

INEQUACIONS. RECTES. FUNCIONS I GRÀFIQUES.

1. Resoleu les equacions següents

$$(a) \frac{x}{2} - \frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{x^2+x+1}{2x+2} \quad (b) \frac{3}{x^2-1} + \frac{5}{x+1} = \frac{2x}{x-1} \quad (c) \frac{(x-1)(x-2)}{1+\frac{x-2}{1-\frac{x-3}{x}}} = 3$$

2. Resoleu les equacions següents

$$(a) \sqrt{7-3x} - x = 7 \quad (b) x - \sqrt{25-x^2} = 1 \quad (c) \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+3} = 3$$

3. Resoleu les equacions següents

$$(a) (x+5)^2 = (2x-3)^2 \quad (b) x^3 - 7x^2 + 12x = 0$$

$$(c) 4x^4 - 17x^2 + 4 = 0 \quad (d) 2x^6 - 2x^3 - 12 = 0$$

4. Determineu nombres a i b tal que

$$\frac{3x-1}{x^2-3x+2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$$

5. Resoleu les inequacions següents:

$$(a) 3x - 5 \leq 6x - 4 \quad (b) x^2 - 3x + 1 > 0 \quad (c) (x+2)(x-1)(x-3) \geq 0$$

$$(d) (x+2)(3x^2 - 4x + 1) > 0 \quad (e) x^3 - 3x \geq 0 \quad (f) (x+4)x(x-\sqrt{2})(x-3) < 0$$

6. Resoleu les inequacions següents:

$$(a) \frac{1}{x} < x \quad (b) \frac{x}{x+5} \leq 0 \quad (c) \frac{x^2-4x}{x+2} < 0$$

$$(d) \frac{3}{x-2} - \frac{5}{x-6} \geq 0 \quad (e) \frac{x+3}{x^2(x-5)} > 0 \quad (f) \frac{x(2x-1)(3x-5)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$$

7. Determineu els punts de la recta real que compleixen les relacions següents:

$$(a) |x+2| < 1 \quad (b) |5x-3| < 1/2 \quad (c) 0 < |x-2| \leq 1/3$$

$$(d) 3 \leq |2x-5| < 6 \quad (e) |x+1| + |x-1| > 3 \quad (f) \frac{|x-1|}{|x+1|} \leq 2$$

8. Associeu cada desigualtat en valor absolut de la columna de l'esquerra amb la desigualtat equivalent de la columna de la dreta:

(a) $ x < 4$	1) $0 < x < 2$
(b) $ x^2 - 2 < 2$	2) $-1 < x < 3$
(c) $ x/2 < 1$	3) $-5/2 < x < -3/2$
(d) $ 1-x < 2$	4) $-2 < x < 2$
(e) $ 2x-5 < 1$	5) $-4 < x < 4$
(f) $ 2x+4 < 1$	6) $-2 < x < 2, x \neq 0$
(g) $ x+3 < 1$	7) $2 < x < 3$
(h) $ x-1 < 1$	8) $-4 < x < -2$

9. Per a determinar si una moneda està ben equilibrada, es llença 100 vegades i es registra el nombre x de cares que surten. La moneda es declara defectuosa si $\left| \frac{x-50}{4} \right| \geq 0,4$. Per a quins valors de x es declararà defectuosa una moneda?
10. Determineu en cada cas l'equació de la recta que passa pel punt P i té pendent m :
- (a) $P = (0, 3)$, $m = 3/4$ (b) $P = (-2, 4)$, $m = 3/5$
 (c) $P = (0, 4)$, $m = 0$ (d) $P = (0, 0)$, $m = 2/3$
11. Determineu, en cada cas, l'equació de la recta que passa pel punt P i té inclinació α :
- (a) $P = (1, 4)$, $\alpha = \pi/4$ (b) $P = (0, 3)$, $\alpha = 2\pi/3$
 (c) $P = (-1, 2)$, $\alpha = 3\pi/4$ (d) $P = (0, 0)$, $\alpha = \pi/3$
12. Sigui $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-2)^2$. Determineu el domini i la gràfica de les funcions següents:
 a) $y = f(x-1)$, b) $y = f(x) - 1$, c) $y = 3f(x)$, d) $y = f(x+2) - 2$, e) $y = f(2x)$.
13. Determineu, en cada cas, $f \circ g$ i $g \circ f$:
- (a) $f(x) = 2x^2 + 5$, $g(x) = 4 - 7x$ (b) $f(x) = 3x^2 + 2$, $g(x) = 1/(3x^2 + 2)$
 (c) $f(x) = \sqrt[3]{\log x + 2}$, $g(x) = e^{x^3-2}$ (d) $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2 - 1$
14. En cada cas, comproveu que f és injectiva i determineu la funció inversa f^{-1} de f .
- (a) $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ (b) $f(x) = \sqrt{x} + 1$ (c) $f(x) = 2e^x + 1$
 (d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ (e) $f(x) = \left(\frac{x-1}{3}\right)^3$ (f) $f(x) = e^x - e^{-x}$
15. Un assistent de vol compara els salaris de dues aerolínies. L'aerolínia A paga 1000 € fixos mensuals més 0,01 € per kilòmetre recorregut, i l'aerolínia B 500 € fixos mensuals més 0,02 € per kilòmetre.
- (a) Per a cada aerolínia, expresseu el salari mensual en funció del nombre x de kilòmetres recorreguts.
 (b) Si s'ha de decidir entre acceptar la feina de l'aerolínia A o la B, de què dependria la decisió?
16. Una companyia de taxis tarifa els recorreguts de la manera següent:
- (a) si la distància del recorregut és inferior a 4Km., el preu és fix: 5 €.
 (b) si la distància del recorregut és superior a 4 Km., el preu serà: 5 € fixos més 0,5 € per kilòmetre, començant a comptar a partir del Km. 4. Per exemple, si el recorregut és de 10 Km, el preu serà $5 + (0,5 \times 6) = 8$ €.

Expresseu la funció $P(x)$, preu del recorregut, en funció de la distància recorreguda x i feu una representació gràfica de la funció $P(x)$.

17. S'ha de tirar un cable des d'una central elèctrica que està a un costat d'un riu de 900 m. d'amplada fins a una fàbrica que hi ha a l'altre costat. Suposem que, en un sistema de coordenades, la central C es troba al punt $(0, 0)$, i la fàbrica F al punt $(3000, 900)$. Si $0 \leq x \leq 3000$, considerem la instal·lació que consisteix en anar de C al punt $P = (x, 900)$ en línia recta sota el riu i després des de P fins a F en línia recta sobre terra. Se sap que el preu de la instal·lació de cable és de 2 € per metre sobre terra mentre que sota l'aigua és de 5 € per metre. Per a cada x , $0 \leq x \leq 3000$, expresseu el preu total de la instal·lació com a funció de x .
18. A partir d'una peça quadrada de cartró de 24 cm. de costat es vol construir una caixa oberta retallant quatre quadrats iguals de les cantonades i doblant els costats cap amunt. Si x és el costat dels quatre quadrats petits retallats,

- (a) Entre quins valors pot estar x ?
- (b) Expresseu el volum $V(x)$ de la caixa construïda coma funció de x . Quin és el domini de $V(x)$?
- (c) Intenteu fer un dibuix de la gràfica de $V(x)$.
19. La família A es lleva cada dia a les 6h. i se'n va a dormir a les 23h. La temperatura de la casa està regulada per un termostat que funciona de la següent manera: entre les 6h. i les 9h. i entre les 21h. i les 23h. la temperatura es manté constant: 16°C . Entre les 11h. i les 19h. la temperatura també es manté constant a 22°C . Entre les 9h. i les 11h. i entre les 19h. i les 21h. la temperatura varia a ritme constant.
- (a) Sigui $T_A : [6, 23] \rightarrow \mathbb{R}$ la temperatura de la casa A a temps t . Feu una representació gràfica de $T_A(t)$.
- (b) La família B es lleva a les 7h. , se'n va a dormir a les 24 h. i el termostat de la casa B funciona igual que el de la casa A però una hora "retardat" (16°C entre les 7 i les 10, etc...). Expresseu T_B en termes de T_A i dibuixeu la gràfica de T_B .
- (c) La família C es lleva a les 5h, se'n va a dormir a les 22h i el termostat de la casa C funciona com el de la casa A però una hora adelantat. Contesteu a les mateixes preguntes que a l'apartat anterior.
20. Determineu el domini de les funcions següents:
- (a) $f(x) = \ln(x+1) + e^{1-x}$ (b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$
- (c) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$ (d) $f(x) = \frac{x^2-9}{\sqrt{-x^2+x+6}}$
21. Esbosseu la gràfica de les funcions següents:
- (a) $\sin(x+\pi)$ (b) $3+\sin x$ (c) $\sin(3x)$ (d) $3\sin x$
- (e) $|\sin x|$ (f) $\sin(1/x)$ (g) $\max\{\sin x, 0\}$ (h) $\min\{\sin x, \cos x\}$