

1. (**Omplint una habitació d'aigua**). En una habitació rectangular de  $12 \times 6$  m. i 4 m. d'alçada va entrant aigua de manera que en cada minut es duplica el volum d'aigua que hi havia un minut abans. Suposem que inicialment hi ha una gota d'aigua amb volum  $0.05 \text{ cm}^3$ .
  - (a) Escriviu el model que dona el volum d'aigua a l'habitació després de  $t$  minuts.
  - (b) Calculeu els volums d'aigua als minuts 20, 25 i 28.
  - (c) Calculeu les alçades del nivell de l'aigua als minuts 20, 25 i 28.
  - (d) Determineu entre quins minuts s'omplirà d'aigua l'habitació.
  - (e) Quina seria l'alçada del nivell de l'aigua al minut 35?
  - (f) Doneu una interpretació gràfica dels resultats anteriors.
2. (**Doblegant paper arribarem a la lluna?**)

Anem doblgant successivament un full de paper de 0.05 mm. de gruixor. Per tant, després d'un doblgament l'alçada del paper serà de 0,1 mm., després de dos doblgaments 0,2 mm., etc...Suposant que podem fer tots els doblgaments que vulguem (independentment dels impediments tècnics), contesteu les preguntes següents:

  - (a) Quina serà l'alçada del paper després de 10 doblgaments?
  - (b) Quants doblgaments es necessiten per superar una alçada de 20 m. ?
  - (c) Quants doblgaments es necessiten per arribar a una alçada de 1 Km.?
  - (d) Quants doblgaments es necessitarien per arribar a la lluna? ( la distància mitjana de la terra a la lluna és de 384000Km. ).
  - (e) Quants doblgaments es necessitarien per arribar al sol? (la distància mitjana de la terra al sol és de 150 milions de Km.).
3. (**Quin és el requadre més gran que hi cap?**) Considereu un rectangle inscrit en el triangle format per les rectes  $y = 0$ ,  $y = x$ , i  $x + y = 8$ . Quin d'aquests rectangles té l'àrea màxima i quant val aquesta àrea?
4. En una mostra de 60 espècies d'arbre s'ha trobat una relació entre la densitat de la fusta i la seva resistència. S'ha observat que la densitat és proporcional a la potència 0.82 de la seva resistència. Quin augment de la densitat correspon a un augment del 10% de resistència?
5. (**Mides de poblacions**) Una població creix segons la llei de creixement  $N(t) = \frac{500t}{3+t}$ , hi ha un valor límit per la mida de la població? podries fer un esbós de la gràfica? I si fos  $N(t) = \frac{100}{9+e^{-t}}$ ? o  $P(t) = 132e^{\frac{-20}{t}}$ ?
6. (**Busquem solucions.**) Sabries veure quantes solucions té l'equació  $1 - \frac{x^2}{4} = \cos x$ ?
7. (**Cert o fals.**) En cada instant de temps hi ha dos punts antipodals a l'equador de la Terra que tenen exactament la mateixa temperatura....Cert o fals?

## 8. Gimnàstica

- (a) Calcula el límit de

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4 - \sqrt{3x + 1}}{x^2 - 7x + 10}.$$

- (b) Es considera la funció definida per

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+1}{x+1} & \text{si } x < 2, \\ ax^{1/3}e^{-2x} & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

- Trobeu el domini de  $f$ .
- Estudieu la continuïtat de  $f$ . Quin valor ha de tenir  $a$  per que  $f$  sigui contínua quan  $x = 2$ ?

## 9. Com de ràpid corre Usain Bolt? L'any 2008, Usain Bolt va córrer 100 metres en 9.69 segons.

- (a) Quina és la velocitat mitjana d'Usain Bolt en aquesta cursa? És aquesta la velocitat més alta a la que pot córrer?
- (b) Aquí tens un quadre amb dades preses en diferents anys i diferents corredors en curses de 100 metres. S'han fet mesures de temps cada 10 metres. Quina és la màxima velocitat?

	Ben '88	Carl '88	Mo '99	Mo '01	Tim '02	Asafa '05	BOLT '08
RT	0.132	0.136	0.162	0.132	0.104	0.150	0.165
0-10m	1.83	1.89	1.86	1.83	1.89	1.89	1.85
10-20m	1.04	1.07	1.03	1.00	1.03	1.02	1.02
20-30m	0.93	0.94	0.92	0.92	0.91	0.92	0.91
30-40m	0.86	0.89	0.88	0.89	0.87	0.86	0.87
40-50m	0.84	0.86	0.88	0.86	0.84	0.85	0.85
50-60m	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.85	0.82
60-70m	0.84	0.85	0.83	0.83	0.84	0.84	0.82
70-80m	0.85	0.85	0.86	0.86	0.84	0.84	0.82
80-90m	0.87	0.86	0.85	0.89	0.85	0.85	0.83
90-100m	0.90	0.88	0.85	0.91	0.88	0.85	0.90
TIME	9.79	9.92	9.79	9.82	9.78	9.77	9.69
Courtesy of SpeedEndurance.com							

- (c) Com ho faries per calcular la velocitat en un instant concret, per exemple just quan porta 10 metres recorregits o quan han passat 3 segons per exemple?