-Activité « somme-produit » —

-Partie 1/4 -

Voici l'énoncé du problème « somme-produit »:

« Déterminer deux nombres entiers a et b connaissant leur somme s et leur produit p. »

Ce problème remonte aux babyloniens qui souhaitaient déterminer la longueur ℓ et la largeur L d'un terrain rectangulaire (jardin, champ, etc.) connaissant son périmètre $2(\ell + L)$ et son aire $\ell \cdot L$.

Exo. 1. Déterminer deux nombres a et b dont :

a) le produit vaut 6 et la somme 5

 $a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$

c) le produit vaut 12 et la somme -7

 $a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$

e) le produit vaut 10 et la somme -7

 $a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$

d) le produit vaut -5 et la somme 4

a = b =

b) le produit vaut 12 et la somme 7

a =______ b =______

f) le produit vaut -9 et la somme 8

a =______ b =______

g) le produit vaut -8 et la somme -2

 $a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$

h) le produit vaut 15 et la somme -8

 $a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$

Exo. 2. Écrire clairement une procédure pour obtenir une solution.

Pour rappel, la quatrième identité remarquable est de la forme

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab.$$

On retrouve le terme somme (a + b) et le terme produit (ab).

Exo. 3. À l'aide du premier exercice, factoriser les expressions suivante en utilisant la quatrième identité remarquable.

a) $x^2 + 5x + 6 =$

c) $x^2 - 7x + 12 =$

e) $x^2 - 7x + 10 =$ _____

g) $x^2 - 2x - 8 =$

b) $x^2 + 7x + 12 =$

d) $x^2 + 4x + -5 =$

f) $x^2 + 8x - 9 =$

h) $x^2 - 8x + 15 =$

-Partie 2/4 -----

Un exemple de procédure

Exo. 4. Utiliser votre méthode ou la méthode ci-dessus pour déterminer deux nombres a et b dont :

a) le produit vaut -20 et la somme -8

$$a =$$
_______ $b =$ ______

b) le produit vaut -20 et la somme 1

$$a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$$

c) le produit vaut 12 et la somme 8

$$a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$$

d) le produit vaut 12 et la somme 13

$$a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$$

e) le produit vaut -40 et la somme 3

$$a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$$

f) le produit vaut 28 et la somme -11

$$a = \underline{\hspace{1cm}} b = \underline{\hspace{1cm}}$$

Exo. 5. Factoriser à l'aide de la quatrième identité remarquable.

a)
$$x^2 - 8x - 20 =$$

b)
$$x^2 + x - 20 =$$

c)
$$x^2 - 8x + 12 =$$

d)
$$x^2 + 13x + 12 =$$

e)
$$x^2 + 3x - 40 =$$

f)
$$x^2 - 11x + 28 =$$

Exo. 6. Essayer de déterminer deux nombres a et b dont

le produit vaut 233543149332 et la somme vaut 1423373.

Si vous n'y arrivez pas, quel est l'obstacle rencontré par rapport à votre méthode ou à la méthode proposée ?

-Partie 3/4 —

Les babyloniens ont trouvé une méthode pour résoudre ce problème, la voici. Si on note P le produit et S la somme.

Étape 1 On pose
$$r = \frac{S}{2}$$
.

Étape 2 Il existe m tel que

$$(r+m)(r-m) = P.$$

On va déterminer la valeur de m pour obtenir les nombres recherchés a = r + m et b = r - m.

Étape 3 On développe l'égalité ci-dessus

$$(r+m)(r-m) = P \iff r^2 - m^2 = P \iff -m^2 = P - r^2 \iff m^2 = r^2 - P \iff m = \sqrt{r^2 - P}$$

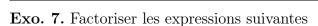
Étape 4 On connaît $r = \frac{S}{2}$ et P, ainsi

$$m = \sqrt{\frac{S^2}{4} - P}$$

Étape 5 On obtient

$$a = \frac{S}{2} - \sqrt{\frac{S^2}{4} - P}$$
 et $b = \frac{S}{2} + \sqrt{\frac{S^2}{4} - P}$

Déterminer a et b sachant que leur produit vaut 233543149332 et leur somme vaut 1423373 puis factoriser $x^2 + 1423373x + 233543149332.$



a) $x^2 + 1423373x + 233543149332$

b) \underline{x}	$x^2 + 1423373x + 233543149332$
	nethode vous fait-elle penser à quelque chose que vous connaissez déjà? Une autre procédure po er ce type d'expressions vous vient-elle à l'esprit?

-Partie 4/4 -