
Activités

Acti. 1. Connaître par coeur et savoir démontrer les identités suivantes :

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

d) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

Acti. 2. On considère l'identité suivante, appelée égalité de Lagrange (mathématicien du XVI^e siècle):

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

a) Démontrer cette identité.

b) Appliquer cette identité à quatre entiers (par exemple 2, 3, 4, 5).

c) Décrire cette identité par une phrase: « Le produit d... »

Acti. 3. On considère le nombre $123456789^2 - 123456786 \cdot 123456792$.

a) Calculer ce nombre à l'aide d'une calculatrice.

b) Poser $x = 123456789$ et exprimer le nombre considéré en fonction de x .

c) Développer et réduire l'expression trouvée en b). d) Que conclure des calculs précédents ?

Acti. 4. Développer le carré: $(3 + 2\sqrt{2})^2$. En déduire une autre écriture pour $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$.

Exercices

Exo. 1. « Donner une preuve géométrique » pour les identités remarquables 2), 3) et 4) en suivant l'exemple de celle donnée dans la théorie pour la première identité.

Exo. 2. Développer à l'aide d'une identité remarquable, directement et rapidement (sans copier l'énoncé, ne pas s'accorder plus de 5').

a) $(x + y)^2$

b) $(x + 0, 2)^2$

c) $(x - y)(x + y)$

d) $(3x + y)^2$

e) $(x^2 + y^3)^2$

f) $(x - 1)^2$

g) $(1 - x)(1 + x)$

h) $(4x - 3)^2$

i) $(x^3 + 3y)(x^3 - 3y)$

j) $(3z - 2)^2$

k) $(1 - x)^2$

l) $(xy + 2y)^2$

m) $(x^2 - 1)^2$

n) $(2x + 2)^2$

o) $(2a + 3)(2a + 3)$

p) $(xyz + 5)(xyz - 5)$

q) $(3x^3 - 5)^2$

r) $(a + 3b)(a + 3b)$

s) $(x^2 - 1)(x^2 - 1)$

t) $(4a^2b - 5)(4a^2b + 5)$

u) $(2xy^3 - 1)(2xy^3 - 1)$

v) $(x^4 + y)(x^4 + y)$

w) $(1 - ax^4)(1 + ax^4)$

x) $(x^2 + a^2)(x^2 - a^2)$

Exo. 3. Développer directement à l'aide des identités remarquables sans écrire l'étape intermédiaire.

Exemple : $(x - 3)(x + 2) = x^2 - x - 6$.

a) $(x - 1)(x - 2)$

b) $(x + 3)(x + 1)$

c) $(x - 4)(x + 4)$

d) $(y + 6)(y - 8)$

e) $(a + 1)(a - 12)$

f) $(y + 9)(y - 4)$

g) $(a + 7)(a + 3)$

h) $(x - 3)(x - 3)$

Exo. 4. Utiliser les identités remarquables pour calculer (sans calculatrice) les carrés suivants :

a) Avec $(a + b)^2$: 23^2 ; 92^2 ; 101^2 ; 42^2

b) Avec $(a - b)^2$: 39^2 ; 68^2 ; 99^2 ; 298^2

Exo. 5. Déterminer les identités remarquables pour : $(a + b)^1$; $(a + b)^2$; $(a + b)^3$; $(a + b)^4$; $(a + b)^5$
(Expressions réduites et ordonnées selon les puissances décroissantes de a)

Exo. 6. Développer explicitement à l'aide d'une identité remarquable (réduire le développement obtenu lorsque c'est possible).

a) $(1 + \sqrt{5})^2$

b) $(\sqrt{3} + \sqrt{7})^2$

c) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$

d) $(\sqrt{3} + \sqrt{15})(\sqrt{3} + \sqrt{12})$

e) $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$

f) (*) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^3$

Automatismes

Peu d'automatismes, car évaluation en semaine 6. Il peut y avoir une question à l'évaluation dessus.