L12 - Stabilność układów sterowania

Celem laboratorium jest zapoznanie z kryteriami stabilności układów sterowania, oraz sprawdzenie stabilności układów.

Wymagania:
Znajomość zagadnień z zakresu matematyki, komputerowego wspomagania prac inżynierskich oraz wykładów sygnały i systemy dynamiczne.

Przez stabilność układu sterowania rozumiemy właściwość układu polegająca na tym, że układ wytrącony ze stanu ustalonego przez wymuszenie lub zakłócenie, po ustaniu wymuszenia lub zakłócenia, wraca w czasie skończonym do stanu ustalonego. Warunki stabilności układu sterowania nie zależą od rodzaju pobudzania układu, to jest kształtu funkcji wielkości wejściowej lub zakłócenia, lecz tylko od struktury wewnętrznej układu.

Transmitancja układu ma postać:

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} = \frac{L(s)}{M(S)}$$

Zatem jego równanie charakterystyczne ma postać

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$$

Kryterium pierwiastkowe: Warunkiem koniecznym i wystarczającym stabilności układu regulacji jest, aby wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego miały części rzeczywiste ujemne.

Kryterium Hurwitza: Muszą być spełnione dwa warunki nazywane warunkiem koniecznym i wystarczającym: 1. wszystkie współczynniki równania charakterystycznego istnieją i są dodatnie (warunek konieczny). Równanie charakterystyczne to przyrównany do zera mianownik funkcji przejścia układu. 2. wyznacznik główny Δn i wszystkie jego podwyznaczniki Δi (i=1,2,...,n-1), utworzone z wyznacznika głównego, są większe od zera (warunek wystarczający).

Wyznacznik główny:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}$$

Podwyznaczniki

$$\Delta_1 = a_{n-1}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\Delta_{n-1} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_5 & a_3 & a_1 \end{vmatrix}$$

Do wyznaczania wyznacznika macierzy służy w Matlabie polecenie **det**

Zadanie:

Zbadaj stabilność podanych układów za pomocą kryterium pierwiastkowego i kryterium Hurwitza (jeśli można je zastosować):

a) $G(s) = \frac{20(s-4)}{s^3+6s^2+11s+6}$

b) $G(s) = \frac{20(s+3)}{s^3+s^2-1}$

c) $G(s) = \frac{20(s-1)}{s^3+2s^2+4s+8}$

d) $G(s) = \frac{20}{s^3+18s^2+96s+160}$

e) $G(s) = \frac{10s+1}{s^4-s^3+8s^2+10s}$

Literatura:

1. Robert A. Gabel, Richard A. Roberts, Sygnały i systemy liniowe, WNT, Warszawa, 1978, pierwsze
2. Jacek M. Wojciechowski, Sygnały i systemy, WKŁ, Warszawa, 2008, pierwsze
3. Kajetana M. Snopek, Jacek M. Wojciechowski, Sygnały i systemy zbiór zadań, Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2010

4. Ulrich Tietze, Christoph Schenk, Układy półprzewodnikowe, WNT, Warszawa, 2009, czwarte
5. Tadeusz Kaczorek, Teoria sterowania, PWN, Warszawa, 1977, tom 1
6. Zbigniew Emirsajłow, Teoria układów sterowania, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin, 2000, Część 1. Układy liniowe z czasem ciągłym