

PRVNÍ ČÁST PROJEKTU

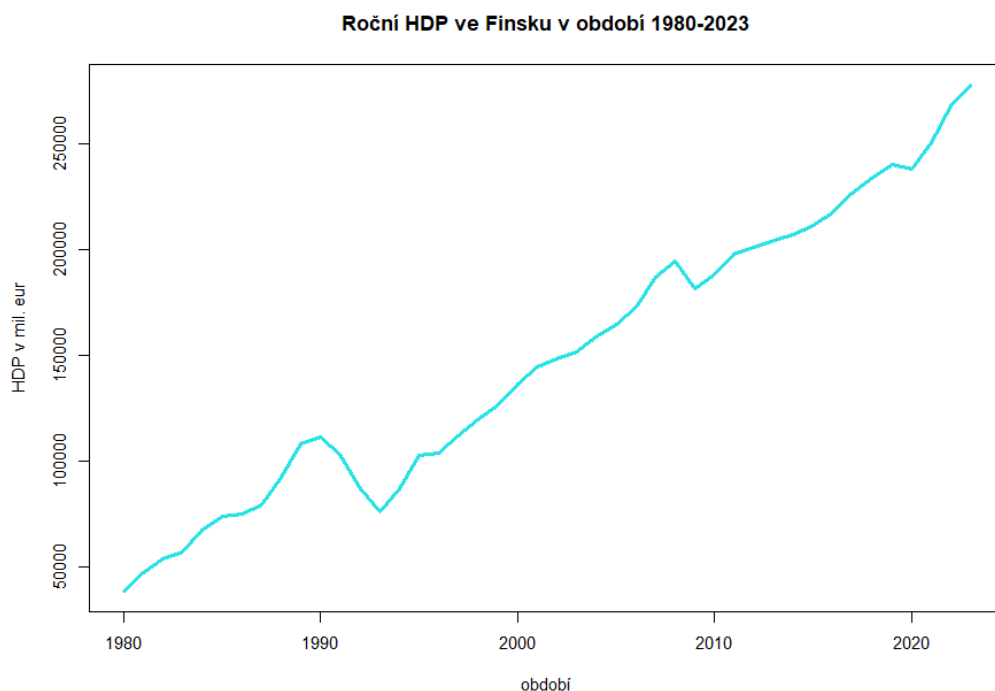
IDENTIFIKACE MODELU

GRAFICKÉ ZOBRAZENÍ ČŘ

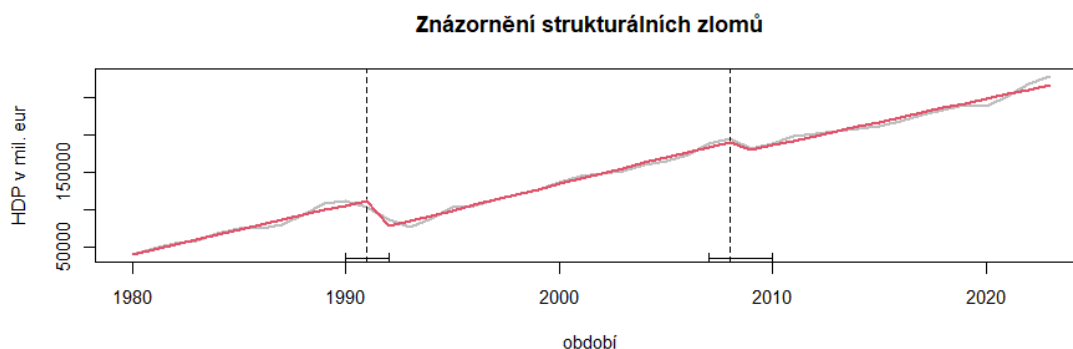
Na Obr. 1 je vyobrazena časová řada ročního hrubého domácího produktu (HDP) ve Finsku v období 1980-2023. Časová řada za sledované období převážně rostla, lze tedy identifikovat rostoucí trend. Od roku 1980 vzrostlo HDP o 238 934,7 milion € až na hodnotu 277 625 mil. € v roce 2023. Lze pozorovat, že od roku 1990, kdy HDP činilo 111 394,9 mil. eur, došlo k výraznému propadu zhruba o 35 300 mil. eur. Od roku 1994 HDP ve Finsku opět rostlo.

Z grafu je patrné, že během sledovaného období došlo ke zlomům kolem období 1991, 2008 a 2020, pravděpodobně z důvodu finanční a koronavirové krize v těchto letech. Tyto zlomy se jeví jako zlomy v úrovni. Chowův test detekoval statistickou významnost strukturálních zlomů v pozorování 12 a 29, což odpovídá rokům 1991 a 2008. Na Obr. 2 jsou graficky znázorněny tyto zlomy spolu s 95% intervaly spolehlivosti.

Sezónnost ani cykličnost nebyla na základě grafu časové řady zjištěna. Průměrná hodnota ročního HDP ve Finsku za dané období činí 148 297 mil. €. Jelikož se během sledovaných let měnila střední hodnota, dochází tedy ke změnám v úrovni a lze identifikovat tuto časovou řadu jako nestacionární. Stacionarita bude detekována na základě testů stacionarity. Zároveň je tedy nutno provést diferencování původní časové řady.



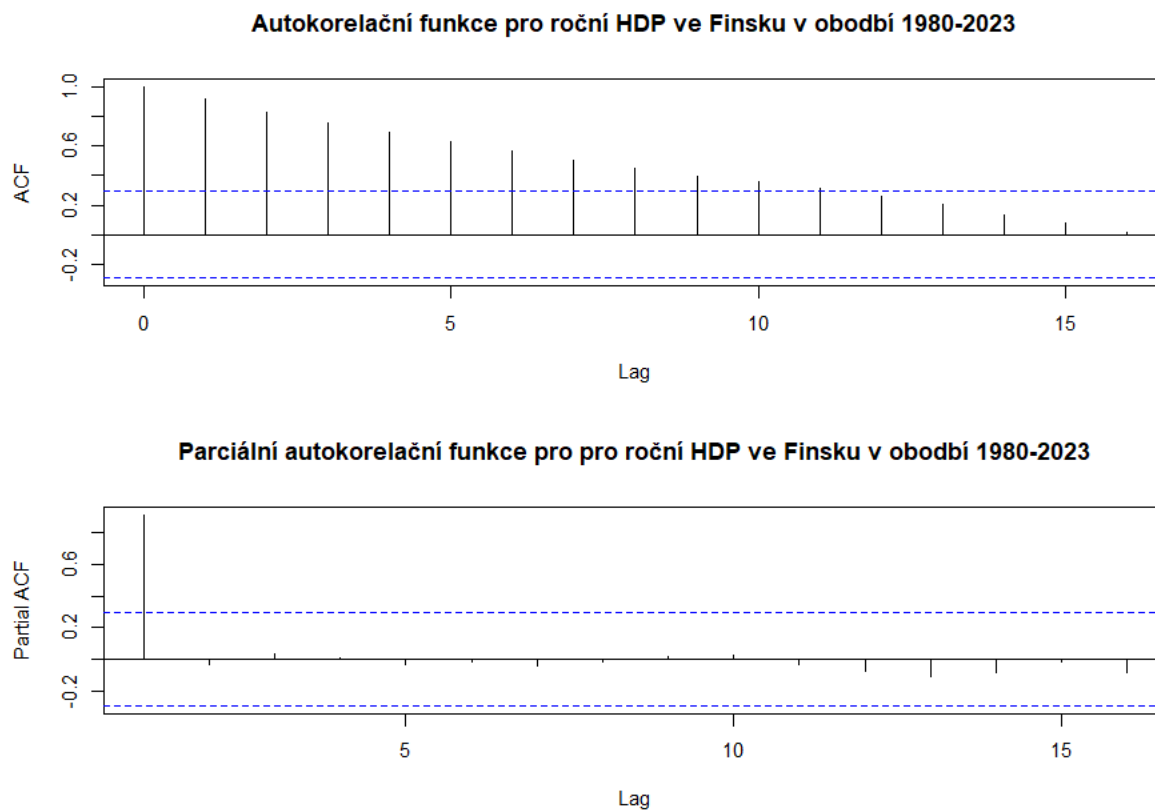
Obr. 1: Roční HDP ve Finsku v období 1980-2023 v mil. eur



Obr. 2: Grafické znázornění strukturálních zlomů a jejich intervaly spolehlivosti

KORELOGRAMY ACF A PACF

Na základě korelogramů lze potvrdit, že je časová řada opravdu nestacionární, neboť autokorelační funkce je v prvním zpoždění blízká hodnotě 1 a v dalších řádech dochází k velmi pomalému poklesu. Aby byla predikce časové řady na základě minulých pozorování kvalitní, je potřeba provést stacionarizaci časové řady.



Obr. 3: Autokorelační a Parciální autokorelační funkce pro roční HDP ve Finsku v letech 1980-2023

TESTOVÁNÍ JEDNOTKOVÉHO KOŘENE

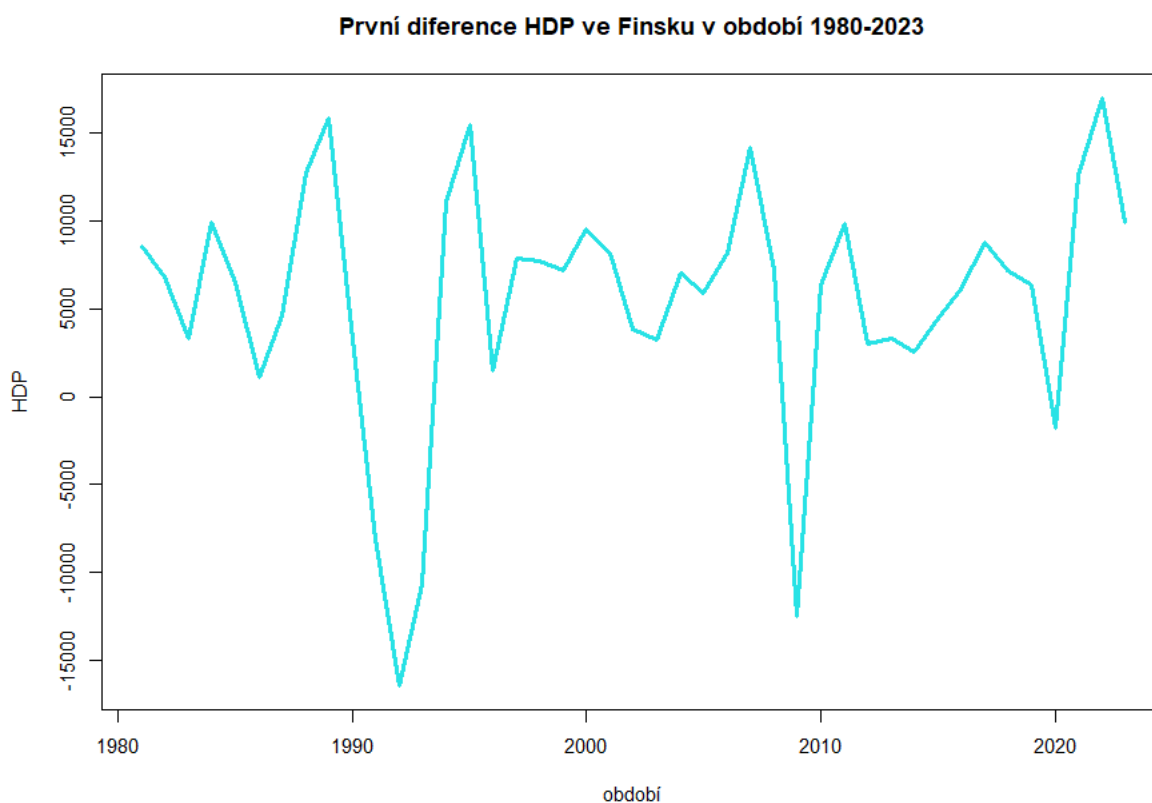
V Tab. 1 jsou přehledně uvedeny p-hodnoty testů stacionarity pro původní časovou řadu a její první a druhé difference. ADF a PP testy nezamítly nulovou hypotézu o nestacionaritě původní časové řady a KPSS test zamítl nulovou hypotézu o stacionaritě, což potvrzuje, že je časová řada ročního HDP opravdu nestacionární. Aby bylo dosaženo stacionarity bylo provedeno diferencování časové řady prvního i druhého řádu.

Pro první i druhé difference ADF a PP testy zamítly nestacionaritu. Zároveň KPSS test na základě p-hodnoty vyšší než 0,1 nezamítl stacionaritu, tudíž lze na 5% hladině významnosti předpokládat, že jsou první i druhé difference časové řady stacionární.

Přestože graf prvních diferencí (Obr. 4) naznačuje, že pozorování nekolísají kolem nulové střední hodnoty, bude pracováno s prvními diferenciemi HDP, neboť test variance vykazuje u druhých diferencí vyšší rozptyl než u prvních diferencí.

Tab. 1: Testování stacionarity a variance původní časové řady, jejích prvních a druhých diferencí

Test	Původní časová řada	První difference	Druhé difference
ADF test	0,5259	0,0207	<0,01
PP test	0,4832	0,0192	<0,01
KPSS test	<0,01	>0,1	>0,1
Variance	4381739636	4924106	63612283

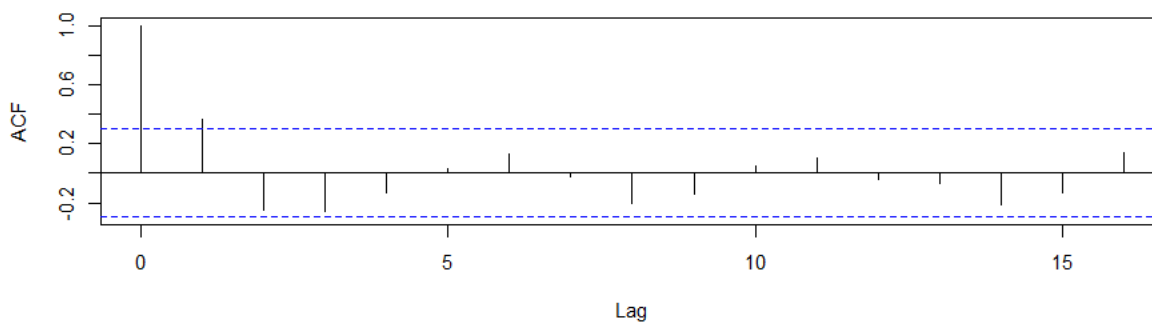


Obr. 4: První difference ročního HDP ve Finsku v letech 1980-2023

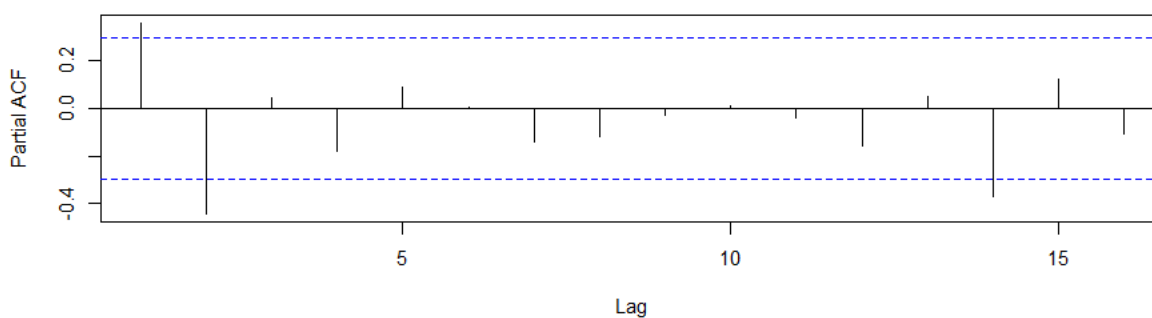
KORELOGRAMY ACF A PACF- STACIONARIZOVANÁ ČŘ

V autokorelační funkci prvních diferencí ročního HDP je pouze první zpoždění statisticky významné. Ostatní zpoždění jsou nevýznamná nebo téměř nulová. Co se týče parciální autokorelační funkce jsou statisticky významná první dvě zpoždění a lze pozorovat oscilační charakter. Jedná se tedy pravděpodobně o proces klouzavých průměrů řádu 1 či 2.

Autokorelační funkce pro první diference ročního HDP ve Finsku v období 1980-2023



Parciální autokorelační funkce pro první diference ročního HDP ve Finsku v období 1980-2023



Obr. 5: ACF a PACF pro první diference HDP ve Finsku

NÁVRH A ZDŮVODNĚNÍ MODELU

Na základě ACF a PACF korelogramů stacionární časové řady byly k porovnání modely s procesy klouzavých průměrů řádu 1 a 2, tedy:

- Model1: **ARIMA (0,0,1)** prvních diferencí časové řady;
- Model2: **ARIMA (0,0,2)** prvních diferencí časové řady.

Do obou modelů byla také zahrnuta nenulová střední hodnota, což je vidět z Obr. 4, kdy pozorování nekolísají kolem nuly.

Tab. 2: Informační kritéria modelů 1 a 2

Informační kritérium	Model 1	Model 2
AIC	875,17	876,18
BIC	880,45	883,23

Tab. 3: Modely 1 a 2 a jejich parametry

Model	Parametr	Koeficient	Směrodatná chyba	p-hodnota
Model 1	Konstanta	5597,27	1474,03	<0,01
	Ma1	0,6559	0,13	<0,01
Model 2	Konstanta	5559,13	1089,25	<0,01
	Ma1	0,6357	0,19	<0,01
	Ma2	-0,3643	0,17	0,03

Jelikož dle Tab. 2 Model 2 vykazuje vyšší kritéria byl zvolen jako vhodný Model 1. Zároveň parametr Ma2 je u druhého modelu statisticky významný pouze na hladině významnosti 5 %.

Je tedy navržen model procesu klouzavých průměrů řádu 1 (MA1) s nenulovou střední hodnotou a parametrem Ma1 ve tvaru:

$$Y_t = 5597,273 + a_t + 0,6559a_{t-1}$$

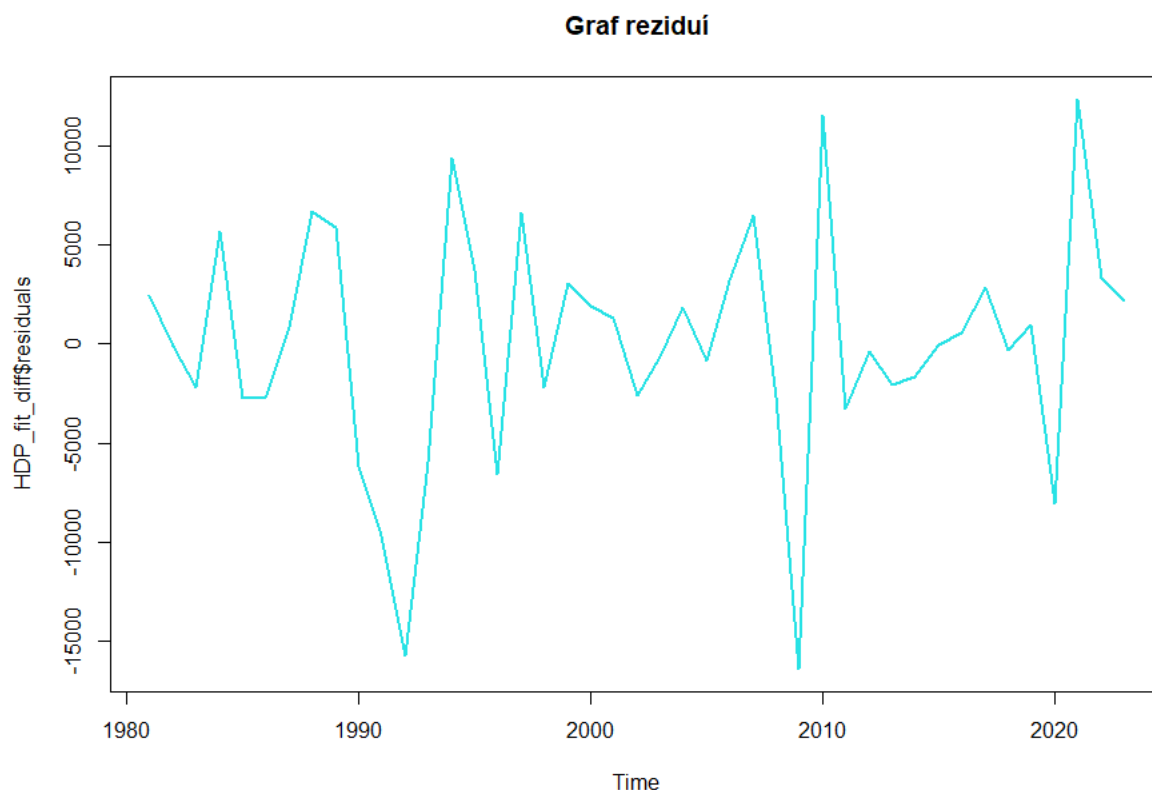
VERIFIKACE MODELU

Z grafu reziduí je patrné, že je časová řada stacionární a lze zde identifikovat homoskedasticitu reziduí, neboť se nacházejí v konstantním pásu. Zároveň ARCH test nezamítl nevýznamnost podmíněné heteroskedasticity, a to s rizikem 5 %.

Z histogramu a Q-Q grafu reziduí lze pozorovat jejich normální rozdělení, což potvrzují i testy normality. Všechny testy nezamítly nulovou hypotézu o normalitě chybového členu, a to na 5% hladině významnosti. V krabicovém grafu je možno identifikovat, že existují 3 odlehlé hodnoty.

V korelogramech ACF a PACF lze vidět, že pro všechna zpoždění jsou hodnoty statisticky nevýznamné. Na základě toho, lze předpokládat nevýznamnost autokorelace, což potvrzuje i Ljung-Boxův test, který nezamítl nulovou hypotézu o nevýznamnosti autokorelace s 5% rizikem.

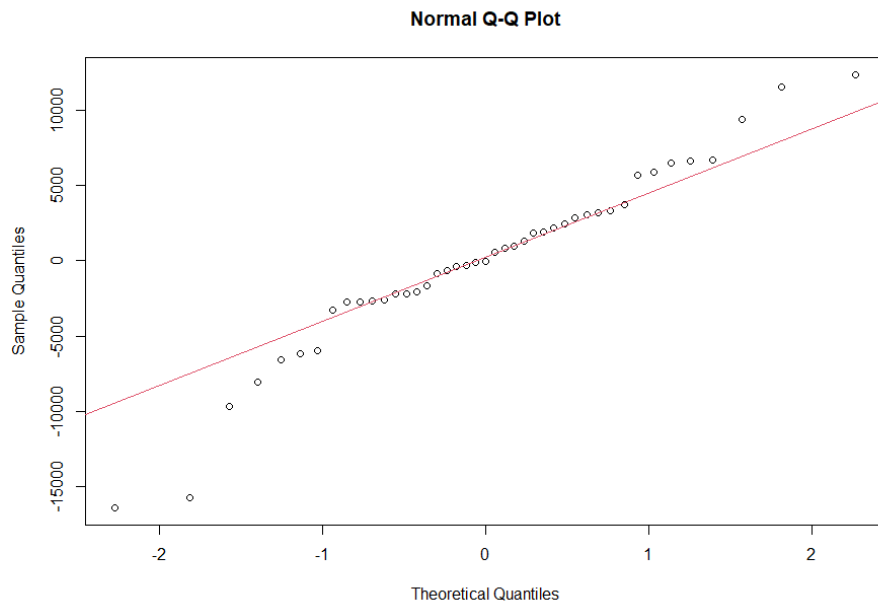
Model splnil všechny předpoklady pro rezidua a ty vykazují známky normálně rozděleného bílého šumu.



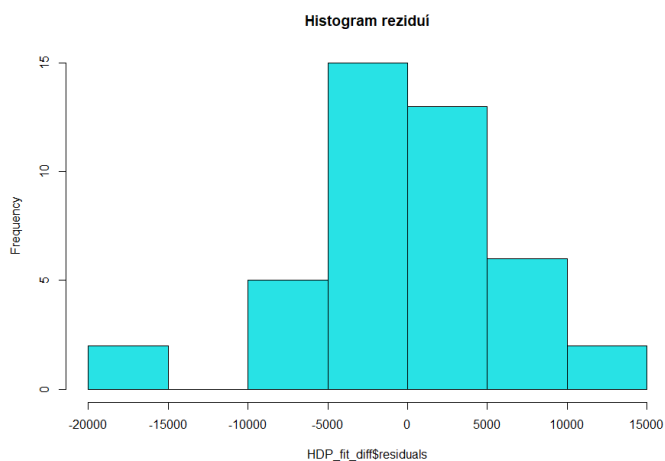
Obr. 6: Graf reziduí

Tab. 4: Verifikační testy

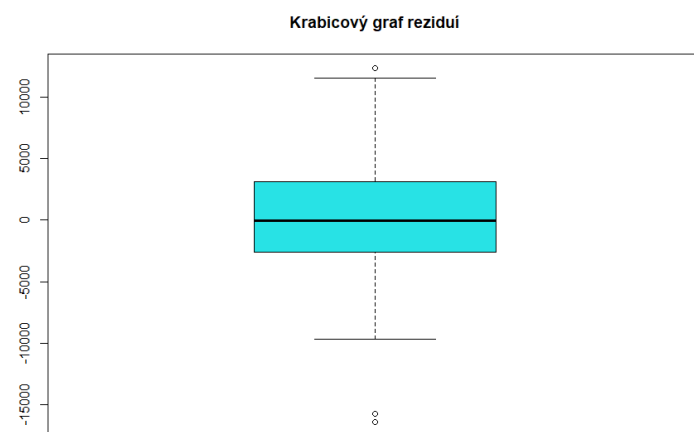
Název testu	Nulová hypotéze	p-hodnota	závěr
Chí-kvadrát test	Normalita reziduí	0,1010	H_0 nezamítá
Shapiro-Wilk test	Normalita reziduí	0,1155	H_0 nezamítá
Jarque-Bera test	Normalita reziduí	0,1301	H_0 nezamítá
Box-Ljung test	Nevýznamná autokorelace	0,8554	H_0 nezamítá
ARCH test	Nevýznamná podmíněná heteroskedasticita	0,0621	H_0 nezamítá



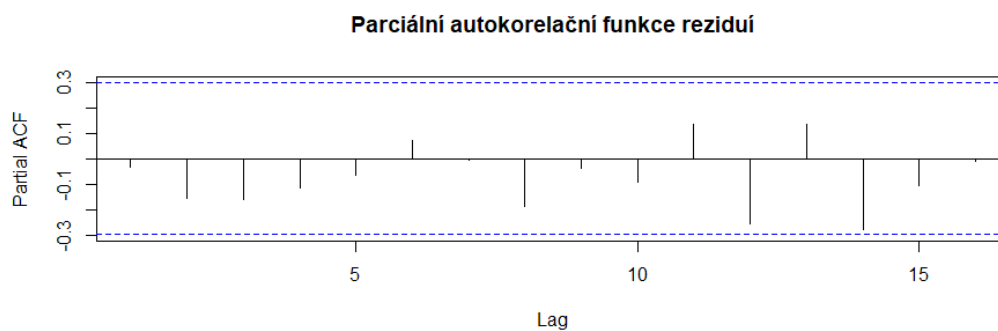
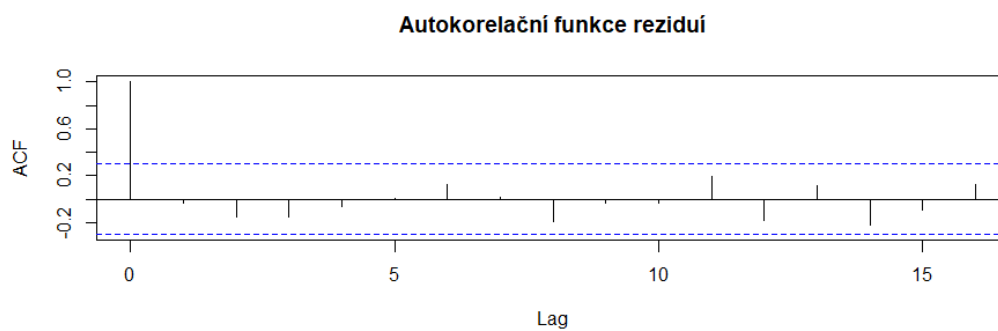
Obr. 7: Q-Q graf reziduí



Obr. 9: Histogram reziduí



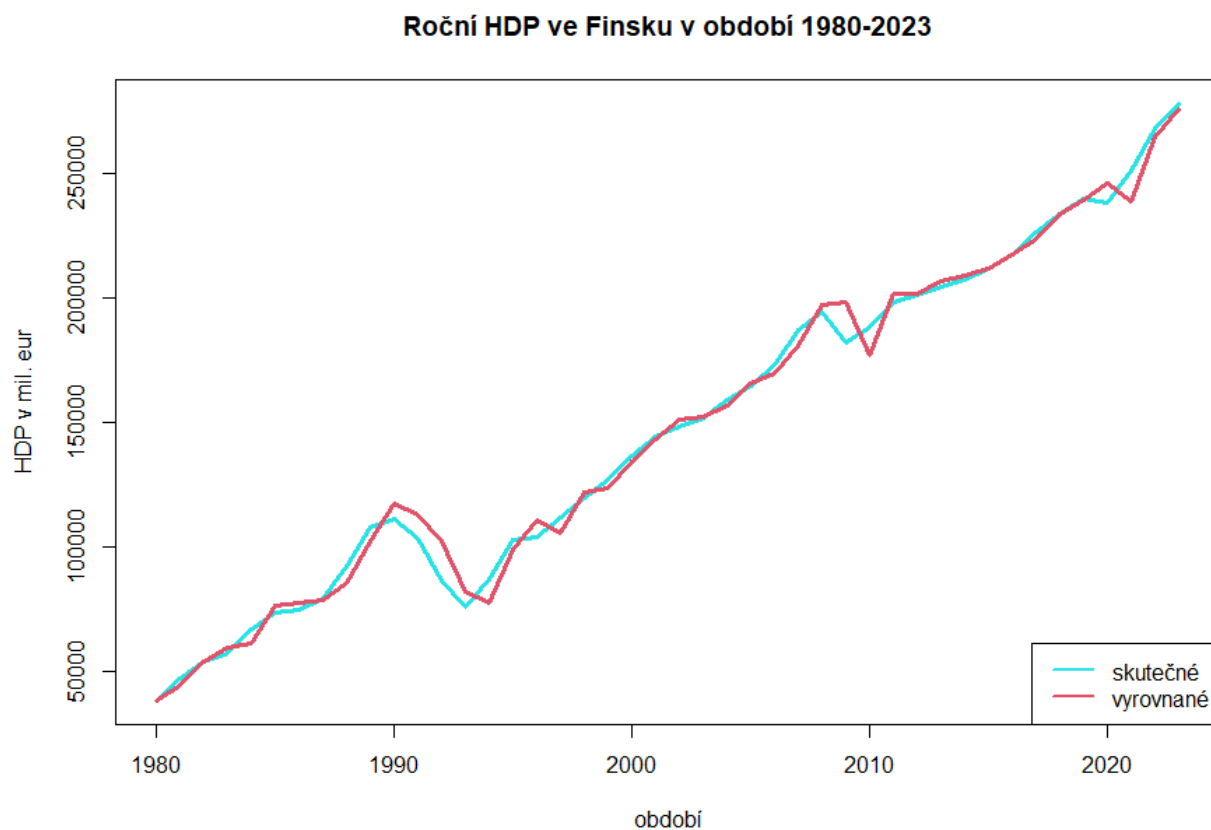
Obr. 8: Krabicový graf reziduí



Obr. 10: Autokorelační a parciálně autokorelační funkce reziduí

APLIKACE A PREDIKCE ČŘ

Z Obr. 11 lze vidět, že se podařilo vypsát časovou řadu ročního HDP ve Finsku vyrovnanými hodnotami.

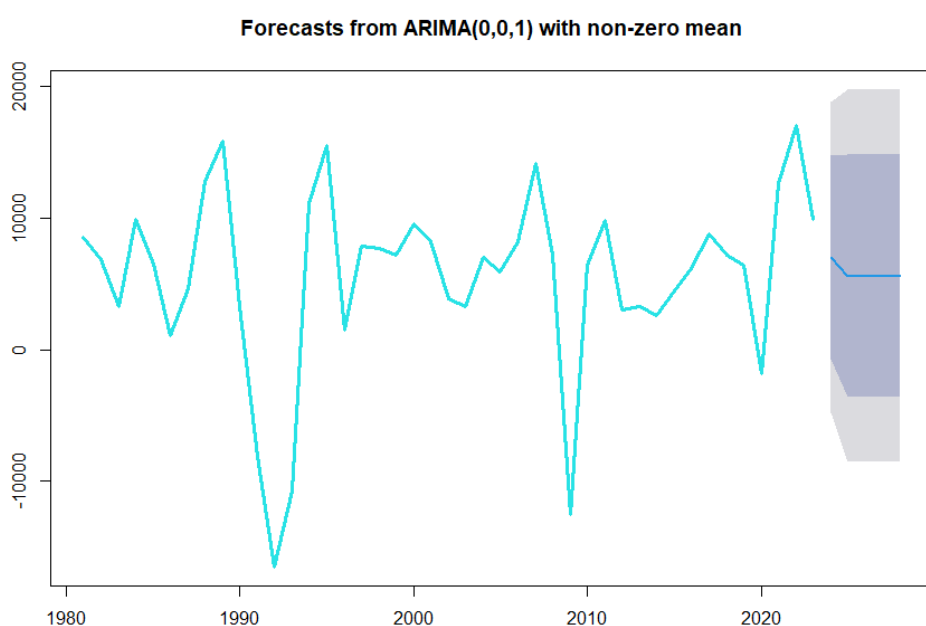


Obr. 11: Graf skutečných a vyrovnaných hodnot ročního HDP ve Finsku

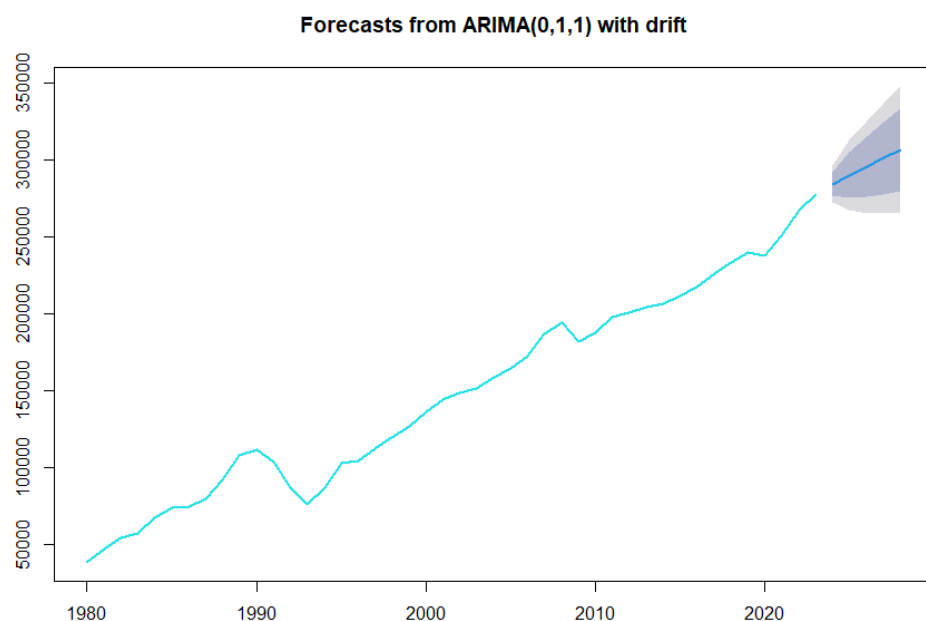
Na základě predikcí vytvořených pro původní časovou řadu s navrženým modelem ARIMA (0,1,1) by mělo v následujících 5 letech docházet k pokračujícímu nárůstu ročního HDP ve Finsku. V Tab. 5 jsou uvedeny hodnoty HDP v těchto letech a jejich intervaly spolehlivosti. Za 5 let by mělo roční HDP ve Finsku vystoupat až na hodnotu 307 019,3 miliónů €, což je o 29 394,3 mil. € více než v posledním roce sledované časové řady.

Tab. 5: Predikce HDP ve Finsku a intervaly spolehlivosti

Rok	Předpověď HDP ve Finsku [mil. €]	80% interval spolehlivosti		90% interval spolehlivosti	
2024	284 630,2	276 899,3	282 361,1	272 806,8	296 453,6
2025	290 227,5	275 272,6	305 182,4	267 356	313 099
2026	295 824,8	276 139	315 510,5	265 717,9	325 931,6
2027	301 422,0	277 939,9	324 904,2	265 509,1	337 334,9
2028	307 019,3	280 274,3	333 764,4	266 116,4	347 922,2



Obr. 12: Předpověď pro roky 2024-2028 - první difference



Obr. 13: Předpověď pro roky 2024-2028 - v původních jednotkách

DRUHÁ ČÁST PROJEKTU

IDENTIFIKACE MODELU

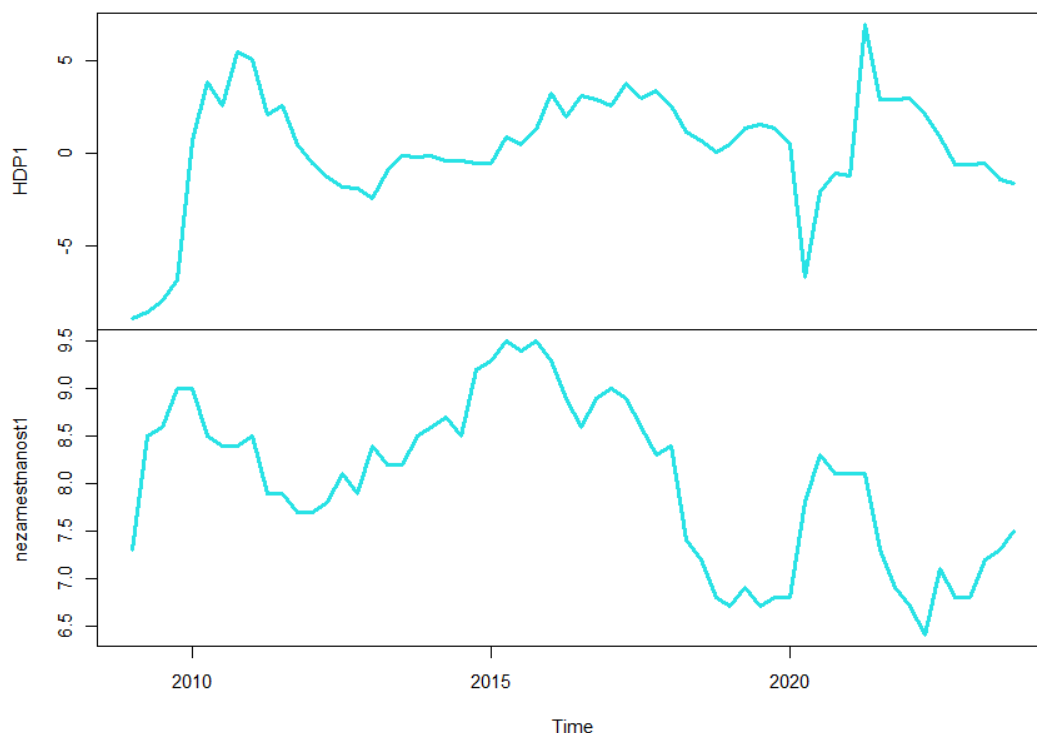
GRAFICKÉ ZOBRAZENÍ DVOUROZMĚRNÉ ČŘ

Na Obr. 14 je graficky vyobrazena dvourozměrná časová řada pro mezičtvrtletní procentní růsty hrubého domácího produktu (HDP) a čtvrtletní nezaměstnanost [%] ve Finsku během období 2009-2023.

Časová řada mezičtvrtletního HDP ve Finsku na začátku sledovaného období významně rostla až do čtvrtého čtvrtletí roku 2010, pravděpodobně z důvodu vzpamatování se po finanční krizi v roce 2008. V následujících letech docházelo k poklesu procentního růstu tohoto ukazatele a od roku 2012 až do prvního čtvrtletí roku 2015 byly vykazovány negativní hodnoty. Lze pozorovat významný propad ve druhém čtvrtletí 2020, kdy HDP pokleslo o 6,7 % oproti prvnímu čtvrtletí tohoto roku, a to z důvodu koronavirové krize, která právě vzrostla na intenzitě v tomto období. Naopak lze pozorovat výrazný vzrůst o rok později, kdy HDP ve Finsku mezičtvrtletně vzrostlo 7 % ve druhém čtvrtletí oproti prvnímu. Přesto, že se může jednat o strukturální zlom ve druhém čtvrtletí roku 2020, zdá se tato časová řada být stacionární, neboť střední hodnota kolísá kolem 0.

Čtvrtletní nezaměstnanost Finska se vyvíjela obdobě jako mezičtvrtletní růst HDP. Nejprve časová řada této veličiny rostla až do čtvrtého čtvrtletí roku 2010, kdy nezaměstnanost dosahovala hodnoty 9 %. Následně došlo k poklesu o 1,3 p. b. Ve Finsku došlo ve druhém čtvrtletí roku 2015 k nejvyšší nezaměstnanosti, kdy hodnota vystoupala až na úroveň 9,5 %. Dále časová řada spíše klesala až do zhruba 1. čtvrtletí roku 2020. Vlivem koronavirové krize došlo k velkému nárůstu nezaměstnanosti o 1,3 p. b. Nejnižší nezaměstnanosti bylo dosaženo ve druhém čtvrtletí roku 2022 s hodnotou 6,4 %. V posledních čtvrtletí sledovaného období časová řada této veličiny spíše rostla. Během sledovaného období byly identifikovány střídající se rostoucí a klesající trendy, proto lze předpokládat, že bude tato časová řada nestacionární. Bude provedeno testování stacionarity a případná diferenciaci.

Grafické zobrazení vícerozměrné časové řady



Obr. 14: Zobrazení vícerozměrné časové řady mezičtvrtletního HDP a nezaměstnanosti ve Finsku v období 2009-2023

TESTOVÁNÍ STACIONARITY + PŘÍPADNÁ STACIONARIZACE

V Tab. 6 jsou prezentovány p-hodnoty jednotlivých testů stacionarity pro sledované časové řady. ADF test zamítl nulovou hypotézu o nestacionaritě časové řady mezičtvrtletního růstu HDP. Přestože PP test zamítl nestacionaritu pouze na hladině významnosti 10 %, zdá se být tato časová řada stacionární, a to i na základě KPSS testu, jenž prokázal statistickou průkaznost stacionarity.

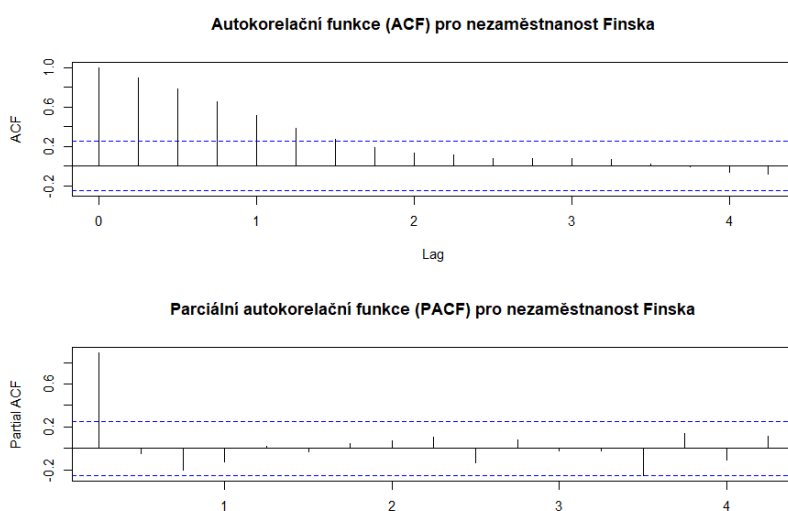
ADF i PP test však statisticky neprokázaly stacionaritu nezaměstnanosti Finska, proto lze předpokládat, že je tato časová řada nestacionární, což potvrzuje i nízká p-hodnota KPSS testu, který zamítl nulovou hypotézu o stacionaritě. Nestacionaritu lze pozorovat i na základě korelogramu autokorelační funkce ACF vyobrazeném na Obr. 15, kde v prvním zpoždění je dosaženo hodnoty blízké 1, a dochází v pomalém poklesu v dalších zpoždění.

Je tedy nutné provést stacionaritu časové řady pro čtvrtletní nezaměstnanost pomocí diferencování.

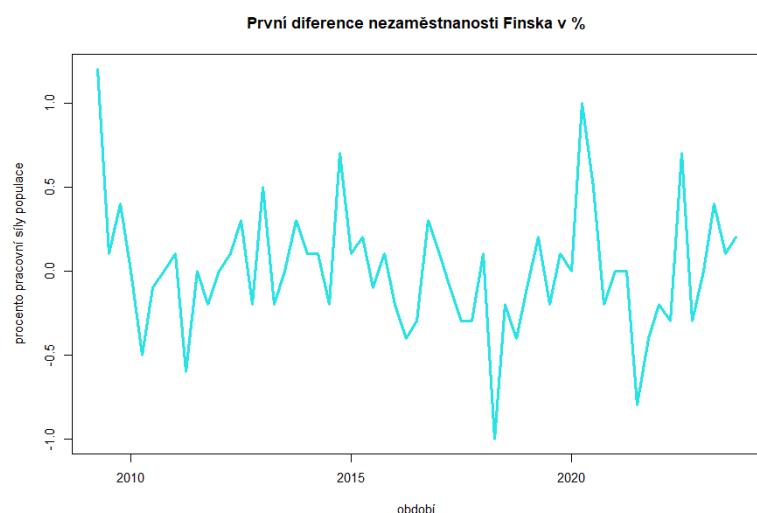
Na Obr. 16 je grafické zobrazení diferencované časové řady nezaměstnanosti. Lze vidět, že nedochází ke změně střední hodnoty a ve variabilitě, proto lze předpokládat stacionaritu. ADF a PP testy zamítly nulovou hypotézu o nestacionaritě s 5% rizikem a KPSS zároveň neprokázal nevýznamnost stacionarity, proto lze předpokládat, že jsou první difference opravdu stacionární.

Tab. 6: Testování stacionarity

Test	HDP	Nezaměstnanost	Diff(nezaměstnanost)
ADF test	<0,01	0,3525	0,0421
PP test	0,0829	0,2672	<0,01
KPSS test	>0,1	0,0177	>0,1



Obr. 15: ACF a PACF pro nezaměstnanost Finska



Obr. 16: První difference nezaměstnanosti Finska

Na Obr. 17 je zobrazen korelogram autokorelační maticové funkce. Na hlavní diagonále jsou zobrazeny individuální ACF pro HDP a nezaměstnanost. Lze vidět, že obě časové řady jsou stacionární. Hodnota ACF pro HDP je významná pro první dvě zpoždění a má velmi rychlý pokles, mohlo by se tedy jednat o autoregresní proces prvního řádu $AR(1)$, což potvrzuje i korelogram PACF pro HDP vyobrazený na Obr. 18, kdy je statisticky průkazná pouze první hodnota.

Na křížových korelogramech lze vidět, že v prvním, druhém a osmém zpoždění je hodnota statisticky průkazná, tudíž by se dalo říct, že zde existuje vztah mezi sledovanými veličinami. Mohlo by se tedy jednat o *vektorový autoregresní proces řádu 1* $VAR(2)$ či *2* $VAR(2)$ nebo *vektorový proces klouzavých průměrů 8. řádu* $VMA(8)$.

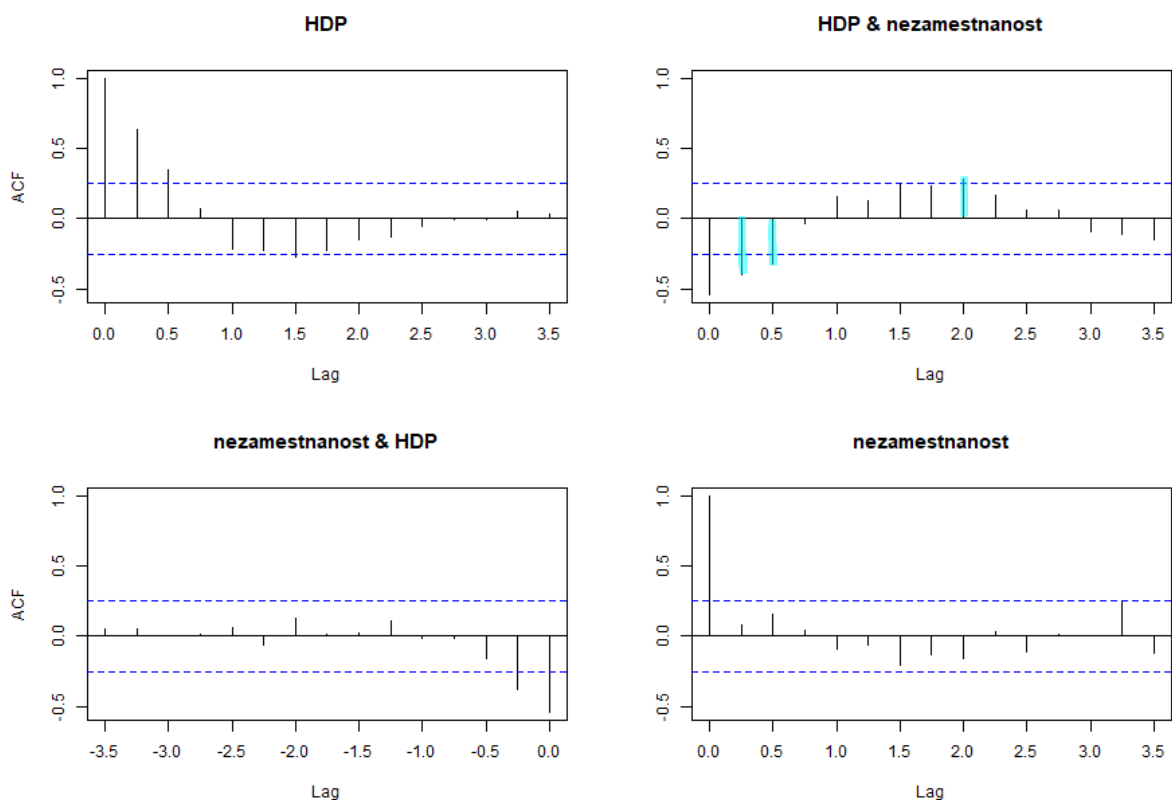
AUTOKORELAČNÍ MATICOVÁ FUNKCE:

HDP

HDP	nezaměstnanost
1.000 (0.00)	-0.542 (0.00)
0.641 (0.25)	-0.377 (-0.25)
0.351 (0.50)	-0.157 (-0.50)
0.071 (0.75)	-0.012 (-0.75)
-0.216 (1.00)	-0.015 (-1.00)
-0.229 (1.25)	0.111 (-1.25)
-0.275 (1.50)	0.018 (-1.50)
-0.231 (1.75)	0.014 (-1.75)
-0.147 (2.00)	0.125 (-2.00)
-0.133 (2.25)	-0.067 (-2.25)
-0.058 (2.50)	0.060 (-2.50)
-0.003 (2.75)	0.016 (-2.75)
-0.002 (3.00)	0.001 (-3.00)
0.049 (3.25)	0.049 (-3.25)
0.036 (3.50)	0.057 (-3.50)

Nezaměstnanost

HDP	nezaměstnanost
-0.542 (0.00)	1.000 (0.00)
-0.395 (0.25)	0.085 (0.25)
-0.320 (0.50)	0.153 (0.50)
-0.030 (0.75)	0.047 (0.75)
0.158 (1.00)	-0.093 (1.00)
0.130 (1.25)	-0.063 (1.25)
0.249 (1.50)	-0.211 (1.50)
0.232 (1.75)	-0.133 (1.75)
0.282 (2.00)	-0.162 (2.00)
0.164 (2.25)	0.031 (2.25)
0.065 (2.50)	-0.112 (2.50)
0.059 (2.75)	0.011 (2.75)
-0.093 (3.00)	0.002 (3.00)
-0.115 (3.25)	0.247 (3.25)
-0.149 (3.50)	-0.121 (3.50)



Obr. 17: Autokorelační maticová funkce

PARCIÁLNÍ KORELAČNÍ MATICOVÁ FUNKCE

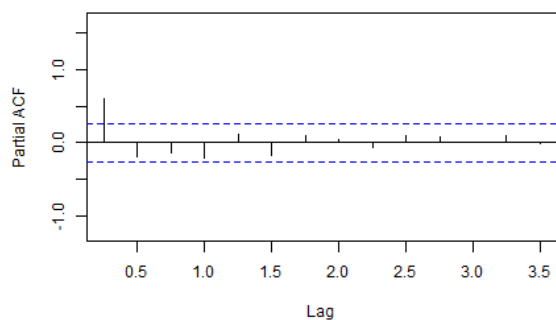
HDP

HDP	nezaměstnanost
0.604 (0.25)	-0.060 (-0.25)
-0.183 (0.50)	0.019 (-0.50)
-0.136 (0.75)	0.014 (-0.75)
-0.209 (1.00)	-0.025 (-1.00)
0.117 (1.25)	-0.001 (-1.25)
-0.167 (1.50)	-0.031 (-1.50)
0.096 (1.75)	-0.033 (-1.75)
0.042 (2.00)	0.004 (-2.00)
-0.070 (2.25)	-0.033 (-2.25)
0.098 (2.50)	-0.016 (-2.50)
0.071 (2.75)	-0.023 (-2.75)
0.006 (3.00)	-0.024 (-3.00)
0.099 (3.25)	0.004 (-3.25)
-0.009 (3.50)	0.004 (-3.50)

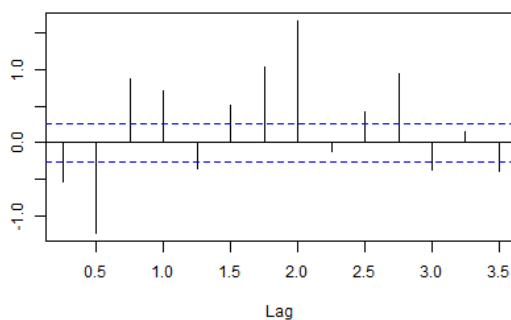
Nezaměstnanost

HDP	nezaměstnanost
-0.533 (0.25)	-0.169 (0.25)
-1.236 (0.50)	0.033 (0.50)
0.882 (0.75)	-0.017 (0.75)
0.708 (1.00)	-0.119 (1.00)
-0.362 (1.25)	0.012 (1.25)
0.520 (1.50)	-0.330 (1.50)
1.028 (1.75)	-0.265 (1.75)
1.665 (2.00)	-0.194 (2.00)
-0.125 (2.25)	0.036 (2.25)
0.428 (2.50)	-0.100 (2.50)
0.954 (2.75)	-0.152 (2.75)
-0.370 (3.00)	-0.150 (3.00)
0.148 (3.25)	0.336 (3.25)
-0.386 (3.50)	-0.179 (3.50)

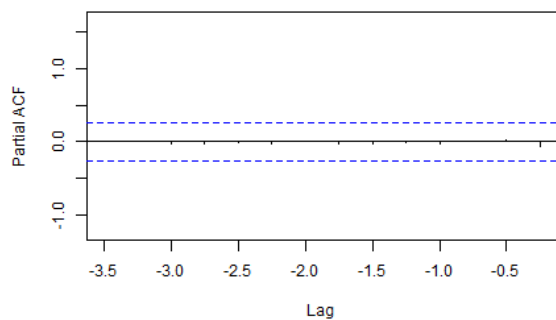
HDP



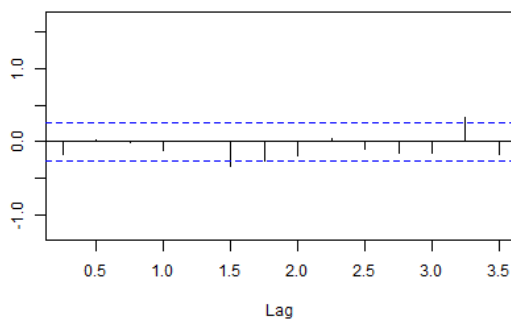
HDP & nezamestnanost



nezamestnanost & HDP



nezamestnanost



Obr. 18: Parciální korelační maticová funkce

NÁVRH A ZDŮVODNĚNÍ VHODNÉHO TYPU A ŘÁDU VARMA PROCESU

Níže jsou uvedeny hodnoty informačních kritérií pro 10 zpožděních pro různé typy (s konstantou, trendem, oba, žádný). AIC a FPE kritéria se shodly, že je hodnota pro 8. zpoždění nejnižší. Naopak HQC a SIC kritéria, u kterých jsou typické nižší řády, zvolily jako nejnižší hodnotu pro 1. zpoždění. Tyto výsledky se shodují i z analýzy vzájemných korelogramů, které zobrazovaly významné hodnoty právě u těchto zpožděních.

Vyšší řád naznačuje, že se pravděpodobně nejedná o VAR proces, což znamená, že bude vhodnější použít vektorový proces klouzavých průměru VMA či vektorový autoregresní proces klouzavých průměrů VARMA. To však lze aproximovat VAR modelem vyššího řádu.

Budou tedy sestaveny a porovnávány modely – *vektorový autoregresní proces řádu 1 VAR(1)* a *vektorový autoregresní proces řádu 8 VAR(8)*.

```
> VARselect(hdpnez, type = "const")
$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n)  FPE(n)
  8      1      1      8

$criteria
AIC(n)  -1.0969048  -0.9558030  -0.8328874  -0.9240528  -0.86451868  -0.8961196  -1.0133666  -1.27519665  -1.1883951  -1.0436315
HQ(n)   -1.0090166  -0.8093226  -0.6278148  -0.6603880  -0.54226179  -0.5152706  -0.5739254  -0.77716327  -0.6317695  -0.4284138
SC(n)   -0.8652534  -0.5697172  -0.2923673  -0.2290984  -0.01512997  0.1077034  0.1448907  0.03749499  0.2787309  0.5779287
FPE(n)   0.3340054  0.3830518  0.4365066  0.4002686  0.42785922  0.4189041  0.3780188  0.29667617  0.3319421  0.3963983

> VARselect(hdpnez, type = "trend")
$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n)  FPE(n)
  8      1      1      8

$criteria
AIC(n)  -1.1002782  -0.9585865  -0.8370184  -0.9237180  -0.86612304  -0.8847060  -0.9591497  -1.24513721  -1.1549131  -1.0018930
HQ(n)   -1.0123900  -0.8121061  -0.6319459  -0.6600533  -0.54386615  -0.5038570  -0.5197084  -0.74710383  -0.5982875  -0.3866753
SC(n)   -0.8686267  -0.5725007  -0.2964983  -0.2287636  -0.01673433  0.1191170  0.1991077  0.06755443  0.3122129  0.6196672
FPE(n)   0.3328806  0.3839815  0.4347071  0.4004026  0.42717333  0.4237127  0.3990796  0.30572948  0.3432443  0.4132935

> VARselect(hdpnez, type = "both")
$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n)  FPE(n)
  8      1      1      8

$criteria
AIC(n)  -1.0209980  -0.8792537  -0.7572287  -0.84828288  -0.7872894  -0.8209226  -0.9514204  -1.2523942  -1.1490832  -0.9985514
HQ(n)   -0.9038137  -0.7034772  -0.5228600  -0.55532207  -0.4357365  -0.4107775  -0.4826831  -0.7250648  -0.5631616  -0.3540376
SC(n)   -0.7121294  -0.4159508  -0.1394914  -0.07611133  0.1393164  0.2601176  0.2840541  0.1375145  0.3952599  0.7002260
FPE(n)   0.3604977  0.4161192  0.4717380  0.43315579  0.4644184  0.4546595  0.4058452  0.3071647  0.3505980  0.4228306

> VARselect(hdpnez, type = "none")
$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n)  FPE(n)
  8      1      1      8

$criteria
AIC(n)  -1.1263088  -0.9962578  -0.8790278  -0.9156603  -0.9111085  -0.90674107  -0.9397937  -1.20445317  -1.1185390  -0.9808676
HQ(n)   -1.0677166  -0.8790735  -0.7032513  -0.6812917  -0.6181476  -0.55518810  -0.5296485  -0.73571588  -0.5912095  -0.3949459
SC(n)   -0.9718745  -0.6873892  -0.4157248  -0.2979231  -0.1389369  0.01986479  0.1412465  0.03102131  0.2713698  0.5634755
FPE(n)   0.3242573  0.3695277  0.4162132  0.4026196  0.4067798  0.41212812  0.4037023  0.31511545  0.3511591  0.4148247
```

Přestože byl na základě grafu vícerozměrné časové řady (Obr. 14) identifikován výkyv v trendu kolem 2. čtvrtletí 2020 kvůli koronavirové krizi, nebude uvažován trend ani konstanta.

Pro ověření statistické významnosti těchto parametrů jsou v Tab. 7 vypsány p-hodnoty konstanty a trendu pro jednotlivé veličiny v jednotlivých VAR modelech. Lze vidět, že jsou koeficienty konstanta a trend ve všech případech opravdu statisticky nevýznamné, proto do modelu nebudou zahrnuty.

Tab. 7: Testování statistické významnosti parametrů modelů VAR(1) a VAR(2)

Model		konstanta	trend
VAR(1)	HDP	0,225	0,429
	Nezaměstnanost	0,745	0,566
VAR(8)	HDP	0,663	0,229
	Nezaměstnanost	0,182	0,267

Pro volbu vhodného modelu je porovnáváno mezi modely VAR(8) a VAR(1) bez konstanty a trendu.

Pro rovnici HDP v rámci modelu VAR(8), který je znázorněn na Obr. 19, jsou statisticky významné pouze koeficienty HDP se zpožděním 1, 3 a koeficient nezaměstnanosti se zpožděním 8. F-statistika této rovnice vykazuje p-hodnotu nižší než 0,01.

Pro rovnici Nezaměstnanosti je statisticky průkazný pouze koeficient HDP zpoždění o 1 období a koeficient nezaměstnanosti s 6. zpožděním, avšak pouze s vyšším rizikem. Oba koeficienty pro 8. zpoždění jsou statisticky nevýznamné, což může naznačovat, že je model přespecifikován. F-statistika této rovnice vykazuje p-hodnotu 0,07, tudíž lze předpokládat, že tento model není vhodný.

```
> hdpml.odhad4 <- VAR(hdpnez, p = 8, type = "none"); summary(hdpml.odhad4)
```

VAR Estimation Results:

=====

Endogenous variables: HDP, nezamestnanost
Deterministic variables: none
Sample size: 51
Log Likelihood: -82.995
Roots of the characteristic polynomial:
0.9549 0.9549 0.915 0.915 0.894 0.894 0.8874 0.8874 0.8738 0.8738 0.8644 0.8644 0.8023 0.8023 0.7362 0.307
Call:
VAR(y = hdpnez, p = 8, type = "none")

Estimation results for equation HDP:

=====

HDP = HDP.11 + nezamestnanost.11 + HDP.12 + nezamestnanost.12 + HDP.13 + nezamestnanost.13 + HDP.14 + nezamestnanost.14 + HDP.15 + nezamestnanost.15 + HDP.16 + nezamestnanost.16 + HDP.17 + nezamestnanost.17 + HDP.18 + nezamestnanost.18

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
HDP.11	0.5357	0.1434	3.736	0.000665 ***
nezamestnanost.11	0.8083	0.7710	1.048	0.301624
HDP.12	0.2633	0.1692	1.556	0.128587
nezamestnanost.12	0.6446	0.7585	0.850	0.401181
HDP.13	0.2055	0.1683	1.221	0.230239
nezamestnanost.13	0.5286	0.7125	0.742	0.463136
HDP.14	-0.6417	0.1650	-3.890	0.000428 ***
nezamestnanost.14	0.8692	0.7177	1.211	0.233943
HDP.15	0.2842	0.1639	1.734	0.091689 .
nezamestnanost.15	0.5062	0.6937	0.730	0.470416
HDP.16	0.1608	0.1699	0.946	0.350551
nezamestnanost.16	0.7594	0.7422	1.023	0.313262
HDP.17	0.1999	0.1631	1.226	0.228491
nezamestnanost.17	1.3218	0.7895	1.674	0.103004
HDP.18	0.0143	0.1354	0.106	0.916479
nezamestnanost.18	2.8143	0.7576	3.715	0.000706 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.449 on 35 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.7154, Adjusted R-squared: 0.5853
F-statistic: 5.498 on 16 and 35 DF, p-value: 1.292e-05

Estimation results for equation nezamestnanost:

=====

nezamestnanost = HDP.11 + nezamestnanost.11 + HDP.12 + nezamestnanost.12 + HDP.13 + nezamestnanost.13 + HDP.14 + nezamestnanost.14 + HDP.15 + nezamestnanost.15 + HDP.16 + nezamestnanost.16 + HDP.17 + nezamestnanost.17 + HDP.18 + nezamestnanost.18

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
HDP.11	-0.0733683	0.0314284	-2.334	0.0254 *
nezamestnanost.11	-0.2098049	0.1689755	-1.242	0.2226
HDP.12	0.0009187	0.0370785	0.025	0.9804
nezamestnanost.12	-0.0107406	0.1662403	-0.065	0.9489
HDP.13	-0.0056698	0.0368825	-0.154	0.8787
nezamestnanost.13	-0.1208655	0.1561686	-0.774	0.4442
HDP.14	-0.0172551	0.0361531	-0.477	0.6361
nezamestnanost.14	0.0154810	0.1573005	0.098	0.9222
HDP.15	0.0356647	0.0359156	0.993	0.3275
nezamestnanost.15	0.0058413	0.1520391	0.038	0.9696
HDP.16	-0.0147692	0.0372435	-0.397	0.6941
nezamestnanost.16	-0.4191191	0.1626708	-2.576	0.0144 *
HDP.17	-0.0634701	0.0357514	-1.775	0.0845 .
nezamestnanost.17	-0.2483907	0.1730376	-1.435	0.1600
HDP.18	0.0136111	0.0296695	0.459	0.6492
nezamestnanost.18	-0.1101425	0.1660535	-0.663	0.5115

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.3176 on 35 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.4517, Adjusted R-squared: 0.2011
F-statistic: 1.802 on 16 and 35 DF, p-value: 0.07196

Covariance matrix of residuals:

	HDP	nezamestnanost
HDP	2.0941	-0.15639
nezamestnanost	-0.1564	0.09827

Correlation matrix of residuals:

	HDP	nezamestnanost
HDP	1.0000	-0.3448
nezamestnanost	-0.3448	1.0000

V rámci modelu vektorového autoregresního procesu řádu 1 VAR(1) je v obou rovnicích HDP i nezaměstnanosti statisticky průkazná p-hodnota koeficientu HDP se zpožděním 1. Také p-hodnota F-statistiky je statisticky průkazná, proto lze předpokládat, že je model správně specifikován a jedná se o vhodný model. Nevýznamnost koeficientu nezaměstnanosti prvního zpoždění může naznačovat se jedná o jednostrannou Grangerovu kauzalitu.

```
> hdpm1.odhad4 <- VAR(hdpnez, p = 1, type = "none"); summary(hdpm1.odhad4)
```

VAR Estimation Results:

```
=====
Endogenous variables: HDP, nezamestnanost
Deterministic variables: none
Sample size: 58
Log Likelihood: -132.921
Roots of the characteristic polynomial:
0.6651 0.1945
Call:
VAR(y = hdpnez, p = 1, type = "none")
```

Estimation results for equation HDP:

```
=====
HDP = HDP.l1 + nezamestnanost.l1
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
HDP.l1	0.6341	0.1022	6.203	7.08e-08 ***
nezamestnanost.l1	-0.4343	0.8090	-0.537	0.593

 signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.973 on 56 degrees of freedom
 Multiple R-Squared: 0.5126, Adjusted R-squared: 0.4952
 F-statistic: 29.45 on 2 and 56 DF, p-value: 1.822e-09

Estimation results for equation nezamestnanost:

```
=====
nezamestnanost = HDP.l1 + nezamestnanost.l1
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
HDP.l1	-0.05906	0.01627	-3.63	0.000615 ***
nezamestnanost.l1	-0.16353	0.12876	-1.27	0.209305

 signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.314 on 56 degrees of freedom
 Multiple R-Squared: 0.1974, Adjusted R-squared: 0.1688
 F-statistic: 6.889 on 2 and 56 DF, p-value: 0.002115

Covariance matrix of residuals:

	HDP	nezamestnanost
HDP	3.7927	-0.15894
nezamestnanost	-0.1589	0.09842

Correlation matrix of residuals:

	HDP	nezamestnanost
HDP	1.0000	-0.2602
nezamestnanost	-0.2602	1.0000

Obr. 20: Model VAR(1)

VERIFIKACE MODELU

Z grafů skutečných a vyrovnaných hodnot na Obr. 21 a 22 lze vidět, že se podařilo vypsát obě časové řady HDP a nezaměstnanosti Finska vyrovnanými hodnotami. Z obou grafů reziduí lze pozorovat stacionaritu reziduí.

V korelogramu ACF reziduí pro mezičtvrtletní růst HDP na Obr. 23 je významná hodnota pro 4. zpoždění, což naznačuje průkaznou autokorelaci 4. řádu. Zároveň v korelogramu reziduí čtvrců lze pozorovat významnost hodnotu 4. zpoždění, může se tedy jednat o podmíněnou heteroskedasticitu. Také v korelogramu ACF reziduí pro nezaměstnanost hodnoty 6. zpoždění nabývají na průkaznosti. Portmanteau test však neprokázal nevýznamnost autokorelace, a to na hladině významnosti 5 %.

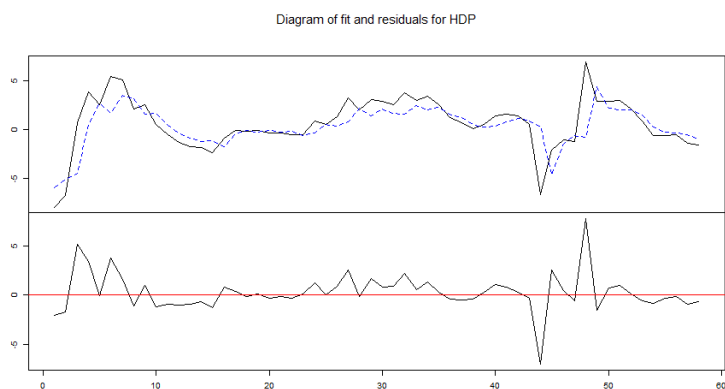
ARCH testem byla zamítnuta nulová hypotéza o nevýznamnosti podmíněné heteroskedasticity, proto lze očekávat, že je s 5% rizikem podmíněná heteroskedasticita statisticky průkazná, avšak se pravděpodobně jedná o nahodilou záležitost kvůli významnému výkyvu během koronavirové krize.

Test šikmosti, Skewness test, na základě p-hodnoty 0,303 nezamítl nulovou hypotézu o normalitě reziduí, jsou tedy symetricky rozložena kolem průměru. Jarque-Bera a Kurosis test (test špičatosti) však normalitu reziduí zamítly, proto lze předpokládat, že nejsou normálně rozdělena, a to pravděpodobně kvůli odlehilým hodnotám, které se ve sledovaných časových řadách nacházejí a způsobují tak vyšší špičatost.

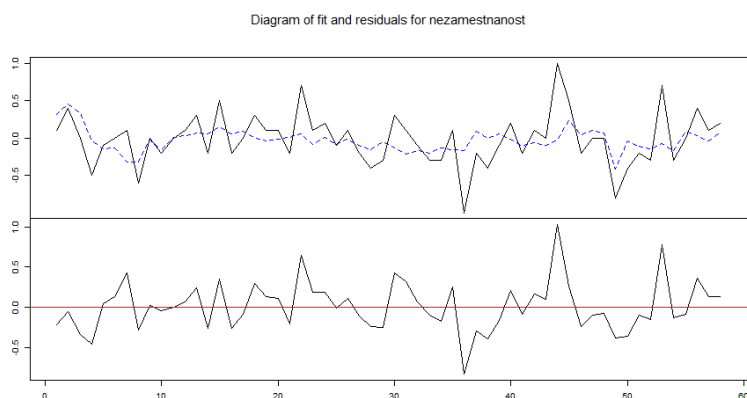
Rezidua tak vykazují vlastnosti bílého šumu.

Tab. 8: Verifikační testy

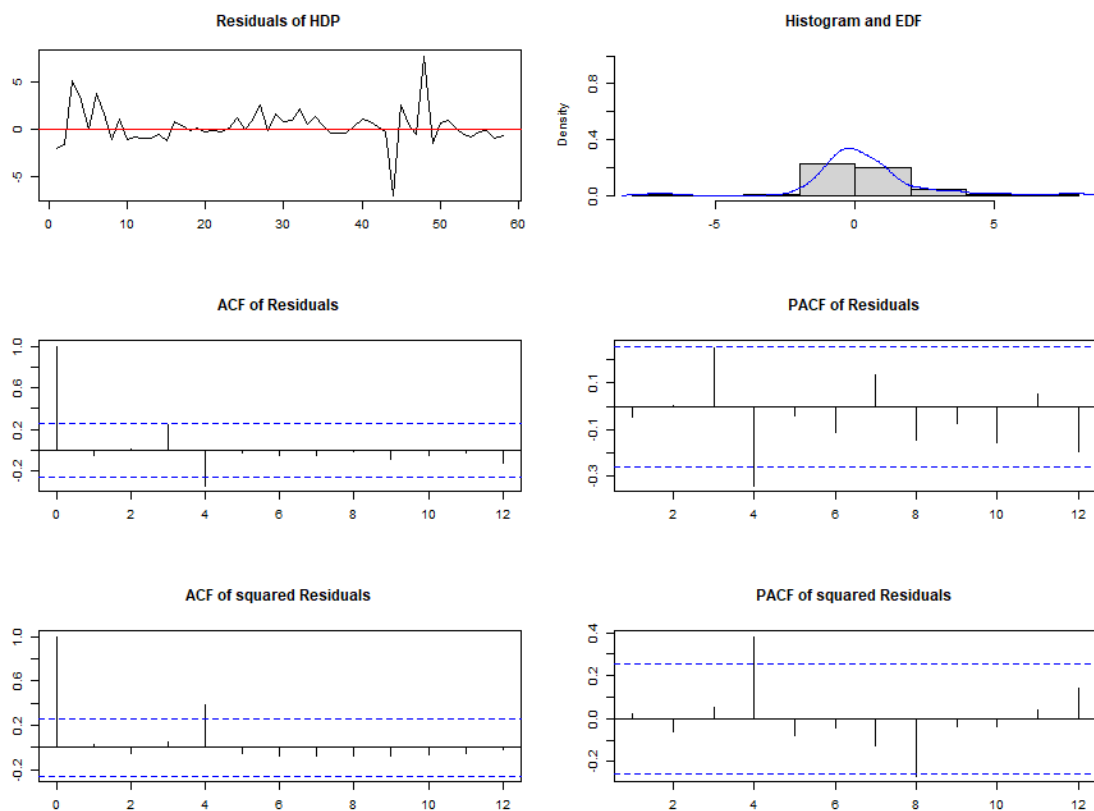
Název testu	Nulová hypotéza	p-hodnota	závěr
Jarque-Bera test	Normalita reziduí	<0,01	H_0 zamítá
Skewness test	Normalita reziduí (není šikmost)	0,303	H_0 nezamítá
Kurtosis test	Normalita reziduí (není vyšší špičatost)	<0,01	H_0 zamítá
Portmanteau test	Nevýznamná autokorelace	0,731	H_0 nezamítá
ARCH test	Nevýznamná podmíněná heteroskedasticita	0,046	H_0 zamítá



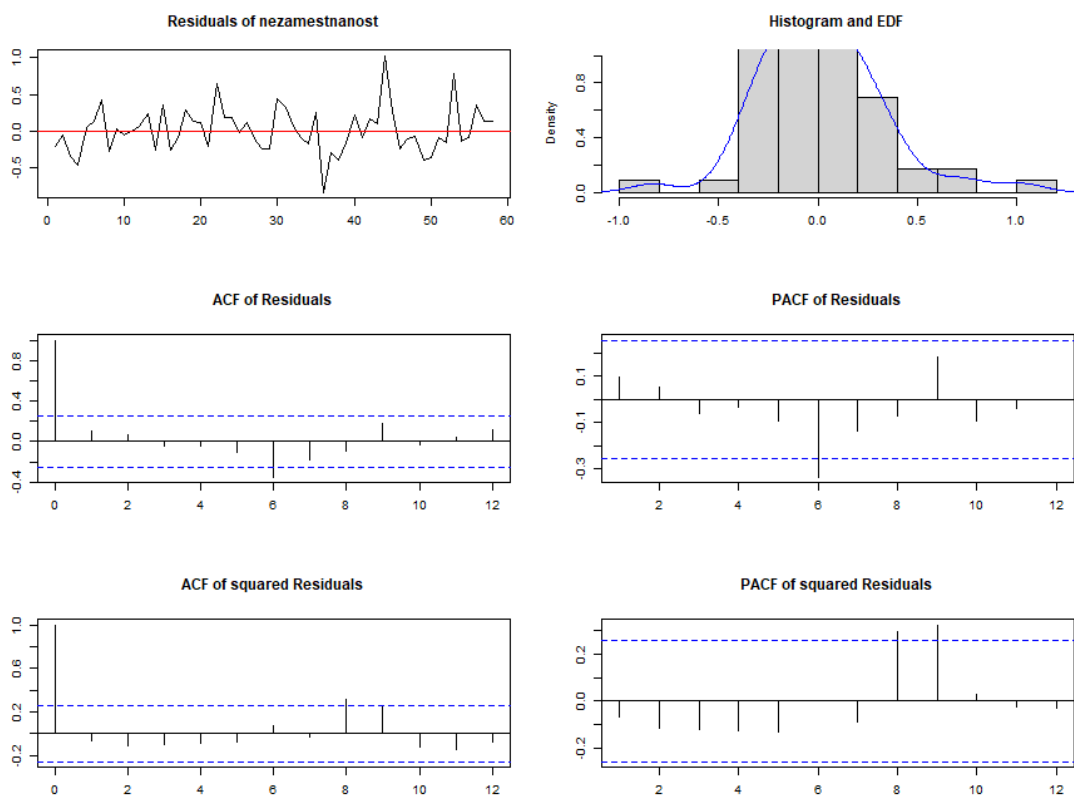
Obr. 21: Graf vyrovnaných hodnot HDP



Obr. 22: Graf vyrovnaných hodnot pro nezaměstnanost



Obr. 23: Graf reziduí, histogram, ACF a PACF reziduí a jejich čtverců pro HDP



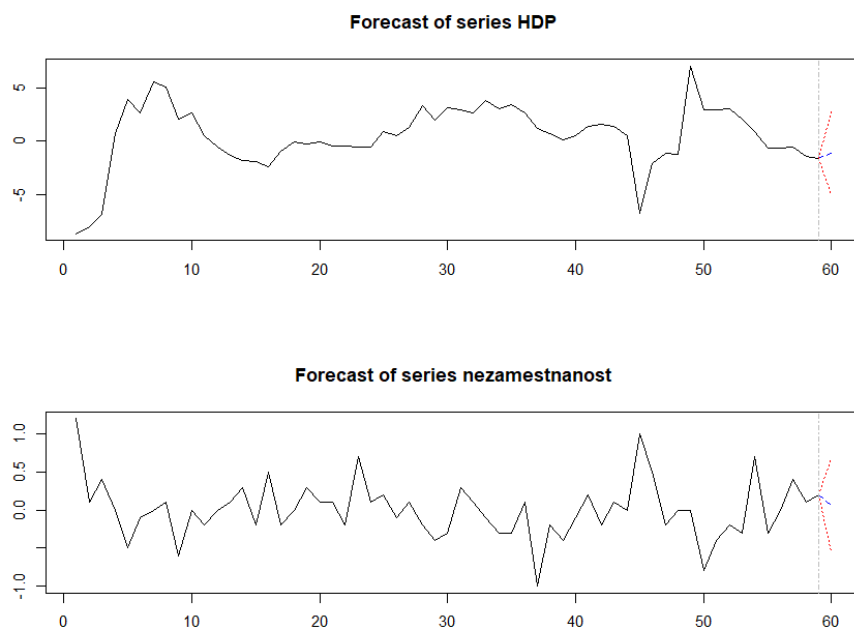
Obr. 24: Graf reziduí, histogram, ACF a PACF reziduí a jejich čtverců pro nezaměstnanost

PREDIKCE – jednokroková i vícekroková

V prvním čtvrtletí roku 2024 je predikována hodnota mezičtvrtletního růstu HDP -1,10 %. Oproti čtvrtému čtvrtletí předchozího roku tedy klesne HDP Finska o 1,10 %. Nezaměstnanost ve Finsku nabude v prvním čtvrtletí roku 2024 o 0,06 % než v předchozím období.

V Tab. 9 jsou uvedeny předpovědi mezičtvrtletního procentního růstu HDP a předpovědi nezaměstnanosti ve Finsku pro následujících 10 období, tj. až do druhého čtvrtletí roku 2026. V budoucích obdobích bude docházet k navyšování mezičtvrtletního růstu HDP. To znamená, že pokles oproti předchozímu čtvrtletí se bude vždy o něco menší. Na konci predikce se očekává, že mezičtvrtletně dojde k poklesu HDP ve Finsku o -0,027 %.

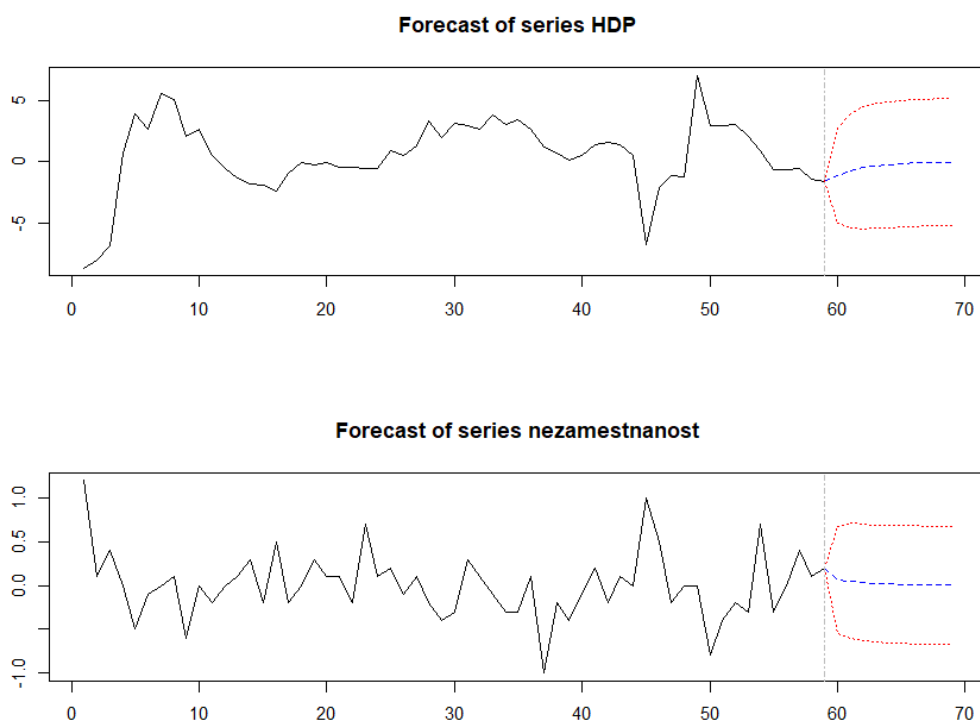
Jelikož byla provedena stacionarizace časové řady nezaměstnanosti, jedná se spíše o procentní změnu nezaměstnanosti než absolutní úroveň. V prvním čtvrtletí roku 2024 se očekává změna nezaměstnanosti o 0,06 procentního bodu. Během predikovaného období se předpokládá, že mezičtvrtletní změny nezaměstnanosti budou kladné, to znamená, že bude docházet k nárůstu nezaměstnanosti. Lze pozorovat, že každým predikovaným čtvrtletím tato mezičtvrtletní změna klesá. Ve druhé čtvrtletí roku 2024 je očekáván růst nezaměstnanosti o 0,015 p. b. oproti třetímu čtvrtletí stejného roku.



Obr. 25: Jednokroková predikce HDP a nezaměstnanosti ve Finsku

Tab. 9: Předpovědi HDP a nezaměstnanosti ve Finsku pro následujících 10 období a jejich intervaly spolehlivosti

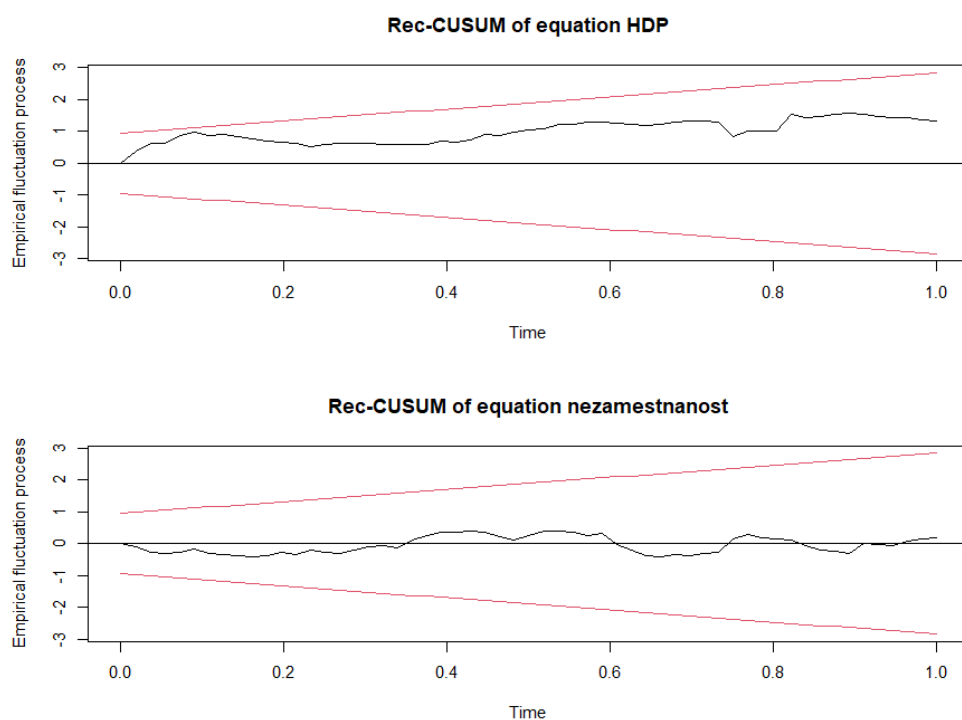
Období	Předpověď HDP ve Finsku	Předpověď nezaměstnanosti ve Finsku	95% interval spolehlivosti			95% interval spolehlivosti		
			CI	Dolní	Horní	CI	Dolní	horní
Q1:2024	-1,1014	0,0618	3,8667	-4,9814	2,7653	0,6154	-0,5536	0,6772
Q2:2024	-0,7252	0,0549	4,6219	-5,3471	3,8966	0,6554	-0,6004	0,7103
Q3:2024	-0,4837	0,0338	4,9211	-5,4048	4,4373	0,6662	-0,6323	0,7000
Q4:2024	-0,3214	0,0230	5,0475	-5,3689	4,7260	0,6711	-0,6481	0,6941
Q1:2025	-0,2138	0,0152	5,1024	-5,3162	4,8886	0,6732	-0,6579	0,6884
Q2:2025	-0,1422	0,0101	5,1265	-5,2687	4,9843	0,6741	-0,6640	0,6842
Q3:2025	-0,0946	0,0067	5,1371	-5,2317	5,0426	0,6745	-0,6678	0,6813
Q4:2025	-0,0629	0,0045	5,1418	-5,2047	5,0789	0,6747	-0,6702	0,6792
Q1:2026	-0,0418	0,0029	5,1439	-5,1857	5,1021	0,6748	-0,6718	0,6778
Q2:2026	-0,0278	0,0019	5,1448	-5,1726	5,1170	0,6748	-0,6728	0,6768



Obr. 26: Vícekroková predikce HDP a nezaměstnanosti ve Finsku

POSOUZENÍ VHODNOSTI MODELU

Dle grafů rekurzivních sum reziduí zobrazených na Obr. 27 lze pozorovat, že hodnoty těchto rekurzivních kumulativních sum reziduí pro mezičtvrtletní růst HDP a nezaměstnanost nevybočují z pásu spolehlivosti. Není tedy zamítnuta nulová hypotéza o stabilitě parametru, tudíž lze parametry modelu považovat za stabilní.



Obr. 27: Graf rekurzivních sum reziduí pro HDP a nezaměstnanost Finska

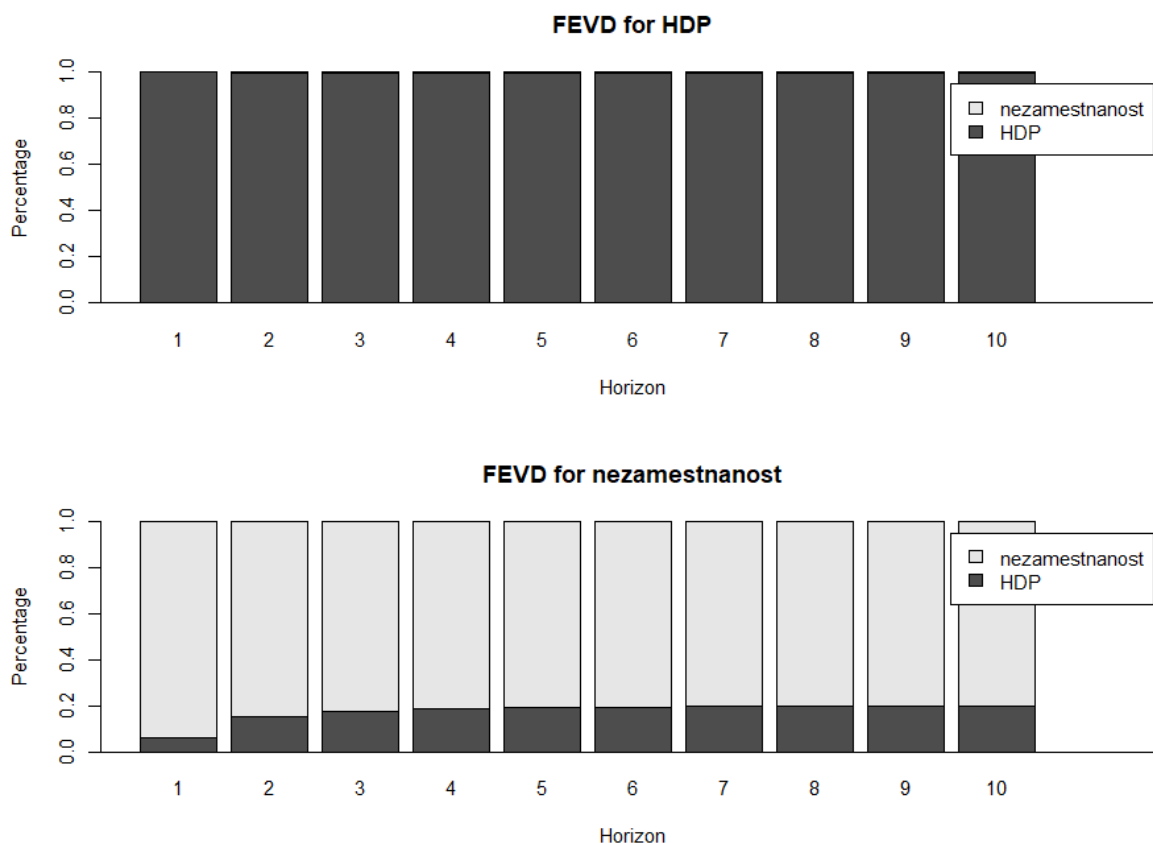
DEKOMPOZICE CHYBY PŘEDPOVĚDI

Na Obr. 28 je zobrazena dekompozice chyby předpovědi pro HDP a nezaměstnanost Finska. Lze pozorovat, že v 1. horizontu HDP závisí samo na sobě. Dle Tab. 10, vliv nezaměstnanosti narůstá s dalším zpožděním, avšak hodnoty jsou téměř nulové.

V prvním zpoždění má nezaměstnanost větší vliv sama na sobě. Vliv HDP na nezaměstnanost postupně mírně narůstá, maximálně však do cca 20 %.

Tab. 10: Dekompozice chyby předpovědi pro HDP a nezaměstnanost pro horizont 1-10

Horizont	HDP		Nezaměstnanost	
	HDP	Nezaměstnanost	HDP	nezaměstnanost
1	1,00000	0,00000	0,06233	0,93766
2	0,99686	0,00313	0,15111	0,84888
3	0,99662	0,00337	0,17630	0,82369
4	0,99646	0,00353	0,18819	0,81180
5	0,99640	0,00359	0,19319	0,80680
6	0,99638	0,00361	0,19540	0,80459
7	0,99637	0,00362	0,19638	0,80362
8	0,99636	0,00363	0,19681	0,80319
9	0,99636	0,00363	0,19699	0,80300
10	0,99635	0,00363	0,19708	0,80292



Obr. 28: Dekompozice chyby předpovědi pro HDP a nezaměstnanost pro horizont 1-10

TESTOVÁNÍ GRANGEROVY KAUZALITY

Při testování Grangerovi kauzality HDP směrem k nezaměstnanosti byla zamítnuta nulová hypotéza, lze tedy identifikovat jednosměrný vztah od HDP k nezaměstnanosti neboli, že veličina HDP předbíhá veličinu nezaměstnanosti. Naopak testováním Grangerovi kauzality nezaměstnanosti směrem k HDP nebyl tento vztah prokázán.

Tab. 11: Testování Grangerovi kauzality

Název testu	Nulová hypotéza	p-hodnota	závěr
Granger kauzality test	HDP v Grangerovském smyslu kauzálně neovlivňuje nezaměstnanost	<0,01	H ₀ zamítá
	Nezaměstnanost v Grangerovském smyslu kauzálně neovlivňuje HDP	0,5924	H ₀ nezamítá

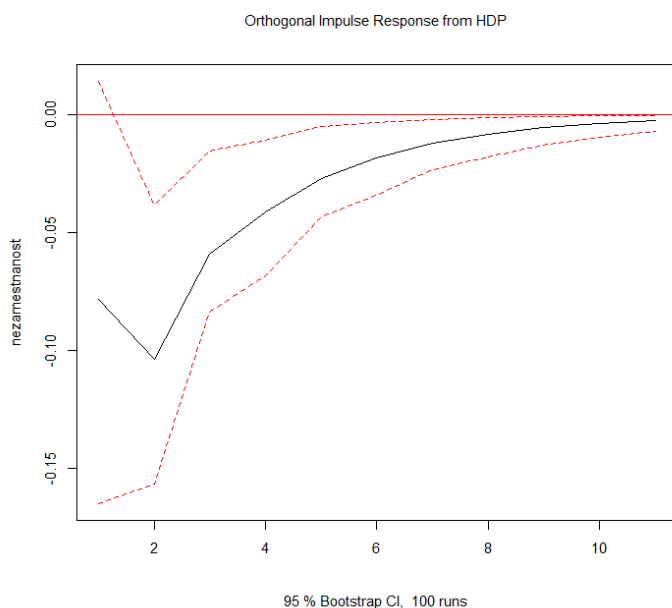
ANALÝZA „IMPULS-REAKCE“

Dle Obr. 29 lze vidět, že statisticky významný jednotkový šok v HDP, který nastává ve 2. čtvrtletí, způsobí negativní reakci nezaměstnanosti. Tento šok způsobí pokles čtvrtletní nezaměstnanosti o 0,10 násobek směrodatné odchylky. V dalších obdobích vliv klesá, ale je stále negativní, postupně se však stává nevýznamným, neboť horní interval se blíží hodnotě 0.

HDP reaguje na statisticky průkazný jednotkový šok nezaměstnanosti negativně. Ve druhém čtvrtletí dochází vlivem jednotkové změny v nezaměstnanosti k poklesu HDP o 0,13 násobek směrodatné odchylky. Postupně se však reakce HDP snižuje.

Tab. 12: Analýza impuls-reakce (impuls = HDP) a 95% interval spolehlivosti

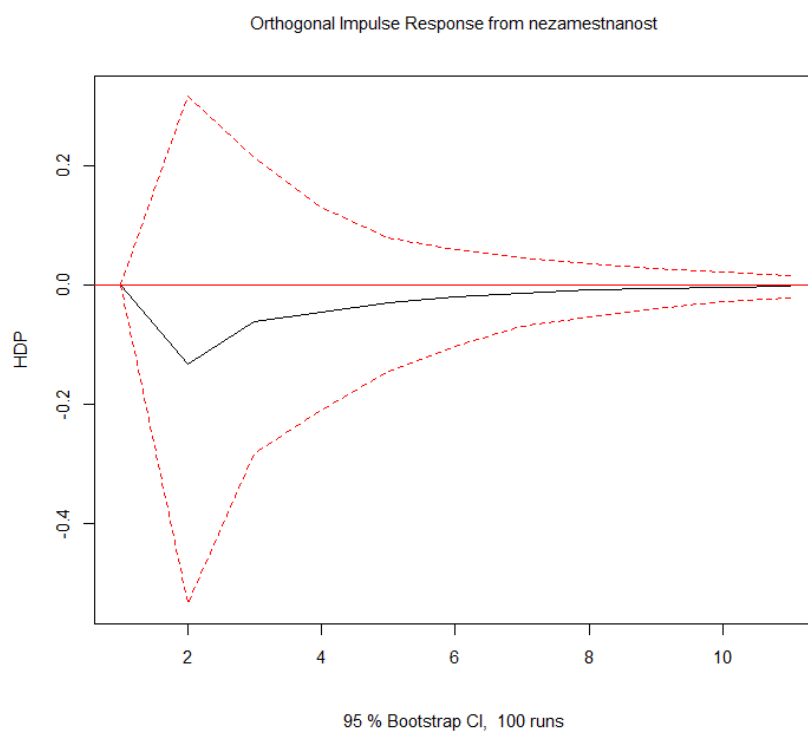
Zpoždění	Reakce nezaměstnanosti	Dolní interval (95 %)	Horní interval (95 %)
1	-0,0784	-0,1769	0,0421
2	-0,1037	-0,1521	-0,0424
3	-0,0589	-0,1024	-0,0182
4	-0,0411	-0,0735	-0,1180
5	-0,0269	-0,0522	-0,0065
6	-0,0180	-0,0374	-0,0035
7	-0,0119	-0,0277	-0,0019
8	-0,0079	-0,0206	-0,0010
9	-0,0053	-0,0153	-0,0005
10	-0,0035	-0,0118	-0,0002
11	-0,0023	-0,0091	-0,0001



Obr. 29: Graf Impuls-reakce analýzy (impuls = HDP)

Tab. 13: Analýza impuls-reakce (impuls = nezaměstnanost) a 95% interval spolehlivosti

Zpoždění	Reakce HDP	Dolní interval (95 %)	Horní interval (95 %)
1	0,0000	0,0000	0,0000
2	-0,1321	-0,6035	0,3684
3	-0,0621	-0,3089	0,1517
4	-0,0463	-0,2447	0,1277
5	-0,0298	-0,1484	0,0845
6	-0,0200	-0,1143	0,0637
7	-0,0132	-0,0845	0,0461
8	-0,0089	-0,0643	0,0352
9	-0,0059	-0,0483	0,0266
10	-0,0039	-0,0364	0,0185
11	-0,0026	-0,0274	0,0128



Obr. 30: Graf impuls-reakce analýzy (impuls=nezaměstnanost)