

Corrigés – première partie

Table des matières

1	Réponses	2
1.1	Calcul numérique	2
1.2	Ensembles et intervalles	3
1.3	Calul littéral	7
1.4	Équations	14

Réponses

1.1 Calcul numérique

1.1.1 Division euclidienne

Corrigé 1

a) $0,\overline{3}$

b) $0,\overline{1}$

c) $1,\overline{076923}$

d) $0,\overline{1176470588235294}$

Corrigé 2

a) $\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}; \frac{2}{7} = 0,\overline{285714}; \frac{3}{7} = 0,\overline{428571}; \frac{4}{7} = 0,\overline{571428}; \frac{5}{7} = 0,\overline{714285}; \frac{6}{7} = 0,\overline{857142}.$

b) À remarquer.

c) $\frac{22}{23} = 0,\overline{9565217391304347826086}$

Corrigé 3

On note un nombre à cinq chiffres

$$a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + e \cdot 10^4 \quad \text{où } a,b,c,d,e \in \mathbb{N}, e \neq 0$$

Si le nombre a quatre chiffres, alors on prend $e = 0$ et $d \neq 0$.

- a) On a $a = 4$ et $b = 2$. Par ailleurs la somme $a + b + c + d + e$ doit être divisible par 3 pour que le nombre soit un multiple de 3. On a $2 + 4 = 6$ qui est déjà un multiple de 3. Le nombre recherché est donc 99924.
- b) Le nombre recherché est 1224.
- c) Le nombre recherché est 2046.
- d) Le nombre recherché est 9753.

Corrigé 4

a) 1; 4; 9, on les appelle des carrés parfaits.

b) Ce sont des nombres premiers. {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; ...}.

Corrigé 5

a) 21,05

b) $3,0\overline{6}$

c) $4,\overline{2857140}$

d) $5,\overline{63}$

1.1.2 Nombres rationnels

Corrigé 6

a) $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

b) $\frac{35}{99}$

c) $\frac{349}{999}$

d) $\frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{173}{495}$

e) $\frac{3}{10} + \frac{5}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$

f) $\frac{34}{100} + \frac{9}{900} = \frac{7}{20}$.

g) $1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$

h) $\frac{325}{100} = \frac{13}{4}$

Noter que $0,\overline{9} = 1$ et que $0,\overline{09} = 0,01$.

i) $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

j) $1 + \frac{4}{10000} = \frac{251}{250}$

k) $\frac{80}{99}$

l) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$

m) 3

n) $3 + \frac{141}{999} = \frac{1046}{333}$

Corrigé 7

a) $\frac{12}{10}; \frac{13}{10}; \frac{14}{10};$

b) $1,\overline{1} = \frac{10}{9}; \frac{11}{9}; \frac{12}{9};$

c) $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{5}}{2}.$

1.1.3 Racines

Corrigé 8

- a) $7\sqrt{3}$ b) $14\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ c) -2 d) $5 - 2\sqrt{6}$
e) $5 - 7\sqrt{3}$ f) $16 + 8\sqrt{5}$ g) $20\sqrt{3}$ h) 6

Corrigé 9

On utilise la multiplication par l'expression conjuguée et les propriétés des racines.

Corrigé 10

- a) $\frac{4\sqrt{5} - 10\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{11}{3}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $-2\sqrt{15}$

Corrigé 11

- a) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ b) $-\frac{203\sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{41\sqrt{5}}{20}$ d) $-\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{7}}{2}$.

Corrigé 12

$$(3 + 2\sqrt{2})^2 = 17 + 12\sqrt{2}, \text{ ainsi, } \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} = 3 + 2\sqrt{2}$$

1.2 Ensembles et intervalles

1.2.1 Ensembles de nombres

Corrigé 13

$$\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}; \sqrt{100} \in \mathbb{N}; \sqrt{200} \in \mathbb{R}; \pi + 1 \in \mathbb{R}; -\sqrt{1,21} \in \mathbb{Q}; 3,14 \in \mathbb{Q} \cdot 10^5 \in \mathbb{N}; -\frac{17}{2} \in \mathbb{Q}.$$

Corrigé 14

	N	Z	Q	R	aucun
$\frac{3}{2}$			X	X	
$\frac{3,14}{0,01}$	X	X	X	X	
$\sqrt{7}$				X	
$\frac{2 - \sqrt{8}}{\sqrt{2} - 1}$		X	X	X	
$\sqrt{9}$	X	X	X	X	
π				X	
$-\sqrt{100}$		X	X	X	

Corrigé 15

- a) Vrai b) Faux, semi-ouvert à gauche c) Vrai
d) Faux, ce n'est pas l'intervalle e) Vrai f) Faux, il y appartient
g) Faux, 0 est dans l'intersection h) Vrai i) Vrai

Corrigé 16

Plusieurs possibilités, par exemple la suite suivante (à réduire) :

$$\left\{ \frac{1}{3} + \frac{k}{20} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) \mid k = 1, \dots, 10 \right\}$$

Corrigé 17

- a) $\frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \in \mathbb{Z}$
 c) $2,5 : 3 + 1 = \frac{25}{30} + 1 = \frac{5}{6} + 1 = \frac{11}{6} \in \mathbb{Q}$
 e) $(\sqrt{2}-1) : 2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$
 g) $\sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9 \in \mathbb{N}$
 i) $\sqrt{\sqrt{25} - \frac{3}{\sqrt{9}}} = \sqrt{5 - \frac{3}{3}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}$
 k) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81} - \frac{16}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{9-8} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \in \mathbb{R}$

- b) $\frac{4}{4-1} = \frac{4}{3} \in \mathbb{Q}$
 d) $\frac{2^0}{1^2} = \frac{1}{1} = 1 \in \mathbb{N}$
 f) $\frac{3-\sqrt{9}}{\pi} = \frac{3-3}{\pi} = 0 \in \mathbb{N}$
 h) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$
 j) $\frac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}} = \frac{14}{5-12} = \frac{14}{-7} = -2 \in \mathbb{Z}$
 l) $\frac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5} = \frac{5-\sqrt{3}}{-(5-\sqrt{3})} = -1 \in \mathbb{Z}$

1.2.2 Ensembles quelconques

Corrigé 18 $\notin, \in, \subset, \not\subset$ **Corrigé 19**

- a) $A = \{-1; 1; 3; 5; 7; 9\}$
 c) $C = \{-1, 0\}$
 e) $E = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

- b) $B = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}\right\}$
 d) $D = \emptyset$
 f) $F = \emptyset$

Corrigé 20

- a) $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq x \leq 8\}$
 c) $C = \{3n+1 \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 6\}$
 e) $E = \left\{\frac{n-1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}^*\right\}$

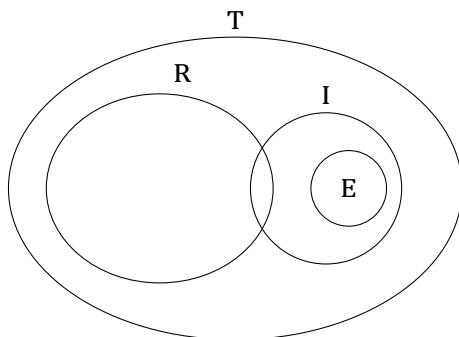
- b) $B = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq n \leq 13\}$
 d) $D = \left\{\frac{1}{n^2+1} \mid n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq n \leq 5\right\}$
 f) $F = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 10\}$

Corrigé 21

- a) $\{-3; -1; 1; 3; 5; 7\}$
 b) $\left\{1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots\right\}$
 c) $\left\{0; \frac{1}{6}; \frac{3}{20}; \frac{2}{15}\right\}$

Corrigé 22

- a) La taille des diagrammes n'est pas représentative de la « taille » des ensembles.



- $I \cap E = I$, car l'ensemble des triangles équilatéraux est contenu dans l'ensemble des triangles isocèles.
- $R \cap E = \emptyset$, car il n'existe aucun triangle qui est équilatéral et rectangle (par le théorème de Pythagore, si $a \in \mathbb{R}_+^*$ est la longueur du côté du triangle, alors $a^2 + a^2 \neq a^2$).
- $I \cap R$ est l'ensemble des triangles dont les deux cathètes mesure $a \in \mathbb{R}_+^*$ et l'hypoténuse mesure $a\sqrt{2}$ (par Pythagore).

Corrigé 23

Il y a plusieurs possibilité, en voici une

$$A = \{a; b; c; d; e\} \quad B = \{d; e; f\} \quad C = \{f; g; h; i\}$$

Corrigé 24

a) $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$

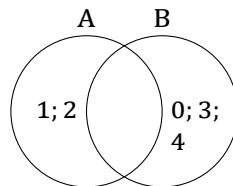
b) $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$

c) $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

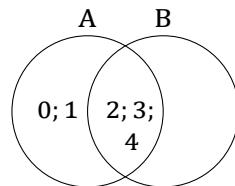
Corrigé 25

Il y a plusieurs réponses possibles.

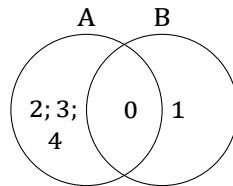
a) $A = \{1; 2\}$ et $B = \{0; 3; 4\}$



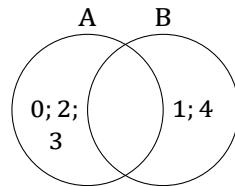
b) $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $B = \{2; 3; 4\}$



c) $A = \{0; 2; 3; 4\}$ et $B = \{0; 1\}$



d) $A = \{0; 2; 3\}$ et $B = \{1; 4\}$

**Corrigé 26**

a)

i) $A \cup B = \{-5; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 10\}$

iii) $B \setminus A = \{2; 10\}$

ii) $A \cap B = \{3; 4; 8\}$

iv) $A \setminus B = \{-5; 6; 9\}$

b) $C = \{1; 2; 3; 4\}$, $D = \{2; 3; 4; 5\}$

c)

i) $E = \{2; 3; 4; 5\}$, $F = \{2; 4\}$

iii) $E = \{2; 4; 5\}$, $F = \{2; 3; 4\}$

ii) $E = \{2; 3; 4\}$, $F = \{2; 4; 5\}$

iv) $E = \{2; 4\}$, $F = \{2; 3; 4; 5\}$

1.2.3 Intervalles réelles

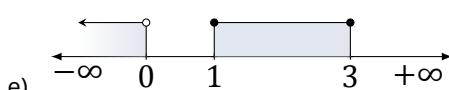
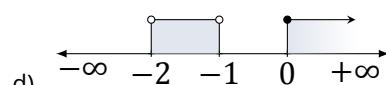
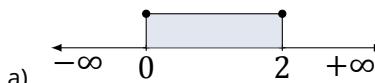
Corrigé 27

a) $]-\infty; 2[$

b) $[\sqrt{2}; +\infty[$

c) $] -2; \pi]$

d) $[-2; 2]$

Corrigé 28**Corrigé 29**

a) $[-3; 4[$

b) $[-0,5; +\infty[$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < -0,5\}$

a) $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ b) $]-\infty; 2[\cup]3; +\infty[$ c) $]-\infty; -1] \cup [6; +\infty[$ d) $]-\infty; -5[\cup [2; +\infty[$

Corrigé 30

- a) $A = [-3; 5]$
 b) $B =]4; 5[$
 c) $C =]-\infty; 1[$
 d) $D = [10; +\infty[$
 e) $E = [-2; 2]$
 f) $F =]-\infty; +\infty[$
 g) Un intervalle contient une infinité de nombres, donc pas possible.

Corrigé 31

- a) $[-3; 2]$
 b) $[3; +\infty[$
 c) $]-\infty; -1[$
 d) $] -2; 4]$
 e) $]-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}]$
 f) $] -\infty; 1 + \sqrt{2}]$
 g) $] -\infty; +\infty[$
 h) $] -\infty; -2[\cup [4; +\infty[$

Corrigé 32

- a) $x \leq -3$
 b) $x > -2$
 c) $0 \leq x \leq 2$
 d) $-3 < x < 3$
 e) $-5 < x < -4$
 f) $-2 < x < -1$ ou $0 \leq x$
 g) $x < 0$ ou $1 \leq x \leq 3$
 h) $x \leq 4$ ou $x \geq 7$

Corrigé 33

- a) $] -\infty; 2]$
 b) $]3; +\infty[$
 c) $[-1; +\infty[$
 d) $]0; 2]$
 e) $[1; +\infty[$
 f) $[2; 4[$
 g) $] -\infty; -2] \cup [0; +\infty[$
 h) $[1; 3]$

Corrigé 34

- a) $A \cup B =] -2; 4[$
 b) $A \cap B = [0; 3]$
 c) $A \setminus B =] -2; 0[$
 d) $B \setminus A =]3; 4[$
 e) $A \cup C =] -\infty; 3]$
 f) $A \cap C =] -2; 2]$
 g) $A \setminus C =]2; 3]$
 h) $C \setminus A =] -\infty; -2]$
 i) $B \cup C =] -\infty; 4[$
 j) $B \cap C = [0; 2]$
 k) $B \setminus C =]2; 4[$
 l) $C \setminus B =] -\infty; 0[$

Corrigé 35

- | | | |
|--|--|--|
| a) | b) | c) |
| i) $I \cap J =] -2; 0[$ | i) $I \cap J =] -2; 2[$ | i) $I \cap J =] -1; 3[$ |
| ii) $I \cap K =] -3; 3[$ | ii) $I \cap K =] -3; 1[$ | ii) $I \cap K =] -3; 3[$ |
| iii) $I \setminus (J \cup K) = [3; 4]$ | iii) $I \setminus (J \cup K) =] -4; -3[$ | iii) $I \setminus (J \cup K) =] -5; -3[$ |
| iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) =] -3; -2] \cup [0; 4]$ | iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) =] -4; -2] \cup [1; 2[$ | iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) =] -5; -1[$ |

Corrigé 36

- a) $A \cup B = [0; +\infty[$
 b) $A \cap B = [1; 5]$
 c) $A \setminus B = \emptyset$
 d) $B \setminus A = [0; 1[\cup]5; +\infty[$
 e) $A \cup C =] -3; 5]$
 f) $A \cap C = [1; 3]$
 g) $A \setminus C =]3; 5]$
 h) $C \setminus A =] -3; 1[$
 i) $B \cup C =] -3; +\infty[$
 j) $B \cap C = [0; 3]$
 k) $B \setminus C =]3; +\infty[$
 l) $C \setminus B =] -3; 0[$

Corrigé 37

Il y a une infinité de possibilités.

- a) $-\frac{7}{5}, -\frac{10}{3} \in] -4; -3[, \frac{10}{3}, \frac{27}{99} \in] \frac{1}{4}; \frac{1}{3}[, \frac{5}{1000}, \frac{1}{9000} \in] 10^{-4}; 10^{-3}[$
 b) $-2,5\sqrt{2}, \frac{2}{5\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{1000}$.

Corrigé 38

- a) $I \cup K =] -3; 4[\cup] -5; 3] =] -5; 4[$
 b) $I \setminus K =] -3; 4[\setminus] -5; 3] =] 3; 4[$
 c) $K \setminus I =] -5; 3] \setminus] -3; 4[=] -5; -3[$

Corrigé 39

On a $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ et $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$.

$$\sqrt{27} + \frac{\sqrt{75} - \sqrt{27}}{2} = 3\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}$$

On aurait pu le déduire directement depuis l'écriture simplifiée de $\sqrt{27}$ et $\sqrt{75}$.

1.3 Calcul littéral

1.3.1 Traduire un énoncé

Corrigé 40 $A = a(a + 4) - 3^2 = a^2 + 4a - 9$

Corrigé 41 a) $n; n + 1; n + 2$ b) $(2n + 1)^2$ c) $(n + 1)^2 - n^2$ d) $7n$
e) $3n + 2$ f) $4n - 1$ g) $n^2; (n + 1)^2; (n + 2)^2$ h) $2n$

1.3.2 Isoler une variable

Corrigé 42 a) $x = 7 - 3y$ b) $y = 4x - 9$ c) $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$
d) $x = 5 - 2y$ e) $x = 8 + 6y$ f) $y = 10 - 2x$
g) $y = 6x - 12$ h) $x = \frac{5}{2}y - \frac{15}{2}$ i) $y = -2x - 8$
j) $y = \frac{2}{3}x - 10$ k) $y = \frac{5}{2}x - \frac{35}{2}$ l) $y = 4x - 8$
m) $y = -\frac{2}{3}x + 2$ n) $y = \frac{5}{2}x$ o) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

Corrigé 43

a) $v = \frac{d}{t}$ $d = ?$ $t = ?$

Isolons d :

$$\begin{array}{l} v = \frac{d}{t} \\ v \cdot t = d \end{array}$$

Isolons t :

$$\begin{array}{l} v = \frac{d}{t} \\ v \cdot t = d \\ t = \frac{d}{v} \end{array}$$

$\cdot t$
d est isolé

$\cdot t$
 $: v$
t est isolé

b) $P = 2(a + b)$ $b = ?$

Isolons b :

$$\begin{array}{l} P = 2(a + b) \\ \frac{P}{2} = a + b \\ \frac{P}{2} - a = b \end{array}$$

$: 2$
 $-a$
 b est isolé

c) $A = \frac{(B + b)}{2}h$ $h = ?$ $B = ?$

Isolons h :

$$\begin{array}{l} A = \frac{(B + b)}{2}h \\ A \cdot \frac{2}{B+b} = h \\ \frac{2A}{B+b} = h \end{array}$$

$\cdot \frac{2}{(B+b)}$
réduire
 h est isolé

d) $E = mgh$ $h = ?$

$E = mgh$
 $\frac{E}{mg} = h$
 $= h$ est isolé

Isolons B :

$$\begin{array}{l} A = \frac{(B + b)}{2}h \\ \frac{A}{h} = \frac{(B + b)}{2} \\ \frac{2A}{B+b} = B + b \\ \frac{2A}{h} = B \end{array}$$

$: h$
 $\cdot 2$
 $-b$
 B est isolé

e) $P = f \frac{m_1 m_2}{m_3}$ $m_1 = ?$ $m_3 = ?$

Isolons m_1 :

$$\begin{array}{l} P = f \frac{m_1 m_2}{m_3} \\ \frac{P}{f} = \frac{m_1 m_2}{m_3} \\ \frac{P}{f} \cdot \frac{m_3}{m_2} = m_1 \\ \frac{P m_3}{f m_2} = m_1 \end{array}$$

$: f$
 $\cdot \frac{m_3}{m_2}$
réduire
 m_1 est isolé

f) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}$ $z_1 = ?$ $n_2 = ?$

Isolons z_1 :

$$\begin{array}{l} \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} \\ \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{z_2 z_3}{z_2 z_3} = z_1 \\ \frac{n_1 z_2 z_3}{n_2 z_4} = z_1 \end{array}$$

$\cdot \frac{z_2 z_3}{z_4}$
réduire
 z_1 est isolé

Isolons m_3 (on reprend la formule ou m_1 est isolé) :

$$\begin{array}{l} \frac{P m_3}{f m_2} = m_1 \\ \frac{f m_2}{m_3} = \frac{m_1}{P} \\ m_3 = \frac{m_1}{P} \cdot f m_2 \\ m_3 = \frac{f m_1 m_2}{P} \end{array}$$

$: P$
 $\cdot f m_2$
réduire
 m_3 est isolé

Isolons n_2 :

$$\begin{array}{l} \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} \\ n_1 = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} \cdot n_2 \\ \frac{n_1 z_2 z_3}{n_1 z_2 z_3} = n_2 \\ \frac{z_1 z_4}{z_1 z_4} = n_2 \end{array}$$

$\cdot n_2$
 $\cdot \frac{z_2 z_3}{z_1 z_4}$
réduire
 n_2 est isolé

g) $a = \frac{Ah}{2} - b$ $h = \frac{2A}{a + b}$

h) $h = \frac{4V}{\pi d^2}$

Corrigé 44

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad h = \frac{6V}{B_1 + B_2 + 4M} & M = \frac{\frac{6V}{h} - B_1 - B_2}{4} & \text{b)} \quad D = D_r \cdot (1 + A_r + B_r) \quad A_r = \frac{D}{D_r} - 1 - B_r \\ \text{c)} \quad r = -\frac{2PR}{Q} & & \text{d)} \quad R_i = \frac{kR_a}{G} - R_a \\ \text{e)} \quad F = \frac{A}{S_\alpha} - S_\alpha & & \text{f)} \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad R_1 = \frac{RR_2}{R_2 - R} \end{array}$$

1.3.3 L'algèbre comme outil de preuve**Corrigé 45**

Un nombre pair a s'écrit $a = 2n$ pour $n \in \mathbb{N}$, un nombre impair b s'écrit $b = 2m + 1$ pour $m \in \mathbb{N}$. On a

$$a + b = 2n + 2m + 1 = 2(n + m) + 1 = 2k + 1 \text{ avec } k = n + m$$

et donc $a + b$ est bien un nombre impair.

Corrigé 46

- | | | | |
|-----------|------------|-------------|-------------|
| a) jamais | b) parfois | c) toujours | d) parfois |
| e) jamais | f) parfois | g) toujours | h) toujours |

Corrigé 47

Soient $a = 2m + 1$ et $b = 2n + 1$ deux nombres impairs.

$$a + b = 2m + 1 + 2n + 1 = 2m + 2n + 2 = 2(m + n + 1)$$

qui est bien un nombre pair.

Corrigé 48

Pour $\{1; 2; 9; 28; 65; 126\}$ (pourquoi?).

Corrigé 49

On vérifie en développant que oui.

Corrigé 50

- a) On développe les deux membres. On constate qu'ils sont égaux à $a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2$.
 b) à la calculatrice.

1.3.4 Développer et réduire**Corrigé 51**

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| a) somme, trois termes | b) produit, quatre facteurs | c) somme, deux termes |
| d) produit, trois facteurs | e) somme, deux termes | f) produit, deux facteurs |
| g) somme, deux termes | h) somme, deux termes | |

Corrigé 52

- | | | | |
|------------------------|----------------------|---------------------|----------------------------|
| a) $63x + 56$ | b) $30a^3 - 72a^2$ | c) $35y - 55$ | d) $60x + 48$ |
| e) $-48x^2 - 32x + 24$ | f) $-72x^5 - 63x^2y$ | g) $-28a^7 + 42a^6$ | h) $-35x^8 - 45x^5 + 5x^4$ |

Corrigé 53

- | | | | | |
|-------------|-----------------|----------------|------------------|-----------|
| a) 0 | b) $-4x^2$ | c) $2x^2 - 4x$ | d) $4y$ | e) $-14y$ |
| f) $-45y^2$ | g) $-5y^2 + 9y$ | h) $4y$ | i) $-5y^2 - 45y$ | j) $-50y$ |
| k) $-x^2$ | l) $x^2 + x$ | m) -1 | n) $x^3 + x^2$ | o) $2x^4$ |

Corrigé 54

- | | |
|----------------------------|---|
| a) $6xy - 9x + 10y - 15$ | b) $4x^2 + 4x - 15$ |
| c) $5y^2 - 24y + 27$ | d) $x^3 - 2x + 1$ |
| e) $y^2 - x^2$ | f) $x^3 + 2x^2 - x - 2$ |
| g) $-2x^3 - 3x^2 + 8x - 3$ | h) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 4x + 2$ |
| i) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ | j) $-5x^3z^4 + z^6 + 15x^4z - 3xz^3 + 2z^4 - 6xz$ |
| k) $-x^4 + 16$ | l) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ |

Corrigé 55

- | | | | |
|---------------------|----------------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $15x + 25$ | b) $4x^3 - 4x^2$ | c) $25y - 45$ | d) $3x + 3$ |
| e) $-x^2 - x + 1$ | f) $-2x - 2y$ | g) $x^4 - 3x^2 - 4$ | h) $6x^4 - 9x^3 - 3x^2$ |
| i) $3x^2 + 2x - 5$ | j) $3x^3y^2 + 3x^2y - 3xy$ | k) $4x^4 - 17x^2 + 4$ | l) $3x^3y^2 + 12xy^4$ |
| m) $-2x^2 - 4x + 6$ | n) $3x^2 - 18x + 27$ | o) $-2x^2 + 5x - 3$ | p) $4x^2 - 12x + 9$ |

Corrigé 56

- | | | | |
|--------------------------|------------------------|---------------------|----------------------------|
| a) $x^2 + 2xy + y^2$ | b) $4x^4 - 8x^2 - 12$ | c) $x^2 - y^2$ | d) $9x^2 + 6xy + y^2$ |
| e) $x^4 + 2x^2y^3 + y^6$ | f) $x^2 - 2x + 1$ | g) $1 - x^2$ | h) $16x^2 - 24x + 9$ |
| i) $x^6 - 9y^2$ | j) $9z^2 - 12z + 4$ | k) $x^2 - 2x + 1$ | l) $x^2y^2 + 4xy^2 + 4y^2$ |
| m) $x^4 - 2x^2 + 1$ | n) $4x^2 + 8x + 4$ | o) $4a^2 + 12a + 9$ | p) $x^2y^2z^2 - 25$ |
| q) $9x^6 - 30x^3 + 25$ | r) $a^2 + 6ab + 9b^2$ | s) $x^4 - 2x^2 + 1$ | t) $16a^4b^2 - 25$ |
| u) $4x^2y^6 - 4xy^3 + 1$ | v) $x^8 + 2x^4y + y^2$ | w) $1 - a^2x^8$ | x) $x^4 - a^4$ |

Corrigé 57

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| a) $15x^2 + 3x + 1$ | b) $25x^2 + 25x - 6$ |
| c) $36x^3 - 9x^2 - 64x + 15$ | d) $9x^3 - x^2 - 15x$ |
| e) $15x^2 - 23x + 5$ | f) $-12x^6 + 19x^5 - 4x^4 + x^2$ |

Corrigé 58

On utilise le terme constant (de degré 0) qui est différent pour toutes les expressions. Ainsi, il suffit de multiplier les termes de degré 0 de chaque expression pour retrouver les trois polynômes.

Corrigé 59

On développe.

$$(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1) = n^4 - n^3 + n^2 + n^3 - n^2 + n + n^2 - n + 1 = n^4 + n^2 + 1 .$$

(*) Demander à l'enseignant si intéressé!

Corrigé 60

- | | |
|----------------------------|--|
| a) $2x^3 + x^2 - 98x + 49$ | b) $12x^2 + 4x - 108x + 36$ |
| c) $x + t - 7s$ | d) $10rs^2t^5 - 20r^2s^3t^2 + 15rs^5t^2$ |
| e) $-20x^3 + 6x^2 - 4x$ | f) $\frac{19x-19}{6}$ |

Corrigé 61

- | | |
|------------------------|--------------------------------------|
| a) $16x^8 - 4$ | b) $\frac{1}{16}x^2 + x\sqrt{2} + 8$ |
| c) $-32x^2 + 60x + 27$ | d) $x^8 - 256$ |
| e) $x^8 - 9x^4 + 8$ | f) $16a^8 + 8a^4 - 3$ |
| g) $14x^2 + 9x + 1$ | |

1.3.5 Identités remarquables**Corrigé 62**

- | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| a) $x^2 - 3x + 2$ | b) $x^2 + 4x + 3$ | c) $x^2 - 16$ | d) $y^2 - 2y - 48$ |
| e) $a^2 - 11a - 12$ | f) $y^2 + 5y - 36$ | g) $a^2 + 10a + 21$ | h) $x^2 - 13x + 30$ |

Corrigé 63

- a) $r^4 + 14r^2 + 49$
 b) $s^4 - 6s^2 + 9$
 c) $9y^2z^2 + 54yz + 81$
 d) $s^2y^2 + 4sy - 5$
 e) $t^2z^2 - 81$
 f) $-9r^2x^2 + 16$
 g) $25r^4 - 80r^3s + 64r^2s^2$
 h) $81x^2 - 45x + 6$
 i) $r^4 - 64$
 j) $100r^2 + 20r + 1$

Corrigé 64

- a) $100r^2x^2 + 130rx + 40$
 b) $s^2t^2 - \frac{9}{4}s^2$
 c) $25s^4y^2 - \frac{25}{4}s^4y + \frac{25}{64}s^4$
 d) $\frac{4}{9}s^2x^2 + \frac{1}{6}sx^2 + \frac{1}{64}x^2$
 e) $-\frac{9}{25}r^4z^2 + \frac{4}{25}z^4$
 f) $16r^2t^4 - 28r^2t^2 + \frac{49}{4}r^2$
 g) $36r^2y^2 + 30ry + 6$
 h) $\frac{16}{9}z^4 + \frac{40}{27}rz^3 + \frac{25}{81}r^2z^2$
 i) $\frac{16}{49}t^2x^2 - \frac{4}{7}tx - 56$
 j) $\frac{64}{49}t^6 + \frac{160}{7}st^3 + 100s^2$

Corrigé 65

- a) $\frac{9}{16}t^2 + \frac{3}{4}t - 42$
 b) $t^4 - 14t^2 + 40$
 c) $z^4 - \frac{2}{3}z^2 + \frac{1}{9}$
 d) $r^2z^2 - \frac{1}{25}$
 e) $\frac{1}{9}r^4 + \frac{1}{2}r^2x^2 + \frac{9}{16}x^4$
 f) $-\frac{49}{100}r^4 + \frac{25}{9}$
 g) $t^2x^2 + \frac{12}{5}tx + \frac{36}{25}$
 h) $\frac{4}{9}t^2y^2 - \frac{20}{9}ty^2 + \frac{25}{9}y^2$
 i) $r^2y^2 - \frac{25}{36}$
 j) $\frac{64}{25}y^2 + \frac{152}{5}y + 90$

Corrigé 66

- a) -31
 b) 23
 c) $98 + 12\sqrt{66}$
 d) $279 - 20\sqrt{11}$
 e) $90 - 36\sqrt{6}$

Corrigé 67

Par exemple, $23^2 = (20 + 3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2 = 400 + 120 + 9 = 529$.

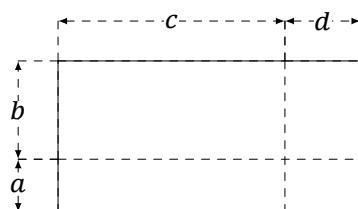
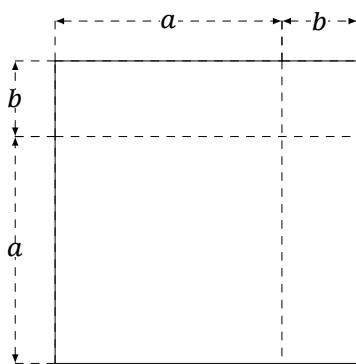
Corrigé 68

- a) $a + b$
 b) $a^2 + 2ab + b^2$
 c) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 d) $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
 e) $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Corrigé 69

- a) $ab + ac$ ou $a(b + c)$, d'où la distributivité simple.

b)



Écrire l'aire de deux manière à chaque fois pour prouver les identités.

Corrigé 70

- a) $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$
 b) $125a^3 - 75a^2b + 15ab^2 - b^3$
 c) $x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$
 d) $a^8 + 4a^6b^2 + 6a^4b^4 + 4a^2b^6 + b^8$
 e) $8a^9 - 12a^6b^4 + 6a^3b^8 - b^{12}$
 f) $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5x^2y^4 + y^5$
 g) $a^6 - 12a^5b + 60a^4b^2 - 160a^3b^3 + 240a^2b^4 - 192ab^5 + 64b^6$
 h) $\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{6}x^3y + \frac{1}{6}x^2y^2 + \frac{2}{27}xy^3 + \frac{1}{81}y^4$
 i) $x^{3m} + 3x^{2m}y^n + 3x^m y^{2n} + y^{3n}$

1.3.6 Factorisation**Corrigé 71**

On factorise l'expression pour obtenir (par la mise en évidence)

$$4a^2 + 6a = 2a \cdot (2a + 3)$$

Ainsi, la longueur vaut $2a + 3$.

Corrigé 72

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-------------------|-----------------------|
| a) $4x^2 + 12x + 9$ | b) $2(2x + 3y^2)$ | c) $(3b + 2)^2$ | d) $(x - 1)(x + 7)$ |
| e) $(3y - 1)^2$ | f) $8h^3 + 12h^2$ | g) $x^2 - 2x + 1$ | h) $(4a - 5)(4a + 5)$ |
| i) $16a^2 - 25$ | j) $(x - 1)^2$ | k) $4h^2(2h + 3)$ | l) $9y^2 - 6y + 1$ |
| m) $x^2 + 6x - 7$ | n) $9b^2 + 12b + 4$ | o) $4x + 6y^2$ | p) $(2x + 3)^2$ |

Corrigé 73

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) $2x(y + 1)^2$ | b) $5(3a - 1)^2$ | c) $5x^2(x - 2)(x + 2)$ |
| d) $3y(x + 2)(x + 8)$ | e) $7a^2x(a - x)^2$ | f) $a(3a^2 + 4b^2)^2$ |
| g) $4xy(x - 2y)^2$ | h) $2ax(ax - 1)^2$ | i) $3x(x - 2)(x + 4)$ |
| j) $ab^2(3c^2 - 2b)(3c^2 + 2b)$ | k) $x^2(a - 2bx)(a + 2bx)$ | l) $(a - 2)(a + 2)(x + 2y)$ |

Corrigé 74

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a) Calculer. Elle devrait donner 0. | b) $x^2 - (x - 3)(x + 3)$ |
| c) 9 | d) La calculatrice se trompe à cause d'une erreur d'arrondi. Dans ce cas, la factorisation permet de calculer rapidement et correctement. |

Corrigé 75

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $2(4t^2 - 3)(10t + 3)$ | b) $-t(3t + 7)$ |
| c) $(-10y + 7)(3y + 2)$ | d) $-11r(-3r + 10)$ |
| e) $7t^2(5t + 7)$ | f) $-14z^2(4z + 7)$ |
| g) $(-8s^2 + 3)(-s + 6)$ | h) $2(-9t + 5)(-4t + 5)$ |
| i) $(-9r^2 + 5)(-7r + 8)$ | j) $r(3r - 2)(r + 3)$ |
| k) $2(2s + 3)(7s + 10)$ | l) $4(-7x^2 + 8)(x + 2)$ |
| m) $20x(4x - 3)$ | n) $10s(-s + 2)(4s - 1)$ |
| o) $28y^2(-3y + 4)$ | |

Corrigé 76

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|-------------------|
| a) $(5s^2 - 2)^2$ | b) $(3stx + 8)^2$ | c) $(st - 6r)^2$ |
| d) $(2 + 9y)^2$ | e) $(stz - 1)(stz + 1)$ | f) $(5xy - 9r)^2$ |
| g) $-3yz(zt + 10y)^2$ | | |

Corrigé 77

- | | | |
|------------------------|-----------------------|--------------------------|
| a) $9x(x + y)$ | b) $(3a - 8)(3a - b)$ | c) $5a(ab - 3b)(a - 2b)$ |
| d) $x(9x + 13)(x + 2)$ | e) $(4 - 2x)(x - y)$ | f) $-2x^2(2x - 1)$ |

Corrigé 78

- a) $(m+n)(a-b)$
 b) $(x-y)(2a-b)$
 c) $(a+1)(x-y)$
 d) $(-2a+b)(x-3y)$
 e) $(a+b-1)(a+b)^2$
 f) $(x-3)(x+1)-(x-3)+2(x-3)^2 = (x-3)(3x-6) = 3(x-3)(x-2)$
 g) $(a-b)((a-b)^2-1) = (a-b)(a-b+1)(a-b-1)$
 h) $(x-y)(1-(a+b)^2) = (x-y)(1-a-b)(1+a+b)$

Corrigé 79

- a) $x(y-1)(y+1)(a+b)$
 b) $(4x-a)(2x+y)$
 c) $(u^2-1)(u+1)$
 d) $(x^2+1)(a-1)$
 e) $(x^2+1)(x-2)$
 f) $(x^2+x+1)(x+1)$
 g) $(x-1)(x+4)$
 h) $(a-b)(a+b-5)$
 i) $(a-1)(a+1)(b^2+1)$
 j) $(x+2)^2(x-2)$
 k) $(b-1)(b+1)(a^2+1)$
 l) $(x-2)(x+2)(x-7)$

Corrigé 80

- a) $(a-6)(2x+y)$
 b) $(5x^2-1)(x-2)$
 c) $(x+y+ax-ay)(x-y)$
 d) $(7x-3)(x^2-3)$
 e) $(b-a)(5x+y)$
 f) $x(x-y)$
 g) $(6-a)(x^2-y)$
 h) $(x-8)(5x-3)$
 i) $(1+x^2)(y-1)(y+1)$
 j) $x(3x^2+2)(x+2)$

Corrigé 81

- a) $-8xy - 4y$
 b) $16x^2$
 c) $-xy$
 d) $x^3 + 6x + 9$

Corrigé 82

- a) $4(x^2+1)(x+1)(x-1)$
 b) $(x-1)(x+2)(x-2)$
 c) $(4x^2+3y)(4x^2-3y)$
 d) $3(x+4)(x-2)$
 e) $2x(2x-1)^2$
 f) $(x+y+2u)(x+y-2u)$
 g) $x(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$
 h) $(x^2+8)(x+\sqrt{8})(x-\sqrt{8})$
 i) $(2y-3)^2$
 j) $(a-b)(a-1)$
 k) $(x+8)(7x-10)$
 l) $x^2y^2(4ay-a^2+5bx)$

Corrigé 83

- a) $x(x+2)$
 b) $2(xy-1)(xy+1)$
 c) $x(x^2+4)$
 d) $(2ax-1)(2ax+1)(4a^2x^2+1)$
 e) $(a+3)(b-c)$
 f) $(a-m)(x+y)$
 g) $\left(3a - \frac{1}{2}b^3\right)^2$
 h) $3(x-3)(x+3)(x^2+9)$
 i) $(x+1)(x+2)$
 j) $(xy-4)(xy-3)$
 k) $(x-6)(x-5)$
 l) $x^3 - 3x^2 + 4x - 22$
 m) $(x+1)(x+15)$
 n) $(x-5)(x+4)$
 o) $(2x-2y+z)(2x+4y-z)$
 p) $(4x-9y)(8x+3y)$
 q) $-8y(x-y)(x^2-2xy+2y^2)$
 r) $(10x-13)(2x^2-12x+19)$
 s) $(x^2y-ab^3)^2$
 t) $(3x+1)(8x-3)$

Corrigé 84

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $(2x + 7)(4x - 3)$ | b) $(2x - 3)(12x + 1)$ |
| c) $(2x - 15)(2x + 5)$ | d) $4(x + 4)(3x + 1)$ |
| e) $2(x - 7)(4x - 7)$ | f) $(2x - 1)(9x - 4)$ |
| g) $4(x - 2)(2x - 7)$ | h) $(x - 2)(1 - 4x)$ |
| i) $5(x + 1)(3x + 1)$ | j) $(x - 3)(1 - 3x)$ |
| k) $4(x - 4)(x + 1)$ | l) $(x - 4)(4x - 9)$ |
| m) $(x - 2)(5x + 1)$ | n) $(2x - 3)(5x + 1)$ |
| o) $(x - 1)(3x - 2)$ | p) $4(x - 1)(2x - 3)$ |
| q) $-2(x - 2)(3x + 2)$ | r) $(2x - 7)(5x - 2)$ |
| s) $-(x - 1)(4x + 5)$ | t) $(x + 3)(5x - 2)$ |
| u) $-(x - 3)(x - 2)$ | v) $(x + 8)(7x - 10)$ |
| w) $x^2 + 4$ | x) $(x - 2)(x + 3)$ |

Corrigé 85

- a) $(a - b)(m + n)$

c) $(a + 1)(x - y)$

e) $(a + b)^2(a + b - 1)$

g) $(a - b)(a - b - 1)(a - b + 1)$

i) $-4a(a - 1)$

k) $3a(a + b)$

m) $3a(a - 2)^2(a + 2)$

o) $3(x - 3)(x - 1)(x + 1)$

q) $a(x^2 - 5)(x^2 + 5)$

s) $\left(\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{5}x^2\right)^2$

u) $2ay^3(2a^3 - 7y^2)(2a^3 + 7y^2)$

w) $(x - y + 1)(x - y + 5)$

b) $(2a - b)(x - y)$

d) $(2a - b)(3y - x)$

f) $3(x - 3)(x - 2)$

h) $(x - y)(1 - a - b)(1 + a + b)$

j) $4b(a + b)$

l) $\frac{(x - 1)(2 - 3x)}{6}$

n) $5a(a + 4)^2$

p) $(a - b)(5x - 8)$

r) $(a - 1)(a + 1)(b + 1)$

t) $8x(x - y)(x + y)$

v) $(16 - x^8)(16 + x^8)$

x) $(2x - y - 1)^2$

Corrigé 86

$$\begin{aligned}
 (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
 a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 \\
 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\
 &= (a+b)((a+b)^2 - 3ab) \\
 &= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab) \\
 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\
 a^3 - b^3 &= (a - b)^3 + 3a^2b - 3ab^2 \\
 &= (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\
 &= (a - b)((a - b)^2 + 3ab) \\
 &= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2 + 3ab) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)
 \end{aligned}$$

1.4 Équations

1.4.1 Équations du premier degré

Résolution d'équations

Corrigé 87

Corrigé 88

Appliquer à chaque fois l'opération indiquée à l'équation a).

b) [PE2] 5

c) [PE1] 2

d) [PE2] $\frac{5}{2}$

Corrigé 89

a) $3x = x + 2, S = \{1\}$

b) $x + 3 = 2x - 2, S = \{5\}$

c) $2x = \frac{2}{3}x + 10, S = \left\{\frac{15}{2}\right\}$

d) $\frac{x}{4} - \frac{x}{10} = x - 2, S = \left\{\frac{40}{17}\right\}$

e) $3x - 5 = \frac{x+3}{2}, S = \left\{\frac{13}{5}\right\}$

Corrigé 90

a) $S = \{-9\}$

b) $S = \emptyset$

c) $S = \left\{-\frac{55}{17}\right\}$

d) $S = \left\{-\frac{19}{28}\right\}$

Corrigé 91

a) $S = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$

b) $S = \{2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6}\}$

c) $S = \left\{\frac{2 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - \sqrt{6}}{7}\right\}$

d) $S = \left\{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right\}$

Résolution de problèmes**Corrigé 92**

370, 250, 1480

Corrigé 93

Fortune totale 12000 livres et chaque fille reçoit 3000 livres.

Corrigé 94

64 et 65

Corrigé 95

Albrecht 1,5 million; Brecht 0,8 million; Carl 1,35 million.

Corrigé 96

20000

Corrigé 97

$\frac{21}{338} \text{ m}^2$