-Activités

Acti. 1. Effectuer la division 1 : 7, par écrit, assez longtemps pour...

- a) trouver l'écriture décimale complète de $\frac{1}{7}$;
- b) expliquer pourquoi la longueur de la période de $\frac{1}{7}$ ne peut pas dépasser 6 chiffres;
- c) (*) expliquer pour quoi l'écriture décimale de $\frac{1}{n}$ est finie ou infinie périodique et que sa partie périodique ne peut jamais dépasser (n-1) chiffres.

Acti. 2. Calculer et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible:

a)
$$0, \overline{72} \cdot 0, \overline{810}$$

b)
$$(0, 297297297...) \cdot (3, 3636363...)$$

Acti. 3. Donner tous les ensembles parmis $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ et \mathbb{R} au(x)quel(s) appartient chacun des nombres suivants:

$$\frac{2}{7}$$
; $\sqrt{100}$; $\sqrt{200}$; $\pi + 1$; $-\sqrt{1,21}$; $3,14 \cdot 10^5$; $-\frac{17}{2}$.

Acti. 4. Enumérer les éléments des ensembles suivants (donnés par une condition):

$${2n-3 \mid n \in \mathbb{N} \text{ et } n \le 5} \quad \left\{ \frac{1}{n} \middle| n \in \mathbb{N}^* \right\} \quad \left\{ \frac{n-1}{n^2+n} \middle| n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 6 \right\}$$

-Exercices -

Exo. 1. Quelle est la millième décimale de chacun des nombres rationnels suivants ? a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{17}{41}$

Exo. 2. Transformer chaque nombre rationnel en fraction irréductible.

- a) 0,35
- b) $0, \overline{35}$
- c) $0, \overline{349}$
- d) $0.3\overline{49}$
- e) $0.3\overline{5}$

- f) $0,34\overline{9}$
- g) $1, \overline{2}$
- h) 3,25
- i) 15%
- j) 1,004

- k) $0, \overline{80}$
- 1) 0.16
- m) $2, \overline{9}$
- n) 3, $\overline{141}$

Exo. 3. Entre 1 et 2, trouver trois nombres...

- a) rationnels à développement décimal fini ;
- b) rationnels à développement décimal infini périodique;

c) irrationnels.

Donner si possible l'écriture fractionnaire irréductible.

Exo. 4. On considère les fractions

$$\frac{1}{7}$$
, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$.

- a) Trouver l'écriture décimale exacte de ces nombres à l'aide d'une calculatrice.
- b) Remarquer qu'en plus d'avoir les même chiffres 1, 4, 2, 8, 5, 7, ceux-ci sont toujours dans cet ordre de gauche à droite. Par exemple, pour 2, on commence par lire 2, 8, 5, 7, puis on revient au début avec 1, 4. (On dit que les chiffres de la période sont cycliques.)
- c) Les fractions dont le dénominateur est 23 ont les mêmes propriétés. Au lieu d'avoir une période cyclique de 6 chiffres, elles en ont 22. A l'aide d'une calculatrice uniquement (sans poser la division), trouver les 22 décimales de la période de $\frac{22}{23}$.

Exo. 5. Décrire les ensembles suivants par une condition d'appartenance (comme dans l'énoncé de l'activité 4).

a)
$$\{\ldots; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; \ldots\}$$
 b) $\{0,; 2; 4; 6; 8; \ldots\}$ c) $\{1; 4; 9; 25; \ldots\}$

Exo. 6. Dessiner un diagramme de Venn représentant simultanément les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ et \mathbb{R} . Placer dans la bonne plage chacun des nombres $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{14}$ et a_{15} :

Exo. 7. Compléter le tableau suivant en indiquant par une croix chacun des ensembles auquel le nombre donné appartient.

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}	aucun
$\frac{3}{2}$					
$\frac{3,14}{0,01}$					
$\sqrt{7}$					
$\frac{2-\sqrt{8}}{\sqrt{2}-1}$					
$\sqrt{9}$					
π					
$-\sqrt{100}$					

Exo. 8. Pour chaque nombre, simplifier et donner les ensembles de nombres auxquels il appartiennent.

a)
$$\frac{3-7}{2}$$

b)
$$\frac{4}{4-1}$$

c)
$$2,5:3+1$$

d)
$$\frac{2^0}{1^2}$$

e)
$$(\sqrt{2}-1):2$$

$$f) \frac{3-\sqrt{9}}{\pi}$$

g)
$$\sqrt{3\cdot 27}$$

h)
$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{12}}{\sqrt{27}}$$

$$i) \quad \sqrt{\sqrt{25} - \frac{3}{\sqrt{9}}}$$

j)
$$\frac{14}{\sqrt{25} - \sqrt{144}}$$

k)
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81} - \frac{16}{2}}$$

$$1) \quad \frac{5 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 5}$$

$\operatorname{-Automatismes}$ -

Aut. 1. Donner, si possible, une écriture simplifiée des calculs suivants.

a)
$$(-9\sqrt{7})^2$$

b)
$$8\sqrt{7} \cdot 8\sqrt{7}$$

c)
$$\sqrt{\frac{484}{4}}$$

d)
$$\sqrt{6} + \sqrt{5}$$

e)
$$-4\sqrt{6}(-9-9\sqrt{6})$$
 f) $\sqrt{64}+\sqrt{25}$

f)
$$\sqrt{64} + \sqrt{25}$$

g)
$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{4}$$

h)
$$\sqrt{3} + \sqrt{11}$$

i)
$$-9\sqrt{7} (5 - 6\sqrt{7})$$
 j) $3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}$

$$j) \quad 3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}$$

Aut. 2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b le plus petit possible.

a)
$$\sqrt{500}$$

b)
$$\sqrt{54}$$

c)
$$\sqrt{27}$$

d)
$$\sqrt{98}$$

e)
$$\sqrt{44}$$

Aut. 3. Trouver une fraction égale à celle proposée en supprimant la racine carrée de son dénominateur.

a)
$$\frac{9}{\sqrt{2}}$$

b)
$$\frac{4}{3+4\sqrt{10}}$$

c)
$$\frac{11}{8+7\sqrt{11}}$$

d)
$$\frac{10}{\sqrt{7}}$$

$$e) \frac{3}{\sqrt{6}}$$

f)
$$\frac{11}{3+3\sqrt{6}}$$

g)
$$\frac{9}{\sqrt{6}}$$