



Universidade do Minho

Departamento de Produção e Sistemas

Mestrado em Engenharia de Sistemas

Trabalho Prático Sistemas de Apoio à Decisão

Ano letivo 2017/2018
1ºAno

Discentes:

Ana Antunes PG35007

Cátia Pinto PG35004

Docente:

Cláudio Alves

Índice

Grupo I Introdução à Teoria da Decisão	3
Grupo II Estruturação de Problemas	5
Grupo III Modelos e Métodos de Otimização	12
Análise de resultados	15
Anexo	17

Índice de Figuras

Figura 1: Árvore de probabilidades	3
Figura 2: Modelo conceptual da gestão da agência bancária	8
Figura 3: Modelo conceptual para o subsistema da rentabilidade da agência bancária	9
Figura 4: Modelo conceptual para o subsistema dos custos da agência bancária	10
Figura 5: Modelo conceptual para o subsistema de avaliação da agência bancária	11
Figura 6: Resultados obtidos no CPLEX	16

Grupo I

Introdução à Teoria da Decisão

Considere o problema em que três máquinas diferentes são usadas para produzir artigos em lotes. A máquina A produz 25% dos artigos, a máquina B 30% e a máquina C os restantes 45%. Suponha que 4%, 2% e 1% dos artigos produzidos na máquina A, B e C respetivamente são defeituosos.

Considere os seguintes acontecimentos:

- A: “O artigo é produzido pela máquina A.”
- B: “O artigo é produzido pela máquina B.”
- C: “O artigo é produzido pela máquina C.”
- D: “O artigo produzido é defeituoso.”
- \bar{D} : “O artigo produzido não é defeituoso.”

Com a ajuda da árvore de probabilidades:

- $P(A \cap D) = 0.25 \times 0.04 = 0.01$
- $P(B \cap D) = 0.3 \times 0.02 = 0.006$
- $P(C \cap D) = 0.45 \times 0.01 = 0.0045$

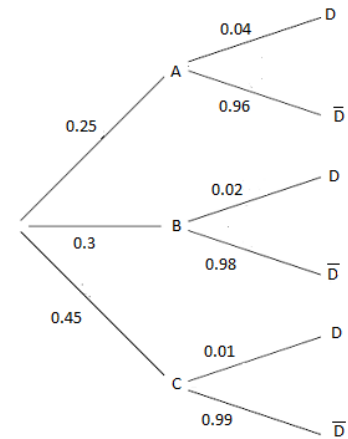


Figura 1: Árvore de probabilidades

1. Pretende-se determinar a probabilidade de um artigo escolhido aleatoriamente num lote ser defeituoso.

Sendo, assim, determina-se a probabilidade de D:

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) = 0.01 + 0.006 + 0.0045 = 0.0205$$

Logo, a probabilidade de um artigo escolhido num lote ser defeituoso é de 2.05%.

2. Qual a probabilidade de um artigo defeituoso escolhido aleatoriamente ter sido produzido pela máquina B?

Pela fórmula da probabilidade condicionada, pretende-se determinar $P(D|B)$ em que $P(D)$,

$$P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0.3 \times 0.02}{0.0205} = 0.293$$

Portanto, a probabilidade de um artigo defeituoso escolhido ao acaso ter sido produzido pela máquina B é de 29.3%.

3. Considere uma caixa de 100 artigos produzidos na mesma máquina, e considere ainda que a máquina em questão é desconhecida. Um artigo é escolhido aleatoriamente a partir desse lote, e verifica-se que esse mesmo artigo é defeituoso.

Tendo em conta o exercício 1, sabe-se que 2.05% dos artigos produzidos são defeituosos. Assim, numa caixa de 100 artigos sabe-se que 2.05 artigos são defeituosos. Pelo que,

$$\text{Número de artigos defeituosos} = 100 \times P(D) = 2.05$$

a) Qual é a probabilidade do artigo escolhido a seguir ser também defeituoso?

Considere os seguintes acontecimentos:

- E: “O 1º artigo é defeituoso”
- F: “O 2º artigo é defeituoso”

Pretende-se determinar a $P(F|E)$ onde $P(E) > 0$ e, pela fórmula da probabilidade condicionada, tem-se

$$P(F|E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{2.05 - 1}{99} \times \frac{2.05}{100}}{\frac{2.05}{100}} = 0.0106$$

De onde sai que a probabilidade de um artigo escolhido a seguir ser também defeituoso é de 1.06%.

b) Suponha que o primeiro artigo escolhido não era defeituoso. Nesse caso, qual seria a probabilidade do segundo artigo escolhido ser defeituoso?

Considere o acontecimento:

- \bar{E} : “O 1º artigo não é defeituoso.”

Uma vez que,

$$P(\bar{E}) = \frac{100 - 2.05}{100} = 0.9795$$

Determina-se $P(F|\bar{E})$, pela fórmula da probabilidade condicionada e retira-se:

$$P(F|\bar{E}) = \frac{P(F \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{\frac{2.05 - 1}{99} \times \frac{100 - 2.05}{100}}{\frac{100 - 2.05}{100}} = 0.0207$$

Isto é, a probabilidade do segundo artigo escolhido ser defeituoso sabendo que o primeiro escolhido não é defeituoso é de 2.07%.

Grupo II

Estruturação de Problemas

Neste grupo, é pretendido estudar o caso de estudo: *Adding Value to bank branch performance using cognitive maps and MCDS* que foi conduzido, em parte, com metodologia SODA, ou seja, com construção e análise de mapas cognitivos. Assim, como desejado faz-se um estudo usando a metodologia de Sistemas Soft com as primeiras quatro fases.

Inicialmente será feita uma breve introdução sobre as definições que serão necessárias para a resolução do problema dado.

A metodologia de sistemas soft (SSM - *Soft Systems Methodology*) é uma alternativa à metodologia SODA, em que se pretende a criação de processos de análise dos sistemas, estruturação e resolução dos problemas em questão. Esta é aplicável aos problemas que são mal definidos e para a identificação dos objetivos a serem realizados que, por sua vez, não são fáceis de definir. Contudo, a SSM procura clarificar as perceções, tendo como objetivo modelá-las e compará-las para que haja um debate entre os intervenientes e se consiga chegar a alguma conclusão. Assim, a SSM é caracterizada por as seguintes fases:

- **Fase 1 - Primeiro contacto com o problema**
Na primeira fase pretende-se reconhecer e explorar o problema a ser melhorado ou resolvido, tendo em conta o reconhecimento da área que será conduzida a análise, identificando os elementos do problema a partir de um método apropriado.
- **Fase 2 - Expressar o problema**
Na segunda fase é necessário encontrar uma maneira para que se consiga descrever o problema em questão tendo em conta as perspetivas de cada um dos intervenientes.
- **Fase 3 – Definições de raiz dos sistemas relevantes**
Na terceira fase é necessário identificar as diferentes perspetivas, feitas anteriormente, e enumerar os propósitos que os intervenientes confirmaram no sistema, tendo em conta que variam de acordo com a perspetiva de cada um. Assim, o analista tem como objetivo perceber as perspetivas dos intervenientes e as suas implicações para que as consiga reunir nas conclusões e para que se consiga tomar decisões. Pelo que as perspetivas são caracterizadas por elementos de uma lista *CATWOE*: *Client, Actors, Transformation process, Worldview, Owner, Environmental constraints*.
- **Fase 4 – Modelos conceptuais**
A fase quatro é construída a partir das definições de raiz associadas a um sistema pertinente, que são compostos por um conjunto de verbos nos nodos de um grafo, em que o nodo são as atividades do sistema. Tem-se, também, que os arcos do grafo determinam as dependências lógicas entre os verbos e as respetivas atividades.

Resolução do caso de estudo pelo método SSM

Objetivo

O objetivo deste caso de estudo consiste em propor medidas de desempenho para minimizar os custos do setor bancário e, também aumentar os lucros do comércio de atividades e do número de produtos por cliente.

Além disso, é importante conseguir vantagens competitivas para com outros setores.

Descrição do Caso de estudo

O Sistema de gestão bancária, envolve vários agentes (tomadores de decisão, facilitador, psicólogo e assistente de comunicação), em que, cada um padece de uma perspectiva diferente sobre a definição do desempenho da avaliação de agências bancárias.

As fases principais do problema são:

- A identificação das áreas chave e os indicadores-chave do desempenho com mapas cognitivos, que foi completada através de várias reuniões com os diferentes agentes envolvidos;
- Foram realizadas entrevistas para recolher informações importantes;
- A identificação e seleção dos critérios fundamentais necessários para a avaliação das agências bancárias, onde foi utilizada a técnica 'post-it' para considerar os critérios mais relevantes;
- A fase de avaliação que consistiu na construção de matrizes para analisar diferentes resultados.

SSM - Fase 1: Identificação dos elementos característicos mais importantes do problema

A filosofia em que se baseiam cada um dos sistemas de gestão varia fortemente devido à opinião dos tomadores de decisão envolvidos no seu desenvolvimento.

Os sistemas de avaliação surgiram em reação ao crescente grau de concorrência no setor bancário e, além disso, a perspectiva sobre a gestão e avaliação depende das instituições do setor bancário.

É de notar que diferentes organizações podem ter diferentes prioridades que serão observados nos pesos definidos pelos modelos.

SSM - Fase 2: Identificação das relações de poder

Principais conclusões

- O sistema permite a avaliação das agências bancárias com base na informação retirada sobre estas;
- O diretor foi responsável pelo planeamento das agências bancárias;
- O grupo de agentes para a conceção do sistema de desempenho foi indicado pelos diretores dos cinco maiores bancos que operam no sistema financeiro português;

SSM - Fase 3: Definição dos sistemas relevantes

A visão geral foca-se na gestão da agência bancária, que consiste em identificar os lucros e custos associados.

Uma nova perspectiva traduziu-se na identificação de 3 sistemas relevantes que são subsistemas do sistema de gestão da agência bancária:

- **Sistema de rentabilidade da agência bancária:** sistema que é responsável pelos rendimentos positivos da agência bancária.
- **Sistema dos custos da agência bancária:** sistema que é responsável por todos os custos associados à agência bancária.
- **Sistema de avaliação da agência bancária:** sistema que gere o modelo de análise e decisão através da identificação de algumas agências bancárias.

SSM - Fase 3: Definições de raiz – lista CATWOE

Sistema de gestão da agência bancária

C: diretores das agências bancárias;
A: grupo dos tomadores de decisão;
T: melhoria no desempenho no sistema;
W: a gestão é necessária para obter melhores resultados no setor bancário;
O: diretores da instituição;
E: satisfação do cliente, qualidade do serviço e a localização

Subsistema da rentabilidade da agência bancária

C: população e dirigentes envolvidos nos sistemas do setor bancário;
A: grupo dos tomadores de decisão;
T: melhorias financeiras do setor bancário;
W: melhoria financeira da instituição;
O: instituição do Banco de Portugal;
E: custos e lucros associados.

Subsistema dos custos da agência bancária

C: população das agências bancárias envolvidos nos sistemas do setor bancário;
A: grupo dos tomadores de decisão;
T: minimização dos custos associados ao setor bancário;
W: melhoria dos setores financeiros;
O: diretores do Banco de Portugal;
E: despesas, assim como, salários, custos administrativos, promoção de eventos, renda, entre outros.

Subsistema de avaliação da agência bancária

C: população das agências bancárias que irão beneficiar de uma melhoria dos sistemas do setor bancário;
A: grupo dos tomadores de decisão;
T: informação sobre algumas agências bancárias para serem utilizados no teste de avaliação;
W: a avaliação é necessária para que se consiga perceber o grau em que os objetivos da organização estão a ser alcançados.;
O: administradores do Banco de Portugal;
E: atratividade potencial, rentabilidade e satisfação do cliente.

SSM - Fase 4: Definição dos modelos conceituais

- Modelo conceptual para o sistema de gestão da agência bancária

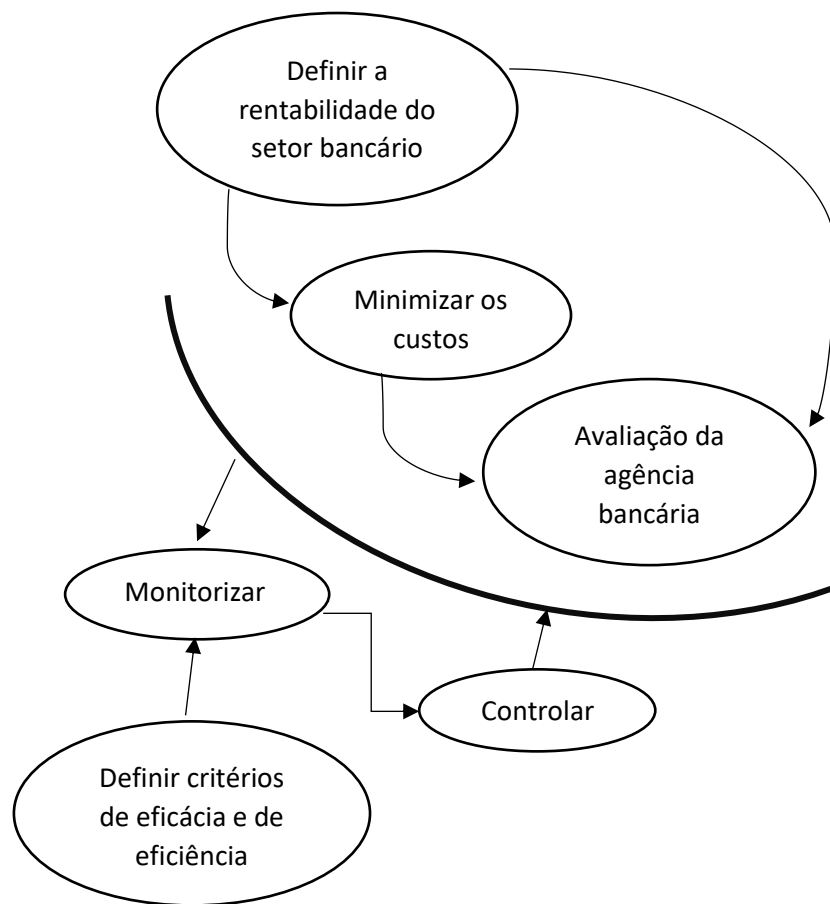


Figura 2: Modelo conceptual da gestão da agência bancária

- Modelo conceptual para o subsistema de rentabilidade da agência bancária

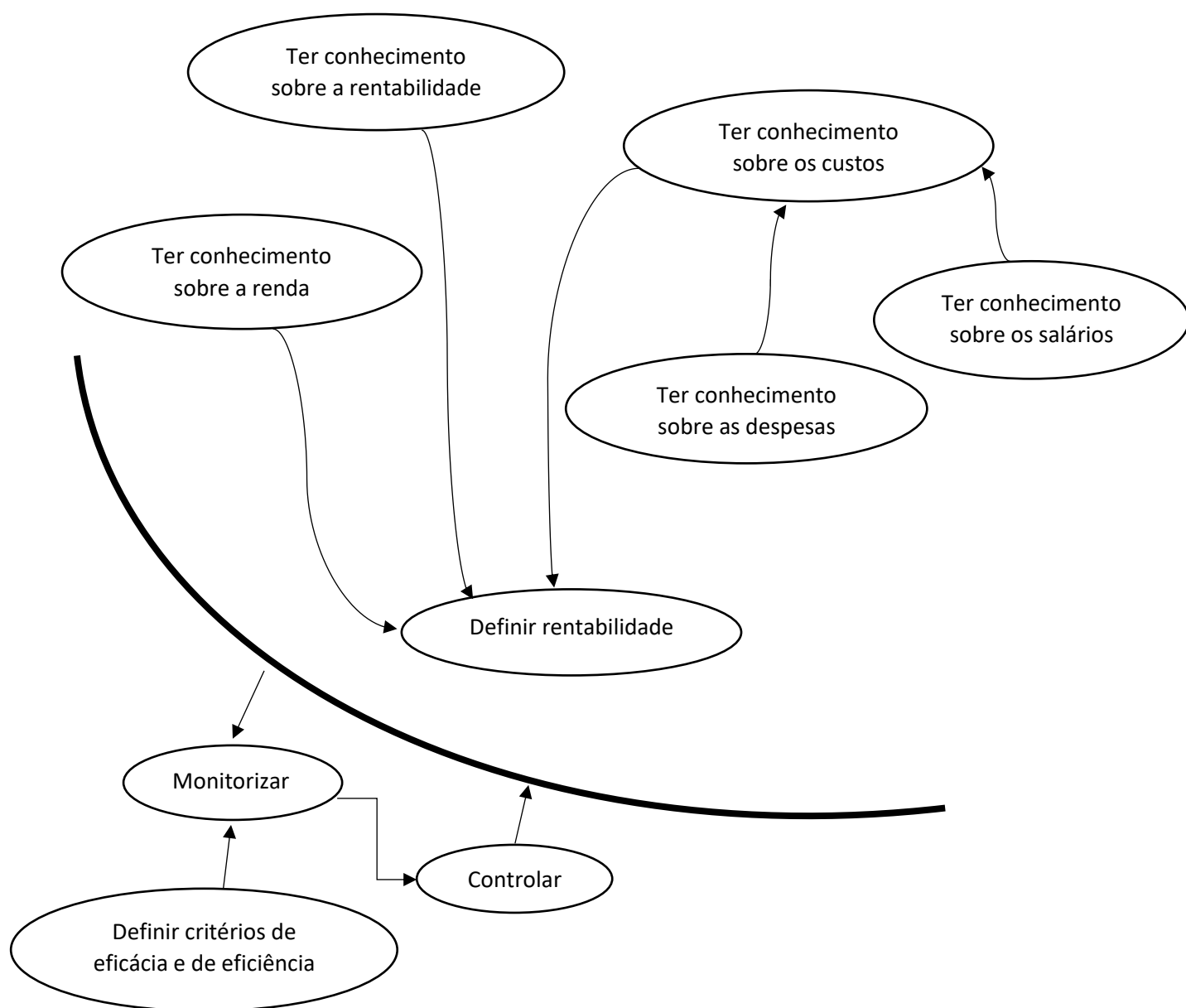


Figura 3: Modelo conceptual para o subsistema da rentabilidade da agência bancária

- Modelo conceptual para o subsistema dos custos da agência bancária

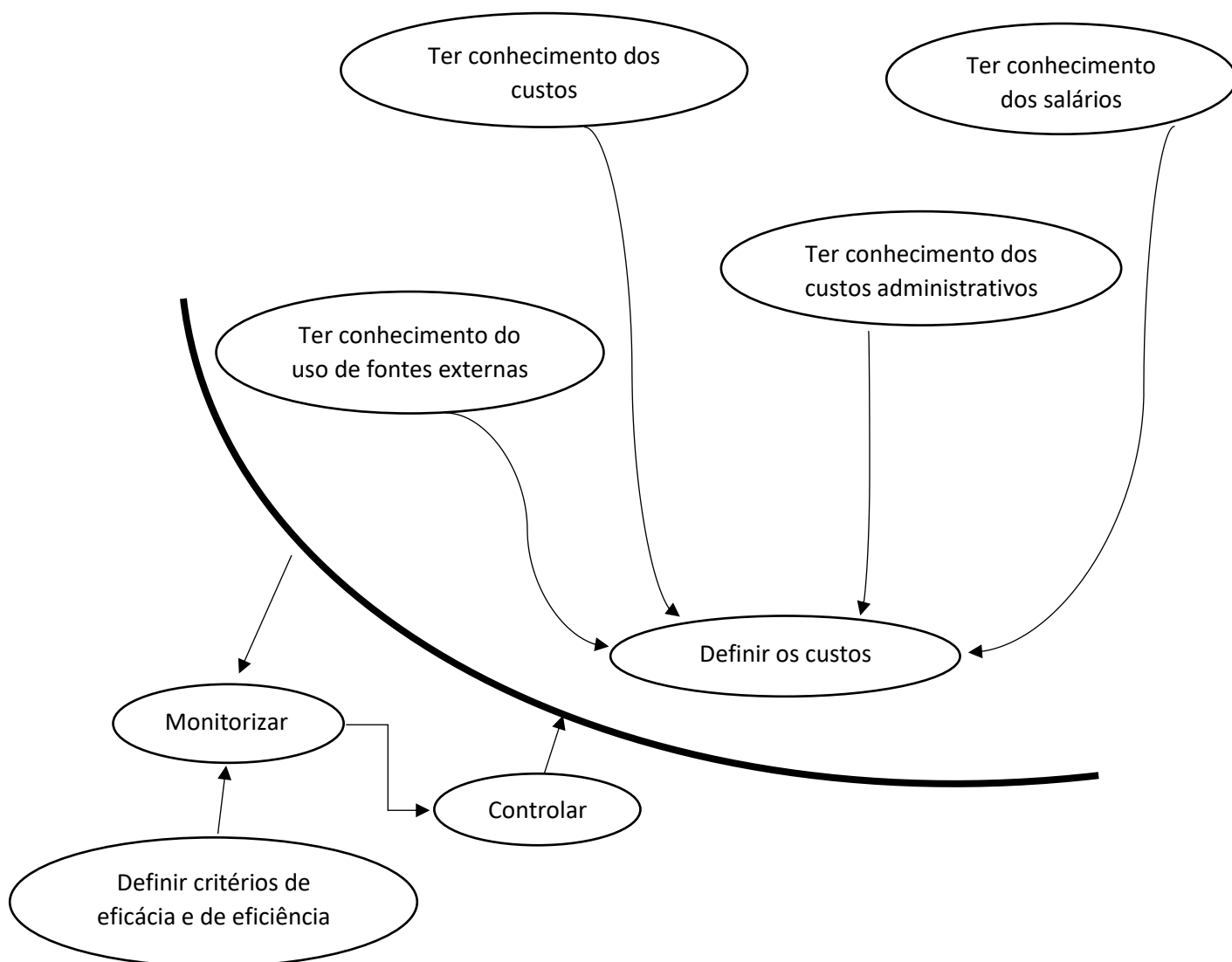


Figura 4: Modelo conceptual para o subsistema dos custos da agência bancária

- Modelo conceptual para o subsistema de avaliação da agência bancária

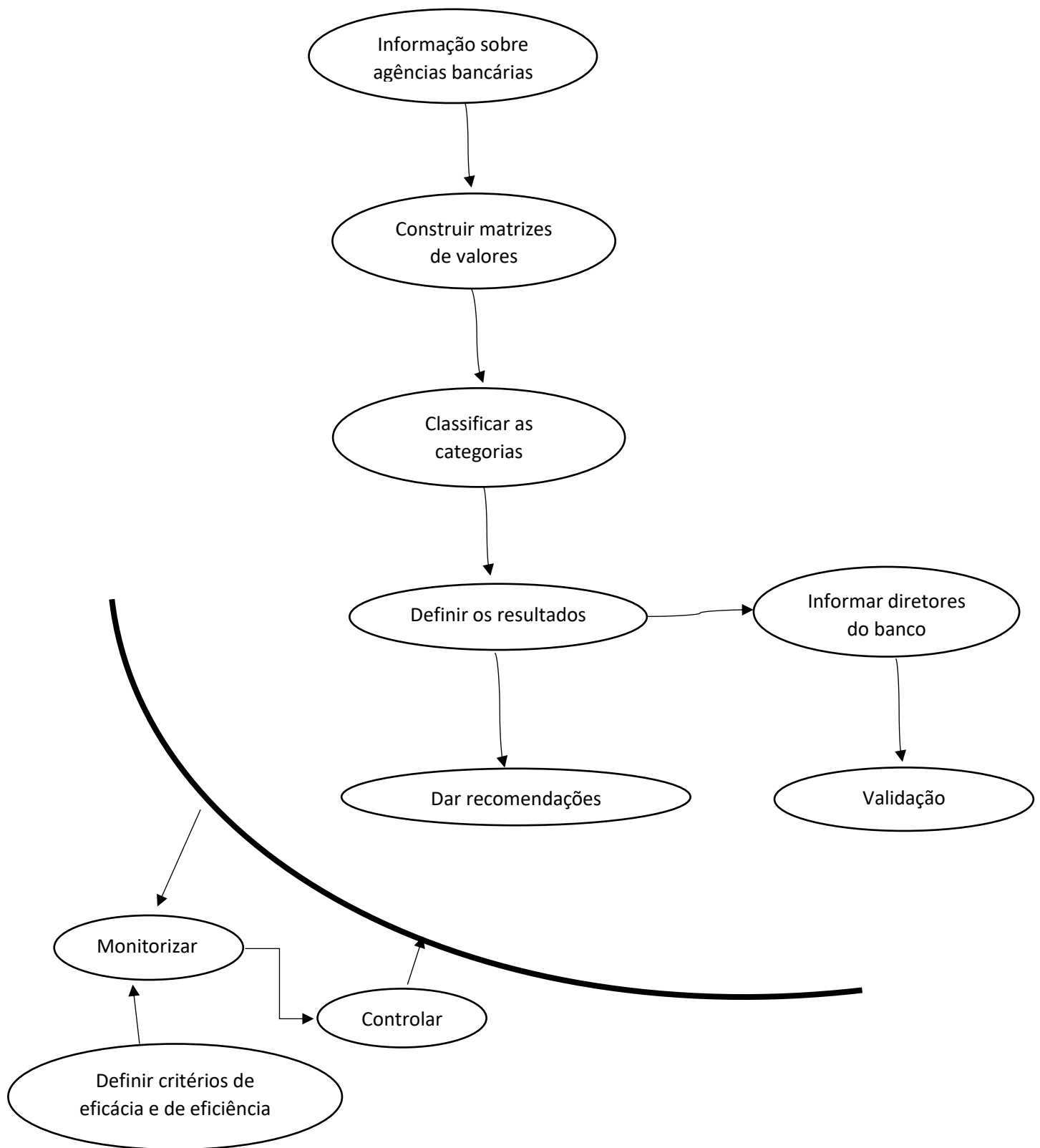


Figura 5: Modelo conceptual para o subsistema de avaliação da agência bancária

Grupo III

Modelos e Métodos de Otimização

Considera-se um problema de planeamento da produção num único estágio e com fornecedores externos, em que consiste na determinação do plano de produção mais económico que garanta os níveis de inventário mais baixos e uma maior satisfação dos clientes.

A empresa em questão é a XXS que produz três tipos de produtos P1, P2 e P3 produzidos numa fábrica F1 com uma única linha de produção R1, onde esta padece de uma capacidade, e fornece três tipos clientes C1, C2 e C3. A empresa carece de dois tipos de fornecedores, o fornecedor principal S1, que fornece os componentes X1 e X2 e o fornecedor S2 que apenas fornece o componente X1 a um custo superior, só quando necessário.

Ao longo do modelo, as restrições vão ser apresentadas explicitamente consoante o seu aparecimento.

Neste problema, é pretendido uma minimização dos custos de produção, extensão de capacidade produtiva, fornecimento externo, armazenamento, entregas em atraso e falhas nas entregas, e como se expecta, estes custos devem estar presentes na função objetivo apropriada.

Inicialmente, o modelo foi construído em modelação matemática para se obter uma melhor perceção sobre as restrições associadas ao problema começando-se por definir os parâmetros e as variáveis de decisão necessárias e, só depois, as restrições.

Por conseguinte, foi necessária a utilização do *programa IBM ILOG CPLEX Optimization Studio* para a obtenção dos resultados esperados. Assim, para a formulação do modelo cria-se um projeto OPL sendo necessário a sua identificação e a criação de um modelo juntamente com um ficheiro de dados.

Note-se que os parâmetros tomam valores positivos, sendo o parâmetro de armazenamento constituído por valores reais positivos e os restantes por valores inteiros positivos.

PARÂMETROS

cp_i : custo de produção do produto i

ca_i : custo pelo atraso do produto i

$cnent_i$: custo de uma "não entrega" do produto i

ce : custo de horas extras

$c_{arm_{i,t}}$: custo de armazenamento de produtos i e de componentes t

$cunit_{t,s}$: custo unitário do componente t fornecido pelo fornecedor s

k_y : capacidade de produção da linha R_1 no período y

$w_{t,s}$: capacidade do transporte T_1 do componente t do fornecedor s

$y_{t,i}$: consumo de componentes t em produtos do tipo i

cr_i : consumo de horas da linha R_1 em produtos i

t_i : taxa de produção do produto i

$p_{i,j}$: procura dos produtos i para os clientes j

b_s : oferta de cada fornecedor do tipo s

prazo: tempo máximo de 30 dias para entregar os produtos ao cliente

$dia_pretendido_{j,i}$: dia em que o cliente j quer receber os produtos i

$dia_entrega_{i,j}$: dia em que é feita a entrega dos produtos i ao cliente j

O modelo pode ser formulado com as seguintes variáveis, sendo elas variáveis não-negativas que só podem tomar entre 0 e um dado limite superior.

VARIÁVEIS DE DECISÃO

Produção:

$q_{i,y}$: quantidade do produto i produzido no período y

Extensão de capacidade produtiva:

o_y : horas extra utilizadas no período y

Fornecimento para os clientes:

$f_{i,j,y}$: quantidade fornecida pela fábrica do produto i para o cliente j no período y

Fornecimento dos fornecedores:

$r_{s,t,y}$: quantidade recebida pelo fornecedor s do componente t no período y

Armazenamento:

$a_{i,y}$: quantidade de produto i armazenado ao final do período y

Entregas em atraso:

$l_{i,j,y}$: quantidade de produto i em atraso para os clientes j no período y

Falhas nas entregas:

$n_{i,y}$: quantidade de produto i que não foi entregue no período y

Dias em atraso:

$atraso_{i,j,y}$: número de dias em atraso dos produtos i para o cliente j no período y

Após a definição dos parâmetros e das variáveis de decisão segue a definição da função objetivo e as devidas restrições. Tendo em conta que a função objetivo deve conter toda a informação necessária para se obter um plano de produção mais económico, deve-se envolver todos os custos sobre o recebimento dos componentes, da produção, da extensão da capacidade produtiva, do armazenamento dos produtos e dos componentes, das falhas das entregas e entregas em atraso, de modo a minimizar todos os custos envolventes da companhia XXS. Portanto, a função objetivo deve ter em conta, também as quantidades correspondentes a cada um dos custos. Assim, a função objetivo é dada por:

$$\begin{aligned}
Min z = & \sum_i \sum_j \sum_y atraso_{i,j,y} * ca_i + \sum_i \sum_j \sum_y n_{i,y} * cnent_i + \sum_i \sum_t \sum_y a_{i,y} * c_arm_{i,t} \\
& + \sum_y o_y * ce + \sum_i \sum_y q_{i,y} * cp_i + \sum_s \sum_t \sum_y r_{s,t,y} * cunit_{t,s}
\end{aligned}$$

De acordo com a interpretação feita do problema foram identificadas algumas restrições, sendo elas,

R1. Procura: $f_{i,j,y} + a_{i,y} \geq p_{ij} \quad \forall i, \forall j \in \{1,2,3\}, \forall y$

A restrição 1, a procura, indica que toda a quantidade fornecida pela fábrica dos três produtos em questão, juntamente com a quantidade de produtos armazenada tem que obrigatoriamente ser maior ou igual que a procura dos clientes, naquele período. Se tal não acontecesse a fábrica não iria ter produtos suficientes para fornecer a outros clientes.

R2. Oferta: $r_{s,t,y} \leq b_s \quad \forall s \in \{1,2\}, \forall t \in \{1,2\}, \forall y$

A restrição 2, a oferta, obriga que a quantidade recebida de componentes pelos fornecedores seja igual ou menor à quantidade pedida pela companhia XXS. Uma vez, que os fornecedores podem, nem sempre, satisfazer o pedido realizado na totalidade.

R3. Armazenagem: $f_{i,j,y} \leq q_{i,j} + a_{i,y} \quad \forall i \in \{1,2,3\}, \forall j \in \{1,2,3\}, \forall y$

A restrição 3, a armazenagem, indica que toda a quantidade fornecida pela fábrica dos três produtos em questão, tem que ser menor que a soma da quantidade dos produtos produzidos juntamente com a quantidade de produto que se encontra armazenada, naquele instante de tempo. Contrariamente, se a quantidade fornecida fosse maior que a quantidade de produtos em stock na fábrica, esta iria padecer de custos de ruturas, pois não iria existir material disponível para fazer face aos pedidos dos clientes.

R4. Capacidade de Produção: $cr_i * q_{i,y}/t_i \leq k_y + o_y \quad \forall i \in \{1,2,3\}, \forall y$

A restrição 4, a capacidade de produção, obriga a que o consumo da linha de produção R1 pelos produtos produzidos seja inferior à capacidade de produção de R1 juntamente com o número de horas extra utilizados para a produção desses produtos. Pois, se o consumo da linha de produção excedesse a sua capacidade, esta podia sofrer de avarias, o que implicaria alterações no sistema.

R5. Capacidade de transporte: $r_{1,t,y} \leq w_{t,1} \quad \forall t \in \{1,2\}, \forall y$

A restrição 5, capacidade de transporte, indica que a quantidade de componentes recebida pelo fornecedor S1 num dado período, tem que ser inferior à capacidade de transporte T1, sabendo que esse transporte só é utilizado para o fornecedor S1.

R6. Dia de Entrega:

$$dia_entrega_{i,j} \leq dia_pretendido_{j,i} + prazo \quad \forall i \in \{1,2,3\}, \forall j \in \{1,2,3\}, \forall y$$

A restrição 6, dia de entrega, indica que o dia de entrega de uma encomenda que não foi entregue no prazo estipulado para um dado cliente, é calculado a partir do dia que era pretendido o cliente recebê-la juntamente com um prazo máximo de 30 dias.

R7. Falha da Entrega:

$$atraso_{i,j,y} \leq dia_entrega_{i,j} - dia_pretendido_{j,i} \quad \forall i \in \{1,2,3\}, \forall j \in \{1,2,3\}, \forall y$$

A restrição 7, falha da entrega, indica que o atraso exercido aos clientes é igual à diferença dos dias em que o cliente espera receber a sua encomenda e quando a recebe realmente.

Análise de resultados

Para a obtenção dos resultados do modelo definido é necessário a criação de um ficheiro de dados que contém os dados de todos os parâmetros definidos anteriormente. Note-se que os parâmetros foram definidos de acordo com o modelo feito no programa CPLEX, que irá estar em Anexo. É necessário ter em atenção que se criou duas variáveis de decisão em relação à armazenagem separando os produtos dos componentes onde se obteve maior facilidade na construção dos dados. Assim, tendo em conta os dados fornecidos pelo enunciado os parâmetros foram definidos da seguinte forma:

```
produtos={"P1", "P2", "P3"};
clientes={"C1", "C2", "C3"};
componentes={"X1", "X2"};
fornecedores={"S1", "S2"};

Y=1;

cproducao=[25,15,15]; /* custo de produção por artigo */
catraso=[10,5,5]; /* custo pelos atrasos por artigo por dia */
cnent=[350,250,180]; /* custo por uma "não entrega" */
chorasextra=2000; /* custo de extensão de capacidade */
cunit=[[60,80],[30,0]]; /* custo unitário dos componentes */
carmazenamento=[2,1,1]; /* custo de armazenamento dos produtos por
                           artigo por dia */
carmazenamento2=[0.5,0.5]; /* custo de armazenamento dos componentes por
                             artigo por dia */

cap_R1=[8];
cap_T1=[[1000],[0]];
t=[1000,1000,1000];
consumo=[[3000,2000,1000],[1000,1000,1000]];
consumo_R1=[6,4,4];
procura=[[500,500,500],[400,500,450],[450,300,200]];
oferta=[[10000,10000],[10000,0]];
dia_entrega=[[30,20,10],[25,15,5],[35,25,15]];
prazo=30;
dia_pretendido=[[1,1,1],[1,1,1],[1,1,1]];
```

Após a sua apresentação, na janela em *OPL Projects* correu-se o projeto que foi definido anteriormente, onde não se alcançou nenhum erro. Na Figura 6 verifica-se os resultados obtidos.

Solution with objective 975		
	Name	Value
Decision variables (9)		
	dia_atraso	[[[0] [0] [0]] [[0] [0] [0]] [[0] [0] [0]]]
	horas_extra	[0]
	pretendido	[[0 0 5] [0 0 0] [0 0 0]]
	q_armazenado	[[250] [250] [225]]
	q_armazenado2	[[0] [0]]
	q_fabrica	[[[250] [250] [250]] [[250] [250] [250]] [[225] [225] [225]]]
	q_nent	[[[0] [0] [0]] [[0] [0] [0]] [[0] [0] [0]]]
	q_produtos_p	[[0] [0] [0]]
	q_recebida	[[[0] [0]] [[0] [0]]]

Figura 6: Resultados obtidos no CPLEX

A função objetivo obteve um valor de 975, em que o cliente C1 recebe 5 unidades do produto P3 no dia em que tinha definido a chegada da sua encomenda, ou seja, no dia igual a 1. Sabe-se também que no final do dia 1 a quantidade armazenada do produto P1 é de 250 unidades, do produto P2 também é de 250 unidades e do produto P3 tem 225 unidades. Além disso, os três clientes recebem 250 produtos P1 e P2 e 225 produtos P3.

Após várias tentativas na melhoria do código realizado não se conseguiu obter os restantes valores das variáveis de decisão pelo que só consideramos o dia igual a um. Além disso, os resultados obtidos não podem ser considerados como uma solução real para o problema dado.

Anexo

```
{string} produtos = ...;
{string} clientes = ...;
{string} componentes = ...;
{string} fornecedores =...;

int Y=...;
range dia=1..Y;

/* parametros */
/* custos */
int cproducao[produtos]=...;
int catraso[produtos]=...;
int cnent[produtos]=...;
int chorasextra=...;
int cunit[componentes][fornecedores]=...;
int carmazenamento[produtos]=...;
float carmazenamento2[componentes]=...;
/*30 dias para entregar os produtos*/
int prazo=...;
/*dia que é suposto o cliente receber os produtos*/
int dia_pretendido[clientes][produtos]=...;
/*taxa de producao*/
int t[produtos]=...;
/* capacidades */
int cap_R1[dia]=...;
int cap_T1[componentes][fornecedores]=...;
/*consumo */
int consumo[componentes][produtos]=...;
int consumo_R1[produtos]=...;
/* tempo de processamento */
/*int tempo_pro[produtos][dia]=...;*/
/*procura e oferta */
int procura[produtos][clientes]=...;
int oferta[componentes][fornecedores] =...;
/* dia de entrega dos produtos i ao cliente j*/
int dia_entrega[produtos][clientes]=...;

/* variaveis de decisao */
/* producao: quantidade de produtos i produzidos no dia y */
dvar int+ q_produtos_p[produtos][dia];

/* extensao da capacidade produtiva: horas extra utilizadas no dia y */
dvar int+ horas_extra[dia];

/* quantidade fornecida pela fabrica do produto i para o cliente j no periodo
y*/
dvar int+ q_fabrica[produtos][clientes][dia];

/* fornecimento externo: quantidade recebida pelo fornecedor s do componente
t no periodo y */
dvar int+ q_recebida[fornecedores][componentes][dia];

/* armazenamento: quantidade de produto i armazenado ao final do periodo y */
dvar int+ q_armazenado[produtos][dia];
```

```

/* armazenamento: quantidade de componentes t armazenado ao final do periodo
y */
dvar int+ q_armazenado2[componentes][dia];

/* entregas em atraso: quantidade de produto i em atraso para os clientes j
no final do periodo y*/
dvar int+ q_atraso[produtos][clientes][dia];

/* falhas na entrega: quantidade de produto i que nao foi entregue no periodo
y */
dvar int+ q_nent[produtos][clientes][dia];

/* dias em atraso*/
dvar int+ dia_atraso[produtos][clientes][dia];

/* dia em que o cliente pretende ser servido pelo produto i no dia y*/
dvar int+ pretendido[clientes][produtos];

minimize
sum(i in produtos, j in clientes, y in dia) dia_atraso[i][j][y]*catraso[i] +
sum(i in produtos, j in clientes, y in dia) q_nent[i][j][y]*cnent[i]+
sum(i in produtos, y in dia) q_armazenado[i][y]*carmazenamento[i]+
sum(t in componentes, y in dia) q_armazenado2[t][y]*carmazenamento2[t]+
sum(y in dia) chorasextra*horas_extra[y]+
sum(i in produtos, y in dia) (q_produtos_p[i][y]*cproducao[i])
/*sum(s in fornecedores,t in componentes, y in dia)
q_recebida[s][t][y]*cunit[t][s]*/
;

subject to {

/*restricao da procura*/
forall(i in produtos, j in clientes, y in dia)
q_fabrica[i][j][y]+ q_armazenado[i][y]>= procura[i][j];

/*restricao da oferta*/
forall(s in fornecedores, t in componentes, y in dia)
q_recebida[s][t][y]<= oferta[t][s];

/*restricao da quantidade armazenada*/
forall(i in produtos, j in clientes, y in dia)
q_fabrica[i][j][y]<= q_produtos_p[i][y]+q_armazenado[i][y];

/* restricao da capacidade de producao em R1*/
forall(i in produtos, y in dia)
consumo_R1[i]*q_produtos_p[i][y]/t[i]<= cap_R1[y]+horas_extra[y];

/*restricao da capacidade de transporte T1*/
forall(t in componentes, s in fornecedores, y in dia)
q_recebida[s][t][y]<= cap_T1[t][s];

/* restricao dia de entrega*/
forall(i in produtos, j in clientes, y in dia)
dia_entrega[i][j]<= pretendido[j][i] + prazo;

/*restricao falha na entrega dos produtos ao cliente*/
forall(i in produtos, j in clientes, y in dia)

```

```
dia_atraso[i][j][y]<= dia_entrega[i][j] + (- dia_pretendido[j][i]);  
}
```