ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής
Εργαστήριο Διαχείρησης και Βέλτριστου Σχεδιασμού Δικτύων Τηλεματικής – NETMODE

Πεγειώτη Νάταλυ
Α.Μ: 03117707

Συστήματα Αναμονής (Queuing Systems)

<u>5η Ομάδα Ασκήσεων</u>

Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση

Για την υλοποίηση αυτού του μέρους της άσκησης χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας που βρίσκεται στο αρχείο enallaktiki_dromologisi.m (βλ.ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΚΩΔΙΚΑ)

(1) Οι απαραίτητες παραδοχές έτσι ώστε οι γραμμές να μπορούν να μοντελοποιηθούν σαν M/M/1 ουρές είναι:

i. Θεωρούμε τις δύο γραμμές ως δύο ουρές Q_i με εκθετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης $\mu_i = 1,2$
ii. Θεωρούμε τις αφίξεις πελατών (πακέτων) από εξωτερικές πηγές προς εξωτερικούς προορισμούς ως ανεξάρτητες ροές Poison με μέσο ρυθμό γ_{sd} όπου s το source και d το destination
iii. Η εσωτερική δρομολόγηση γίνεται τυχαία, δηλαδή σε περίπτωση που υπάρχουν περισσότεροι από ένας δρόμοι για δρομολόγηση, η επιλογή του δρόμου γίνεται τυχαία
iv. Έστω $\delta_{sd}(i) = 1$, αν οι πελάτες(πακέτα) της ροής (s,d) διακινούνται μέσα από τον κόμβο Q_i κορμού, αλλιώς $\delta_{sd}(i) = 0$.
Τότε στον κόμβο εξυπηρέτησης διαπερνούν ροές με μέσο ρυθμό:
$$\lambda_i = \sum_{d=1}^{2} \sum_{s=1}^{2} \gamma_{sd} \delta_{sd}(i)$$
v. Οι χρόνοι εξυπηρέτησης των πελατών δεν διατηρούν την τιμή τους, είναι memoryless, αλλά αποκτούν χρόνο εξυπηρέτησης ανάλογα με την κατανομή του κάθε εξυπηρετητή (Kleinrock)

(2) Θα αναλύσουμε το σύστημα σε δύο ουρές με βάση τις παραπάνω παραδοχές.

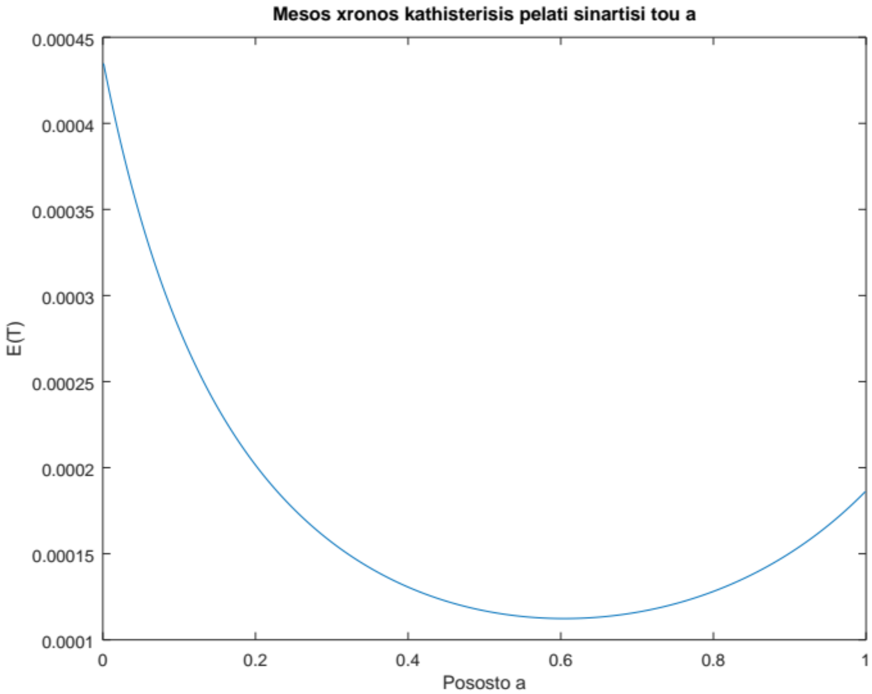
1η Ουρά:
$$\lambda_1 = \alpha * 10^4$$
$$\mu_1 = \frac{C_1}{E(L)} = \frac{15*1024^2}{128*8}$$
$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{\alpha*10^4*128*8}{15*1024^2} = 0.65104*\alpha$$

2η Ουρά:
$$\lambda_1 = (1-\alpha)*10^4$$
$$\mu_1 = \frac{C_2}{E(L)} = \frac{12*1024^2}{128*8}$$
$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{(1-\alpha)*10^4*128*8}{12*1024^2} = 0.8138*(1-\alpha)$$

$$E(n)=\sum\left(\frac{\rho_i}{1-\rho_i}\right)=\frac{\rho_1}{1-\rho_1}+\frac{\rho_2}{1-\rho_2}=\frac{0.65104*a}{1-0.65104*a}+\frac{0.8138*(1-a)}{1-0.8138*(1-a)}$$

$$E(T)=\frac{E(n)}{\gamma}=\frac{\frac{0.65104*\alpha}{1-0.65104*\alpha}+\frac{0.8138*(1-\alpha)}{1-0.8138*(1-\alpha)}}{\lambda_1+\lambda_2}=\frac{E(n)}{\gamma}=\frac{\frac{0.65104*\alpha}{1-0.65104*\alpha}+\frac{0.8138*(1-\alpha)}{1-0.8138*(1-\alpha)}}{10^4}$$

Το διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης E(T) ενός τυχαίου πακέτου στο σύστημα συναρτήσει του α σχεδιάζεται με τη βοήθεια της Octave και παρουσιάζεται ακολούθως:



Ο ελάχιστος χρόνος E(T) καθώς και η τιμή του α που τον εχαλιστοποιεί φαίνονται ακολούθως:

```
>> a_min
a_min =  0.60400
>> elaxistos_xronos
elaxistos_xronos =    1.1236e-04
```

Ανοιχτό δίκτυο ουρών αναμονής

Για την υλοποίηση αυτού του μέρους της άσκησης χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας που βρίσκεται στο αρχείο anoixto_diktyo.m (βλ.ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΚΩΔΙΚΑ)

(1) Για να μπορεί το δίκτυο να μελετηθεί ως ένα ανοιχτό δίκτυο με το θεώρημα Jackson πρέπει να θεωρήσουμε ότι:

i. Κάθε ουρά Q_i έχει εκθετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης μ_i , i = 1, 2, 3, 4, 5
ii. Θεωρούμε τις αφίξεις πελατών (πακέτων) από εξωτερικές πηγές προς εξωτερικούς προορισμούς ως ανεξάρτητες ροές Poison με μέσο ρυθμό γ_{sd} όπου s το source και d το destination
iii. Η εσωτερική δρομολόγηση γίνεται τυχαία, δηλαδή σε περίπτωση που υπάρχουν περισσότεροι από ένας δρόμος για δρομολόγηση, η επιλογή του δρόμου γίνεται τυχαία
iv. Έστω $\delta_{sd}(i) = 1$ αν οι πελάτες(πακέτα) της ροής (s,d) διακινούνται μέσα από τον κόμβο κορμού Q_i , αλλιώς $\delta_{sd}(i) = 0$.
Τότε στον κόμβο εξυπηρέτησης Q_i διαπερνούν ροές με μέσο ρυθμό:

$$\lambda_i = \sum_{d=1}^{2} \sum_{s=1}^{2} \gamma_{sd} \delta_{sd}(i)$$

v. Οι χρόνοι εξυπηρέτησης των πελατών δεν διατηρούν την τιμή τους, είναι memoryless, αλλά αποκτούν χρόνο εξυπηρέτησης ανάλογα με την κατανομή του κάθε εξυπηρετητή (Kleinrock)

(2) Για κάθε ουρά η ένταση του φορτίου ρ_i υπολογίζεται ως εξής:

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}$$

$$\rho_2 = \frac{(\frac{2}{7})\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_2}$$

$$\rho_3 = \frac{(\frac{4}{7})\lambda_1}{\mu_3}$$

$$\rho_4 = \frac{((\frac{1}{2}) * (\frac{4}{7}) + (\frac{1}{7}))\lambda_1}{\mu_4} = \frac{(\frac{3}{7})\lambda_1}{\mu_4}$$

$$\rho_5 = \frac{\left(\left(\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{4}{7}\right) + \left(\frac{2}{7}\right)\right)\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_5} = \frac{(\frac{4}{7})\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_5}$$

Η υλοποίηση της συνάρτησης intensities φαίνεται στο παράρτημα κώδικα.

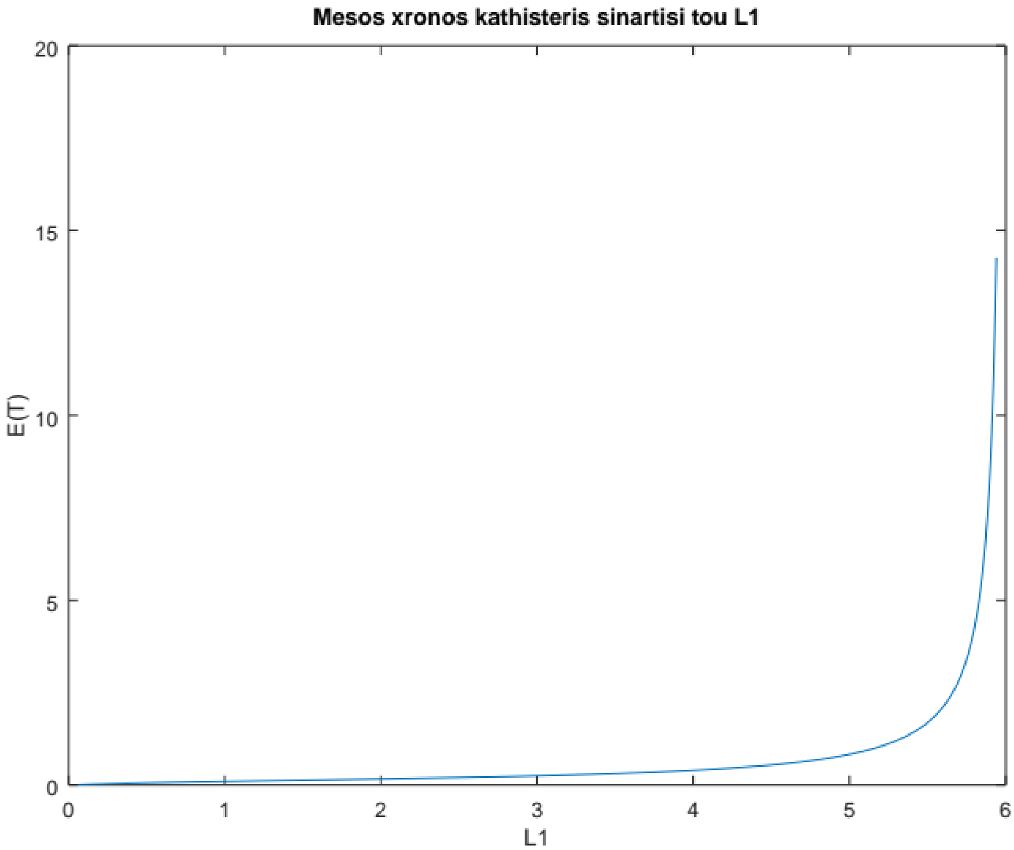
(3) Η υλοποίηση της συνάρτησης mean_clients φαίνεται στο παράρτημα κώδικα.

(4) Κάνοντας χρήση των συναρτήσεων που υλοποιήθηκαν στα ερωτήματα (2) και (3), και για τις τιμές των παραμέτρων που μας δίνονται υπολογίζουμε τα ακόλουθα:

```
H entasi tou fortiou pou dexetai i kathe oura einai:
 0.66667
 0.42857
 0.28571
 0.24490
 0.54762
O mesos xronos kathisterisis enos pelati einai:
 0.40000
```

(5) Στενωπός ουρά χαρακτηρίζεται η ουρά που έχει το μεγαλύτερο φορτίο στο σύστημα, είναι αυτή που θέτει την μέγιστη τιμή που πρέπει να είναι <1, για να είναι το σύστημα εργοδικό. Άρα με βάση τα αποτελέσματα του προηγούμενου ερωτήματος είναι η ουρά Q1.
Η μέγιστη τιμή της λ1 έτσι ώστε το σύστημα να παραμένει εργοδικό είναι 5.999, ουσιαστικά λ1<μ1 = 6.

(6) Με χρήση του Octave λαμβάνουμε το ακόλουθο διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου:



<u>Παράρτημα Κώδικα</u>

enallaktiki_dromologisi.m

```
clc;
clear all;
close all;
a=0.001:0.001:0.999;
average1=(0.65104*a)./(1-0.65104*a);
average2=(0.8138*(1-a))./(1-0.8138*(1-a));
average_delay=(average1+average2)./10^4;
elaxistos_xronos = min(average_delay);

for i = 1:1:999;
if elaxistos_xronos==average_delay(i)
a_min=a(i);
break;
endif
endfor;

figure(1)
plot(a, average_delay);
title("Mesos xronos kathisterisis pelati sinartisi tou a");
xlabel("Pososto a");
ylabel("E(T)");
```

anoixto_diktyo.m

```
clc;
clear all;
close all;

#INTENSITIES (2)
function[r1, r2, r3, r4, r5, isergodic] = intensities(l1,l2,m1,m2,m3,m4,m5)
r1=l1/m1;
r2=((2/7)*l1+l2)/m2;
r3=((4/7)*l1)/m3;
r4=((3/7)*l1)/m4;
r5=((4/7)*l1+l2)/m5;
if r1<1 && r2<1 && r3<1 && r4<1 && r5<1
isergodic=true;
else
isergodic=false;
endif
endfunction

#MEAN_CLIENTS (3)
function [c1 c2 c3 c4 c5] = mean_clients(l1,l2,m1,m2,m3,m4,m5)
[r1,r2,r3,r4,r5,isergodic] = intensities(l1,l2,m1,m2,m3,m4,m5);
c1=r1/(1-r1);
c2=r2/(1-r2);
c3=r3/(1-r3);
c4=r4/(1-r4);
c5=r5/(1-r5);
endfunction

#(4)
l1=4;
l2=1;
m1=6;
m2=5;
m3=8;
m4=7;
m5=6;

[r1,r2,r3,r4,r5,ergodic]=intensities(l1,l2,m1,m2,m3,m4,m5);
mclients= mean_clients(l1,l2,m1,m2,m3,m4,m5);
average_delay=sum(mclients)/(l1+l2);
disp("H entasi tou fortiou pou dexetai i kathe oura einai:");
disp(r1);
disp(r2);
disp(r3);
disp(r4);
disp(r5);
disp("O mesos xronos kathisterisis enos pelati einai:");
disp(average_delay);
```

```
#(6)
l1 = 0.06: 0.006: 5.94;
l2 = 1;
mu1 = 6;
mu2 = 5;
mu3 = 8;
mu4 = 7;
mu5 = 6;

for i = 1:1:981
mclients = mean_clients(l1(i), l2, m1, m2, m3, m4, m5);
average_delay(i) = sum(mclients) / (l1(i) + l2);
endfor

figure(1);
plot(l1, average_delay);
title("Mesos xronos kathisteris sinartisi tou L1");
xlabel("L1");
ylabel("E(T)");
```