
Activités

Acti. 1. Quel est le chiffre des unités du nombre 8^{2024} ?

Acti. 2. Donner l'ensemble des diviseurs pour chacun des entiers allant de 1 à 10, sous la forme habituelle :

$$\text{Div}_1 = \{1\}; \quad \text{Div}_2 = \{1; 2\}; \quad \text{Div}_3 = \{1; 3\}; \quad \dots; \quad \text{Div}_{10} = \dots$$

- a) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont un nombre impair de diviseurs :
- Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?
 - Donner la liste des quinze premiers nombres entiers qui ont cette caractéristique.
- b) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont exactement deux diviseurs :
- Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?
 - Donner la liste des nombres entiers inférieurs à 50 qui ont cette caractéristique.

Exercices

Exo. 1. Sur les multiples de 3 :

- Trouver le plus grand multiple de 3, formé de cinq chiffres et terminant par 24.
- Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres et terminant par 24.
- Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres pairs distincts.
- Trouver le plus grand multiple de 3, formé de quatre chiffres impairs distincts.

Exo. 2. Leonhard EULER énonça en 1772 : « Le nombre $n^2 + n + 41$ est premier pour $n \leq 39$. » ($n \in \mathbb{N}$)
Vérifier son affirmation pour $0 \leq n \leq 6$ en contrôlant dans la liste de la page 2 du cours.

Exo. 3. Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers (sans calculatrice) :

- | | | | | |
|----------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|
| a) 10 | b) 10^2 | c) 100000 | d) $24 \cdot 1000$ | e) $38 \cdot 10^5$ |
| f) 25000 | g) 28000 | h) 66000 | i) 16000 | j) 3600000 |

Exo. 4. Calculer de tête, le plus simplement et rapidement possible (environ 3 minutes pour l'ensemble de l'exercice) :

- | | | | |
|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| a) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ | b) $2^3 \cdot 7 \cdot 5^3$ | c) $2^4 \cdot 5^2$ | d) $2^3 \cdot 5^4$ |
| e) $2^5 \cdot 5^5 \cdot 7$ | f) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ | g) $2^4 \cdot 5^4 \cdot 11$ | h) $2^6 \cdot 5^3$ |
| i) $2^4 \cdot 5^6$ | j) $2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2$ | k) $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$ | l) $2^6 \cdot 3 \cdot 5^8$ |

Automatismes

Aut. 1. Calculer.

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------------|------------------------|
| a) $-4 \cdot (-5) \cdot 3 + 3$ | b) $-5 \cdot (-29 + 33) \cdot 5$ | c) $-3 \cdot (10 - 4)$ |
| d) $-1 - (4 + 9)$ | e) $8 \div (3 - 2)$ | f) $-11 - (+8) - 4$ |

Aut. 2. Calculer.

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| a) $(-2 - 2 + (-3)^2) \cdot 5$ | b) $4 + 3^2 \cdot (-2)$ | c) $-4 \cdot ((-1)^2 + 2 \cdot (-1))$ |
| d) $(-4)^2 + 7 \cdot 6$ | e) $(-2)^2 \cdot (-2 - 7)$ | |

Aut. 3. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée au maximum.

- | | | | | |
|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| a) $7 + \frac{3}{8}$ | b) $\frac{8}{24} + \frac{3}{6}$ | c) $\frac{5}{8} - \frac{2}{12}$ | d) $\frac{8}{7} - \frac{6}{8}$ | e) $\frac{7}{50} + \frac{9}{75}$ |
|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|

Aut. 4. Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

- | | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) $\frac{5}{8} \div \frac{4}{7}$ | b) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$ | c) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$ | d) $\frac{1}{7} \div \frac{2}{3}$ | e) $\frac{1}{8} \div \frac{1}{10}$ |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|

Aut. 5. Effectuer les calculs suivants.

a) $\frac{7}{32} - \frac{6}{8}$

b) $\frac{6}{3} \cdot \frac{5}{4}$

c) $2 + \frac{7}{5}$

d) $\frac{9}{3} \cdot \frac{5}{3} + \frac{5}{3}$

e) $\frac{4}{6} \cdot \frac{7}{3}$

f) $\frac{3}{4} - 4$

g) $\frac{6}{2} + \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{7}$

h) $\frac{6}{3} + \frac{4}{3}$

Aut. 6. Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

a)
$$\frac{-\frac{22}{21}}{\frac{88}{-7}}$$

b) $\frac{28}{10} \cdot \frac{8}{35}$

c) $\frac{-33}{24} \cdot \frac{21}{-99}$

d)
$$\frac{\frac{5}{15}}{\frac{15}{3}}$$

e)
$$\frac{\frac{15}{63}}{\frac{-21}{-35}}$$