UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE

Instituto de Matemática, Estatística e Física

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

MINICURSO DE TESTES DE HIPÓTESES E INTERVALOS DE CONFIANÇA

Ministrantes: Débora Spenassato e Camila Gadret de Oliveira

Supervisor: Paul G. Kinas

Rio Grande, 2010

Programa 2:

- Teste para uma proporção;
- Teste para uma média;
- Teste para duas médias com variância desconhecida e comparação de duas médias;
- Teste para a variância de uma população normal;
- Teste para as variâncias de duas populações normais;
- Comparação de duas variâncias;
- Teste para duas proporções;
- e respectivos intervalos de confiança.

O teste t é usado em várias situações do cotidiano para fazer comparações entre uma ou mais médias, sejam elas dependentes ou não.

Há diferentes tipos de teste t para amostras independentes ou pareadas, variâncias iguais ou desiguais.

Nesse minicurso trataremos de inferências acerca dos parâmetros: média, variância e proporções para populações independentes.

Os exemplos utilizados na elaboração dessa apostila foram retirados de Ribeiro e Roper, Portal Action e Silva et al.

TESTE PARA UMA PROPORÇÃO

Vejamos os passos para a construção do teste para proporção.

1. Estabelecer as hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p \neq p_0 \end{cases}$$

2. Fixar o nível de significância α.

3. Determinar a região crítica. Neste caso, devemos determinar os pontos críticos $Z_{\alpha/2}$ e $-Z_{\alpha/2}$ usando a tabela da distribuição Normal.

4. Calcular, sob a hipótese nula, o valor Z_{obs} dado por

$$Z_{obs} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}.$$

5. Critério: Se $Z_{obs} > Z_{\alpha/2}$ ou $Z_{obs} < -Z_{\alpha/2}$, rejeita-se H_0. Caso contrário, aceita-se H_0.

Exemplo:

Um fabricante garante que 90% das peças que fornece à linha de produção de uma determinada fábrica estão de acordo com as especificações exigidas. A análise de uma amostra de 200 peças revelou 25 defeituosas. A um nível de 5%, podemos dizer que é verdadeira a afirmação do fabricante?

Estabelecemos as hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : p = 0,9 \\ H_1 : p \neq 0,9 \end{cases}$$

Temos que $\hat{p} = \dfrac{x}{n}$, onde x = número de sucessos e n = tamanho da amostra

Calcula-se Z_{obs} por $Z_{obs} = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

```
# calculando no R
>p0<-0.9
>x<-175
>n<-200
>p.c<-x/n
>p.c
[1] 0.875
>denom<-(p0*(1-p0))/n
>denom
[1] 0.00045
>Zobs<-(p.c-p0)/sqrt(denom)
>Zobs
[1] -1.178511
```

Conclusão: como $-1,96 < Z_{obs} = -1,178 < 1,96$, não rejeitamos H_0. Portanto, temos evidências de que a afirmação do fabricante é verdadeira.

Podemos encontrar o 1,96 da seguinte forma:

```
> qnorm(0.975)   # 1-(α/2)
[1] 1.959964
```

Vamos agora calcular o P-valor:

```
>V<-2*pnorm(-1.178)
>v
[1] 0.2387966
```

Como p-valor é maior que 0,05 aceita-se H_0.

Como n = 200, $\hat{p}$= 0,875, $Z_{\alpha/2}$= 1,96, temos que o intervalo de confiança é

$$\left(0,875 - 1,96\sqrt{\frac{0,875(1-0,875)}{200}}; 0,875 + 1,96\sqrt{\frac{0,875(1-0,875)}{200}}\right) = (0,8291; 0,9208).$$

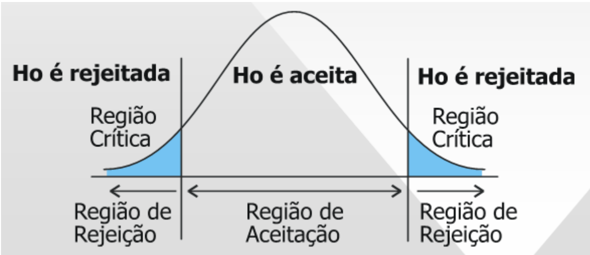


Figura 1: Decisão bilateral

TESTE PARA UMA MÉDIA

Dado o vetor de dados abaixo:

```
x<-c(30.5,35.3,33.2,40.8,42.3,41.5,36.3,43.2,34.6,38.5)
```

Vamos testar se x tem média igual ou maior que 35. Então:

H_0: $\mu_x = 35$

H_1: $\mu_x > 35$

```
> t.test(x, mu=35, alternative = "greater")
#greater = teste unilateral pela direita, mu=hipótese de nulidade e x a amostra a ser testada.
#considera por default sempre α = 5% se não for especificado.

#resposta do R
        One Sample t-test
data:  x
t = 1.9323, df = 9, p-value = 0.04268
alternative hypothesis: true mean is greater than 35
95 percent confidence interval:
```

```
 35.13453      Inf
sample estimates:
mean of x
    37.62
```

Considerando um nível de significância α = 5% a hipótese alternativa seria aceita caso o p-value fosse menor ou igual a 0,05. Se o p-value fosse maior que 5% então aceitaríamos a hipótese de nulidade (nula). Nesse caso, como p-value < 0,05 a hipótese alternativa foi aceita, isso implica que a amostra "x" possui média estatisticamente maior que o valor 35 a um nível de significância de 5%.

Exemplo 2:

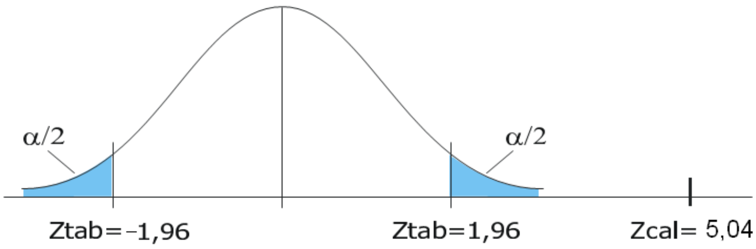
Teste para a Média de uma distribuição normal com *variância desconhecida*

Um engenheiro afirma que as latas de alumínio produzidas pela indústria tem uma resistência média igual a 200 libras de pressão. Uma amostra de 7 latas submetidas a pressão até arrebentar apresentaram as seguintes resistências: 270, 273, 258, 204, 254, 228, 282. Verificar se a afirmação do engenheiro é verdadeira ou não usando α=5%.

```
> x<-c(270,273,258,204,254,228,282)
> media<-mean(x)
> mu<-200
> sx<-sd(x)
> sx
[1] 27.63280
> n<-length(x)
>n
[1] 7
>var(x)
[1] 763.5714
> t=(media-mu)/(sx/sqrt(n))
> t
[1] 5.047223
```

Isso significa que a média da amostra retirada aleatoriamente está a 5,04 devios-padrão da média alegada em H_0 que é 200.

#comparar com o valor da tabela, ou seja, o valor crítico tabelado de 5% é 1,96.



Ztab=qt(0.975,df=n-1)

#decisão: rejeita-se H_0.

#intervalo de confiança:

```
> ic <- media+qt(c(0.025, 0.975),df=n-1)*sqrt(var(x)/length(x))
> ic
[1] 227.1582     278.2704
```

Interpretação do intervalo de confiança: Podemos afirmar com 95% de confiança que os limites 227.16 e 278.27 contêm o valor da média populacional μ.

Agora, utilizando a função do R:

```
> t.test(x, mu=200,alternative = "t",conf.level=0.95)
```

#resposta do R

One Sample t-test

data: x

t = 5.0472, df = 6, p-value = 0.00234

alternative hypothesis: true mean is not equal to 200

95 percent confidence interval:

227.1582   278.2704

sample estimates:

mean of x

252.7143

TESTE PARA DUAS MÉDIAS

Utilizamos o teste de média para a diferença entre duas médias em três casos: (1) Quando temos variâncias conhecidas; (2) variâncias desconhecidas; (3) para as variâncias desconhecidas podemos afirmar que elas são iguais ou diferentes.

Temos os seguintes casos para testes de hipóteses e intervalos de confiança:

Trabalharemos apenas com o *teste "t"* (para duas populações e ***variância desconhecida***) em ambos os casos. Para realizar um teste para duas amostras – no caso da comparação de duas médias – é bastante semelhante ao teste para uma amostra. A única diferença é um segundo vetor numérico de dados que será comparado ao primeiro vetor.

```
t.test(x,y,alternative="hipotese",mu=difmedias, var.equal = FALSE ou TRUE,conf.level=(1-α))
```

onde:

hipótese – pode assumir os seguintes valores:

greater (teste unilateral de H_1: $\mu_x > \mu_y$) ou $\mu_x - \mu_y > 0$

less (teste unilateral de H_1: $\mu_x < \mu_y$) ou $\mu_x - \mu_y < 0$

two.sided (teste bilateral de H_1: $\mu_x \neq \mu_y$) ou $\mu_x - \mu_y \neq 0$

difmedias – testar (H_1) se $\mu_x - \mu_y$ é maior, menor ou diferente do valor "difmedias"

$(1 - \alpha)$ = nível de confiança do intervalo

α = significância

Exemplo:

Dois catalisadores estão sendo analisados para determinar como eles afetam o rendimento médio de um processo químico. O catalisador 1 está corretamente em uso, mas o catalisador 2 é aceitável. Uma vez que o catalisador 2 é mais barato, ele deve ser adotado, desde que ele não mude o rendimento do processo. Um teste é feito em uma planta piloto, resultando nos dados mostrados na tabela abaixo. Há alguma diferença entre os rendimentos médios. Use $\alpha = 0{,}05$ e considere **variâncias diferentes** (Silva et al., 2009).

Número da Observação	Catalisador 1	Catalisador 2
1	91,50	89,19
2	94,18	90,95
3	92,18	90,46
4	95,39	93,21
5	91,79	97,19
6	89,07	97,04
7	94,72	91,07
8	89,21	92,75

O objetivo é verificar se há diferenças entre as médias de rendimento do catalisador 1 e do catalisador 2.

Primeiro vamos associar os dados das tabelas em dois vetores (x e y, respectivamente). Feito isso, devemos realizar um teste *bilateral* a fim de verificar se $\mu_x \neq \mu_y$.

A seguir podemos verificar a resolução utilizando a função **“t.test()”** no R:

Resolução do Exercício no R

```
#dados:
> x<-c(91.50,94.18,92.18,95.39,91.79,89.07,94.72,89.21)
> x
[1] 91.50 94.18 92.18 95.39 91.79 89.07 94.72 89.21
> y<-c(89.19,90.95,90.46,93.21,97.19,97.04,91.07,92.75)
> y
[1] 89.19 90.95 90.46 93.21 97.19 97.04 91.07 92.75

# Análise:
>t.test(x,y,alternative="two.sided",mu=0,
var.equal=F,conf.level=0.95)
```

```
# resposta do R:

Welch Two Sample t-test
data:  x and y
t = -0.3536, df = 13.353, p-value = 0.7292
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -3.387118      2.432118
sample estimates:
mean of x    mean of y
  92.2550      92.7325
```

Conforme o resultado do teste, percebemos que p-value é maior que α. Portanto, não há evidências amostrais suficientes para rejeitar a hipótese nula Ho: $\mu_x = \mu_{y.}$ Concluímos então que não há diferença entre os rendimentos dos catalisadores.

COMPARAÇÃO DE DUAS MÉDIAS

Quando temos uma variável qualitativa com dois níveis e outra quantitativa a análise em geral recai em comparar as médias da quantitativa para cada grupo da qualitativa.

Exemplo:

Os dados a seguir correspondem a teores de um elemento indicador da qualidade de certo produto vegetal. Foram coletadas 2 amostras referentes a 2 métodos de produção e deseja-se comparar as médias dos métodos fazendo-se um teste t bilateral, ao nível de 5% de significância e considerando-se as *variâncias desconhecidas e iguais* (Ribeiro Jr., Roper, 2004).

Método 1	0.9	2.5	9.2	3.2	3.7	1.3	1.2	2.4	3.6	8.3
Método 2	5.3	6.3	5.5	3.6	4.1	2.7	2.0	1.5	5.1	3.5

```
> m1 <- c(0.9, 2.5, 9.2, 3.2, 3.7, 1.3, 1.2, 2.4, 3.6, 8.3)
> m2 <- c(5.3, 6.3, 5.5, 3.6, 4.1, 2.7, 2.0, 1.5, 5.1, 3.5)
> t.test(m1,m2, var.equal=T)
```

```
#resposta do R
        Two Sample t-test
data:  m1 and m2
t = -0.3172, df = 18, p-value = 0.7547
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -2.515419    1.855419
sample estimates:
mean of x  mean of y
    3.63       3.96
```

Os resultados mostram que não há evidências para rejeitar a hipótese de igualdade entre as médias.

TESTE PARA A VARIÂNCIA DE UMA POPULAÇÃO NORMAL

Algumas vezes são necessários testes de hipótese e intervalos de confiança para a variância de uma população. O teste que iremos estudar é valido quando a população for modelada por uma distribuição normal.

Suponha que desejamos testar a hipótese de que a variância σ^2 de uma população normal é igual a um valor específico - denotemos por σ_0^2 . Seja X_1, X_2, ..., X_n uma amostra aleatória de tamanho n retirada desta população. Para testar, por exemplo,

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$$

O teste de estatística é dada pela seguinte fórmula:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

onde n = tamanho da amostra;

s^2 = variância amostral;

σ^2 = variância populacional.

O R não possui nenhuma função pronta para calcular esse teste para a variância. Portanto, utilizaremos a estatística de teste e o conceito de p-valor para criar uma função simples deste caso. Então, utilizaremos um exemplo para mostrar.

Exemplo:

Uma máquina automática de enchimento é usada para encher garrafas com detergente líquido. Uma amostra aleatória de 20 garrafas resulta em uma variância da amostra do volume de enchimento de s^2 = 0,0153**.** Se a variância do volume exceder 0,01, existirá uma proporção inaceitável de garrafas cujo enchimento não foi completo e cujo enchimento foi em demasia**.** Há evidências nos dados da amostra sugerindo que o fabricante tenha um problema com garrafas cheias com falta e excesso de detergente? Use α = 0,05 e considere que o volume de enchimento tenha uma distribuição normal (Silva et al., 2009).

Para resolvermos esse problema, devemos calcular a estatística de teste e verificar o p-valor dessa estatística. Caso o p-valor seja menor que o alfa desejado, devemos rejeitar a hipótese nula, aceitando H_1. Veja como resolvemos no R.

Hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 0,01 \\ H_1 : \sigma_2 > 0,01 \end{cases}$$

n = tamanho da amostra

varS = variância Amostral

sig0 = valor de variância testada

alfa = significância do teste

quicalc = (n-1)*varS/sig0; estatística de teste

#Resolvendo no R

```
> n=20
> varS=0.0153
> sigma0=0.01
> alfa=0.05
> quicalc=(n-1)*varS/sigma
> quicalc
[1] 29.07
```

```
> pvalor do teste
> pvalor=pchisq(q=quicalc,df=n-1,lower.tail=F)
> pvalor
[1] 0.064892
```

Podemos observar no exemplo resolvido que se utilizou a função de probabilidade da distribuição qui-quadrado para obter o p-valor. O argumento “lower.tail=F” indica que queremos um teste do tipo H_1: $\sigma^2 > \sigma_0^2$. Como p-valor > α, não existe evidências amostrais para rejeitar a hipótese nula. Portanto, não há evidências de que a variância do volume de enchimento exceda 0,01.

TESTE PARA AS VARIÂNCIAS DE DUAS POPULAÇÕES NORMAIS

Este teste é dado pela estatística de razão F (conhecida como teste F). Para realizar esse teste, contamos com a função **“var.test()”** em que iremos usar da seguinte forma:

```
var.test(x,y,ratio=Sx²/Sy²,alternative="hipotese",conf.level
=(1−α))
```

onde:

x, y – São vetores numéricos das populações estudadas

S_x^2/S_y^2 – É a razão a ser testada (default: 1)

Hipótese – Pode assumir os seguintes valores:

- **greater** (teste unilateral de H_1: S_x^2/S_y^2 > ratio)
- **less** (teste unilateral de H_1: S_x^2/S_y^2 < ratio)
- **two.sided** (teste bilateral de H_1: S_x^2/S_y^2 = ratio)

confiança do teste ($1 - \alpha_{(\text{significância})}$)

Exemplo:

Uma companhia fabrica propulsores para uso em motores de turbinas de avião. Uma das operações envolve esmerilhar o acabamento de uma superfície particular para um componente de liga de titânio. Dois processos diferentes para esmerilhar podem ser usados, podendo produzir peças com iguais rugosidades médias na superfície. Uma amostra aleatória de n_1 = 11 peças, proveniente do primeiro processo, resulta em um desvio-padrão de s^1 = 5,1 micropolegadas. Uma amostra aleatória de n_2 = 16 peças, proveniente do segundo processo, resulta em um desvio-padrão de s^2 = 4,7 micropolegadas. Verifique se a razão entre as duas variâncias σ_1^2/σ_2^2 é diferente de 1 com um nível de confiança de 90%. Considere que os dois processos sejam diferentes e a rugosidade na superfície seja normalmente distribuída (Silva et al., 2009).

Para encontrar a solução desse problema, basta criar dois vetores com distribuições normais aleatórias, especificando o tamanho da amostra e o desvio-padrão de cada população. Logo, aplica-se a função **"var.test()".**

```
# Resolvendo o exercício utilizando a "var.test"
> x<-rnorm(11,sd=5.1)
> y<-rnorm(16,sd=4.7)
> x
 [1]   3.2953301  -4.2574044   4.7349815  -0.7897411  -1.6882626   9.8565971
 [7]   6.5591340 -11.4829626  -2.0747234   3.5023831   0.2109296
> y
 [1]  -5.8190086   1.6506123   1.5204140   7.0496002   5.2779293   9.6445551
 [7]  -6.2743321  -4.9007177   3.8803332  -7.0847967  -9.0397788  -2.8512573
[13]  -4.8421196 -13.9158955   3.8438696  -0.6965525

> var.test(x,y,ratio=1,alternative="t",conf.level=0.9)

# resposta do R:
        F test to compare two variances
data:  x and y
F = 0.8064, num df = 10, denom df = 15, p-value = 0.7465
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
90 percent confidence interval:
 0.3170315     2.2943321
sample estimates:
ratio of variances
          0.806439
```

O Intervalo de credibilidade é dado por $\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^1} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^1}$

É possível observar que o **p-value** é maior que o valor considerado para α. Logo, não há evidências amostrais evidentes para rejeitar H_0 e confirmar que as variâncias são diferentes, o que nos leva a aceitar a hipótese de que a razão entre as variâncias é 1.

COMPARAÇÃO DE DUAS VARIÂNCIAS

Queremos verificar se duas máquinas produzem peças com a mesma homogeneidade quanto a resistência à tensão. Para isso, sorteamos duas amostras de 6 peças de cada máquina, e obtivemos as seguintes resistências (Ribeiro Jr., Roper, 2004):

Máquina A	145	127	136	142	141	137
Máquina B	143	128	132	138	142	132

O que se pode concluir fazendo um teste de hipótese adequado?

Solução:

Temos a seguinte hipótese:

$$H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2 \qquad H_1 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2 \qquad \text{ou} \qquad H_0 : \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} = 1 \qquad H_1 : \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} \neq 1$$

1. Calcula-se a estatística de teste:

$$F_{calc} : \frac{S_A^2}{S_B^2}$$

2. Compara-se o valor F_{calc} com o valor da tabela de F e/ou calcula-se o p-valor associado com n_A - 1 e n_B - 1 graus de liberdade. Devemos também fixar o nível de significância do teste, que neste caso vamos definir como sendo 5%.

```
#dados
> ma <- c(145, 127, 136, 142, 141, 137)
> mb <- c(143, 128, 132, 138, 142, 132)

# calcular os tamanhos das amostras que vão ser armazenados nos objetos na e nb
> na <- length(ma)
> na
 [1] 6
> nb <- length(mb)
```

```
> nb
[1] 6
```

- ***Fazendo as contas passo a passo***

Vamos calcular a estatística de teste. Como temos o computador a disposição, não precisamos usar a tabela da distribuição F e podemos calcular o p-valor diretamente.

```
> ma.v <- var(ma)
> ma.v
 [1] 40
> mb.v <- var(mb)
> mb.v
 [1] 36.96667
> fcalc <- ma.v/mb.v
> fcalc
 [1] 1.082056
> pval <- 2*pf(fcalc,na-1,nb-1,lower=F)
> pval
 [1] 0.9331458
```

OBS: No cálculo do p-valor acima multiplicamos o valor encontrado por 2 porque estamos realizando um teste bilateral.

- ***Usando a função do R***

A função var.test() é um método com mais de uma função associada. Portanto devemos pedir os argumentos da função "default".

`> args(getS3method("var.test","default"))` #verificando os argumentos da função.

- por default = function (x, y, ratio = 1, alternative = "two.sided", conf.level = 0.95)

Neste argumento vemos que a função recebe dois vetores de dados (x e y), que por "default" a hipótese nula é que o quociente das variâncias é 1 e que a alternativa pode ser bilateral ou unilateral. Como "two.sided" é a primeira opção o "default" é o teste bilateral. Finalmente o nível de confiança é 95% ao menos que o último argumento seja modificado pelo usuário. Para aplicar esta função nos nossos dados basta digitar:

```
> var.test(ma, mb)

# resposta do R
  F test to compare two variances
  data:  ma and mb
  F = 1.0821, num df = 5, denom df = 5, p-value = 0.9331
  alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
  95 percent confidence interval:
   0.1514131 7.7327847
  sample estimates:
  ratio of variances
            1.082056
```

A saída inclui os resultados do teste de hipótese bem como o intervalo de confiança para que possamos verificar se o p-valor é menor que o definido inicialmente.

TESTE PARA DUAS PROPORÇÕES

Exemplo:

Uma empresa que presta serviços de assessoria econômica a outras empresas está interessada em comparar a taxa de reclamações sobre os seus serviços em dois dos seus escritórios em duas cidades diferentes. Suponha que a empresa tenha selecionado aleatoriamente 100 serviços realizados pelo escritório da cidade A e foi constatado que em 12 deles houve algum tipo de reclamação. Já do escritório da cidade B foram selecionados 120 serviços e 18 receberam algum tipo de reclamação. A empresa deseja saber se estes resultados são suficientes para se concluir que os dois escritórios apresentam diferença significativa entre suas taxas de reclamações. Considere o nível de significância α em 5%.

Queremos testar as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \neq p_2 \end{cases} \quad \text{ou seja} \quad \begin{cases} H_0 : p_1 - p_2 = 0 \\ H_1 : p_1 - p_2 \neq 0 \end{cases}$$

Primeiramente, calculamos as proporções amostrais de reclamações sobre os serviços dos escritórios das cidades A e B, ou seja, $\hat{p}_1$ = x_1/n_1 e $\hat{p}_2$ = x_2/n_2. Onde *x* é o número de sucessos na amostra e *n* o tamanho da amostra.

```
#no R:
>x1<-88
>n1<-100
>x2<-102
>n2<-120
>p.c1<-x1/n1
>p.c1
[1] 0.88
>p.c2<-x2/n2
>p.c2
[1] 0.85
```

Temos que $\overline{p}$ é dado por:

$$\overline{P} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

```
>num<-n1*p.c1+n2*p.c2
>denom<-n1+n2
>p.b<-num/denom
>p.b
[1] 0.8636364
```

Sob a hipótese nula, temos que

$$z_{obs} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n_1} + \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n_2}}}$$

```
# no R:
>num2<-(p.c1-p.c2)- 0
```

```
> num2
[1] 0.03
>denom2<-sqrt((p.b*(1-p.b)/n1) + (p.b*(1-p.b)/n2)))
> denom2
[1] 0.04646602
>z.obs<-num2/denom2
> z.obs
[1] 0.6456331
```

Podemos concluir que como $-1,96 < Z_{obs} = 0,645 < 1,96$ não se deve rejeitar a hipótese nula de igualdade entre as proporções com base nos dados amostrais obtidos. Assim, ao nível de significância de 5%, há evidências de que as taxas de reclamações sobre os serviços prestados pelos escritórios da empresa nas cidades A e B são iguais.

Referências

Portal Action. Diponível em: http://www.portalaction.com.br/. Acesso em: 17 out. 2010.

Ribeiro Jr., P. J.; Roper, J. J. *CE-701 Bioestatística Avançada I*. Última atualização: 3 jun. 2004. Disponível em: http://leg.ufpr.br/~paulojus/CE701/ce701/. Acesso em: 14 out. 2010.

SILVA, B. F. et al. Minicurso de Estatística Básica: Introdução ao software R. Programa de Educação Tutorial - Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, Abril de 2009. Disponível em: http://www.ufsm.br/pet-ee