

Exercices

Corr. exo. 1.

- a) On a $1 \div 7 = 0, \overline{142857}$, donc une période de six chiffres. On divise 1000 par 6 et on obtient 166 reste 4. Le millièmème chiffre après la virgule est le quatrième chiffre de la période soit 8.
- b) On a $17 \div 41 = 0, \overline{41463}$, donc une période de cinq chiffres. On divise 1000 par 5 et on obtient 200 reste 0. Le millièmème chiffre après la virgule est le cinquièmème chiffre de la période soit 3.

Corr. exo. 2.

- a) $\frac{35}{10} = \frac{7}{2}$ b) $\frac{35}{99}$ c) $\frac{349}{999}$ d) $\frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{173}{495}$
- e) $\frac{3}{10} + \frac{5}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$ f) $\frac{34}{100} + \frac{9}{900} = \frac{7}{20}$.
Noter que $0, \overline{9} = 1$ et
que $0, 0\overline{9} = 0,01$.
- g) $1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$ h) $\frac{325}{100} = \frac{13}{4}$
- i) $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ j) $1 + \frac{4}{10000} = \frac{251}{250}$ k) $\frac{80}{99}$ l) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$
- m) 3 n) $3 + \frac{141}{999} = \frac{1046}{333}$

Corr. exo. 3.

- a) $\frac{12}{10}; \frac{13}{10}; \frac{14}{10};$ b) $1, \overline{1} = \frac{10}{9}; \frac{11}{9}; \frac{12}{9};$ c) $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{5}}{2}.$

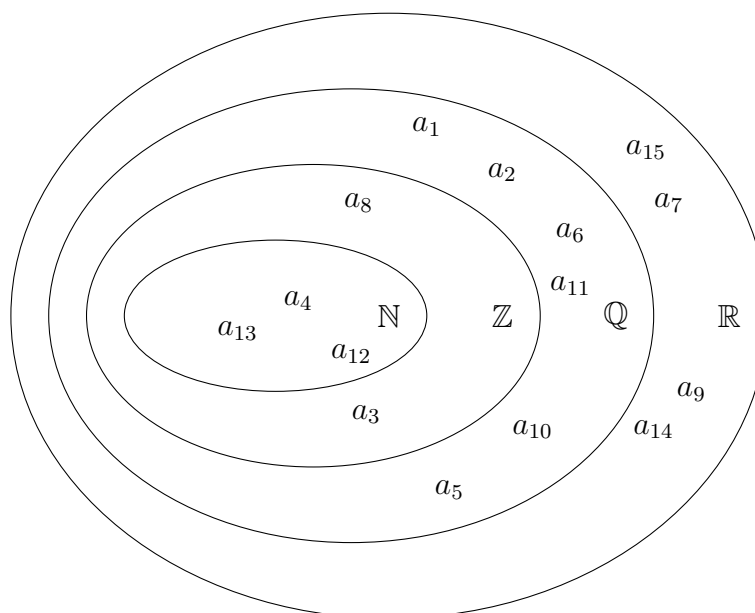
Corr. exo. 4.

- a) $\frac{1}{7} = 0, \overline{142857}; \frac{2}{7} = 0, \overline{285714}; \frac{3}{7} = 0, \overline{428571}; \frac{4}{7} = 0, \overline{571428}; \frac{5}{7} = 0, \overline{714285}; \frac{6}{7} = 0, \overline{857142}.$
- b) À remarquer.
- c) $\frac{22}{23} = 0, \overline{9565217391304347826086}$

Corr. exo. 5.

- a) $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ b) $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ c) $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

Corr. exo. 6.



Corr. exo. 7.

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}	aucun
$\frac{3}{2}$			X	X	
$\frac{3,14}{0,01}$	X	X	X	X	
$\sqrt{7}$				X	
$\frac{2-\sqrt{8}}{\sqrt{2}-1}$		X	X	X	
$\sqrt{9}$	X	X	X	X	
π				X	
$-\sqrt{100}$		X	X	X	

Corr. exo. 8.

$$\text{a) } \frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{b) } \frac{4}{4-1} = \frac{4}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$\text{c) } 2,5 : 3 + 1 = \frac{25}{30} + 1 = \frac{5}{6} + 1 = \frac{11}{6} \in \mathbb{Q}$$

$$\text{d) } \frac{2^0}{1^2} = \frac{1}{1} = 1 \in \mathbb{N}$$

$$\text{e) } (\sqrt{2}-1) : 2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$$

$$\text{f) } \frac{3-\sqrt{9}}{\pi} = \frac{3-3}{\pi} = 0 \in \mathbb{N}$$

$$\text{g) } \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9 \in \mathbb{N}$$

$$\text{h) } \frac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$\text{i) } \sqrt{\sqrt{25}-\frac{3}{\sqrt{9}}} = \sqrt{5-\frac{3}{3}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}$$

$$\text{j) } \frac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}} = \frac{14}{5-12} = \frac{14}{-7} = -2 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{k) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81}-\frac{16}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{9-8} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \in \mathbb{R}$$

$$\text{l) } \frac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5} = \frac{5-\sqrt{3}}{-(5-\sqrt{3})} = -1 \in \mathbb{Z}$$

Automatismes**Corr. aut. 1.**

$$\begin{aligned} \text{a) } (-9\sqrt{7})^2 &= (-9)^2 \cdot (\sqrt{7})^2 \\ &= 81 \cdot 7 \\ &= 567 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 8\sqrt{7} \cdot 8\sqrt{7} &= 8 \cdot 8\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \\ &= 64 \cdot 7 \\ &= 448 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{\frac{484}{4}} &= \sqrt{\frac{11^2 \cdot 4}{4}} \\ &= \sqrt{11^2} \\ &= 11 \end{aligned}$$

$$\text{d) } \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ n'est pas simplifiable}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } -4\sqrt{6}(-9-9\sqrt{6}) &= -4\sqrt{6} \cdot (-9) - 4\sqrt{6} \cdot (-9)\sqrt{6} \\ &= 36\sqrt{6} - 4 \cdot (-9) \cdot 6 \\ &= 36\sqrt{6} + 216 \end{aligned}$$

$$\text{f) } \sqrt{64} + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad \sqrt{12} \cdot \sqrt{4} &= \sqrt{12 \cdot 4} \\ &= \sqrt{3 \cdot 4 \cdot 4} \\ &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

h) $\sqrt{3} + \sqrt{11}$ n'est pas simplifiable

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad -9\sqrt{7}(5 - 6\sqrt{7}) &= -9\sqrt{7} \cdot 5 - 9\sqrt{7} \cdot (-6)\sqrt{7} & \text{j)} \quad 3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} &= 3 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \\ &= -45\sqrt{7} - 9 \cdot (-6) \cdot 7 & &= 12 \cdot 2 \\ &= -45\sqrt{7} + 378 & &= 24 \end{aligned}$$

Corr. aut. 2.

a) On simplifie $\sqrt{500}$ en $10\sqrt{5}$, car $\sqrt{500} = \sqrt{10^2 \cdot 5} = \sqrt{10^2} \cdot \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$.

b) On simplifie $\sqrt{54}$ en $3\sqrt{6}$, car $\sqrt{54} = \sqrt{3^2 \cdot 6} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$.

c) On simplifie $\sqrt{27}$ en $3\sqrt{3}$, car $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

d) On simplifie $\sqrt{98}$ en $7\sqrt{2}$, car $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \cdot 2} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$.

e) On simplifie $\sqrt{44}$ en $2\sqrt{11}$, car $\sqrt{44} = \sqrt{2^2 \cdot 11} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$.

Corr. aut. 3.

a) Il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $\sqrt{2}$.

$$A = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$A = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

b) Ici, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $3 - 4\sqrt{10}$.

$$B = \frac{4}{3 + 4\sqrt{10}}$$

$$B = \frac{4 \cdot (3 - 4\sqrt{10})}{(3 + 4\sqrt{10})(3 - 4\sqrt{10})}$$

$$B = \frac{12 - 16\sqrt{10}}{(3)^2 - (4\sqrt{10})^2}$$

$$B = \frac{12 - 16\sqrt{10}}{9 - (16 \cdot 10)}$$

$$B = \frac{12 - 16\sqrt{10}}{9 - 160}$$

$$B = \frac{12 - 16\sqrt{10}}{-151}$$

$$B = \frac{-12 + 16\sqrt{10}}{151}$$

c) Ici, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $8 - 7\sqrt{11}$.

$$C = \frac{11}{8 + 7\sqrt{11}}$$

$$C = \frac{11 \cdot (8 - 7\sqrt{11})}{(8 + 7\sqrt{11})(8 - 7\sqrt{11})}$$

$$C = \frac{88 - 77\sqrt{11}}{(8)^2 - (7\sqrt{11})^2}$$

$$C = \frac{88 - 77\sqrt{11}}{64 - (49 \cdot 11)}$$

$$C = \frac{88 - 77\sqrt{11}}{64 - 539}$$

$$C = \frac{88 - 77\sqrt{11}}{-475}$$

$$C = \frac{-88 + 77\sqrt{11}}{475}$$

- d) Il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $\sqrt{7}$.

$$D = \frac{10}{\sqrt{7}} = \frac{10 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}$$

$$D = \frac{10\sqrt{7}}{7}$$

- e) Il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $\sqrt{6}$.

$$E = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}}$$

$$E = \frac{3\sqrt{6}}{6}$$

$$E = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

- f) Ici, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $3 - 3\sqrt{6}$.

$$F = \frac{11}{3 + 3\sqrt{6}}$$

$$F = \frac{11 \cdot (3 - 3\sqrt{6})}{(3 + 3\sqrt{6})(3 - 3\sqrt{6})}$$

$$F = \frac{33 - 33\sqrt{6}}{(3)^2 - (3\sqrt{6})^2}$$

$$F = \frac{33 - 33\sqrt{6}}{9 - (9 \cdot 6)}$$

$$F = \frac{33 - 33\sqrt{6}}{9 - 54}$$

$$F = \frac{33 - 33\sqrt{6}}{-45}$$

$$F = \frac{11 - 11\sqrt{6}}{-15}$$

$$F = \frac{-11 + 11\sqrt{6}}{15}$$

- g) Il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par $\sqrt{6}$.

$$G = \frac{9}{\sqrt{6}} = \frac{9 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}}$$

$$G = \frac{9\sqrt{6}}{6}$$

$$G = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$