONES))$$

$$\{p.ponente \# | PROGRAMA(p) \land (\exists s)(SESIONES(s) \land p.ses \# = s.ses \# \land p.ponente \# = s.coord \#)\}$$

(b) Seleccionar los coordinadores que coordinan una unica sesion. AR:

$$\rho(SESIONES) = S$$

 $\pi_{SESIONES.coord}(SESIONES) - \pi_{SESIONES.coord}$   $(\sigma_{SESIONES.ses\#=S.ses\#\land SESIONES.coord}(SESIONES\times S))$ 

CRT:

$$\{s1.coord\#|SESIONES(s1) \land (\neg \exists \quad s2) \\ (SESIONES(s2) \land (s1.ses\# \neq s2.ses\#) \land (s1.coord\# = s2.coord\#))\}$$

(c) Mostrar el titulo de los articulos que se exponen en primer y ultimo lugar. AR:

$$\rho(PROGRAMA) = P$$

$$\pi_{titulo}(ARTICULOS \bowtie \pi_{PROGRAMA.art\#,PROGRAMA.hora\_inicio}(PROGRAMA) - \\ \pi_{PROGRAMA.art\#,PROGRAMA.hora\_inicio} \\ (\sigma_{PROGRAMA.hora\_inicio} > P.hora\_inicio (PROGRAMA \times P))) \\ \cup \\ \pi_{titulo}(ARTICULOS \bowtie \pi_{PROGRAMA.art\#,PROGRAMA.hora\_fin}(PROGRAMA) - \\ \pi_{PROGRAMA.art\#,PROGRAMA.hora\_fin} \\ (\sigma_{PROGRAMA.hora\_fin} < P.hora\_fin (PROGRAMA \times P)))$$

CRT:

El titulo de los articulos que se exponen en primer lugar:

$$inTITULO(t) := \{a.titulo|ARTICULO(a) \land PROGRAMA(p1) \land a.art\# = p1.art\# \land (\neq \exists p2)(PROGRAMA(p2) \land (p1.hora\_inicio < p2.hora\_inicio))\}$$

El titulo de los articulos que se exponen en ultimo lugar:

$$finTITULO(t) := \{a.titulo | ARTICULO(a) \land PROGRAMA(p1) \land a.art \# = p1.art \# \land (\neq \exists p2)(PROGRAMA(p2) \land (p1.hora\_fin > p2.hora\_fin))\}$$

El titulo de los articulos que se exponen en primer y ultimo lugar:

$$\{t.titulo|inTITULO(t) \lor finTITULO(t)\}$$