

# Métodos Heurísticos

## Exercícios

1. Uma universidade quer ligar as suas escolas através de uma rede de comunicação de dados e voz. A configuração da rede é do tipo *peer-to-peer*: para garantir a ligação entre dois pontos da rede, é necessário que exista apenas um caminho entre eles. As várias possibilidades de interligação das escolas são ilustrada no grafo da Figura 1.

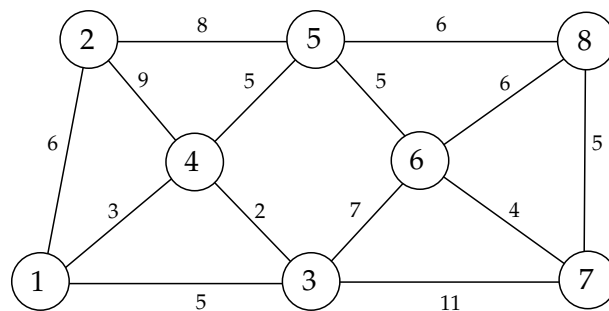


Figura 1: Estrutura da rede

Os valores junto aos arcos indicam o custo de instalação da respectiva ligação. A universidade pretende escolher as ligações que deverão ser instaladas de modo a minimizar o custo total de instalação e a garantir a conectividade da rede.

- a) Identifique o problema de optimização a que corresponde este problema.
- b) Determine que ligações deverão ser instaladas para minimizar o custo total de instalação.

2. Considere uma instância do problema do caixeiro viajante definido a partir de um grafo completo com 6 vértices cuja matriz de custos é representada a seguir:

	2	3	4	5	6
1	3	6	5	1	6
2		5	10	7	4
3			7	5	8
4				6	9
5					3

Assuma que a matriz de custos é simétrica.

- Determine uma solução válida para esta instância usando a heurística do vizinho mais próximo.
  - Repita a heurística do vizinho mais próximo escolhendo como vértice inicial cada um dos vértices do grafo.
  - Determine uma solução usando a heurística de inserção de menor custo.
3. Considere uma instância do problema de empacotamento com contentores de largura  $W = 100$ , e 10 itens diferentes, cada um com procura unitária e tamanhos iguais respectivamente a 53, 50, 46, 37, 32, 24, 22, 15, 13 e 5.
- Obtenha uma solução válida para o problema usando uma heurística de construção que consiste em colocar os itens um a um nos contentores por ordem decrescente do seu tamanho (heurística *first fit decreasing*). Quantos contentores são usados?
  - Assuma que as soluções do problema são representadas através de sequências de itens que representam a ordem pela qual os itens são colocados nos contentores, e considere uma função de vizinhança que consiste em trocar a posição de dois itens nessa sequência.

Usando essa função de vizinhança, aplique o método de pesquisa local partindo da sequência que usou em a). Faça no máximo 3 iterações.

4. Considere o problema de caixeiro viajante definido num grafo completo com 5 vértices e com os custos representados na tabela seguinte:

	2	3	4	5
1	2	1	7	4
2		3	3	5
3			2	1
4				6

- a) Determine uma solução válida para esta instância usando a heurística do vizinho mais próximo e partindo do vértice 1.
- b) Assuma que as soluções do problema são representadas pela sequência de vértices que são atravessados ao percorrer o circuito. Considere uma função de vizinhança que consiste em trocar a ordem de dois vértices no circuito. Use o método de pesquisa local para melhorar a solução que obteve em a). Faça no máximo 3 iterações.
5. Considere a instância do problema de coloração de grafos definido a partir do grafo ilustrado na Figura 2.

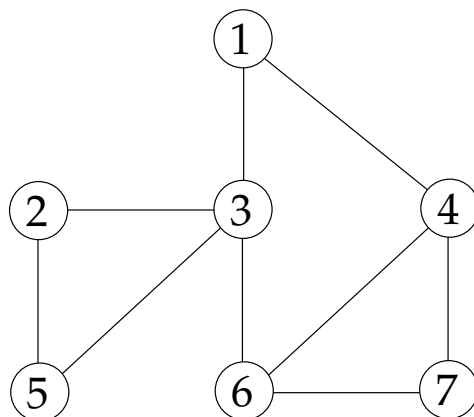


Figura 2: Problema de coloração de grafos

- a) Sugira duas formas diferentes de representar as soluções.

- b) Partindo da representação que escolheu em a), defina uma função de vizinhança para este problema. Enumere todas as soluções da instância representada acima que são vizinhas da solução que corresponde a pintar os vértices da forma seguinte:

$$\begin{aligned} 1, 2 &\rightarrow \textit{verde} \\ 3 &\rightarrow \textit{azul} \\ 4, 5 &\rightarrow \textit{vermelho} \\ 6 &\rightarrow \textit{amarelo} \\ 7 &\rightarrow \textit{branco} \end{aligned}$$

- c) Defina os elementos de um método de pesquisa tabu para este problema.
- d) Aplique o método que definiu em c) partindo da solução descrita na alínea b). Faça no máximo 4 iterações.

**6.** Considere o problema de Programação Inteira seguinte:

$$\begin{aligned} \max z = & 15x_1 + 7x_2 + 19x_3 + 14x_4 + 11x_5 \\ \text{s. a} & \\ & 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 3x_5 \leq 10 \\ & 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 4x_5 \leq 13 \\ & x_1 + \phantom{2x_2} + \phantom{5x_3} + \phantom{4x_4} + \phantom{3x_5} \leq 1 \\ & \phantom{x_1} + x_2 + \phantom{5x_3} + 2x_4 + 5x_5 \leq 11 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Resolva este problema usando um método de pesquisa por arrefecimento simulado, e partindo da solução inicial seguinte:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (1, 0, 1, 0, 0).$$

Descreva todos os elementos do método que usar, e faça no máximo 3 iterações.