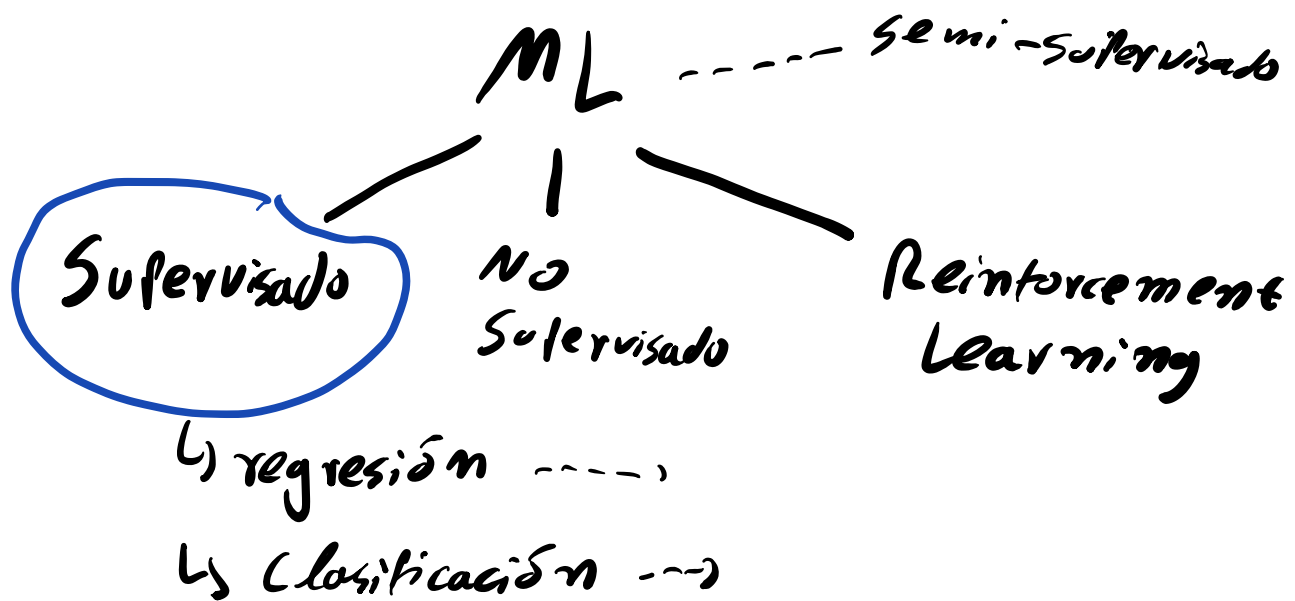


# Primer capítulo del Bishop.

## Regresión

- Probabilidad
- Decisión
- Teoría de la información.
- Entrenamiento
- Prueba
- generalización.



**Regresión**  
 $(x_n, t_n)$   
 $t_n \in \mathbb{R}$

**Clasificación**  
 $(x_n, c_n)$   
 $c_n \in \mathbb{N}$   
clase.

Ejemplo de regresión:

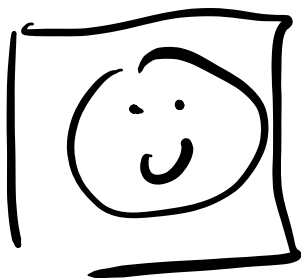
$$x_n = \begin{bmatrix} \text{edad} \\ \text{peso} \\ \text{altura} \end{bmatrix}$$

$$x_n = \begin{bmatrix} \text{densidad} \\ \text{peso } m \end{bmatrix}$$

$$t_n = \text{glucosa en la sangre.}$$

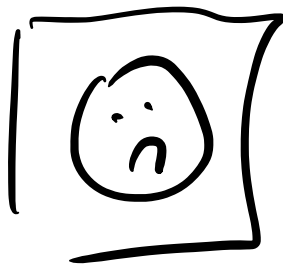
$$t_n = \text{temperatura de fusión}$$

Ejemplo de clasificación:



→ "feliz"

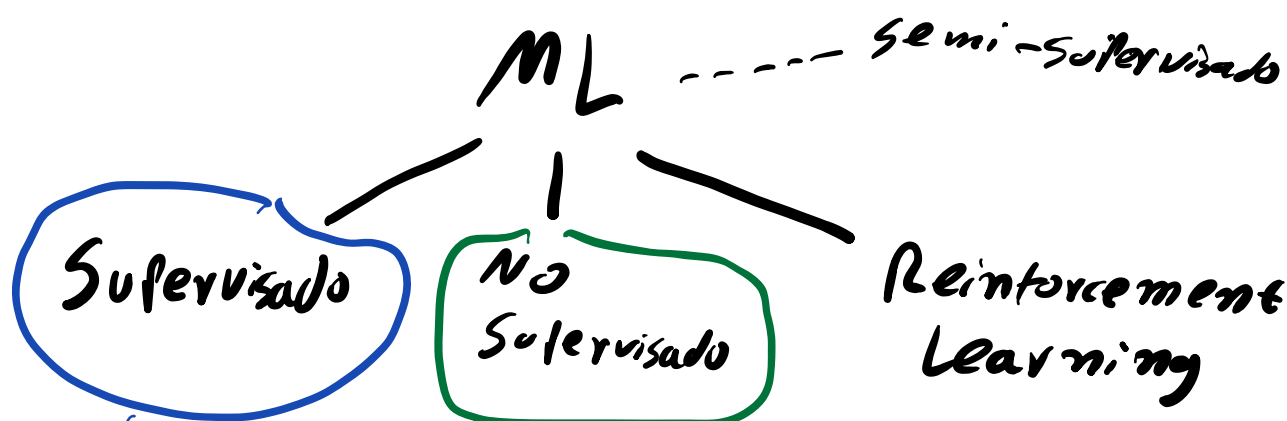
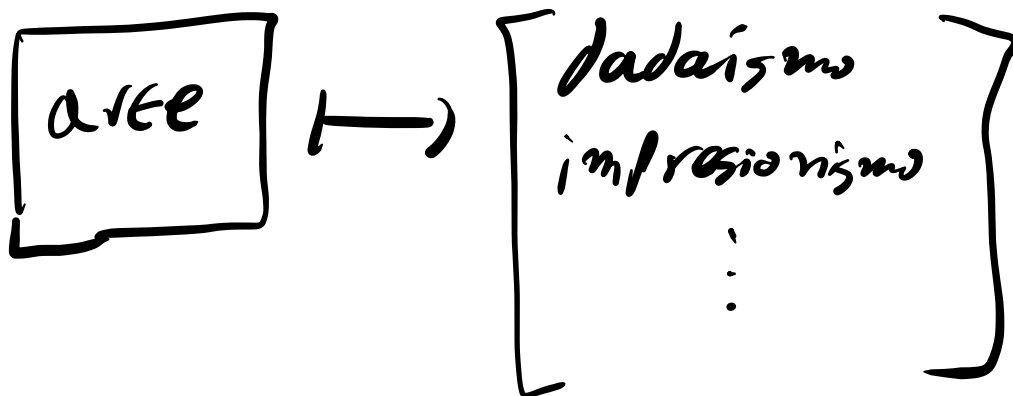
$$C = \begin{bmatrix} \text{"feliz"} \\ \text{"triste"} \\ \text{"con hambre"} \end{bmatrix}$$



→ "triste"

---

$n \rightarrow$  "primo"  
"no primo"



$\hookrightarrow$  regresión  $\dots\dots$   
 $\hookrightarrow$  clasificación  $\dots\dots$

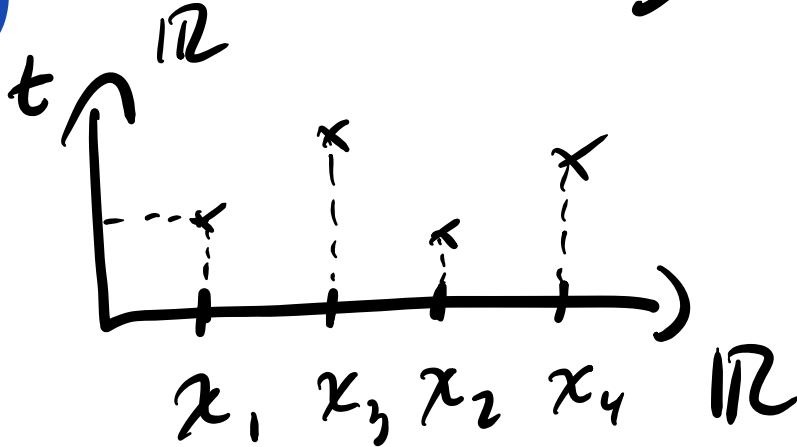
$$D = \{ (x_n, t_n) \}$$

$\hookrightarrow$  "la verdad"

$$D = \{ (x_n) \}$$

Regresión

$$D = \{ (x_n, t_n) \}$$



Un modelo ...

$$y(x; w_0, w_1) = w_0 + w_1 x$$

regresión lineal

$$y(x; \vec{w}) = \sum_i w_i x^i$$

regresión polinomial.

$$y(x; w_0, w_1) = \sin(w_0) + \tan(w_1 x)$$

$$y(x; w, a) = a \cos(wx)$$

$$y(x; w_1, w_2) = w_2 \phi(w_1 \phi(x))$$

$\downarrow \quad \downarrow$   
 "funciones de activación"

— /// —

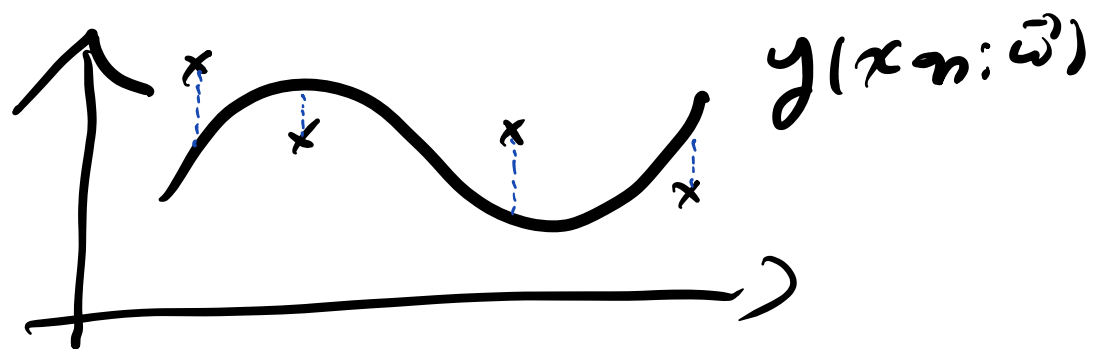
$$y(x; \vec{w}) = \sum_i w_i x^i$$

(1) Tenemos

$$D = \{(x_n, t_n)\}$$

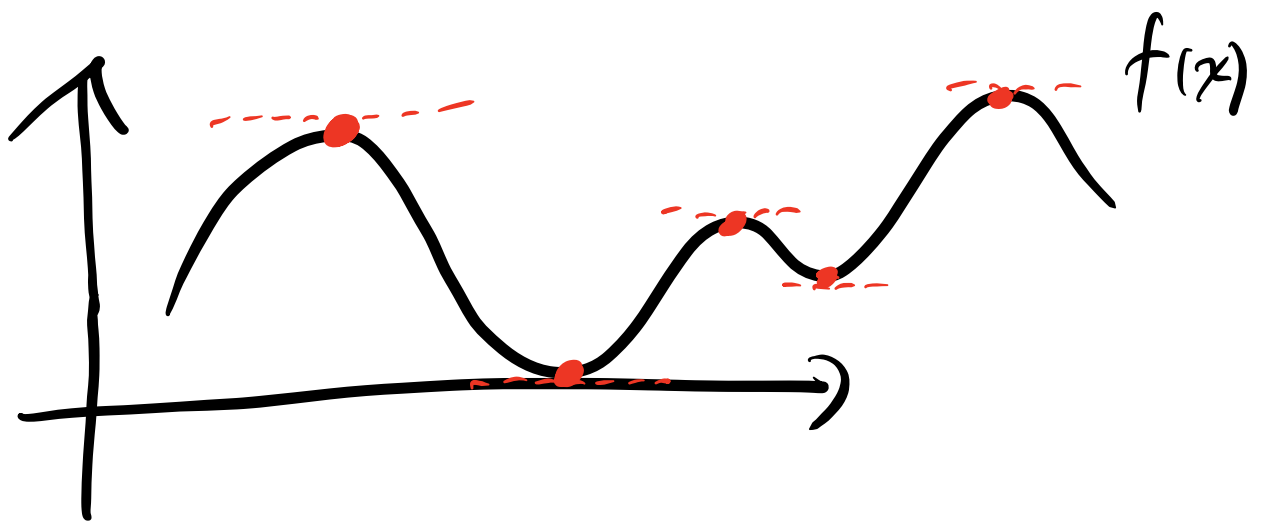
(2) Definimos  $y(x; \vec{w})$  y

$$\mathcal{E}(\vec{w}) = \frac{1}{2} \sum_n (y(x_n; \vec{w}) - t_n)^2$$



Queremos minimizar  $\mathcal{E}(\vec{w}) \dots$

Recordemos optimización.

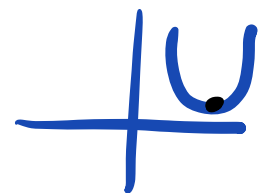


Encontrar  $x$  t.q.  $f'(x) = 0$   
 dependiendo de

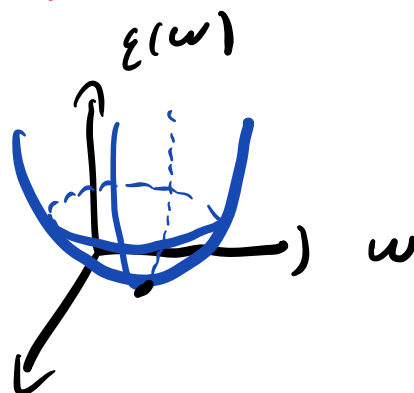
$$\begin{cases} f''(x) < 0 \\ f''(x) > 0 \end{cases}$$

max.  
min.

Convexas



$\xi(w)$



$$\mathcal{E}(\vec{w})$$

$$f'(x) = 0$$



$$\nabla_w \mathcal{E}(\vec{w}) = 0$$

$$\mathcal{E}(\vec{w}) = \frac{1}{2} \sum_n (y(x_n; \vec{w}) - t_n)^2$$

---


$$\nabla_{\vec{w}} \mathcal{E} = \left( \frac{\partial \mathcal{E}(\vec{w})}{\partial w_0}, \dots, \frac{\partial \mathcal{E}(\vec{w})}{\partial w_T} \right)$$

$w_i = w_i$

$$\mathcal{E}(\vec{w}) = \frac{1}{2} \left( (w_0 + w_1 x_n + \dots + w_T x_n^T) - t_n \right)^2$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w_i} = (y(x_n; \vec{w}) - t_n) \cdot x_n^i$$

$$\frac{\partial y(x_n; \vec{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial (w_0 + w_1 x_n^1 + \dots + w_T x_n^T)}{\partial w_i}$$



$$= \frac{\partial w_0}{\partial w_i} + \dots + \frac{\partial (w_i x_n^i)}{\partial w_i} + \dots$$

$$= x_n^i$$

---


$$\nabla_w \mathcal{E} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w_i} = 0$$

$$(y(x_n; \bar{w}) - t_n) \cdot x_n^i = 0$$

**Tarea:** 1. ¿Cuáles son los  $\bar{w}$  que minimizan  $\mathcal{E}(\bar{w})$ ?

2. Programar

```
def pesos ( $\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix}$ , T)
```

• • •

```
return  $[w_0, \dots, w_T]$ 
```

3. Pensar en problemas de  
regresión o clasificación que  
te parezcan interesantes.