
Activités

Acti. 1. Effectuer la division $1 : 7$, par écrit, assez longtemps pour...

- a) trouver l'écriture décimale complète de $\frac{1}{7}$;
- b) expliquer pourquoi la longueur de la période de $\frac{1}{7}$ ne peut pas dépasser 6 chiffres ;
- c) (*) expliquer pourquoi l'écriture décimale de $\frac{1}{n}$ est finie ou infinie périodique et que sa partie périodique ne peut jamais dépasser $(n - 1)$ chiffres.

Acti. 2. Calculer et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible :

- a) $0, \overline{72} \cdot 0, \overline{810}$
- b) $(0, 297297297 \dots) \cdot (3, 3636363 \dots)$

Acti. 3. Donner tous les ensembles parmi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ et \mathbb{R} au(x)quel(s) appartient chacun des nombres suivants :

$$\frac{2}{7}; \sqrt{100}; \sqrt{200}; \pi + 1; -\sqrt{1,21}; 3,14 \cdot 10^5; -\frac{17}{2}.$$

Acti. 4. Enumérer les éléments des ensembles suivants (donnés par une condition) :

$$\{2n - 3 \mid n \in \mathbb{N} \text{ et } n \leq 5\} \quad \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}^* \right\} \quad \left\{ \frac{n-1}{n^2+n} \mid n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 6 \right\}$$

Exercices

Exo. 1. Quelle est la millièmes décimale de chacun des nombres rationnels suivants ? a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{17}{41}$

Exo. 2. Transformer chaque nombre rationnel en fraction irréductible.

- | | | | | |
|------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $0,35$ | d) $0, \overline{349}$ | g) $1, \overline{2}$ | j) $1,004$ | m) $2, \overline{9}$ |
| b) $0, \overline{35}$ | e) $0, \overline{35}$ | h) $3,25$ | k) $0, \overline{80}$ | n) $3, \overline{141}$ |
| c) $0, \overline{349}$ | f) $0, \overline{349}$ | i) 15% | l) $0,16$ | |

Exo. 3. Entre 1 et 2, trouver trois nombres...

- a) rationnels à développement décimal fini ;
- b) rationnels à développement décimal infini périodique ;
- c) irrationnels.

Donner si possible l'écriture fractionnaire irréductible.

Exo. 4. On considère les fractions

$$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}.$$

- a) Trouver l'écriture décimale exacte de ces nombres à l'aide d'une calculatrice.
- b) Remarquer qu'en plus d'avoir les mêmes chiffres 1, 4, 2, 8, 5, 7, ceux-ci sont toujours dans cet ordre de gauche à droite. Par exemple, pour 2, on commence par lire 2, 8, 5, 7, puis on revient au début avec 1, 4. (On dit que les chiffres de la période sont cycliques.)
- c) Les fractions dont le dénominateur est 23 ont les mêmes propriétés. Au lieu d'avoir une période cyclique de 6 chiffres, elles en ont 22. A l'aide d'une calculatrice uniquement (sans poser la division), trouver les 22 décimales de la période de $\frac{22}{23}$.

Exo. 5. Décrire les ensembles suivants par une condition d'appartenance (comme dans l'énoncé de l'activité 4).

- a) $\{\dots; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; \dots\}$
- b) $\{0; 2; 4; 6; 8; \dots\}$
- c) $\{1; 4; 9; 25; \dots\}$

Exo. 6. Dessiner un diagramme de Venn représentant simultanément les ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et \mathbb{R} . Placer dans la bonne plage chacun des nombres $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{14}$ et a_{15} :

$$a_1 = 3, 14; a_2 = \frac{5}{7}; a_3 = -8; a_4 = 5; a_5 = -1, 4; a_6 = -\frac{7}{5}; a_7 = \sqrt{8}; a_8 = -\sqrt{9}; a_9 = \sqrt{1000};$$

$$a_{10} = 1, \bar{7}; a_{11} = 1, 02022022202220 \dots; a_{12} = \frac{169}{13}; a_{13} = 1, 231 \cdot 10^8; a_{14} = \frac{\pi}{2}; a_{15} = 2 + \sqrt{3}.$$

Exo. 7. Compléter le tableau suivant en indiquant par une croix chacun des ensembles auquel le nombre donné appartient.

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}	aucun
$\frac{3}{2}$					
$\frac{3, 14}{0, 01}$					
$\sqrt{7}$					
$\frac{2 - \sqrt{8}}{\sqrt{2} - 1}$					
$\sqrt{9}$					
π					
$-\sqrt{100}$					

Exo. 8. Pour chaque nombre, simplifier et donner les ensembles de nombres auxquels il appartient.

a) $\frac{3-7}{2}$	b) $\frac{4}{4-1}$	c) $2, 5 : 3 + 1$	d) $\frac{2^0}{1^2}$
e) $(\sqrt{2} - 1) : 2$	f) $\frac{3 - \sqrt{9}}{\pi}$	g) $\sqrt{3 \cdot 27}$	h) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{12}}{\sqrt{27}}$
i) $\sqrt{\sqrt{25} - \frac{3}{\sqrt{9}}}$	j) $\frac{14}{\sqrt{25} - \sqrt{144}}$	k) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81} - \frac{16}{2}}$	l) $\frac{5 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 5}$

Automatismes

Aut. 1. Donner, si possible, une écriture simplifiée des calculs suivants.

a) $(-9\sqrt{7})^2$	b) $8\sqrt{7} \cdot 8\sqrt{7}$	c) $\sqrt{\frac{484}{4}}$	d) $\sqrt{6} + \sqrt{5}$	e) $-4\sqrt{6}(-9 - 9\sqrt{6})$
f) $\sqrt{64} + \sqrt{25}$	g) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{4}$	h) $\sqrt{3} + \sqrt{11}$	i) $-9\sqrt{7}(5 - 6\sqrt{7})$	j) $3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}$

Aut. 2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b le plus petit possible.

a) $\sqrt{500}$	b) $\sqrt{54}$	c) $\sqrt{27}$	d) $\sqrt{98}$	e) $\sqrt{44}$
-----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Aut. 3. Trouver une fraction égale à celle proposée en supprimant la racine carrée de son dénominateur.

a) $\frac{9}{\sqrt{2}}$	b) $\frac{4}{3 + 4\sqrt{10}}$	c) $\frac{11}{8 + 7\sqrt{11}}$	d) $\frac{10}{\sqrt{7}}$
e) $\frac{3}{\sqrt{6}}$	f) $\frac{11}{3 + 3\sqrt{6}}$	g) $\frac{9}{\sqrt{6}}$	