

תרגיל רטוב 2

מבנה נתונים

מגישות:

נתלי אטינגין 209051275

טל פלג 316276955

תיאור כללי של התוכנית:

נשתמש במבנה הנתונים unionFind על מנת לתחזק את הקבוצות. כל קבוצה תכיל מידע על השחקנים שלה, בעזרת עץ level-ים, כך שכל צומת בעץ ישמור נתונים על מספר השחקנים בlevel מסויים. נשמור גם עץ level-ים כללי עבור כל השחקנים במשחק. בנוסף נשתמש במבנה הנתונים hashTable כדי לשמור את כל השחקנים במשחק.

מבני הנתונים:

:UnionFindGroup

נשתמש במבנה הנתונים UnionFind ונממש אותו בעזרת עצים הפוכים, ואיחוד וכיווץ מסלולים כפי שראינו בהרצאה. ה-UnionFind יכיל מערך בגודל $k+1$ כך שכל תא בו יצביע לקבוצה וכל קבוצה תצביע ל-group_info, שיכיל מידע על הקבוצה. בהתחלה נאתחל את ה-father של כל קבוצה להיות nullptr. בהמשך, כאשר נתחיל לאחד קבוצות, אז תחת כל קבוצה, יהיו מספרי הקבוצות שאיחדנו - שהם מייצגים קבוצה אחת, וכל אחד ממספרי הקבוצה יהיה בעץ הפוך - כך שכל האיברים בעץ זה יתייחסו לאותה הקבוצה. ה-father של השורש יהיה nullptr והשורש של העץ ההפוך יצביע למתאר - groupInfo שהוא יחזיק מידע על קבוצה.

:AVLLLevelTree

עץ AVL מסוג level. ה-data של העץ תהיה מסוג LevelInfo. בנוסף למידע הנ"ל ובנוסף למידע שכל צומת מחזיקה בעץ AVL רגיל, צומת בעץ AVLLLevelTree יכיל מידע נוסף:

sum_num_players - שומר את מספר השחקנים הנמצאים בתת עץ של הצומת.
sum_scale * int - מערך שכל תא בו מייצג score. בכל תא יהיה כתוב מספר השחקנים הנמצאים בscore המתאים בתת עץ של הצומת. בתא 0 לא יהיו כלל שחקנים כי אין שחקנים עם score=0.
level_sum_players - שומר את מספר השחקנים הנמצאים בתת עץ הנוכחי כפול מספר הצומת. בכל עדכון של העץ (insert, remove, merge) נעדכן את השדות הנוספים. העדכון יעשה רק על הצמתים הרלוונטים במסלול של הצומת ששונה כפי שראינו בהרצאה, (עדכון של עץ דרגות/סכומים). כל קבוצה תכיל עץ כנ"ל (בGroupInfo שלה) ובנוסף נחזיק עץ כנ"ל שיכיל את השלבים של כל השחקנים במשחק (ונספור בו את כל השחקנים הקיימים במשחק).

:hashTable

נשתמש במבנה הנתונים hash_table ונממש אותו בעזרת מערך דינאמי. בהתחלה הגודל של המערך יהיה 10, וכל פעם שהמערך יתמלא, נגדיל אותו פי 2. כל תא במערך יכיל עץ של שחקנים, AVLTree, שממויין לפי ה-id של השחקנים וכל צומת בעץ תהיה מסוג player_info. כל פעם שנרצה להכניס שחקן, נשתמש בפונקציית הערבול שלנו על ה-id של השחקן. כך נמצא את התא המתאים לשחקן ובתא המתאים נכניס את השחקן לעץ. פונקציית הערבול של המערך תהיה $h(x) = \text{mod } h$ כך ש-h מייצג את גודל המערך (לכן כל פעם שהמערך יגדל פונקציית הערבול תשנה בהתאם). לכן, בעזרת פונקציית הערבול והמערך הדינאמי קיבלנו פיזור אחיד של השחקנים ולכן כפי שראינו בהרצאה, הוצאה והכנסה של שחקנים תהיה בסיבוכיות של $O(1)$ בממוצע על הקלט.

:AVLITree

עץ AVL, כפי שראינו בהרצאות ובתרגולים, שה-data שלו תהיה מסוג PlayerInfo. כל צומת ב-hashTable יהיה מהסוג של AVLITree. בנוסף למבני הנתונים הנ"ל, נשמור מערך ששומר את כל השחקנים בכל המשחק בשלב 0 לפי score שלהם, (בתא 0 לא יהיו כלל שחקנים כי אין שחקנים עם score=0).

התוכנית שלנו תכיל את טיפוס הנתונים הבאים:

-Group

טיפוס נתונים שיכיל את המידע הבא:

group* father - הצומת אליה מצביעה הקבוצה בעץ ההפוך בunionFind

GroupInfo* group_info - מכיל את המידע של כל קבוצה.

int group_id - מספר הקבוצה

- GroupInfo

טיפוס נתונים שיכיל את המידע הבא:

<LevelInfo> AVLLevelTree - עץ level-ים מותאם מסוג LevelInfo שיכיל את כל השלבים במשחק שבהם השחקנים של אותה קבוצה נמצאים.

-int num_of_groups יכיל את מספר הקבוצות שנמצאות מתחת לgroup_info הנ"ל (לאחר איחוד הקבוצות). בהתחלה, נאתחל משתנה זה ל-1 עבור כל הקבוצות.

-int arr_size הגודל של המערך ששומר את השחקנים בשלב 0 לפי score שלהם, כלומר scale+1
-int* scale_level 0[arr_size] מערך ששומר את כל השחקנים בשלב 0 (בקבוצה) לפי score שלהם, (בתא 0 לא יהיו כלל שחקנים כי אין שחקנים עם score=0).

-LevelInfo

טיפוס נתונים שיכיל את המידע הבא:

-int num_level מספר השלב

-int this_num_level מספר השחקנים שנמצאים ב-level הנוכחי.

-int* scale_arr מערך שכל תא בו מייצג score. בכל תא יהיה כתוב מספר השחקנים הנמצאים ב-score המתאים (בlevel הנוכחי). בתא 0 לא יהיו כלל שחקנים כי אין שחקנים עם score=0.

-int arr_size הגודל של המערך ששומר את השחקנים לפי score שלהם, כלומר scale+1

-PlayerInfo

טיפוס נתונים שיכיל את המידע הבא:

-int player_id ה-id של השחקן

-int group_id מספר הקבוצה שהשחקן נמצא בה

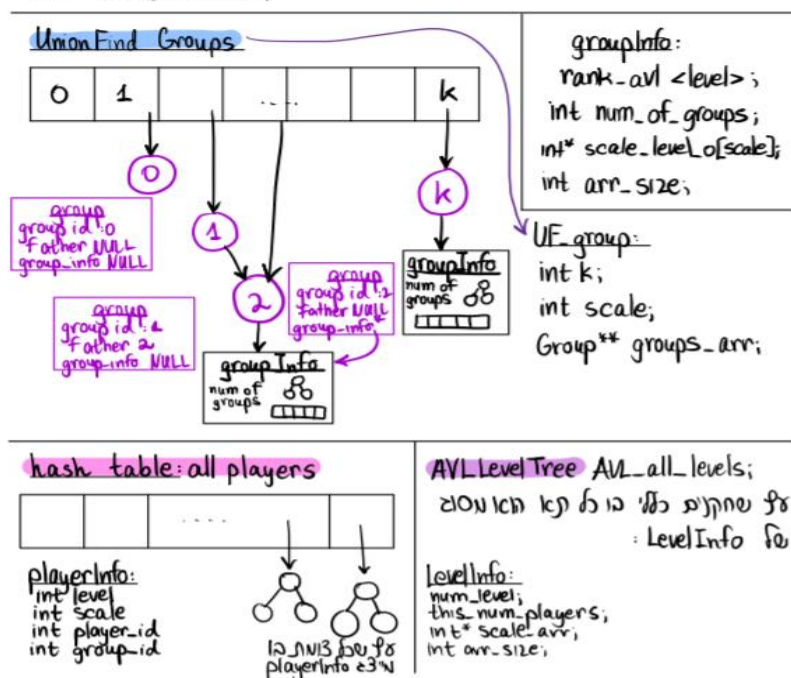
-int level השלב בו השחקן נמצא

-int scale הניקוד של השחקן

תמונה להמחשה:

Players Manager

```
HashTable <PlayerInfo> PlayersTable;  
AVLLevelTree AVL_all_levels;  
UnionFindGroup UF_Groups;  
int *scale_level_0;
```



פירוט על הפונקציות:

void* Init(int k, int scale)

נאתחל את כל המשתנים של ה-PlayersManager:
ב-scale נכניס את ה-scale קיבלנו – פעולה אחת.
ניצור מערך בגודל scale+1 ונאתחל אותו באפסים – מספר סופי של פעולות ולכן בסיבוכיות של $O(1)$ – מערך שישמש לספירת ניקוד השחקנים ברמה 0.
ניצור עץ level'ים ריק, כפי שראינו הפעולה תהיה בסיבוכיות של $O(1)$.
נאתחל את ה-hashTable למערך בגודל התחלתי של עשר, כל שכל תא הוא מסוג עץ AVL רגיל – תחילה הוא עץ ריק – זהו מספר קבוע של פעולות, לכן בסיבוכיות של $O(1)$.
ניצור מערך מסוג group* בגודל k כמספר הקבוצות במשחק. כל איבר במערך יצביע לצומת מסוג group, כלומר נאתחל k איברים, ובכל צומת, ה-father יהיה nullptr, וה-group_id יהיה מספר בין 1 ל-k. בנוסף יהיה מבציע לאיבר מסוג group_info שאותו ניצור כך ש-num_of_groups שלו יהיה 1 וה-level_avl tree יהיה עץ ריק. סה"כ סיבוכיות של $O(k)$.
לכן, סך כל אתחול המערכת יהיה בסיבוכיות של הפונקציה תהיה $O(k)$ כנדרש.

StatusType mergeGroups(void *DS, int GroupID1, int GroupID2)

כפי שראינו בהרצאה, נאחד 2 קבוצות ע"י פעולת ה-union, כלומר ניקח את השורש של הקבוצה הקטנה יותר כך שה-father שלו יצביע לשורש של הקבוצה הגדולה יותר.
נחפש את שני השורשים של שני הקבוצות על ידי פעולת ה-find – במהלך פעולה זו נבצע כיוון העצים ההופכים – כפי שנלמד בהרצאה בסיבוכיות של $O(\log*k)$.
כעת נרצה לאחד בין שני ה-group_info.
ה-num_of_groups החדש יהיה הסכום של 2 ה-num_of_groups של כל קבוצה.
בנוסף נאחד את 2 עצי ה-level'ים שלנו:
נהפוך כל עץ למערך ממויין, הפעולה תתבצע בסיבוכיות של $O(n)$, משום שמספר הצמתים בעץ הוא לכל היותר כמספר השחקנים – לכן פעולה זו חסומה על ידי סיבוכיות זו.
כעת נאחד את 2 המערכים למערך ממויין אחד – בסיבוכיות של $O(2n)$ לכל היותר כלומר בסיבוכיות של $O(n)$. נשים לב כי אם יש לנו את אותו ה-level השני המערכים – נאחד אותם ונכניס אותו פעם אחת בלבד. האיחוד של ה-level'ים לוקח מספר סופי של פעולות ולכן בסיבוכיות של $O(1)$. לכן בסה"כ איחוד שני העצים למערך לוקח $O(n)$.
ולבסוף, נהפוך את המערך הממויין לעץ. הפעולה תתבצע בסיבוכיות של $O(n)$.
בסה"כ, כל הפעולות האיחוד של 2 העצים יהיו בסיבוכיות של $O(n)$.
בנוסף נאחד את שני המערכים של ה-scale_level_0 – מספר סופי של פעולות ולכן לוקח $O(1)$.
לאחר מכן נמחק את ה-group_info של הקבוצה הקטנה יותר.
כעת, נעדכן את המצביעים, עבור השורש של הקבוצה הקטנה, נעדכן את המצביע group_info ל-nullptr.
מכיוון שאנו עובדים עם עצים הפוכים, כפי שראינו בהרצאה, סה"כ הסיבוכיות של כל הפונקציה תהיה $O(\log*k+n)$.

StatusType AddPlayer(void *DS, int PlayerID, int GroupID, int score)

תחילה ניצור משתנה חדש מסוג player_info ונוסיף אותו ל-hash table – בסיבוכיות של $O(1)$ בממוצע על הקלט – משום שעל ידי פונקציית העירבול שפירטנו עליה למעלה יתבצע פיזור אחיד.
בגלל שהשחקן הוא מ-level 0 בתחילת המשחק, אז אחד לתא במערך scale_level_0 עם scale של השחקן שקיבלנו.
כעת נוסיף אותו לקבוצה הרלוונטית – ראשית נחפש את הקבוצה ב-UnionGroup על ידי פקודת ה-Find שתוך כדי עושה כיוון עצים הפוכים ולכן סיבוכיות זו תהיה $O(\log*k)$. שם נעדכן את מערך ה-level באותו האופן שעשינו במערך הכללי.
בנוסף נעדכן את מספר השחקנים בכל המערכת – פעולה אחת.
סה"כ הסיבוכיות במשוערכת בממוצע על הקלט תהיה $O(\log*k)$.

StatusType RemovePlayer(void *DS, int PlayerID)

נלך ל-hash table של כל השחקנים במשחק וניצור משתנה זמני מסוג player_info_to_remove נשמור את scoren level, ו-group של השחקן שאנו רוצים למחוק. נוכל למצוא אותו בסיבוכיות של $O(1)$ בממוצע על הקלט.
נלך ל-hash table של כל השחקנים במשחק ונסיר אותו מהעץ הרלוונטי. בעזרת הפונקציה עירבול יצרנו פיזור אחיד ולכן ההסרה תעשה גם כן בסיבוכיות של $O(1)$.
אם ה-level של השחקן הוא 0 – נעדכן את התא המתאים במערך של scoren של השחקנים מרמה אפס – פעולה אחת בסיבוכיות של $O(1)$.
אחרת, נלך לעץ ה-levelים הכללי. נמצא את הצומת המתאים בסיבוכיות של $O(m)$ כאשר m זה מספר ה-levelים שיש במשחק. מספר ה-levelים השונים הוא לכל היותר n ולכן הסיבוכיות תהיה $O(n)$ בפעולה זו.
אם נראה שיש שם רק שחקן אחד – אז נסיר את הצומת ונעדכן את כל הצמתים שבהם עברנו בחיפוש צומת זה באופן רקורסיבי את הדרגות בהתאם – העדכון יהיה מספר סופי של פעולות ולכן כל עדכון יקח $O(1)$. אם יש ב-level הזה יותר משחקן אחד – אז רק נעדכן בצומת את מספר השחקנים ואת מספר המערך scale ונעדכן גם את מסלול החיפוש באותו האופן כמו שעידכנו למעלה. בסה"כ פעולה זו לוקחת $O(m)$ כאשר n זה מספר השחקנים במשחק.
כעת נלך לקבוצה המתאימה בעזרת המערך של הקבוצות. מכיוון שאנו עובדים עם עצים הפוכים הסיבוכיות המשוערכת תהיה $O(\log^*k)$ כאשר נשתמש בפקודת findn. בקבוצה הרלוונטית נלך ל-group_info ולעץ ה-levelים ונעדכן אותו כפי שעידכנו את עץ ה-levelים הכללי ולכן הפעולה תיקח גם $O(\log m)$ כאשר m זה מספר השלבים.
סה"כ הסיבוכיות הכוללת תהיה $O(\log^*k + \log m)$. בגלל שמספר ה-levelים במשחק הוא לכל היותר n מתקיים כי הסיבוכיות הכוללת היא: $O(\log^*k + \log n)$ משוערכת בממוצע על הקלט.

StatusType IncreaseIDLevel (void *DS, int PlayerID, int LevelIncrease)

נמצא את השחקן הרלוונטי ב-hashTable ונעדכן את ה-level שלו ל-level בחדש, ונשמור בצד את המספר קבוצה של השחקן, ה-level הנוכחי (כלומר לפני העדכון) וה-score שלו.
אם ה-level הישן של השחקן היה 0, נעדכן את מערך ה-score_level_0 הכללי – פעולה אחת ולכן בסיבוכיות של $O(1)$.
כעת נעדכן את עץ ה-levelים הכללי. אם הצומת של ה-level החדש קיים – נחפש אותו באופן רקורסיבי ונעדכן את התא בהתאם. לאחר מכן נעדכן את כל הדרגות שלו שעברנו בהם במהלך החיפוש – בסה"כ פעולה זו תיקח סיבוכיות של $O(m)$ כאשר זה מספר ה-levelים השונים שיש במשחק.
אם ה-old_level היה שונה מאפס – נחפש אותו בעץ, אם היה בו רק שחקן אחד אז נמחק אותו, אחרת נעדכן אותו. ולאחר מכן נעדכן את כל דרגות הצמתים שעברנו בהם במהלך החיפוש של הצומת המתאים. פעולות העדכון הן פעולות סופיות בסיבוכיות של $O(1)$ ולכן בסה"כ נקבל שפעולה זו תיקח לנו $O(\log m)$.
כעת נעשה באותו אופן מה שעשינו גם בקבוצה המתאימה על ידי המידע שהוצאנו בהתחלה מה-hashTable. פעולה ה-findn ב-unionfind לוקחת $O(\log^*k)$ כי תוך כדי נעשה כיווץ עצים ולכן בסה"כ העדכון הכולל של כל המערכת ייקח $O(\log^*k + \log m)$, m שווה לכל היותר n כמספר השחקנים במערכת ולכן חסם לסיבוכיות זו תהיה $O(\log^*k + \log n)$ ולכן זו תהיה הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט.

בובוס: על מנת לממש את הפעולה הנ"ל בסיבוכיות של $O(\log^*k + \log n)$ משוערכת – לא בממוצע על הקלט, במקום ה-hashTable נוכל להשתמש בעץ trie כאשר הא"ב שלנו הוא כל הספרות מ-0 עד 9. במצב זה, חיפוש שחקן ייקח בסיבוכיות של $O(10)$ שזה יהיה $O(1)$ כי 0 זה מספר סופי, ועדיין החיפוש של הרמה שאותה אנחנו רוצים לשנות יהיה $O(\log n)$ בעץ ה-levelים הכללי ובעצי ה-levelים שבכל קבוצה.

StatusType changePlayerIDScore(void *DS, int PlayerID, int NewScore)

נמצא את השחקן הרלוונטי באמצעות hash table. נעדכן את score שלו ונשמור את המספר קבוצה של השחקן, level והscore הנוכחי (כלומר לפני העידכון).
אם level שם השחקן הוא 0 – נבצע עדכון ב scale_level_0 – הוספת אחד בתא של scoren החדש והורדת אחד בתא של score הישן. מספר פעולות סופי שלוקח $O(1)$.
אם level שלו אינו אפס – נעדכן גם את עץ ה level הכללי.
נחפש שם את הצומת הרלוונטי, כלומר הצומת עם level של השחקן. נעדכן את מערך scalen בהתאם ל score החדש של השחקן. הסיבוכיות תהיה $O(\log m)$ - חיפוש הצומת בעץ. בנוסף, בגלל שחיפשנו את הצומת באופן רקורסיבי, כל פעם שנעלה שלב אחד למעלה במסלול החיפוש נעדכן את הדרגה המתאימה של מערך הדרגות באופן דומה.
כעת נלך לקבוצה המתאימה בעזרת המערך של הקבוצות. מכיוון שאנו עובדים עם עצים הפוכים הסיבוכיות המשוערכת תהיה $O(\log^* k)$ כפי שהסברנו בפונקציות קודמות. בקבוצה הרלוונטית נלך ל player_info ולעץ level ונעדכן אותו כפי שעידכנו את עץ ה level הכללי ולכן הפעולה תיקח גם $O(\log m)$ כאשר m זה מספר השלבים.
סה"כ הסיבוכיות של הפונקציה תהיה $O(\log^* k + \log m)$ וכפי שהסברנו מקודם, מספר ה level הוא לכל היותר n ולכן הסיבוכיות תהיה בסה"כ $O(\log^* k + \log n)$.

StatusType GetPercentOfPlayersWithScoreInBounds (void *DS, int GroupID, int score, int lowerLevel, int higherLevel, double * players)

נבדוק אם GroupID שווה לאפס. במידה וכן נלך לעץ ה level הכללי של כל השחקנים.
תחילה נבדוק אם lowerLevel שווה לאפס. במידה וכן, נעבור על המערך ששומר את כל השחקנים ב level 0 ונסכום את מספר השחקנים בו. מכיוון שהמערך הוא בגודל $scale+1$, כלומר גודל קבוע, המעבר על המערך יהיה בסיבוכיות של $O(1)$. בנוסף, נלך במערך ה"ל לתא עם ה-score שקיבלנו ונשמור את מספר השחקנים הנמצאים בשלב זה.
לאחר מכן, נלך לעץ הכללי על מנת למצוא את מספר השחקנים שנמצאים ב level קטן או שווה ל- higherLevel. נעבור על העץ, במידה והצומת קטן או שווה ל- higherLevel, נוסף את מספר השחקנים בצומת ואת מספר השחקנים הנמצאים בתת עץ השמאלי של הצומת. לאחר מכן נמשיך לתת עץ הימני ונבצע את אותה בדיקה. נעצור כאשר נגיע לצומת שהיא nullptr. אם הצומת גדול מהצומת higherLevel, נמשיך לתת העץ השמאלי ונבצע את אותה בדיקה. גם כאן נעצור כאשר נגיע ל- nullptr. סה"כ הסיבוכיות של הפעולה הנ"ל תהיה $O(\log m)$, כפי שראינו בהרצאה על עץ סכומים וכאשר m הוא מספר השלבים בעץ, מספר השווה או קטן ל-n. נבצע שוב את אותה פעולה, אך כעת במקום לסכום את מספר השחקנים הכללי, נסכום את מספר השחקנים שה-score שלהם שווה ל-score שקיבלנו, בעזרת המערך סכומים. הפעולה תתבצע בדיוק באותה צורה של הסכימה של כל השחקנים ולכן גם הסיבוכיות שלה תהיה $O(\log m)$.
לאחר שמצאנו את מספר השחקנים ב level אפס ואת מספר השחקנים הנמצאים ב level קטן או שווה ל- higherLevel, נסכום אותם ונבדוק אם הם שווים לאפס. במידה וכן נזרוק שגיאה, אחרת, נחשב את האחוזים של מספר השחקנים ב score הנתון מתוך כלל השחקנים בטווח הנתון ונציב את התוצאה במשתנה players.
אם lowerLevel שונה מאפס, נלך לעץ ה level-ים ונסכום את כל השחקנים שנמצאים ב level קטן ממש מה lowerLevel, ואת מספר השחקנים שה-score שלהם שווה ל score הנתון ונמצאים בשלב קטן ממש מה lowerLevel. הפעולות הנ"ל יבוצעו כפי שביצענו את הפעולות עבור higherLevel ולכן יבוצעו בסיבוכיות של $O(\log m)$. לאחר מכן נבצע את אותה הפעולה עבור שחקנים בשלב שווה או קטן מה- higherLevel, כפי שראינו יתבצע בסיבוכיות של $O(\log m)$.
נחסר בין מספר השחקנים שמצאנו ב higherLevel לבין מספר השחקנים שמצאנו ב lowerLevel. אם מספר השחקנים שווה לאפס נחזיר שגיאה, אחרת נחשב את האחוזים של מספר השחקנים ב score הנתון מתוך כלל השחקנים בטווח הנתון ונציב את התוצאה במשתנה players.
במידה וה GroupID שונה מאפס, נחפש את הקבוצה המתאימה ב UnionFind, הדבר יתבצע בסיבוכיות של $O(\log^* k)$ משוערכת כפי שראינו בהרצאה ובקבוצה המתאימה נבצע את אותן פעולות שביצענו עבור GroupID ששווה לאפס.
סה"כ הסיבוכיות המשוערכת של הפונקציה תהיה $O(\log^* k + \log m)$ משוערכת כנדרש (מכיוון ש m קטן או שווה ל-n).

StatusType averageHighestPlayerLevelByGroup(void* DS, int GroupID, int m, double *avgLevel)

נבדוק אם ה GroupID שווה לאפס. במידה וכן נלך לעץ ה level הכללי של כל השחקנים. נשתמש בפונקציה שמוציאה את הסכום של המספר השחקנים הדרוש ולאחר מכן נחלק את הסכום הזה ב-m שקיבלנו. ראשית נבדוק את m גדול ממספר השחקנים שיש לנו בעץ (בהנחה והוא קטן ממספר השחקנים הכולל במערכת). אם כן, אז בעזרת הדרגה ששמרנו בכל צומת – נוציא מהשורש את הסכום הכולל של כל ה level שיש לנו בעץ ונבצע את החישוב (בגלל ששאר השחקנים הם מ-level 0 אז השלב שלהם לא תורם לנו לחישוב), אחרת, נלך לפונקציה.

הפונקציה בנוייה באופן הבא: היא מקבלת מצביע למשתנה int שהערך ההתחלתי שלו שווה ל-m – נקרא לו counter, ומצביע למשתנה double שהוא סוכם את הסכום הדרוש.

הפונקציה בנויה באופן רקורסיבי, כל שתנאי העצירה שלה הוא אם ה node שווה ל null או אם ה-counter שווה ל-0. אם לא, היא בודקת האם ה-bn הימני הוא null. אם כן, היא תיסכום את סכום השלבים הכולל של השחקנים שנמצאים בשורש שבו היא נמצאת בעזרת משתנה הדרגות ששמרנו בהתאם ל-counter, לאחר מכן תחסיר ממנו את כמות השחקנים שהיא סכמה, ותיכנס ברקורסיה לבן השמאלי של השורש.

אם ה-bn הימני הוא לא null – נבדוק קודם האם הדרגה הכוללת של סכום כל שחקנים של ה-bn הימני גדולה מה-counter – אם כן, ניכנס ברקורסיה עם ה-bn הימני לפונקציה, אם לא – נבדוק האם ה-counter של ה-bn הימני נמצא בין כלל השחקנים שיש בתת עץ הימני לבין כלל השחקנים שיש בתת עץ הימני ועוד מספר השחקנים בשורש. אם הוא נמצא שם, נבצע את הסכימה של ה level ונאפס את ה-counter ל-0. אם אף אחד מהתנאים לא מתקיים, זה אומר שלבן הימני יש מספר בנים קטן ממנה שאנחנו צריכים, לכן נסכום את ה-sלבבים של כל התת עץ הימני, ונקרא לרקורסיה עם ה-bn השמאלי. בסה"כ הפונקציה הזו ניעשת בסיבוכיות של $O(\log m)$ כי היא מבצעת מסלול חיפוש עד השורש הרלוונטי. בגלל ש-m הוא לכל היותר n הסיבוכיות תהיה $O(\log n)$. נעשה את אותה הפעולה על העץ של הקבוצה – בגלל שאנחנו משתמשים בפונקציית find ויש לנו עצים הפוכים, כפי שכבר פירטנו הסיבוכיות תהיה $O(\log^* k)$. ולכן בסה"כ הסיבוכיות המשוערכת תהיה $O(\log^* k + \log n)$.

void Quit(void **DS)

נמחק את כל מבני הנתונים שאנחנו צריכים למחוק בתוכנית:

נמחק את עץ ה level הכללי - נשתמש בפונקציית deleteTree() שמוחקת את העץ – נממש אותה בעזרת פונקציה פנימית שעוברת ומוחקת בצורה רקורסיבית את כל ה nodes.

נמחק את ה hashTable – מחיקת המערך – פעולה אחת שתיקח לכל היותר $O(n)$ כמספר השחקנים. בכל תא יימחק העץ שנמצא שם – ולכן הסיבוכיות מחיקת ה hashTable תיקח $O(n)$.

נמחק את ה unionFind על ידי מחיקת כל התאים במערך הקבוצות – שבמחיקתם ייקרא ההורס של ה groupInfo ושם נמחק את עץ ה level של כל קבוצת כפי שמחקנו את העץ הכללי.

מעבר על המערך ייקח $O(k)$ ומחיקת כל עץ בכל המבנה תיקח לכל היותר $O(m)$ ובגלל ש-m קטן יותר מ-n הסיבוכיות תהיה לכל היותר $O(n)$ ולכן בסה"כ המחיקה תהיה $O(n+k)$.

סיבוכיות מקום:

מערך דינאמי שסיבוכיות המקום שלו היא לכל היותר n ולכן הסיבוכיות תהיה $O(n)$.

בנוסף מערך של k קבוצות של ה-UnionFind שהיא $O(k)$ ולכן בסה"כ סיבוכיות המקום תהיה $O(n+k)$.