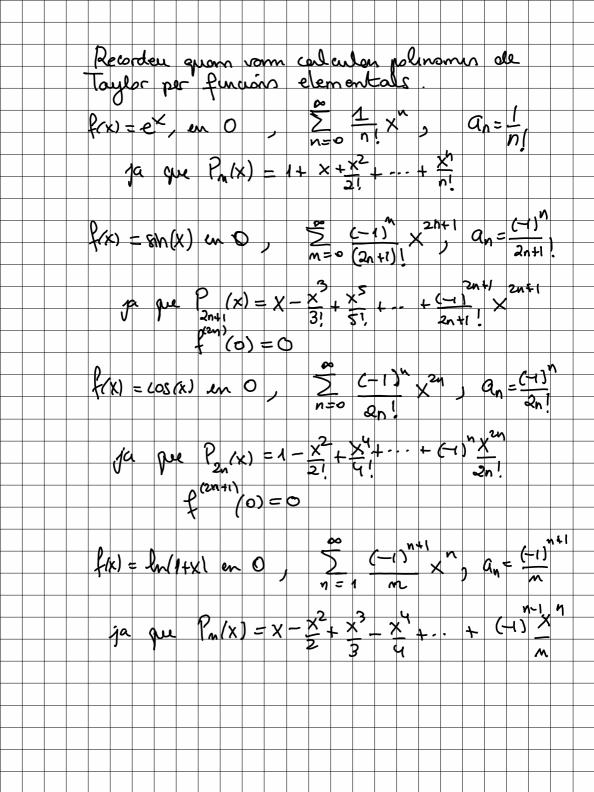
SERIES DE
POTENCIES
O QUAN UNS POLÍNOMIS
DE TAYLOR PREFABRICATS
DE PÍNÈIXEN FUNCIONIS

Natalia Catellana, 2021

Recorden els palinomis de Tenglor per ma funão sonti ma i devisable gíx; en un punt X = a. P(x) = f(a) + f(a)(x-a) $P_2(x) = f(a) + f(a)(x-a) + \frac{f(a)}{a}(x-a)^2$ $P_{m}(x) = \sum_{i=0}^{m} \frac{f^{(i)}(a)}{i!} (x-a)^{i}$ Pn (x) es la miller aproximanó pelinemial en gran ma la fueró fax al rollent de x=a Com mes es el gran, millor es l'aproxi-Pur agajar el polinomi "infinit"? Tè sentit $\frac{P_{0}(x)}{P_{0}(x)} = \frac{P_{0}(x)}{P_{0}(x)} = \frac{P_$ Fixeu-vos que $a_n = \frac{f(a)}{a} \in \mathbb{R}$, aleshoren $\frac{g}{a}$ $\frac{g$ si men an qualierel, in $\sum a_n(x-a)^n$, lu ha una funar feel n=0
que els seus poluranis de Taylor son $\sum_{i=1}^n a_i(x-a_i)^i ?$



DEFINICIÓ Una sine de potencies centrada en a e R n ma expressos del tripus DEFINICIÓ Una sine de potencies centrada en a e R n ma expressos del tripus DEFINICIÓ Una sine de potencies centrada D Podem person que es ma serie numerica que depen d'un pensonetre « que segons el sera convergent o m El més usual es a = o. Anem a veure uns Agajem la prineta Z X podem pensor que es ma gèné geomètica da ras r=x, ao = 1 1+×+×2+--+×4+--Si pensem que x és un pourantre adonnes salsem que és



(a) Si 1x < 1 alshores la serie es absolutionent convergent i per tont convergent Es a dir, si 1×125, es a dir, xE(-S,S) la sèvie es convergent. (b) Hem de veure perè que passa si 1×125 Anem cas per cas: si x>5, \(\sum_{\text{sol}} \text{ n x n et up source de termes} \) postuin i et culoni del quocost em dui que si divergent.

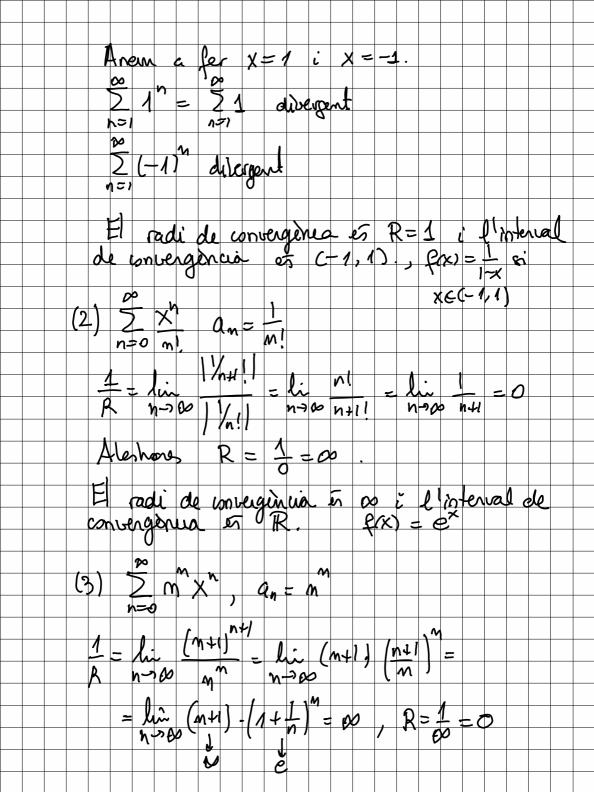
Si x < -5 \ \frac{n}{5} = (-1)^n (-x)^n = \frac{2}{5} \frac{1}{n} \text{ (-x)}^n \

-x > 5 \ n = 0 \ 5 \ n = 0 \ 5 $\lim_{n\to\infty} (-x)^n \cdot n \neq 0 \quad n \to >5$ per tont taube & direigent • Si x=5, $\frac{n}{5}$ $\frac{$ Arou 2 m x convergeix su x c (-5,5). Per tout f(x) = \(\frac{1}{5} \) \(\text{x} \) \(\text{ef in funcis out domini } \)

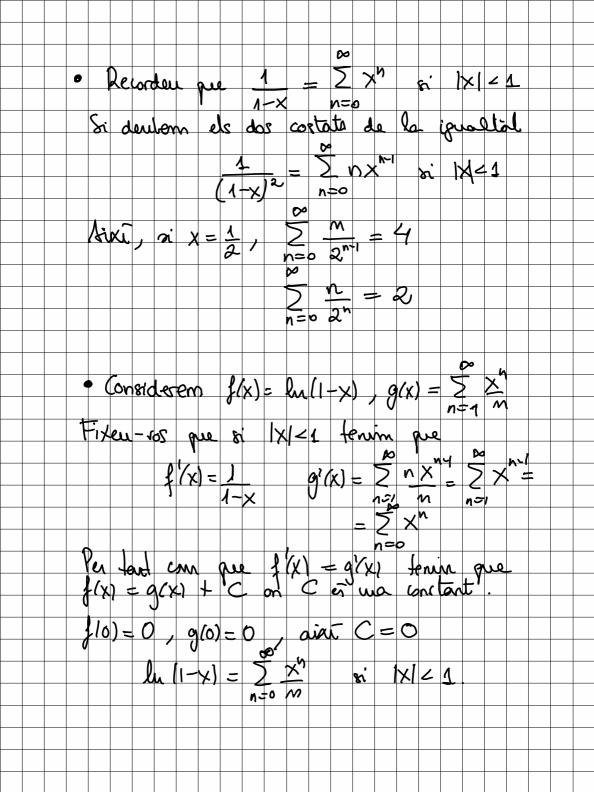
EXEMPLE 5 1 x , en aquest can an = x n1 Comercen ant la convergencia absoluto i el $\frac{|\alpha_{n+1}|}{|\alpha_{n+1}|} = \lim_{n \to \infty} \frac{|x^{n+1}|}{|x^{n}|} = \lim_{n \to \infty} \frac{|x^{n+1}|}{|x^{n+1}|} = \lim_{$ $= \lim_{N \to \infty} \left| \frac{X}{N+1} \right| = 0 < 1$ Alchores el en convergent, per qualeure habor de Si prenem $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ tet domini R Us some? És ma conequala funció elemental.

ex = \(\times \times \) Aix C = 1 + x + x2 + x3 + Que passa en general? Donada ma sèrie de $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$ es denara ma d'aquester situaions a) Nomer is convergent on x=a.

b) Convergent per tot XCIR c) Exaleix 0 < R < 00 tal que la zuie convergeix en un internal de la forma (a-R, a+R), [a-R, a+R] [a-R, a+R], [a-R, a+R] R en din el radi de convergencia, i el domini de Pix) = Dan (x-a) n és din l'interval de convergencia i sera de la prima {a4, (a-R, a+R), [a-R, a+R), (a-R, a+R], [a-R, a+R], R 6m e calcula R? $\frac{1}{P} = \lim_{n \to \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} \quad (conveni)$ $\frac{1}{p} = \infty, \frac{1}{p} = 0$ Els casos X = a-R, X=a+R s'estudien EXEMPLES (1) IN= 2 X . Calculen R, an= 1 $\frac{1}{R} = \lim_{n \to \infty} \frac{|x^{n+1}|}{|x^n|} = \lim_{n \to \infty} 1 = 1$ R = 1Ja saben que f(x) enté definida en (-1,1).



Per tout, el vous de convergencier R=0 i l'interval de convergencie Nomen convergeir pour x = 0 è \ \frac{1}{120} \ \n^2 \cdot \ Veuven un régulat final par identificar les devisades je que els coeficients son les devisades. TEDREMA: Signi 2 an (x-a) us seine de poténcies aut radi de convergencia R. Haurs la servie devivada 5 ann (x-a) té el mateix rodi de convergencia R. Si f(x) = \(\frac{1}{2} a_n (x-a)^n \), \(\x \in (a-R, a+R) \) alshores fix i en deviable i fix) = \(\sum_{\alpha} \quad \n \times \alpha \rangle \quad \quad \quad \times \rangle \alpha \rangle \quad \qquad \quad \qquad \qquad \quad \quad \quad \quad \qquad \quad \quad \qquad \qquad \qqua Anem a veine com utilitzer agnest resultat



En apred as si X=-1, is convergent) (-1) n · 1 però en x=1, no ho en, 2 m. L'interval de convergenció es $\ln(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ Acabem ant un altre excepte, ni revie geometrica de ras -x. $\frac{1}{1-(-x^2)} = \frac{1}{2}(-x^2)^n \quad \text{si} \quad 1x^2$ $\frac{1}{1+x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n x^n (x)$ Resneixeu la finus de l'esquera? Es la derivada de onctog(x). En agafem (-1) X Jenin ante $(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \times |x| + 1$