

---

**Activités**


---

**Acti. 1.** Prouver que la somme de deux entiers impairs quelconques est un nombre pair.

**Acti. 2.** On considère l'identité suivante, appelée égalité de Lagrange (mathématicien du XVI<sup>e</sup> siècle):

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

a) Démontrer cette identité.

b) Appliquer cette identité à quatre entiers (par exemple 2, 3, 4, 5) en utilisant la calculatrice.

**Acti. 3.** On considère le nombre  $123456789^2 - 123456786 \cdot 123456792$ .

a) Calculer ce nombre à l'aide d'une calculatrice.      b) Poser  $x = 123456789$  et exprimer le nombre considéré en fonction de  $x$ .

c) Développer et réduire l'expression trouvée en b).      d) Que conclure des calculs précédents ?

**Acti. 4.** Développer le carré:  $(3 + 2\sqrt{2})^2$ . En déduire une autre écriture pour  $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ .

---

**Exercices**


---

**Exo. 1.** Connaître par coeur et savoir démontrer les identités suivantes :

a)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c)  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

d)  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

**Exo. 2.** Prouver que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

**Exo. 3.** Développer à l'aide d'une identité remarquable, directement et rapidement (sans copier l'énoncé, ne pas s'accorder plus de 5').

a)  $(x + y)^2$

b)  $(2x^2 + 2)(2x^2 - 6)$

c)  $(x - y)(x + y)$

d)  $(3x + y)^2$

e)  $(x^2 + y^3)^2$

f)  $(x - 1)^2$

g)  $(1 - x)(1 + x)$

h)  $(4x - 3)^2$

i)  $(x^3 + 3y)(x^3 - 3y)$

j)  $(3z - 2)^2$

k)  $(1 - x)^2$

l)  $(xy + 2y)^2$

m)  $(x^2 - 1)^2$

n)  $(2x + 2)^2$

o)  $(2a + 3)(2a + 3)$

p)  $(xyz + 5)(xyz - 5)$

q)  $(3x^3 - 5)^2$

r)  $(a + 3b)(a + 3b)$

s)  $(x^2 - 1)(x^2 - 1)$

t)  $(4a^2b - 5)(4a^2b + 5)$

u)  $(2xy^3 - 1)(2xy^3 - 1)$

v)  $(x^4 + y)(x^4 + y)$

w)  $(1 - ax^4)(1 + ax^4)$

x)  $(x^2 + a^2)(x^2 - a^2)$

**Exo. 4.** Développer directement à l'aide des identités remarquables sans écrire l'étape intermédiaire.

Exemple :  $(x - 3)(x + 2) = x^2 - x - 6$ .

a)  $(x - 1)(x - 2)$

b)  $(x + 3)(x + 1)$

c)  $(x - 4)(x + 4)$

d)  $(y + 6)(y - 8)$

e)  $(a + 1)(a - 12)$

f)  $(y + 9)(y - 4)$

g)  $(a + 7)(a + 3)$

h)  $(x - 3)(x - 10)$

**Exo. 5.** Utiliser les identités remarquables pour calculer (sans calculatrice) les carrés suivants :

a) Avec  $(a + b)^2$  :  $23^2$ ;  $92^2$ ;  $101^2$ ;  $42^2$

b) Avec  $(a - b)^2$  :  $39^2$ ;  $68^2$ ;  $99^2$ ;  $298^2$

**Exo. 6.** Déterminer les identités remarquables pour :  $(a + b)^1$ ;  $(a + b)^2$ ;  $(a + b)^3$ ;  $(a + b)^4$ ;  $(a + b)^5$  (Expressions réduites et ordonnées selon les puissances décroissantes de  $a$ )

**Exo. 7.** Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a)  $(10rx + 8)(10rx + 5)$

b)  $\left(st + \frac{3}{2}s\right)\left(st - \frac{3}{2}s\right)$

c)  $\left(5s^2y - \frac{5}{8}s^2\right)^2$

d)  $\left(\frac{1}{8}x + \frac{2}{3}sx\right)^2$

e)  $\left(\frac{2}{5}z^2 + \frac{3}{5}r^2z\right)\left(\frac{2}{5}z^2 - \frac{3}{5}r^2z\right)$

f)  $\left(\frac{7}{2}r - 4rt^2\right)^2$

g)  $(6ry + 3)(6ry + 2)$

h)  $\left(\frac{4}{3}z^2 + \frac{5}{9}rz\right)^2$

i)  $\left(\frac{4}{7}tx - 8\right)\left(\frac{4}{7}tx + 7\right)$

j)  $\left(10s + \frac{8}{7}t^3\right)^2$

---

**Automatismes**

---

Automatismes testés en semaine 7, car il y a l'évaluation en semaine 6.

**Aut. 1.** Développer explicitement à l'aide d'une identité remarquable (réduire le développement obtenu lorsque c'est possible).

a)  $(-3\sqrt{3} + 5\sqrt{5})^2$

b)  $(6\sqrt{3} + 6)(6\sqrt{3} - 6)$

c)  $(-3\sqrt{2} + 5\sqrt{2})(-3\sqrt{2} - 5\sqrt{2})$

d)  $(-5\sqrt{2} + 5)^2$

e)  $(4\sqrt{3} - 6)^2$

f)  $(-2\sqrt{11} - 5)^2$

**Aut. 2.** Développer explicitement à l'aide d'une identité remarquable (réduire le développement obtenu lorsque c'est possible).

a)  $(1 + \sqrt{5})^2$

b)  $(\sqrt{3} + \sqrt{7})^2$

c)  $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$

d)  $(\sqrt{3} + \sqrt{15})(\sqrt{3} + \sqrt{12})$

e)  $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$

f)  $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

**Aut. 3.** Factoriser au maximum les expressions suivantes.

a)  $40ty - 10t^2 + 35y$

b)  $12s^2t + 32s^2 + 24st$

c)  $-30z + 45t + 10$

d)  $70sz^2 + 50sz + 60z$

e)  $50rs^2 + 40r^2 + 20r$

f)  $21t + 56$

g)  $72rx^2 + 32x^2 - 56x$

h)  $-63y^2 - 56xy - 42y$

i)  $-56sy - 40s + 24$

j)  $-6s^2t + 9t^3$

**Aut. 4.** Factoriser au maximum les expressions suivantes.

a)  $-60rsyz - 48sz - 18z$

b)  $-30r^2t^2x^2 - 60r^2t^2x + 10rtx^2$

c)  $-21stxz + 42sxz + 56s$

d)  $-2syx^2 - 16st + 14s$

e)  $10st^2x^2y - 14s^2tx$

f)  $-18rxz^2 + 21tz - 15z$

g)  $rst + 7rt$

h)  $56rtxy^2 + 48rtx^2$

i)  $35rx^3 + 42xyz^2$

j)  $-3ry + 15y + 15$