Exercices – Premier semestre

Table des matières

Exercices pour le premier semestre SECTION 1

Calcul numérique

Exercices pour le premier semestre SECTION 2

Activité

Exercice 1

1M-6z4t2

Effectuer la division $1 : 7$, par écrit, assez longtemps pour...

1. trouver l'écriture décimale complète de $\frac{1}{7}$;
2. expliquer pourquoi la longueur de la période de $\frac{1}{7}$ ne peut pas dépasser 6 chiffres ;
3. (*) expliquer pourquoi l'écriture décimale de $\frac{1}{n}$ est finie ou infinie périodique et que sa partie périodique ne peut jamais dépasser $(n-1)$ chiffres.

Corrigé 1

test?

Exercice 2

1M-1mcjb

Quelle est la millième décimale de chacun des nombres rationnels suivants ?
a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{17}{41}$

Corrigé 2

a) On a $1 \div 7 = 0{,}\overline{142857}$, donc une période de six chiffres. On divise 1000 par 6 et on obtient 166 reste 4. Le millième chiffre après la virgule est le quatrième chiffre de la période soit 8.

b) On a $17 \div 41 = 0{,}\overline{41463}$, donc une période de cinq chiffres. On divise 1000 par 5 et on obtient 200 reste 0. Le millième chiffre après la virgule est le cinquième chiffre de la période soit 3.

2.1 Nombres premiers

Exercice 3

1M-fttde

Calculer de tête, le plus simplement et rapidement possible (environ 3 minutes pour l'ensemble de l'exercice) :

a) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	b) $2^3 \cdot 7 \cdot 5^3$	c) $2^4 \cdot 5^2$	d) $2^3 \cdot 5^4$
e) $2^5 \cdot 5^5 \cdot 7$	f) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	g) $2^4 \cdot 5^4 \cdot 11$	h) $2^6 \cdot 5^3$
i) $2^4 \cdot 5^6$	j) $2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2$	k) $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	l) $2^6 \cdot 3 \cdot 5^8$

Corrigé 3

a) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600$	b) $2^3 \cdot 7 \cdot 5^3 = 7000$	c) $2^4 \cdot 5^2 = 400$
d) $2^3 \cdot 5^4 = 5000$	e) $2^5 \cdot 5^5 \cdot 7 = 700000$	f) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$
g) $2^4 \cdot 5^4 \cdot 11 = 110000$	h) $2^6 \cdot 5^3 = 8000$	i) $2^4 \cdot 5^6 = 250000$
j) $2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2 = 49000$	k) $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 = 1200$	l) $2^6 \cdot 3 \cdot 5^8 = 75000000$

Exercice 4 Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers (sans calculatrice) :

1M-b23hy

a) 10 b) 10^2 c) 100000 d) $24 \cdot 1000$ e) $38 \cdot 10^5$
f) 25000 g) 28000 h) 66000 i) 16000 j) 3600000

Corrigé 4 On utilise surtout la décomposition de $10 = 2 \cdot 5$ et donc que $10^n = 2^n \cdot 5^n$.

a) $10 = 2 \cdot 5$ b) $10^2 = 2^2 \cdot 5^2$ c) $100000 = 2^5 \cdot 5^5$
d) $24 \cdot 1000 = 2^6 \cdot 3 \cdot 5^3$ e) $38 \cdot 10^5 = 2^6 \cdot 5^5 \cdot 19$ f) $25000 = 5^5 \cdot 2^3$
g) $28000 = 2^5 \cdot 5^3 \cdot 7$ h) $66000 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 11$ i) $16000 = 2^7 \cdot 5^3$
j) $3600000 = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^5$

Exercice 5 Leonhard EULER énonça en 1772 : « Le nombre $n^2 + n + 41$ est premier pour $n \leq 39$. » ($n \in \mathbb{N}$)

1M-11mx3

a) Vérifier son affirmation pour $0 \leq n \leq 6$ en contrôlant dans la liste de la page 2 du cours.

b) (*) Montrer que $n^2 + n + 41$ n'est premier ni pour 41 ni pour 40, sans calculer la valeur du nombre pour 40 ni 41 et sans la liste, mais uniquement par factorisation.

Corrigé 5 Pour $n = 0$ on obtient 41. Pour $n = 1$ on obtient 43. Pour $n = 2$ on obtient 47.
Pour $n = 3$ on obtient 53. Pour $n = 4$ on obtient 61. Pour $n = 5$ on obtient 71.
Pour $n = 6$ on obtient 83.

Exercice 6 Quel est le chiffre des unités du nombre 8^{2024} ?
(*) ...Et celui des dizaines ?!

1M-4sun4

Corrigé 6

2.2 Division euclidienne

Exercice 7 Déterminer l'écriture décimale des nombres suivants.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{14}{13}$ d) $\frac{2}{17}$

Exercice 8

1M-wv9bq

On considère les fractions

$$\frac{1}{7}, \quad \frac{2}{7}, \quad \frac{3}{7}, \quad \frac{4}{7}, \quad \frac{5}{7}, \quad \frac{6}{7}.$$

1. Trouver l'écriture décimale exacte de ces nombres à l'aide d'une calculatrice.
2. Remarquer qu'en plus d'avoir les même chiffres 1,4,2,8,5,7, ceux-ci sont toujours dans cet ordre de gauche à droite. Par exemple, pour 2, on commence par lire 2, 8, 5, 7, puis on revient au début avec 1, 4. (On dit que les chiffres de la période sont cycliques.)
3. Les fractions dont le dénominateur est 23 ont les mêmes propriétés. Au lieu d'avoir une période cyclique de 6 chiffres, elles en ont 22 . A l'aide d'une calculatrice uniquement (sans poser la division), trouver les 22 décimales de la période de $\frac{22}{23}$.

Corrigé 7

a) $\frac{1}{7} = 0{,}\overline{142857}$; $\frac{2}{7} = 0{,}\overline{285714}$; $\frac{3}{7} = 0{,}\overline{428571}$; $\frac{4}{7} = 0{,}\overline{571428}$; $\frac{5}{7} = 0{,}\overline{714285}$; $\frac{6}{7} = 0{,}\overline{857142}$.

b) À remarquer.

c) $\frac{22}{23} = 0{,}\overline{9565217391304347826086}$

Exercice 9

1M-cc78t

Sur les multiples de 3 :

1. Trouver le plus grand multiple de 3, formé de cinq chiffres et terminant par 24.
2. Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres et terminant par 24.
3. Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres pairs distincts.
4. Trouver le plus grand multiple de 3, formé de quatre chiffres impairs distincts.

Corrigé 8

On note un nombre à cinq chiffres

$$a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + e \cdot 10^4 \quad \text{où } a,b,c,d,e \in \mathbb{N}, e \neq 0$$

Si le nombre a quatre chiffres, alors on prend $e = 0$ et $d \neq 0$.

a) On a $a = 4$ et $b = 2$. Par ailleurs la somme $a + b + c + d + e$ doit être divisible par 3 pour que le nombre soit un multiple de 3. On a $2 + 4 = 6$ qui est déjà un multiple de 3. Le nombre recherché est donc 99924.

b) Le nombre recherché est 1224.

c) Le nombre recherché est 2046.

d) Le nombre recherché est 9753.

Exercice 10

1M-vrjk9

Donner l'ensemble des diviseurs pour chacun des entiers allant de 1 à 10, sous la forme habituelle :

$$\text{Div}_1 = \{1\}; \quad \text{Div}_2 = \{1;2\}; \quad \text{Div}_3 = \{1;3\}; \quad \ldots; \quad \text{Div}_{10} = \ldots.$$

1. Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont un nombre impair de diviseurs :
   (a) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?
   (b) Donner la liste des quinze premiers nombres entiers qui ont cette caractéristique.
2. Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont exactement deux diviseurs :
   (a) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?
   (b) Donner la liste des nombres entiers inférieurs à 50 qui ont cette caractéristique.

Corrigé 9

Exercice 11

1M-nwgzm

En effectuant (à la main) une division, donner l'écriture décimale des nombres rationnels suivants :

a) $\frac{421}{20}$ b) $\frac{92}{30}$ c) $\frac{30}{7}$ d) $\frac{62}{11}$

Corrigé 10

2.3 Périodiques

Exercice 12

1M-vssbc

Transformer chaque nombre rationnel en fraction irréductible.

a) $0{,}35$ b) $0,\overline{35}$ c) $0,\overline{349}$ d) $0{,}3\overline{49}$ e) $0{,}3\overline{5}$
f) $0{,}34\overline{9}$ g) $1,\overline{2}$ h) $3{,}25$ i) 15% j) $1{,}004$
k) $0,\overline{80}$ l) $0{,}16$ m) $2,\overline{9}$ n) $3,\overline{141}$

Corrigé 11

a) $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ b) $\frac{35}{99}$ c) $\frac{349}{999}$ d) $\frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{173}{495}$
e) $\frac{3}{10} + \frac{5}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$ f) $\frac{34}{100} + \frac{9}{900} = \frac{7}{20}$. Noter que $0{,}\overline{9} = 1$ et que $0{,}0\overline{9} = 0{,}01$. g) $1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$ h) $\frac{325}{100} = \frac{13}{4}$
i) $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ j) $1 + \frac{4}{10000} = \frac{251}{250}$ k) $\frac{80}{99}$ l) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$
m) 3 n) $3 + \frac{141}{999} = \frac{1046}{333}$

Exercice 13
1M-jhavr

Calculer et donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible :

a) $0,\overline{72} \cdot 0,\overline{810}$

b) (0,297297297 …)·(3,3636363 …)

Corrigé 12

Exercice 14
1M-xgk9e

Entre 1 et 2, trouver trois nombres…

a) rationnels à développement décimal fini ;
b) rationnels à développement décimal infini périodique ;
c) irrationnels.

Donner si possible l'écriture fractionnaire irréductible.

Corrigé 13

a) $\frac{12}{10}; \frac{13}{10}; \frac{14}{10};$

b) $1,\overline{1} = \frac{10}{9}; \frac{11}{9}; \frac{12}{9};$

c) $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{5}}{2}.$

2.4 Racines

Exercice 15
1M-hv2ug

Calculer.

a) $2\sqrt{12} + 3\sqrt{75} - 4\sqrt{27}$

b) $\sqrt{162} + \sqrt{20} + \sqrt{50} - \sqrt{80}$

c) $\left(1 - \sqrt{3}\right)\left(1 + \sqrt{3}\right)$

d) $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2$

e) $2\left(\sqrt{3}\right)^4 - 5\left(\sqrt{3}\right)^3 - 4\left(\sqrt{3}\right)^2 + 8\sqrt{3} - 1$

f) $\left(1 + \sqrt{5}\right)^3$

g) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{15}$

h) $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{105}}$

Corrigé 14

a) $7\sqrt{3}$

b) $14\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

c) -2

d) $5 - 2\sqrt{6}$

e) $5 - 7\sqrt{3}$

f) $16 + 8\sqrt{5}$

g) $20\sqrt{3}$

h) 6

Exercice 16
1M-ksh26

Montrer que a est égal à b dans les cas suivants :

a) $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $a = \frac{1}{\sqrt{27}}$; $b = \frac{\sqrt{3}}{9}$

c) $a = \frac{2 + \sqrt{8}}{2}$; $b = 1 + \sqrt{2}$

d) $a = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$; $b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$

Corrigé 15

On utilise principalement la multiplication par l'expression conjuguée.

Exercice 17 🌶🌶

1M-9f4t8

Calculer.

a) $\dfrac{7}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ b) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-2}-\dfrac{2}{\sqrt{7}+2}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ d) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

Corrigé 16

a) $\dfrac{4\sqrt{5}-10\sqrt{2}}{3}$ b) $\dfrac{11}{3}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $-2\sqrt{15}$

Exercice 18 🌶🌶

1M-f3sg7

Calculer.

a) $\sqrt{\dfrac{3}{4}}+\sqrt{\dfrac{49}{12}}$ b) $\dfrac{1}{2}\sqrt{75}+\sqrt{\dfrac{4}{27}}-7\sqrt{12}$

c) $2\sqrt{5}-\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{5}}+\dfrac{1}{20}\sqrt{45}$ d) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}-\sqrt{5}-\sqrt{7}$

Corrigé 17

a) $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{203}{6\sqrt{3}}$ c) $\dfrac{41}{4\sqrt{5}}$ d) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$.

Exercice 19 🌶🌶

1M-rp8cc

Développer le carré: $(3+2\sqrt{2})^2$. En déduire une autre écriture pour $\sqrt{17+12\sqrt{2}}$.

Corrigé 18

Exercices pour le premier semestre SECTION 3

Ensembles et intervalles

3.1 Ensembles de nombres

Exercice 20 🌶🌶

1M-nj317

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) $0 \in \mathbb{R}_+$ b) $-2 \in]-2;5]$ c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$

d) $3 \in \{2;4\}$ e) $3 \in]2;4[$ f) $3 \notin \mathbb{R} \setminus]2;3[$

g) $[0;2024] \cap \mathbb{R}_- = \emptyset$ h) $\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ i) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z} = \emptyset$

Corrigé 19

a) Vrai b) Faux, semi-ouvert à gauche c) Vrai

d) Faux, ce n'est pas l'intervalle e) Vrai f) Faux, il y appartient

g) Faux, 0 est dans l'intersection h) Vrai i) Vrai

Exercice 21 🌶🌶

1M-j1x1v

(*) Trouver dix fractions irréductibles distinctes et appartenant toutes à l'intervalle $\left]\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right[$, sans l'aide d'une calculatrice. (Classez-les dans l'ordre croissant.)

Corrigé 20

Exercice 22 🌶🌶

1M-hggjf

Pour chaque nombre, simplifier et donner les ensembles de nombres auxquels il appartiennent.

a) $\dfrac{3-7}{2}$ b) $\dfrac{4}{4-1}$ c) $2{,}5 : 3 + 1$ d) $\dfrac{2^0}{1^2}$

e) $(\sqrt{2}-1) : 2$ f) $\dfrac{3-\sqrt{9}}{\pi}$ g) $\sqrt{3 \cdot 27}$ h) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}}$

i) $\sqrt{\sqrt{25}-\dfrac{3}{\sqrt{9}}}$ j) $\dfrac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}}$ k) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{81}-\dfrac{16}{2}}$ l) $\dfrac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5}$

Corrigé 21

a) $\dfrac{3-7}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2 \in \mathbb{Z}$

b) $\dfrac{4}{4-1} = \dfrac{4}{3} \in \mathbb{Q}$

c) $2{,}5 : 3 + 1 = \dfrac{25}{30} + 1 = \dfrac{5}{6} + 1 = \dfrac{11}{6} \in \mathbb{Q}$

d) $\dfrac{2^0}{1^2} = \dfrac{1}{1} = 1 \in \mathbb{N}$

e) $(\sqrt{2}-1) : 2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2} \in \mathbb{R}$

f) $\dfrac{3-\sqrt{9}}{\pi} = \dfrac{3-3}{\pi} = 0 \in \mathbb{N}$

g) $\sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9 \in \mathbb{N}$

h) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \dfrac{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \dfrac{1-2}{3} = -\dfrac{1}{3} \in \mathbb{Q}$

i) $\sqrt{\sqrt{25}-\dfrac{3}{\sqrt{9}}} = \sqrt{5-\dfrac{3}{3}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}$

j) $\dfrac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}} = \dfrac{14}{5-12} = \dfrac{14}{-7} = -2 \in \mathbb{Z}$

k) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{81}-\dfrac{16}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{9-8} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \in \mathbb{R}$

l) $\dfrac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5} = \dfrac{5-\sqrt{3}}{-(5-\sqrt{3})} = -1 \in \mathbb{Z}$

Exercice 23

1M-w1wsu

Compléter le tableau suivant en indiquant par une croix chacun des ensembles auquel le nombre donné appartient.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	aucun
$\frac{3}{2}$					
$\frac{3{,}14}{0{,}01}$					
$\sqrt{7}$					
$\frac{2-\sqrt{8}}{\sqrt{2}-1}$					
$\sqrt{9}$					
π					
$-\sqrt{100}$					

Corrigé 22

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	aucun
$\frac{3}{2}$			X	X	
$\frac{3{,}14}{0{,}01}$	X	X	X	X	
$\sqrt{7}$				X	
$\frac{2-\sqrt{8}}{\sqrt{2}-1}$		X	X	X	
$\sqrt{9}$	X	X	X	X	
π				X	
$-\sqrt{100}$		X	X	X	

Exercice 24

1M-cbh7d

Donner tous les ensembles parmi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ au(x)quel(s) appartient chacun des nombres suivants :

$$\frac{2}{7}\,;\ \sqrt{100}\,;\ \sqrt{200}\,;\ \pi+1\,;\ -\sqrt{1{,}21}\,;\ 3{,}14\cdot 10^5\,;\ -\frac{17}{2}.$$

Corrigé 23

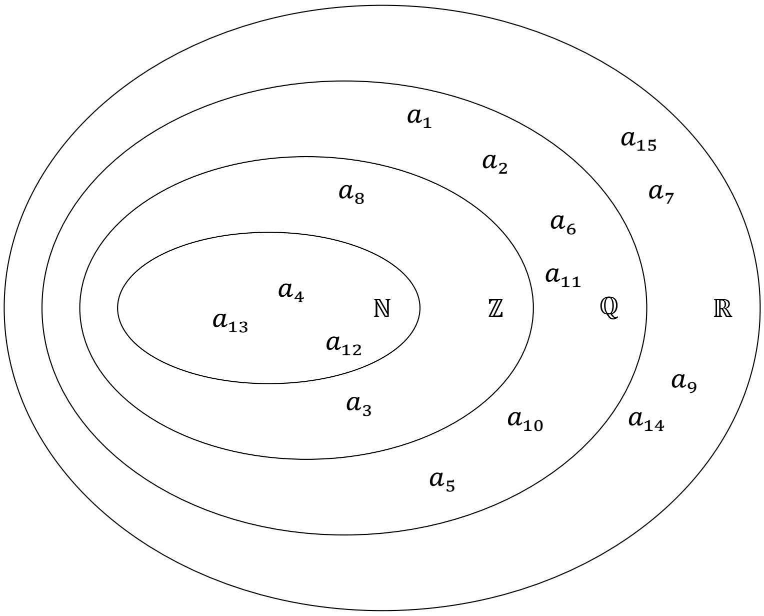
Exercice 25

1M-yrfjs

Dessiner un diagramme de Venn représentant simultanément les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$. Placer dans la bonne plage les nombres suivants :

$$a_1 = 3{,}14\,;\ a_2 = \frac{5}{7}\,;\ a_3 = -8\,;\ a_4 = 5\,;\ a_5 = -1{,}4\,;\ a_6 = -\frac{7}{5}\,;\ a_7 = \sqrt{8}\,;$$
$$a_8 = -\sqrt{9}\,;\ a_9 = \sqrt{1000}\,;\ a_{10} = 1{,}\overline{7}\,;\ a_{11} = 1{,}020220222022220\ldots\,;$$
$$a_{12} = \frac{169}{13}\,;\ a_{13} = 1{,}231\cdot 10^8\,;\ a_{14} = \frac{\pi}{2}\,;\ a_{15} = 2+\sqrt{3}.$$

Corrigé 24



3.2 Ensembles quelconques

Exercice 26

1M-k8f2j

Énumérer les éléments des ensembles suivants.

a) $\mathrm{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2n - 1, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\}$

b) $\mathrm{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ et $n < 10\}$

c) $\mathrm{C} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x = 0\}$

d) $\mathrm{D} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 2 = 0\}$

e) $\mathrm{E} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 = 0\}$

f) $\mathrm{F} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2 = 0\}$

Corrigé 25

Exercice 27

1M-tr635

Décrire les ensembles suivants en donnant une condition d'appartenance.

a) $\mathrm{A} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

b) $\mathrm{B} = \{1; 4; 9; 16; 25; \dots; 169\}$

c) $\mathrm{C} = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$

d) $\mathrm{D} = \left\{\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{5}; \dfrac{1}{10}; \dfrac{1}{17}; \dfrac{1}{26}\right\}$

e) $\mathrm{E} = \left\{0; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{5}; \dfrac{2}{3}; \dfrac{5}{7}; \dots\right\}$

f) $\mathrm{F} = \{1; 2; 4; 8; 16; \dots; 1024\}$

Corrigé 26

Exercice 28

1M-p6w7q

Décrire les ensembles suivants à l'aide d'intervalles.

a) $\mathrm{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$

b) $\mathrm{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 5\}$

c) $\mathrm{C} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$

d) $\mathrm{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 10\}$

e) $\mathrm{E} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2$ et $x \leq 2\}$

f) $\mathrm{F} = \mathbb{R}$

g) $\mathrm{G} = \{2\}$

Corrigé 27

Exercice 29

1M-ew4z2

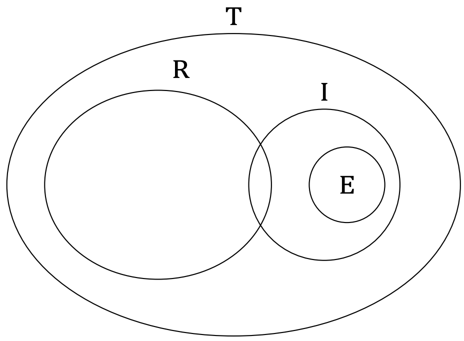
Dans l'ensemble T des triangles, on considère I, le sous-ensemble des triangles isocèles ; E, le sous-ensemble des triangles équilatéraux ; R, le sous-ensemble des triangles rectangles

a) Représenter ces quatre ensembles à l'aide d'un diagramme.

b) Décrire par des mots les ensembles $\mathrm{I} \cap \mathrm{E}$, $\mathrm{R} \cap \mathrm{E}$ et $\mathrm{I} \cap \mathrm{R}$.

Corrigé 28

a) La taille des diagrammes n'est pas représentative de la « taille » des ensembles.



b)

- $\mathrm{I} \cap \mathrm{E} = \mathrm{E}$, car l'ensemble des triangles équilatéraux est contenu dans l'ensemble de triangles isocèles.
- $\mathrm{R} \cap \mathrm{E} = \emptyset$, car il n'existe aucun triangle qui est équilatéral et rectangle (par le théorème de Pythagore, si $a \in \mathbb{R}_+^*$ est la longueur du côté du triangle, alors $a^2 + a^2 \neq a^2$).
- $\mathrm{I} \cap \mathrm{R}$ est l'ensemble des triangles dont les deux cathètes mesure $a \in \mathbb{R}_+^*$ et l'hypoténuse mesure $a\sqrt{2}$ (par Pythagore).

Exercice 30

1M-fq51r

Déterminer les intervalles suivants où $\mathrm{A} =]-2; 3]$, $\mathrm{B} = [0; 4[$ et $\mathrm{C} =]-\infty; 2]$:

a) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$	b) $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$	c) $\mathrm{A} \setminus \mathrm{B}$	d) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{A}$
e) $\mathrm{A} \cup \mathrm{C}$	f) $\mathrm{A} \cap \mathrm{C}$	g) $\mathrm{A} \setminus \mathrm{C}$	h) $\mathrm{C} \setminus \mathrm{A}$
i) $\mathrm{B} \cup \mathrm{C}$	j) $\mathrm{B} \cap \mathrm{C}$	k) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{C}$	l) $\mathrm{C} \setminus \mathrm{B}$

Corrigé 29

Exercice 31

1M-rm8qy

Déterminer les éléments des sous-ensembles A et B de E sachant que:

$$\mathrm{E} \setminus \mathrm{A} = \{f; g; h; i\}, \quad \mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{a; b; c; d; e; f\} \quad \text{et} \quad \mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{d; e\}$$

Corrigé 30

Exercice 32

1M-zm8w4

Décrire les ensembles suivants par une condition d'appartenance (comme dans l'énoncé de l'activité 4).

a) $\{\ldots ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; \ldots\}$

b) $\{0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; \ldots\}$

c) $\{1 ; 4 ; 9 ; 25 ; \ldots\}$

d) (*) $\left\{0 ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{2} ; \frac{3}{5} ; \frac{2}{3} ; \frac{5}{7} ; \ldots\right\}$

Corrigé 31

a) $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ b) $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ c) $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

Exercice 33

1M-krq84

Enumérer les éléments des ensembles suivants (donnés par une condition) :

$$\{2n-3 \mid n \in \mathbb{N} \text{ et } n \leq 5\} \quad \left\{\frac{1}{n} \middle| \, n \in \mathbb{N}^*\right\} \quad \left\{\frac{n-1}{n^2+n} \middle| \, n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 6\right\}$$

Corrigé 32

Exercice 34

1M-s2efz

Dans chaque cas, trouver A et B, deux sous-ensembles de $\mathbb{Z}$ tels que:

a) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \emptyset$

b) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{2; 3; 4\}$

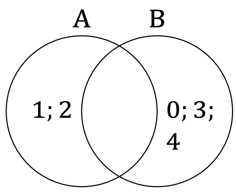
c) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{A} \setminus \mathrm{B} = \{2; 3; 4\}$

d) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{B} \setminus \mathrm{A} = \{1; 4\}$

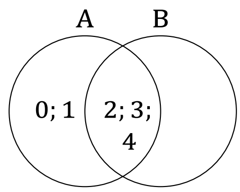
Corrigé 33

Il y a plusieurs réponses possibles.

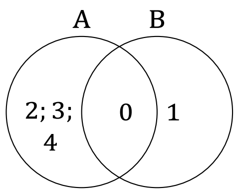
a) $\mathrm{A} = \{1; 2\}$ et $\mathrm{B} = \{0; 3; 4\}$



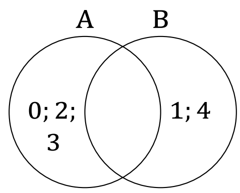
b) $\mathrm{A} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{B} = \{2; 3; 4\}$



c) $\mathrm{A} = \{0; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{B} = \{0; 1\}$



d) $\mathrm{A} = \{0; 2; 3\}$ et $\mathrm{B} = \{1; 4\}$



Exercice 35

1M-d5xp3

a) Soient A et B les deux ensembles suivants : $\mathrm{A} = \{-5; 3; 4; 6; 8; 9\}$ et $\mathrm{B} = \{2; 3; 4; 8; 10\}$.
Déterminer $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$, $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$, $\mathrm{B} \setminus \mathrm{A}$ et $\mathrm{A} \setminus \mathrm{B}$.

b) Trouver les ensembles C et D puis E et F sachant que :

$$\mathrm{C} \cup \mathrm{D} = \{1; 2; 3; 4; 5\}, \mathrm{C} \cap \mathrm{D} = \{2; 3; 4\}, 1 \notin \mathrm{D} \setminus \mathrm{C} \text{ et } 5 \notin \mathrm{C} \setminus \mathrm{D}$$

$$\mathrm{E} \cup \mathrm{F} = \{2; 3; 4; 5\} \text{ et } \mathrm{E} \cap \mathrm{F} = \{2; 4\}$$

Donner toutes les possibilités.

Corrigé 34

3.3 Intervalles réelles

Exercice 36

1M-v2rv8

Représenter graphiquement les intervalles suivants:

a) $[0;2]$

b) $]-3;3[$

c) $]-\infty;-4[$

d) $]-2;-1[\cup[0;+\infty[$

e) $]-\infty;0[\cup[1;3]$

f) $]\pi;4]\cap[7;+\infty[$

Corrigé 35

Exercice 37

1M-ht3h6

On donne trois intervalles I, J et K de $\mathbb{R}$. Déterminer $I\cap J$, $I\cap K$, $I\setminus(J\cup K)$, $(I\setminus J)\cup(I\setminus K)$ dans les cas suivants :

a) $I=]-3;4]$ $J=]-2;0[$ $K=[-5;3[$

b) $I=[-4;2[$ $J=]-2;3]$ $K=[-3;1[$

c) $I=[-5;3[$ $J=[-1;5[$ $K=]-3;4]$

Corrigé 36

Exercice 38

1M-u14s6

Déterminer les intervalles suivants où $A=[1;5]$, $B=[0;+\infty[$ et $C=]-3;3]$:

a) $A\cup B$

b) $A\cap B$

c) $A\setminus B$

d) $B\setminus A$

e) $A\cup C$

f) $A\cap C$

g) $A\setminus C$

h) $C\setminus A$

i) $B\cup C$

j) $B\cap C$

k) $B\setminus C$

l) $C\setminus B$

Corrigé 37

Exercice 39

1M-9k125

Trouver dans chaque intervalle: $]-4;-3[$; $]\frac{1}{4};\frac{1}{3}[$; $]10^{-4};10^{-3}[$:

a) deux nombres rationnels, l'un à partie décimale finie et l'autre à partie décimale infinie périodique
(les donner sous forme de fraction irréductible);

b) un nombre irrationnel.

Corrigé 38

Exercice 40

1M-mrvd7

On donne trois sous-intervalles de $\mathbb{R}$

$$I=[-3;4[,\ J=[-2;0[\text{ et }K=]-5;3].$$

Donner à l'aide d'intervalles : $I\cap J$, $I\cup K$, $I\cap K$, $I\setminus K$ et $K\setminus I$.

Corrigé 39

a) $\mathrm{I} \cap \mathrm{J} = [-3; 4[\cap [-2; 0[= [-2; 0[$

b) $\mathrm{I} \cup \mathrm{K} = [-3; 4[\cup]-5; 3] =]-5; 4[$

c) $\mathrm{I} \cap \mathrm{K} = [-3; 4[\cap]-5; 3] = [-3; 3]$

d) $\mathrm{I} \setminus \mathrm{K} = [-3; 4[\setminus]-5; 3] =]3; 4[$

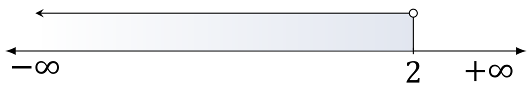
e) $\mathrm{K} \setminus \mathrm{I} =]-5; 3] \setminus [-3; 4[=]-5; -3[$

Exercice 41

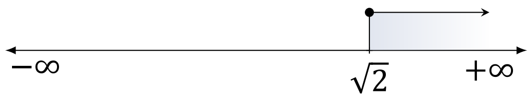
1M-6ugwm

Donner l'écriture mathématique des intervalles suivants:

a)



b)



c)

d)

Corrigé 40

Exercice 42

1M-drcdb

Quel est le nombre réel situé à égale distance des bornes de l'intervalle $[\sqrt{27}; \sqrt{75}]$?
(Réponse sous forme simplifiée; s'il s'agit d'une racine carrée: de quel entier ?)

Corrigé 41

Exercice 43

1M-czc9e

Décrire les ensembles de réels suivants à l'aide d'intervalles:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 > x\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2$ et $x \leq 4\}$

e) $\left\{x \in \mathbb{R} \middle| -\frac{3}{2} < x \leq -\frac{1}{2}\right\}$

f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 + \sqrt{2}\}$

g) $\mathbb{R}$

h) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2$ ou $x \geq 4\}$

Corrigé 42

a) $[-3; 2]$

b) $[3; +\infty[$

c) $]-\infty; -1[$

d) $]-2; 4]$

e) $]-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}]$

f) $]-\infty; 1 + \sqrt{2}]$

g) $]-\infty; +\infty[$

h) $]-\infty; -2[\cup [4; +\infty[$

Exercice 44

1M-p2cxv

Partie 1

Passer de l'écriture en intervalle à l'écriture ensembliste et vice versa.

a) $\cdots = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 4\}$

b) $\ldots = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -0{,}5\}$

c) $]-\infty; -2] = \{\ \ldots\ \}$

d) $]-1; -0{,}5[= \{\ \ldots\ \}$

Partie 2

Donner les sous-ensembles de $\mathbb{R}$ suivants à l'aide d'intervalles uniquement :

a) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) $\mathbb{R} \setminus [2; 3]$

c) $\mathbb{R} \setminus]-1; 6[$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -5$ ou $x \geq 2\}$

Corrigé 43

Exercice 45

1M-nw439

Décrire par des inéquations les intervalles suivants:

a) $]-\infty; -3]$

b) $]-2; +\infty[$

c) $[0; 2]$

d) $]-3; 3[$

e) $]-5; -4[$

f) $]-2; -1[\cup[0; +\infty[$

g) $]-\infty; 0[\cup[1; 3]$

h) $]-\infty; 4] \cup [7; +\infty[$

Corrigé 44

Exercice 46

1M-61ve6

Traduire les inéquations suivantes sous forme d'un intervalle.

a) $x \leq 2$

b) $x > 3$

c) $x \geq -1$

d) $x < 0$ et $x \leq 2$

e) $x \leq 1$ ou $x > 3$

f) $x \geq 2$ et $x < 4$

g) $x \geq 0$ ou $x \leq -2$

h) $x \geq 1$ et $x \leq 3$

Corrigé 45

Exercices pour le premier semestre SECTION 4

Calul littéral

4.1 Traduire un énoncé

Exercice 47

1M-bvvy

Traduire chaque phrase par une équation, puis résoudre.

a) « Le triple du nombre x vaut 2 de plus que x. »

b) « La somme de x et de 3 vaut 2 de moins que le double de x. »

c) « Le double d'un nombre dépasse ses deux tiers de 10. »

d) « Si l'on soustrait le dixième de x au quart de x on obtient 2 de moins que x. »

e) « Si l'on retranche 5 du triple de x, on obtient la moitié de la somme de 3 et de x. »

Corrigé 46

a) $3x = x + 2$, $S = \{1\}$ b) $x + 3 = 2x - 2$, $S = \{5\}$ c) $2x = \frac{2}{3}x + 10$, $S = \left\{\frac{15}{2}\right\}$

d) $\frac{x}{4} - \frac{x}{10} = x - 2$, $S = \left\{\frac{40}{17}\right\}$ e) $3x - 5 = \frac{x+3}{2}$, $S = \left\{\frac{13}{5}\right\}$

Exercice 48

1M-3qa3k

Un rectangle possède une largeur de $a > 3$ et une longueur de $a + 4$ avec le longueurs données en cm. On lui enlève un carré de 3 cm de côté. Donner l'expression algébrique réduite de l'aire de la figure restante.

Corrigé 47

Exercice 49

1M-a3tr3

En utilisant la lettre n pour désigner un entier quelconque, exprimer sous forme littérale :

a) trois entiers consécutifs;

b) le carré d'un entier impair quelconque;

c) un nombre positif, différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs;

d) un multiple de 7;

e) un entier qui laisse un reste de 2 lorsqu'on le divise par 3 ;

f) un entier qui précède immédiatement un multiple de 4 ;

g) trois carrés parfaits consécutifs;

h) un nombre pair.

Corrigé 48

4.2 Isoler une variable

Exercice 50

1M-kdgn

Dans chaque cas, exprimer x en fonction de y ou y en fonction de x.

Exemple

$3x-2y=4$	On isole y
$-2y=-3x+4$	On soustrait $3x$
$y=\frac{-3}{-2}x+\frac{4}{-2}$	On divise par -2
$y=\frac{3}{2}x-2$	On réduit

a) $x+3y=7$ b) $4x-y=9$ c) $2y=3x-5$

d) $x+2y=5$ e) $x-6y=8$ f) $2x+y=10$

g) $6x-y=12$ h) $2x-5y=-15$ i) $6x+3y=-24$

j) $2x-3y=30$ k) $10x-4y=70$ l) $4x-y=8$

m) $2x+3y=6$ n) $5x-2y=0$ o) $2x+3(y+2)=10$

Corrigé 49

a) $x=7-3y$ b) $y=4x-9$ c) $y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

d) $x=5-2y$ e) $x=8+6y$ f) $y=10-2x$

g) $y=6x-12$ h) $x=\frac{5}{2}y-\frac{15}{2}$ i) $y=-2x-8$

j) $y=\frac{2}{3}x-10$ k) $y=\frac{5}{2}x-\frac{35}{2}$ l) $y=4x-8$

m) $y=-\frac{2}{3}x+2$ n) $y=\frac{5}{2}x$ o) $y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

Exercice 51

1M-n66ke

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

a) $v=\frac{d}{t}$ $d=?$ $t=?$

b) $\mathrm{P}=2(a+b)$ $b=?$

c) $\mathrm{A}=\frac{(\mathrm{B}+b)}{2}h$ $h=?$ $\mathrm{B}=?$

d) $\mathrm{E}=mgh$ $h=?$

e) $\mathrm{P}=f\frac{m_1m_2}{m_3}$ $m_1=?$ $m_3=?$

f) $\frac{n_1}{n_2}=\frac{z_1z_4}{z_2z_3}$ $z_1=?$ $n_2=?$

g) $\mathrm{A}=\frac{a+b}{2}h$ $a=?$ $h=?$

h) $\mathrm{V}=\frac{\pi d^2}{4}h$ $h=?$

Corrigé 50

1. $v = \dfrac{d}{t}$ $\qquad d = ?$ $\qquad t = ?$

   Isolons d :

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} && \Big| \cdot t \\ v \cdot t &= d && \Big| \ d \text{ est isolé} \end{aligned}$$

   Isolons t :

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} && \Big| \cdot t \\ v \cdot t &= d && \Big| \div v \\ t &= \frac{d}{v} && \Big| \ t \text{ est isolé} \end{aligned}$$

2. $\mathrm{P} = 2(a+b)$ $\qquad b = ?$

   Isolons b :

$$\begin{aligned} \mathrm{P} &= 2(a+b) && \Big| \div 2 \\ \frac{\mathrm{P}}{2} &= a+b && \Big| -a \\ \frac{\mathrm{P}}{2} - a &= b && \Big| \ b \text{ est isolé} \end{aligned}$$

3. $\mathrm{A} = \dfrac{(\mathrm{B}+b)}{2}h$ $\qquad h = ?$ $\qquad \mathrm{B} = ?$

   Isolons h:

$$\begin{aligned} \mathrm{A} &= \frac{(\mathrm{B}+b)}{2}h && \Big| \cdot \frac{2}{(\mathrm{B}+b)} \\ \mathrm{A} \cdot \frac{2}{\mathrm{B}+b} &= h && \Big| \ \text{réduire} \\ \frac{2\mathrm{A}}{\mathrm{B}+b} &= h && \Big| \ h \text{ est isolé} \end{aligned}$$

   Isolons B:

$$\begin{aligned} \mathrm{A} &= \frac{(\mathrm{B}+b)}{2}h && \Big| \div h \\ \frac{\mathrm{A}}{h} &= \frac{(\mathrm{B}+b)}{2} && \Big| \cdot 2 \\ \frac{2\mathrm{A}}{h} &= \mathrm{B}+b && \Big| -b \\ \frac{2\mathrm{A}}{h} &= \mathrm{B} && \Big| \ \mathrm{B} \text{ est isolé} \end{aligned}$$

4. $\mathrm{E} = mgh$ $\qquad h = ?$

$$\begin{aligned} \mathrm{E} &= mgh && \Big| \div mg \\ \frac{\mathrm{E}}{mg} &= h && \Big| = h \text{ est isolé} \end{aligned}$$

5. $\mathrm{P} = f\dfrac{m_1 m_2}{m_3}$ $\qquad m_1 = ?$ $\qquad m_3 = ?$

   Isolons m_1:

$$\begin{aligned} \mathrm{P} &= f\frac{m_1 m_2}{m_3} && \Big| \div f \\ \frac{\mathrm{P}}{f} &= \frac{m_1 m_2}{m_3} && \Big| \cdot \frac{m_3}{m_2} \\ \frac{\mathrm{P}}{f} \cdot \frac{m_3}{m_2} &= m_1 && \Big| \ \text{réduire} \\ \frac{\mathrm{P}m_3}{f m_2} &= m_1 && \Big| \ m_1 \text{ est isolé} \end{aligned}$$

   Isolons m_3 (on reprend la formule ou m_1 est isolé):

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{P}m_3}{f m_2} &= m_1 && \Big| \div \mathrm{P} \\ \frac{m_3}{f m_2} &= \frac{m_1}{\mathrm{P}} && \Big| \cdot f m_2 \\ m_3 &= \frac{m_1}{\mathrm{P}} \cdot f m_2 && \Big| \ \text{réduire} \\ m_3 &= \frac{f m_1 m_2}{\mathrm{P}} && \Big| \ m_3 \text{ est isolé} \end{aligned}$$

Exercice 52

1M-2yzxt

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

a) $\mathrm{V} = \dfrac{h}{6}(\mathrm{B}_1 + \mathrm{B}_2 + 4\mathrm{M})$ $\qquad h = ?$ $\qquad \mathrm{M} = ?$

b) $\mathrm{D}_r = \dfrac{\mathrm{D}}{1 + \mathrm{A}_r\mathrm{B}_r}$ $\qquad \mathrm{D} = ?$ $\qquad \mathrm{A}_r = ?$

c) $\mathrm{P} = \mathrm{Q}\dfrac{\mathrm{R} - r}{2\mathrm{R}}$ $\qquad r = ?$

d) $\mathrm{G} = \dfrac{k\mathrm{R}_a}{\mathrm{R}_i + \mathrm{R}_a}$ $\qquad \mathrm{R}_i = ?$

e) $\mathrm{A} = \dfrac{\mathrm{F} + \mathrm{S}_\alpha}{\mathrm{S}_\alpha}$ $\qquad \mathrm{F} = ?$

f) $\dfrac{1}{\mathrm{R}} = \dfrac{1}{\mathrm{R}_1} + \dfrac{1}{\mathrm{R}_2}$ $\qquad \mathrm{R} = ?$ $\qquad \mathrm{R}_1 = ?$

Corrigé 51

1. $V = \frac{h}{6}(B_1 + B_2 + 4M)$ $\qquad h = ?$ $\qquad M = ?$

   Isolons h:

$$\begin{array}{rl|l}
V &= \frac{h}{6}(B_1 + B_2 + 4M) & \div(B_1 + B_2 + 4M) \\
\frac{V}{B_1 + B_2 + 4M)} &= \frac{h}{6} & \cdot 6 \\
\frac{6V}{B_1 + B_2 + 4M)} &= h & h \text{ est isolé}
\end{array}$$

   Isolons M:

$$\begin{array}{rl|l}
V &= \frac{h}{6}(B_1 + B_2 + 4M) & \cdot\frac{6}{h} \\
\frac{6V}{h} &= B_1 + B_2 + 4M & -B_1 - B_2 \\
\frac{6V}{h} - B_1 - B_2 &= 4M & \div 4 \\
\frac{\frac{6V}{h} - B_1 - B_2}{4} &= M & \text{M est isolé}
\end{array}$$

2. $D_r = \frac{D}{1 + A_r B_r}$ $\qquad D = ?$ $\qquad A_r = ?$

   Isolons D:

$$\begin{array}{rl|l}
D_r &= \frac{D}{1 + A_r + B_r} & \cdot(1 + A_r + B_r) \\
D_r \cdot (1 + A_r + B_r) &= D & \text{D est isolé}
\end{array}$$

   Isolons A_r (on reprend la dernière formule du point précédent):

$$\begin{array}{rl|l}
D_r \cdot (1 + A_r + B_r) &= D & \div D_r \\
1 + A_r + B_r &= \frac{D}{D_r} & -1 - B_r \\
A_r &= \frac{D}{D_r} - 1 - B_r & A_r \text{ est isolé}
\end{array}$$

3. $P = Q\frac{R - r}{2R}$ $\qquad r = ?$

   Isolons r:

$$\begin{array}{rl|l}
P &= Q\frac{R - r}{2R} & \div Q \\
\frac{P}{Q} &= \frac{R - r}{2R} & \cdot 2R \\
\frac{P \cdot 2R}{Q} &= R - r & -R \\
\frac{2PR}{Q} &= -r & \cdot(-1) \\
-\frac{2PR}{Q} &= r & r \text{ est isolé}
\end{array}$$

4. $G = \frac{kR_a}{R_i + R_a}$ $\qquad R_i = ?$

   Isolons R_i:

$$\begin{array}{rl|l}
G &= \frac{kR_a}{R_i + R_a} & \cdot(R_i + R_a) \\
G(R_i + R_a) &= kR_a & \div G \\
R_i + R_a &= \frac{kR_a}{G} & -R_a \\
R_i &= \frac{kR_a}{G} - R_a & R_a \text{ est isolé}
\end{array}$$

5. $A = \frac{F + S_\alpha}{S_\alpha}$ $\qquad F = ?$

   Isolons F:

$$\begin{array}{rl|l}
A &= \frac{F + S_\alpha}{S_\alpha} & \cdot S_\alpha \\
\frac{A}{S_\alpha} &= F + S_\alpha & -S_\alpha \\
A & &
\end{array}$$

4.3 L'algèbre comme outil de preuve

Exercice 53

1M-sxya4

Prouver que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Corrigé 52

Un nombre pair a s'écrit $a = 2n$ pour $n \in \mathbb{N}$, un nombre impair b s'écrit $b = 2m + 1$ pour $m \in \mathbb{N}$. On a

$$a + b = 2n + 2m + 1 = 2(n + m) + 1 = 2k + 1 \text{ avec } k = n + m$$

et donc $a + b$ est bien un nombre impair.

Exercice 54

1M-wanr

Parmi les égalités suivantes, lesquelles sont toujours vraies? lesquelles toujours fausses ? lesquelles parfois vraies parfois fausses ?

a) $5 + 5 = 5^2$
b) $x + x = x^2$
c) $x + x = 2x$
d) $(x + 1)^3 = x^3 + 1^3$
e) $0 \cdot x = 1$
f) $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = 3x^2$
g) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
h) $0 \cdot x = 0$

Corrigé 53

a) jamais
b) parfois
c) toujours
d) parfois
e) jamais
f) parfois
g) toujours
h) toujours

Exercice 55

1M-jxa81

Prouver que la somme de deux entiers impairs quelconques est un nombre pair.

Corrigé 54

Exercice 56

1M-u38hd

(*) Pour quels entiers x de 1 à 200 le nombre $x^4 - x^3$ est-il le cube d'un entier?

Corrigé 55

Exercice 57

1M-5xg9e

L'égalité suivante est-elle valide :

$$\left(x^2 + 2x + 2\right)\left(x^2 - 2x + 2\right) = x^4 + 4\ ?$$

Corrigé 56

On vérifie en développant :
$(x^2 + 2x + 2)\,(x^2 - 2x + 2) = x^4 + 4 = x^4 - 2x^3$

Exercice 58

1M-rdpye

On considère l'identité suivante, appelée égalité de Lagrange (mathématicien du XVI ^{e} siècle):

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$$

a) Démontrer cette identité.

b) Appliquer cette identité à quatre entiers (par exemple 2,3,4,5) en utilisant la calculatrice.

Corrigé 57

4.4 Développer et réduire

Exercice 59

1M-n86nn

Développer et réduire.

a) $5(5+3x)$ b) $2x\left(2x^2-2x\right)$ c) $-5(-5y+9)$

d) $-1(-3x-3)$ e) $\left(x^2+x-1\right)(-1)$ f) $-2(x+y)$

g) $\left(1+x^2\right)\left(x^2-4\right)$ h) $-3x^2\left(1-2x^2+3x\right)$ i) $(5+3x)(x-1)$

j) $3xy\left(x^2y+x-1\right)$ k) $\left(4-x^2\right)\left(1-4x^2\right)$ l) $\left(-4xy^3-x^3y\right)(-3y)$

m) $-2(x+3)(x-1)$ n) $3(x-3)(x-3)$ o) $(-2x+3)(x-1)$

p) $(-2x+3)(3-2x)$

Corrigé 58

a) $15x+25$ b) $4x^3-4x^2$ c) $25y-45$ d) $3x+3$

e) $-x^2-x+1$ f) $-2x-2y$ g) x^4-3x^2-4 h) $6x^4-9x^3-3x^2$

i) $3x^2+2x-5$ j) $3x^3y^2+3x^2y-3xy$ k) $4x^4-17x^2+4$ l) $3x^3y^2+12xy^4$

m) $-2x^2-4x+6$ n) $3x^2-18x+27$ o) $-2x^2+5x-3$ p) $4x^2-12x+9$

Exercice 60

1M-akwq5

Développer à l'aide d'une identité remarquable, directement et rapidement (sans copier l'énoncé, ne pas s'accorder plus de 5').

a) $(x+y)^2$ b) $(2x^2+2)(2x^2-6)$ c) $(x-y)(x+y)$

d) $(3x+y)^2$ e) $\left(x^2+y^3\right)^2$ f) $(x-1)^2$

g) $(1-x)(1+x)$ h) $(4x-3)^2$ i) $\left(x^3+3y\right)\left(x^3-3y\right)$

j) $(3z-2)^2$ k) $(1-x)^2$ l) $(xy+2y)^2$

m) $\left(x^2-1\right)^2$ n) $(2x+2)^2$ o) $(2a+3)(2a+3)$

p) $(xyz+5)(xyz-5)$ q) $\left(3x^3-5\right)^2$ r) $(a+3b)(a+3b)$

s) $\left(x^2-1\right)\left(x^2-1\right)$ t) $\left(4a^2b-5\right)\left(4a^2b+5\right)$

u) $\left(2xy^3-1\right)\left(2xy^3-1\right)$ v) $\left(x^4+y\right)\left(x^4+y\right)$

w) $\left(1-ax^4\right)\left(1+ax^4\right)$ x) $\left(x^2+a^2\right)\left(x^2-a^2\right)$

Corrigé 59

a) $x^2+2xy+y^2$ b) $4x^4-4x^2-12$ c) x^2-y^2 d) $9x^2+6xy+y^2$
e) $x^4+2x^2y^3+y^6$ f) x^2-2x+1 g) $1-x^2$ h) $16x^2-24x+9$
i) x^6-9y^2 j) $9z^2-12z+4$ k) x^2-2x+1 l) $x^2y^2+4xy^2+4y^2$
m) x^4-2x^2+1 n) $4x^2+8x+4$ o) $4a^2+12a+9$ p) $x^2y^2z^2-25$
q) $9x^6-30x^3+25$ r) $a^2+6ab+9b^2$ s) x^4-2x^2+1 t) $16a^4b^2-25$
u) $4x^2y^6-4xy^3+1$ v) $x^8+2x^4y+y^2$ w) $1-a^2x^8$ x) x^4-a^4

Exercice 61

1M-sj5q7

Développer les expressions suivantes.

a) $4\cdot x+1\cdot(3x-1)\cdot(5x-1)+7\cdot x$ b) $(5x-1)\cdot(5x-1)+7(5x-1)$
c) $(4x-1)(3x-4)(3x+4)-1$ d) $((3x-4)(3x+4)-x+1)x$
e) $(3x-1)(x-1)+(4x-1)(3x-4)$ f) $x^2-x^2(4x-1)(3x-4)x^2$

Corrigé 60

a) $15x^2+3x+1$ b) $25x^2+25x-6$
c) $36x^3-9x^2-64x+15$ d) $9x^3-x^2-15x$
e) $15x^2-23x+5$ f) $-12x^6+19x^5-4x^4+x^2$

Exercice 62

1M-9e72h

Pour chacune des expressions suivantes, préciser (sous : « Type ») s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, et donner le nombre de termes (de cette somme ou de ce produit).

	Expression	Type	Nombre de termes
a)	$4\cdot x+1\cdot(3x-1)\cdot(5x-1)+7\cdot x$		
b)	$-4\cdot(x-y)\cdot(3x-1)\cdot(5x-1)$		
c)	$(5x-1)\cdot(5x-1)+7(5x-1)$		
d)	$(4x-1)(3x-4)(3x+4)$		
e)	$(4x-1)(3x-4)(3x+4)-1$		
f)	$((3x-4)(3x+4)-x+1)x$		
g)	$(3x-1)(x-1)+(4x-1)(3x-4)$		
h)	$x^2-x^2(4x-1)(3x-4)x^2$		

Corrigé 61

Exercice 63

1M-gw913

Un élève a développé tous les produits de trois des binômes $(x+1)$,$(x-1)$,$(x+2)$ et $(x-2)$, de toutes les manières possibles, sans répétition d'un binôme. Il a noté les résultats suivants :

$x^3-x^2-4x+4, x^3-2x^2-x+2, x^3+2x^2-x-2$ et x^3+x^2-4x-4.

Malheureusement, cet élève ne se souvient pas dans quel ordre il a effectué ses calculs. Comment peut-on l'aider à s'y retrouver immédiatement, par une simple observation ?

Corrigé 62

On utilise le terme constant (de degré 0) qui est différent pour toutes les expressions. Ainsi, il suffit de multiplier les termes de degré 0 de chaque expression pour déterminer le produit des trois polynômes.

Exercice 64 Développer et réduire.

1M-jw3r4

a) $7(8+9x)$ b) $6a\left(5a^2-12a\right)$
c) $-5(-7y+11)$ d) $-12(-5x-4)$
e) $-8\left(6x^2+4x-3\right)$ f) $-9x^2\left(8x^3+7y\right)$
g) $7a^5\left(6a-4a^2\right)$ h) $-5x^4\left(7x^4+9x-1\right)$

Corrigé 63

a) $63x+56$ b) $30a^3-72a^2$ c) $35y-55$ d) $60x+48$
e) $-48x^2-32x+24$ f) $-72x^5-63x^2y$ g) $-28a^7+42a^6$ h) $-35x^8-45x^5+5x^4$

Exercice 65 Réduire autant que possible.

1M-1e54x

a) $2x-2x$ b) $(2x)(-2x)$ c) $2(x-2)x$
d) $-5y+9y$ e) $-(5y+9y)$ f) $(-5y)(+9y)$
g) $(-5y+9)y$ h) $(-5y)+9y$ i) $-5(y+9)y$
j) $-5(y+9y)$ k) $-x(-x)(-1)$ l) $-x(-x-1)$
m) $-(x-x)-1$ n) $x\cdot x\cdot x+x\cdot x$ o) $x\cdot x\cdot(x+x)\cdot x$

Corrigé 64

a) 0 b) $-4x^2$ c) $2x^2-4x$ d) $4y$ e) $-14y$
f) $-45y^2$ g) $-5y^2+9y$ h) $4y$ i) $-5y^2-45y$ j) $-50y$
k) $-x^2$ l) x^2+x m) -1 n) x^3+x^2 o) $2x^4$

Exercice 66 Développer et réduire le produit: $\left(n^2+n+1\right)\left(n^2-n+1\right)$. (*) Déterminer toutes les valeurs de l'entier naturel n, pour lesquelles n^4+n^2+1 est un nombre premier.

1M-n9d51

Corrigé 65

On développe.
$(n^2+n+1)(n^2-n+1)=n^4-n^3+n^2+n^3-n^2+n+n^2-n+1=n^4+n^2+1$.

Exercice 67 Développer et réduire.

1M-v4dqz

a) $(2y-3)(5+3x)$ b) $(5+2x)(2x-3)$ c) $(3-y)(-5y+9)$
d) $\left(x^2+x-1\right)(x-1)$ e) $(y-x)(x+y)$ f) $(x+1)(x-1)(x+2)$
g) $(2x-1)(x+3)(1-x)$ h) $\left(1+x^2\right)\left(x^2-4x+2\right)$
i) $(x+2)^3$ j) $\left(z^3-5x^3z+2z\right)\left(z^3-3x\right)$
k) $(2-x)\left(x^2+4\right)(2+x)$ l) $(x-1)^4$

Corrigé 66

a) $6xy-9x+10y-15$ b) $4x^2+4x-15$
c) $5y^2-24y+27$ d) x^3-2x+1
e) y^2-x^2 f) x^3+2x^2-x-2
g) $-2x^3-3x^2+8x-3$ h) $x^4-4x^3+3x^2-4x+2$
i) $x^3+6x^2+12x+8$ j) $-5x^3z^4+z^6+15x^4z-3xz^3+2z^4-6xz$
k) $-x^4+16$ l) $x^4-4x^3+6x^2-4x+1$

4.5 Identités remarquables

Exercice 68

1M-akeku

Utiliser les identités remarquables pour calculer (sans calculatrice) les carrés suivants :

a) Avec $(a+b)^2$: 23^2 ; 92^2 ; 101^2 ; 42^2

b) Avec $(a-b)^2$: 39^2 ; 68^2 ; 99^2 ; 298^2

Corrigé 67

Par exemple, $23^2 = (20+3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^9 = 400 + 120 + 9 = 529$.

Exercice 69

1M-sqsur

Déterminer les identités remarquables pour :
$(a+b)^1$; $(a+b)^2$; $(a+b)^3$; $(a+b)^4$; $(a+b)^5$

Corrigé 68

a) $a+b$

b) $a^2 + 2ab + b^2$

c) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

d) $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

e) $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Exercice 70

1M-xabyp

Développer directement à l'aide des identités remarquables sans écrire l'étape intermédiaire.
Exemple : $(x-3)(x+2) = x^2 - x - 6$.

a) $(x-1)(x-2)$ b) $(x+3)(x+1)$ c) $(x-4)(x+4)$ d) $(y+6)(y-8)$

e) $(a+1)(a-12)$ f) $(y+9)(y-4)$ g) $(a+7)(a+3)$ h) $(x-3)(x-10)$

Corrigé 69

a) $x^2 - 3x + 2$ b) $x^2 + 4x + 3$ c) $x^2 - 16$ d) $y^2 - 2y - 48$

e) $a^2 - 11a - 12$ f) $y^2 + 5y - 36$ g) $a^2 + 10a + 21$ h) $x^2 - 13x + 30$

Exercice 71

1M-qkz3z

Connaître par coeur et savoir démontrer les identités suivantes :

a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

d) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

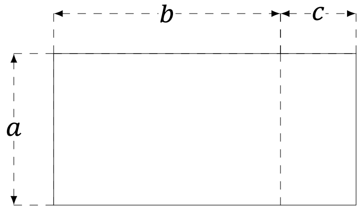
Corrigé 70

Exercice 72

1M-6edd2

Les savants de la Grèce antique donnèrent des preuves géométriques des propriétés des nombres réels, basées sur l'aire du rectangle.

a) Pour illustrer la distributivité de la multiplication sur l'addition pour les nombres réels a,b, et c, exprimer de deux manières l'aire du rectangle représenté ci-dessous :



b) De manière semblables, illustrer géométriquement les identités suivantes :

$$(a+b)^2 \quad \text{et} \quad (a+b)(c+d)$$

Corrigé 71

Exercice 73

1M-3ytn7

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a) $(10rx+8)\,(10rx+5)$

b) $\left(st+\frac{3}{2}s\right)\left(st-\frac{3}{2}s\right)$

c) $\left(5s^2y-\frac{5}{8}s^2\right)^2$

d) $\left(\frac{1}{8}x+\frac{2}{3}sx\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{5}z^2+\frac{3}{5}r^2z\right)\left(\frac{2}{5}z^2-\frac{3}{5}r^2z\right)$

f) $\left(\frac{7}{2}r-4rt^2\right)^2$

g) $(6ry+3)\,(6ry+2)$

h) $\left(\frac{4}{3}z^2+\frac{5}{9}rz\right)^2$

i) $\left(\frac{4}{7}tx-8\right)\left(\frac{4}{7}tx+7\right)$

j) $\left(10s+\frac{8}{7}t^3\right)^2$

Corrigé 72

a) $100r^2x^2+130rx+40$

b) $s^2t^2-\frac{9}{4}s^2$

c) $25s^4y^2-\frac{25}{4}s^4y+\frac{25}{64}s^4$

d) $\frac{4}{9}s^2x^2+\frac{1}{6}sx^2+\frac{1}{64}x^2$

e) $-\frac{9}{25}r^4z^2+\frac{4}{25}z^4$

f) $16r^2t^4-28r^2t^2+\frac{49}{4}r^2$

g) $36r^2y^2+30ry+6$

h) $\frac{16}{9}z^4+\frac{40}{27}rz^3+\frac{25}{81}r^2z^2$

i) $\frac{16}{49}t^2x^2-\frac{4}{7}tx-56$

j) $\frac{64}{49}t^6+\frac{160}{7}st^3+100s^2$

Exercice 74

1M-82fkx

Retrouver les identités remarquables pour le cube du binôme : $(a+b)^3$ et $(a-b)^3$

En partant de ces identités, obtenir celles pour (ou la factorisation de) :

a) a^3+b^3

b) a^3-b^3.

Corrigé 73

4.6 Factorisation

Exercice 75
1M-g6h1q

L'aire d'un rectangle est de $4a^2 + 6a$. Déterminer sa longueur, si la largeur mesure $2a$.

Corrigé 74

On factorise l'expression pour obtenir (par la mise en évidence)

$$4a^2 + 6a = 2a \cdot (2a + 3)$$

Ainsi, la longueur vaut $2a + 3$.

Exercice 76
1M-q5m9j

Factoriser autant que possible.

a) $2xy^2 + 4xy + 2x$
b) $45a^2 - 30a + 5$
c) $5x^4 - 20x^2$
d) $3x^2y + 30xy + 48y$
e) $7a^4x - 14a^3x^2 + 7a^2x^3$
f) $9a^5 + 24a^3b^2 + 16ab^4$
g) $4x^3y - 16x^2y^2 + 16xy^3$
h) $2a^3x^3 - 4a^2x^2 + 2ax$
i) $3x(x + 1)^2 - 27x$
j) $9ab^2c^4 - 4ab^4$
k) $a^2x^2 - 4b^2x^4$
l) $a^2(x + 2y) - 4(x + 2y)$

Corrigé 75

a) $2x(y + 1)^2$
b) $5(3a - 1)^2$
c) $5x^2(x - 4)(x + 4)$
d) $3y(x + 2)(x + 8)$
e) $7a^2x(a - x)^2$
f) $a(3a^2 + 4b^2)^2$
g) $4xy(x - 2y)^2$
h) $2ax(ax - 1)^2$
i) $3x(x - 2)(x + 4)$
j) $ab^2(3x^2 - 2b)(3x^2 + 2b)$
k) $x^2(a - 2b)(a + 2b)$
l) $(a - 2)(a + 2)(x + 2y)$

Exercice 77
1M-z34z9

Mettre en évidence le facteur commun.

a) $4x(x + y) + 5x(x + y)$
b) $3a(3a - b) - 8(3a - b)$
c) $5a^2b(a - 2b) - 15ab^2(a - 2b)$
d) $9x(x + 2)^2 - 5x(x + 2)$
e) $4(x - y) + 2x(y - x)$
f) $x^2(2x - 1) + 3x^2(1 - 2x)$

Corrigé 76

Exercice 78
1M-6cmvd

On considère le nombre $123456789^2 - 123456786 \cdot 123456792$.

a) Calculer ce nombre à l'aide d'une calculatrice.
b) Poser $x = 123456789$ et exprimer le nombre considéré en fonction de x.
c) Développer et réduire l'expression trouvée en b).
d) Que conclure des calculs précédents ?

Corrigé 77

Exercice 79

1M-4kec2

Factoriser au maximum les expressions suivantes

a) $25s^4 - 20s^2 + 4$
b) $9s^2t^2x^2 + 48stx + 64$
c) $s^2t^2 + 36r^4 - 12r^2st$
d) $4 + 81y^2 + 36y$
e) $s^2t^2z^2 - 1$
f) $25x^2y^2 - 90rxy + 81r^2$
g) $-147t^4yz - 420t^2y^2z - 300y^3z$

Corrigé 78

Exercice 80

1M-64mtt

Factoriser le plus possible les expressions suivantes.

a) $m(a-b) + n(a-b)$
b) $x(2a-b) + y(b-2a)$
c) $a(x-y) - (y-x)$
d) $(a+b)(x-3y) - 3a(x-3y)$
e) $(a+b)^3 - (a+b)^2$
f) $(x-3)(x+1) - x + 3 + 2(x-3)^2$
g) $(a-b)^3 - (a-b)$
h) $(x-y) - (a+b)^2(x-y)$

Corrigé 79

a) $(m+n)(a-b)$
b) $(x-y)(2a-b)$
c) $(a+1)(x-y)$
d) $(-2a+b)(x-3y)$
e) $(a+b-1)(a+b)^2$
f) $(x-3)(x+1) - (x-3) + 2(x-3)^2 = (x-3)(3x-6) = 3(x-3)(x-2)$
g) $(a-b)((a-b)^2 - 1) = (a-b)(a-b+1)(a-b-1)$
h) $(x-y)(1-(a+b)^2) = (x-y)(1-a-b)(1+a+b)$

Exercice 81

1M-pq3wr

Développer les produits, factoriser les sommes.

a) $(2x+3)^2$
b) $4x + 6y^2$
c) $9b^2 + 12b + 4$
d) $x^2 + 6x - 7$
e) $9y^2 - 6y + 1$
f) $4h^2(2h+3)$
g) $(1-x)^2$
h) $16a^2 - 25$
i) $(4a-5)(4a+5)$
j) $1 - 2x + x^2$
k) $8h^3 + 12h^2$
l) $(3y-1)^2$
m) $(x-1)(x+7)$
n) $(2+3b)^2$
o) $(2x+3y^2)\cdot 2$
p) $4x^2 + 12x + 9$

Corrigé 80

a) $4x^2 + 12x + 9$
b) $2(2x+3y^2)$
c) $(3b+2)^2$
d) $(x-1)(x+7)$
e) $(3y-1)^2$
f) $8h^3 + 12h^2$
g) $x^2 - 2x + 1$
h) $(4a-5)(4a+5)$
i) $16a^2 - 25$
j) $(x-1)^2$
k) $4h^2(2h+3)$
l) $9y^2 - 6y + 1$
m) $x^2 + 6x - 7$
n) $9b^2 + 12b + 4$
o) $4x + 6y^2$
p) $(2x+3)^2$

Exercice 82
1M-kywsv

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

a) $axy^2 + bxy^2 - ax - bx$
b) $8x^2 + 4xy - 2ax - ay$
c) $u^3 - u - u^2 + 1$
d) $ax^2 - 1 - x^2 + a$
e) $x^3 - 2x^2 + x - 2$
f) (*) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$
g) $(x^2 - 1) - 3(1 - x)$
h) $a^2 - b^2 - 5a + 5b$
i) $a^2b^2 + a^2 - b^2 - 1$
j) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$
k) $a^2b^2 + b^2 - a^2 - 1$
l) $x^3 - 7x^2 - 4x + 28$

(*) Indice pour le f) : $2x^2 = x^2 + x^2$

Corrigé 81

a) $x(y-1)(y+1)(a+b)$
b) $(4x-a)(2x+y)$
c) $(u^2+1)(u+1)$
d) $(x^2+1)(a-1)$
e) $(x^2+1)(x-2)$
f) $(x^2+x+1)(x+1)$
g) $(x-1)(x+4)$
h) $(a-b)(a+b-5)$
i) $(a-b)(a+1)(b^2+1)$
j) $(x+2)^2(x-2)$
k) $(b-1)(b+1)(a^2+1)$
l) $(x-2)(x+2)(x-7)$

Exercice 83
1M-nc4wd

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

a) $2ax + ay - 12x - 6y$
b) $5x^3 - 10x^2 - x + 2$
c) $x^2 - y^2 + a(x^2 - 2xy + y^2)$
d) $7x^3 + 9 - 3x^2 - 21x$
e) $5bx - ay + by - 5ax$
f) $(x-y)(2x-y+1) + (y-x)(x-y+1)$
g) $6x^2 - 6y + ay - ax^2$
h) $(x-8)(4x-3) + x^2 - 8x$
i) $y^2 - 1 - x^2 + x^2y^2$
j) $3x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 4x$

Corrigé 82

a) $(a-6)(2x+y)$
b) $(5x^2-1)(x-2)$
c) $(x+y+ax-ay)(x-y)$
d) $(7x-3)(x^2-3)$
e) $(b-a)(5x+y)$
f) $x(x-y)$
g) $(6-a)(x^2-y)$
h) $(x-8)(5x-3)$
i) $(1+x^2)(y-1)(y+1)$
j) $x(3x^2+2)(x+2)$

Exercice 84
1M-ctbb

Observer les écritures suivantes pour trouver comment les réduire sans développer les carrés.

a) $(2x-y+1)^2 - (2x+y+1)^2$
b) $(2x+y)^2 + 2(2x+y)(2x-y) + (2x-y)^2$
c) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y\right)^2$
d) $\left(x^2-2\right)^2 - 2\left(x^2-2\right)\left(x^2+x+1\right) + \left(x^2+x+1\right)^2$

Corrigé 83

a) $-8xy - 4y$ b) $4y^2$ c) $-xy$ d) $x^3 + 6x + 9$

Exercice 85

1M-x9jw

Factoriser le plus possible.

a) $4x^4 - 4$
b) $x^3 - x^2 - 4(x-1)$
c) $16x^4 - 9y^2$
d) $3x^2 + 6x - 24$
e) $8x^3 - 8x^2 + 2x$
f) $(x+y)^2 - 4u^2$
g) $x^3 - 5x$
h) $x^4 - 64$
i) $4y^2 - 12y + 9$
j) $a^2 - ab - a + b$
k) $(4x-1)^2 - 9(3-x)^2$
l) $4ax^2y^3 - (axy)^2 + 5bx^3y^2$

Corrigé 84

a) $4\left(x^2+1\right)(x+1)(x-1)$
b) $(x-1)(x+2)(x-2)$
c) $\left(4x^2+3y\right)\left(4x^2-3y\right)$
d) $3(x+4)(x-2)$
e) $2x(2x-1)^2$
f) $(x+y+2u)(x+y-2u)$
g) $x(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$
h) $\left(x^2+8\right)(x+\sqrt{8})(x-\sqrt{8})$
i) $(2y-3)^2$
j) $(a-b)(a-1)$
k) $(x+8)(7x-10)$
l) $x^2y^2\left(4ay-a^2+5bx\right)$

Exercice 86

1M-5hed

Factoriser les polynômes suivants dans $\mathbb{R}$ lorsque c'est possible :

a) $10x^2 + 9x - 9$
b) $-4x^2 + 12x - 7$
c) $5x^2 - 40x + 76$
d) $x^2 - x + 2$

Corrigé 85

a) $10\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{3}{5}\right)(=(2x+3)(5x-3))$

b) $-4\left(x-\frac{3-\sqrt{2}}{2}\right)\left(x-\frac{3+\sqrt{2}}{2}\right)(=-(2x-3+\sqrt{2})(2x-3-\sqrt{2}))$

c) $5\left(x-\frac{20-2\sqrt{5}}{5}\right)\left(x-\frac{20-2\sqrt{5}}{5}\right)$

d) non factorisable dans $\mathbb{R}$

Exercice 87

1M-ka15h

Soit le polynôme $x^6 - 1$.

a) Le factoriser de deux manières différentes (indications: $x^6 = \left(x^3\right)^2 = \left(x^2\right)^3$ et utiliser l'activité 1).
b) En déduire une factorisation pour le polynôme $x^4 + x^2 + 1$.

Corrigé 86

Exercices pour le premier semestre SECTION 5

Équations

Exercice 88

1M-5pcp

Répondre par vrai ou faux en justifiant.

a) Le nombre -8 est-il solution de l'équation : $x^2 = 32 - 4x$?

b) Le nombre 0 est-il solution de l'équation : $x^2 + 12x + 12 = 3x^3 - 3x^2 - x + 12$?

c) Le nombre $-\dfrac{1}{2}$ est-il solution de l'équation : $x(x-2) = x^2 - 1$?

d) Le nombre $\dfrac{1}{2}$ est-il solution de l'équation : $x(x-2) = x^2 - 1$?

Corrigé 87

a) oui b) oui c) non d) oui

5.1 Équations du premier degré

Exercice 89

1M-qa6b

Compléter les équations b), c) et d) pour obtenir des équations équivalentes à l'équation A.

a) $x = \dfrac{2}{5}y - 2$ b) $5x = \ldots$ c) $x + 2 = \ldots$ d) $\dfrac{5}{2}x = \ldots$

Corrigé 88

Appliquer à chaque fois l'opération indiquée.

b) [PE2] 5 c) [PE1] 2 d) [PE2] $\dfrac{5}{2}$

Exercice 90

1M-ehjb

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$.

a) $2\sqrt{3} \cdot x = \sqrt{3} \cdot x - 1$

b) $\sqrt{3} - x = \sqrt{2} \cdot x + 2$

c) $\sqrt{3} - 3x = \sqrt{2} \cdot x + \sqrt{2}$

d) $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2} \cdot x$

Corrigé 89

a) $S = \left\{-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right\}$

b) $S = \left\{2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6}\right\}$

c) $S = \left\{\dfrac{2 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - \sqrt{6}}{7}\right\}$

d) $S = \left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{4}\right\}$

Exercice 91

1M-rhvj

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$.

a) $2\left(\dfrac{x}{3} + 3\right) = 0$

b) $\dfrac{1 - 6x}{4} = 2\left(1 - \dfrac{3}{4}x\right)$

c) $3x = \dfrac{x - 55}{6}$

d) $x + \dfrac{1}{4} = -\dfrac{3}{7}$

Corrigé 90

a) $S = \{-9\}$ b) $S = \emptyset$ c) $S = \left\{-\dfrac{55}{17}\right\}$ d) $S = \left\{-\dfrac{19}{28}\right\}$

5.1.1 Résolution d'équations

5.1.2 Résolution de problèmes

Exercice 92

1M-fxnm

Un nombre est le produit de trois entiers consécutifs. Si l'on divise ce nombre successivement par chacun des trois entiers, la somme des quotients ainsi obtenus est de 767. De quel nombre s'agit-il?

Corrigé 91 4080 ou -4080.

Exercice 93

1M-prpq

Un problème de Leonhard Euler (1707 - 1783).
Un père mourut en laissant quatre fils. Ceux-ci se partagèrent ses biens de la manière suivante : le premier prit la moitié de la fortune, moins 3000 livres; le deuxième en prit le tiers moins 1000 livres; le troisième prit exactement le quart des biens; le quatrième prit 600 livres plus le cinquième des biens. Quelle était la fortune totale, et quelle somme reçut chacun des enfants?

Corrigé 92 $12000; 3000$

Exercice 94

1M-ae7n

Trouver deux nombres entiers consécutifs tels que le quart du premier ajouté au cinquième du plus grand donne 29.

Corrigé 93 64 et 65

Exercice 95

1M-fata

Trois frères, Albrecht, Blaise et Carl ont acheté une maison 2 millions de francs. Albrecht dit qu'il pourrait payer la somme entière si Blaise lui donnait les cinq huitièmes de ce qu'il a. Blaise dit qu'il payerait tout si Carl lui donnait les huit neuvièmes de ce qu'il a. Enfin Carl dit que pour acquitter seul le prix, il lui manque le tiers de ce qu'a Albrecht plus les trois seizièmes de ce que possède Blaise. Combien chacun a-t-il ?

Corrigé 94 Albrecht 1,5 million ; Brecht 0,8 million ; Carl 1,35 million.

Exercice 96

1M-abv3

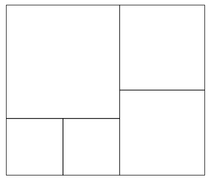
Ayant reçu un héritage, je dépense 2000 francs pour acheter une moto et je place les deux tiers du reste à la banque. Il me reste alors 30% du montant total de l'héritage. Quel était ce montant?

Corrigé 95 20000

Exercice 97

1M-pvqa

Le rectangle représenté ci-dessous a été découpé en 5 carrés. Le périmètre du rectangle est de 1 m . Déterminer son aire.



Corrigé 96 $\frac{21}{338}$ m²

Exercice 98

1M-591f

Céline regarde avec envie un pull et une robe présentés dans la vitrine d'une boutique. Malheureusement, le prix total de ces deux vêtements est de 137.50 francs et dépasse son budget. Quelques temps après, le prix du pull baisse de 20% et celui de la robe de 30%. Céline calcule rapidement la dépense totale et constate que le prix total a baissé de 35 francs, ce qui lui permet d'acheter ces deux vêtements. Quels étaient les prix du pull et de la robe avant la baisse?

Corrigé 97 On pose les inconnues

$x =$ Le prix du pull avant rabais $\qquad$ $y =$ Le prix de la robe avant rabais

On obtient le système $\begin{cases} x + y = 137{,}50 \\ x - \frac{20}{100}x + y - \frac{30}{100}y = 137{,}50 - 35 \end{cases}$ On réduit au maximum la deuxième équation:

$$x - \frac{20}{100}x + y - \frac{30}{100}y = 137{,}50 - 32{,}50 \iff \frac{8}{10}x + \frac{7}{10}y = 102{,}50 \iff 8x + 7y = 1025$$

Puis on résout le système $\begin{cases} x + y = 137{,}50 \\ 8x + 7y = 1025 \end{cases}$ (par exemple par combinaison) et on obtient que $x = 62{,}5$ et $y = 75$, ainsi le prix du pull avant le rabais est de 62,50 francs et le prix de la robe avant le rabais était de 75 francs.

Exercice 99

1M-q8vx

Il s'agit de partager 2100 francs entre trois personnes de manière que la première ait le quart de la part de la troisième et 120 francs de plus que la deuxième.

a) Voici trois façons de commencer. Compléter chacune de ces possibilités en fonction de x.

b) Résoudre ce problème.

part de la 1re personne :	x
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	x
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	x

Corrigé 98 $370, 250, 1480$

5.2 Théorème du produit nul

Exercice 100

1M-hayk

a) Écrire une équation du troisième degré dont la solution est: $S = \{-3; 5; 6\}$.

b) Écrire toutes les équations du troisième degré ayant comme solution: $S = \{0; 5\}$, et dont le coefficient du terme de degré 3 est 4 .

c) Écrire une équation du plus petit degré possible et ayant comme solution : $S = \left\{0; -2; \frac{1}{2}; 5\right\}$.

d) Écrire une équation du deuxième degré dont la solution est : $S = \emptyset$.

Corrigé 99 À vérifier individuellement, car plusieurs réponses possibles.

Exercice 101

1M-r5g1

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a) $(x-2)(x-5) = 0$

b) $(x+4)(x+6) = 0$

c) $(x-3)(7x-21) = 0$

d) $\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2x}{5} - 2\right) = 0$

e) $2x(2x-1)(3x+3) = 0$

f) $3(2x-3)\left(5x - \frac{1}{2}\right) = 0$

Corrigé 100 Solutions : $\{2; 5\}$; $\{-4; -6\}$; $\{3\}$; $\left\{\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}; 5\right\}$; $\left\{0; \frac{1}{2}; -1\right\}$; $\left\{\frac{3}{2}; \frac{1}{10}\right\}$.

5.3 Complétion du carré

Exercice 102

1M-cn6a

En utilisant la méthode de complétion du carré, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 - 4x - 1 = 0$

b) $4x^2 + 12x + 5 = 0$

c) $x^2 - 6x - 11 = 0$

d) $x^2 + 4x + 6 = 0$

e) $x^2 + x - 1 = 0$

f) $25x^2 + 30x + 2 = 0$

Corrigé 101

a) $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$

b) $S = \left\{-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$

c) $S = \{3 - 2\sqrt{5}; 3 + 2\sqrt{5}\}$

d) $S = \emptyset$

e) $S = \left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

f) $S = \left\{\frac{-3-\sqrt{7}}{5}; \frac{-3+\sqrt{7}}{5}\right\}$

5.4 Formule du discriminant

Exercice 103

1M-4yk3

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a) $3x^2 + 26x - 9 = 0$ b) $64 = -x^2$ c) $x^2 + 5x - 5 = 0$
d) $2x^2 = x - 1$ e) $x^2 - 10x + 63 = 0$ f) $4x^2 - 20x + 25 = 0$
g) $7x^2 + 25x - 12 = 0$ h) $x^2 = 2x$ i) $9x^2 + 42x + 49 = 0$
j) $6x^2 - 13x + 6 = 0$ k) $x^2 - 6x + 4 = 0$ l) $4x(1 + x) = -1$

Corrigé 102

a) $S = \left\{-9; \frac{1}{3}\right\}$ b) $S = \emptyset$ c) $S = \left\{\frac{-5-3\sqrt{5}}{2}; \frac{-5+3\sqrt{5}}{2}\right\}$
d) $S = \emptyset$ e) $S = \emptyset$ f) $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$
g) $S = \left\{-4; \frac{3}{7}\right\}$ h) $S = \{0; 2\}$ i) $S = \left\{-\frac{7}{3}\right\}$
j) $S = \left\{\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right\}$ k) $S = \left\{3 - \sqrt{5}; 3 + \sqrt{5}\right\}$ l) $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Exercice 104

1M-z8vs

Former une équation du second degré ayant pour solutions :

a) 7 et -3 b) 3 et $\frac{1}{2}$
c) $2 + \sqrt{6}$ et $2 - \sqrt{6}$ d) $\frac{-1-\sqrt{3}}{3}$ et $\frac{-1+\sqrt{3}}{3}$

Exprimer la réponse sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$, où a, b et c sont des nombres entiers.

Corrigé 103 $x^2 - 4x - 21 = 0$; $2x^2 - 7x + 3 = 0$; $x^2 - 4x - 2 = 0$; $9x^2 + 6x - 2 = 0$

5.5 Résolutions générales d'équations

Exercice 105

1M-hr3d

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$:

a) $x^3 - 6x^2 - 5x + 30 = 0$ b) $\left(x^2 + 4\right)\left(x^2 - x + 1\right) = 0$
c) $(2x - 1)\left(x^2 - 4x - 2\right) = 0$ d) $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$

Corrigé 104

a) $S = \{6; -\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$; b) $S = \emptyset$;
c) $S = \left\{\frac{1}{2}; 2 + \sqrt{6}; 2 - \sqrt{6}\right\}$; d) $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}; -\sqrt{6}; \sqrt{6}\}$.

Exercice 106

1M-5tja

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a) $x^2 - 10x + 16 = 0$

b) $7x^3 + 9 = 3x^2 + 21x$

c) $(x-4)(x+5) - 2x(x+5) = 0$

d) $x^2 = 8x$

e) $(x+1)(x+2) = (x+2)(x+3)$

f) $(x-8)(4x-3) + x^2 - 8x = 0$

g) $(2x+3)^2 = 8 - x(2-3x)$

h) $(x-3)^2 - 2x = 3x^2 - 1$

i) $-(-1-4x)^2 = 1 - (5x-1)^2$

j) $4x^2 + 8x + 1 = 6$

Corrigé 105

a) $S = \{2; 8\}$

b) $S = \left\{\frac{3}{7}; -\sqrt{3}; \sqrt{3}\right\}$

c) $S = \{-5; -4\}$

d) $S = \{0; 8\}$

e) $S = \{-2\}$

f) $S = \left\{8; \frac{3}{5}\right\}$

g) $S = \{-7 + 4\sqrt{3}; -7 - 4\sqrt{3}\}$

h) $S = \{-5; 1\}$

i) $S = \left\{\frac{3-\sqrt{10}}{3}; \frac{3+\sqrt{10}}{3}\right\}$

j) $S = \left\{-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right\}$

Exercice 107

1M-3s5y

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $5x^2 - 8x = 0$

b) $4x^3 = 9x$

c) $2x^3 = 98x$

d) $3(x+2) = x(x+2)$

e) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

f) $(2x-6)(x+6) - (4x+2)(x+6) = 0$

Corrigé 106

Solutions : $\left\{0; \frac{8}{5}\right\}$; $\left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0\right\}$; $\{0; -7; 7\}$; $\{-2; 3\}$; $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$; $\{-6; -4\}$

Exercice 108

1M-ufbv

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a) $(x+1)(x+2) + (x+3)(x+4) = 42$

b) $(x-6)(x+1) - (2x+3)(x-5) = 0$

c) $(3x-5)^2 - 12x = 1$

d) $(2x+1)^2 + 3x = 1$

e) $(x-3)^2 + (x+4)^2 = x(x+1)$

f) $(x+1)^2 - (x-1)^2 = (x-8)^2$

g) $\frac{x^2}{3} + \frac{4x}{5} - 19 = \frac{76}{5}$

h) $\frac{(x-2)^2}{5} - \frac{(x-3)^2}{4} = 0$

i) $x = \frac{2}{5} + \frac{5x^2}{16}$

j) $18x^3 - 5 = 2x - 45x^2$

Corrigé 107

a) $S = \{-7; 2\}$

b) $S = \{1 - \sqrt{10}; 1 + \sqrt{10}\}$;

c) $S = \left\{\frac{2}{3}; 4\right\}$;

d) $S = \left\{-\frac{7}{4}; 0\right\}$;

e) $S = \emptyset$

f) $S = \{4; 16\}$;

g) $S = \left\{-\frac{57}{5}; 9\right\}$;

h) $S = \{7 - 2\sqrt{5}; 7 + 2\sqrt{5}\}$;

i) $S = \left\{\frac{8-4\sqrt{2}}{5}; \frac{8+4\sqrt{2}}{5}\right\}$

j) $S = \left\{-\frac{5}{2}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right\}$

Exercice 109
1M-q822

On considère l'équation : $x^3 - 4 = 15x$.

a) Un entier naturel est solution de cette équation; trouver lequel et justifier à l'aide de la définition du mot solution.

b) Montrer que le nombre irrationnel $\sqrt{3} - 2$ est aussi solution de cette équation.

Corrigé 108

a) 4 b) à vérifier

Exercice 110
1M-5pp8

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$.

a) $(2x-3)^2 = (7x+3)^2$
b) $12x - 9x^2 = 4$
c) $4x(x+1) = -1$
d) $9x^2 - 27 = 0$
e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(5x-7) = \sqrt{2}x + \sqrt{18}$
f) $x^2 + 4x = 32$
g) $4(x-7) = x^2(x-7)$
h) $x^3 - 2 = x(2x-1)$

Corrigé 109

$S = \left\{0; -\frac{6}{5}\right\}$ $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$ $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

$S = \left\{\frac{13}{3}\right\}$ $S = \{-8; 4\}$ $S = \{-2; 2; 7\}$ $S = \{2\}$

Exercice 111
1M-ek52

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$.

a) $x^2 - 5 = 8(2x+6) - (x-5)^2$
b) $x^3 + 2x^2 = 3x + 6$
c) $x^3 + 9x^2 - 2x - 18 = 0$
d) $\left(x^2 - 2x\right)^2 - 1 = 0$

Corrigé 110 $\{-1; 14\}$ $\{-9; -\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$ $\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}; 2\}$ $\{1; 1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}\}$

5.6 Résolution de problèmes

Exercice 112
1M-v9mk

Trouver trois nombres entiers consécutifs tels que leur produit vaut le quintuple de leur somme.
(Indication : prendre l'entier intermédiaire comme inconnue x.)

Corrigé 111 Il s'agit de -5, -4 et -3 ou de -1,0 et 1 ou de 3,4 et 5.

Exercice 113
1M-n9j2

Trouver deux nombres dont la différence et le produit valent 1.

Corrigé 112 Deux possibilités : $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Exercice 114

1M-gq2s

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 150 m. Si l'on augmente sa largeur de 5 m et si l'on diminue sa longueur de 3 m, alors son aire augmente de 120 m^2. Quelles sont les dimensions de ce rectangle?

Corrigé 113 On pose les inconnues

x = La largeur du rectangle $\qquad$ y = La longueur du rectangle

On obtient le système $\begin{cases} 2x+2y=150 \\ (x+5)(y-3)=xy+120 \end{cases}$ On résout le système après avoir simplifié au maximum la deuxième équation

$$(x+5)(y-3)=xy+120 \iff xy-3x+5y-15=xy+120 \iff -3x+5y=135.$$

On obtient que $x=30$cm et $y=45$cm. Le rectangle mesure 30cm sur 45cm.

Exercice 115

1M-fu5h

Les deux côtés d'un rectangle ont 6 mètres de différence. Trouver ses dimensions sachant que son aire est de 9 m^2.

Corrigé 114 Il mesure $-3+3\sqrt{2}$ m sur $3+3\sqrt{2}$ m.

Exercice 116

1M-7v59j

Une agence de voyage organise une excursion. Le prix du billet a été fixé à 60 CHF, mais la compagnie a consenti, dans le cas où plus de 100 personnes feraient le voyage, à baisser le prix de chaque billet de 25 cts par personne additionnelle. Sachant qu'il en coûte 1000 CHF à l'agence pour transporter les 100 premiers passagers et 15 CHF par passager additionnel, trouver le nombre de passagers pour lequel le bénéfice net de la compagnie est maximal. Interpréter graphiquement.

Corrigé 115

Pour $\mathrm{N}<100$: Bénéfice $=60\,\mathrm{N}-1000$.

Cette fonction est linéaire croissante en N. Donc son maximum dans cette plage est atteint en $\mathrm{N}=100$. À $\mathrm{N}=100$, on obtient

$$\mathrm{B}(100)=60\times100-1000=5000.$$

Pour $\mathrm{N}\geq100$: $x=\mathrm{N}-100$, Prix par billet $=60-0{,}25\,x$,

Coût total $=1000+15\,x$, Revenu $=(100+x)\big(60-0{,}25\,x\big)$.

Bénéfice $=(100+x)\big(60-0{,}25\,x\big)-\big(1000+15\,x\big)=5000+20\,x-0{,}25\,x^2$.

Le sommet de cette parabole (coefficient dominant $-0{,}25<0$) est :

$$x_{\text{max}}=-\frac{b}{2a}=-\frac{20}{2\cdot(-0{,}25)}=40.$$

Soit $\mathrm{N}=100+40=140$. Le bénéfice maximum alors :

$$\mathrm{B}(140)=5000+20\times40-0{,}25\times40^2=5400.$$

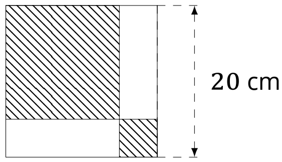
Comme $5400>5000$, le bénéfice maximal **n'est pas atteint en dessous de 100 passagers** mais bien en $\mathrm{N}=140$.

Exercice 117

1M-ug96

La figure ci-dessous est formée de trois carrés.

Que doit mesurer le côté du petit carré pour que la partie ombrée ait une surface triple de la partie blanche ?



Corrigé 116 $5(2-\sqrt{2})$ cm (la deuxième solution est la mesure du côté du grand carré).

Exercice 118

1M-amb1

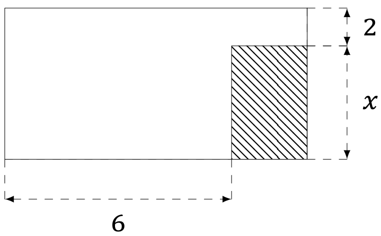
La somme des carrés de trois nombres entiers consécutifs dépasse de 288 la somme des carrés des deux nombres entiers précédents. Quels sont ces cinq nombres ?

Corrigé 117 $\{10,11,12,13,14\}$ ou $\{-26,-25,-24,-23,-22\}$

Exercice 119

1M-uw34

Sur le dessin ci-dessous, la figure ombrée est un carré, et le grand quadrilatère, un rectangle.
(Toutes les longueurs sont en cm.)



Déterminer x pour que l'aire de la partie blanche soit égale à 38 cm^2.

Corrigé 118 $\frac{13}{4}$

5.7 Équations bicarrées

Exercice 120

1M-9kr7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

a) $x^4-13x^2+36=0$

b) $x^2\left(x^2+1\right)=12$

c) $2x^4+x^2-3=0$

d) $4x^4-6x^2+1=0$

(Indication: utiliser la factorisation ou le changement de variable $y=x^2$)

Corrigé 119 $S=\{-3;-2;2;3\}$; $S=\{-1;1\}$; $S=\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}$; $S=\left\{-\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{2};\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{2};-\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{2};\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{2}\right\}$

Exercice 121

1M-jjs4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^6+4x^3-32=0$, de deux façons :

a) par un changement de variable approprié;

b) par factorisation directe (identités remarquables).

Corrigé 120 $S = \{-2; \sqrt[3]{4}\}$

5.8 Équations irrationnelles

Exercice 122

1M-qndn

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$

a) $\sqrt{(x-1)(3x-6)} = x-2$

b) $\sqrt{2x+7} = \sqrt{x}+2$

c) $4x-1 = \sqrt{7x^2-2x+8}$

d) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = 5\sqrt{x}$

e) $\sqrt{x+8} + \sqrt{x+3} = 5\sqrt{x}$

f) $\sqrt{7x-27} = \sqrt{2x+1} + \sqrt{3x+4}$

Corrigé 121 $S = \{2\}$; $S = \{1; 9\}$; $S = \left\{\frac{1+2\sqrt{2}}{3}\right\}$; $S = \left\{\frac{1}{21}\right\}$; $S = \{1\}$; $S = \emptyset$

5.9 Systèmes d'équations

Exercice 123

1M-cqkc

Résoudre les systèmes d'équations suivants dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.

a) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2} = \dfrac{7x-5y}{6} + \dfrac{x+4}{4} \\ \dfrac{x-6y}{2} = \dfrac{x-2y}{7} + 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{y-5} = \dfrac{4}{3} \\ \dfrac{x+5}{y+2} = \dfrac{6}{5} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - y = x - 3y - 2 \\ 5 - x + \dfrac{3}{2}(x+y) = x + 2y + \dfrac{13}{2} \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 3y + 6z = 41 \\ 8x + 5y = 31 \\ 7y = 21 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 6x + 4y + 8z = 6 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ 3x + 2y - 4z = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - y - z = 6 \\ x - 2y - 3z = 10 \\ 5x + 6y + z = 2 \end{cases}$

Corrigé 122

a) $\{(-4; -2)\}$

b) $\{(7; 8)\}$

c) $\{(-4; 1)\}$

d) $\{(2; 3; 4)\}$

e) $\left\{\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)\right\}$

f) $\{(3; -2; -1)\}$

Exercice 124

1M-fz7d

Le couple $\left(3; \dfrac{3}{2}\right)$ est-il solution du système $\begin{cases} 7x - 12y = 3 \\ -5x + 8y = 31 \end{cases}$?

Corrigé 123 Non, le couple n'est pas solution du système.

Exercice 125

1M-r351

Le couple donné est-il solution du système d'équations?

a) $S = (3; 4)$ pour $\begin{cases} x - y = -1 \\ 9x + 5y = 19 \end{cases}$ b) $S = (-4; -4)$ pour $\begin{cases} -2x + 2y = 0 \\ -6x - 10y = 64 \end{cases}$

c) $S = (2; 5)$ pour $\begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 8x - 6y = -14 \end{cases}$ d) $S = (1; -1)$ pour $\begin{cases} 8x + 2y = 6 \\ 16x + 10y = 6 \end{cases}$

Corrigé 124

a) Non
b) Oui
c) Oui
d) Oui

Exercice 126

1M-8crq

Résoudre les systèmes d'équations suivants en utilisant la méthode de combinaison linéaire.

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 17 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 2y = 24 \\ 4x + 3y = 29 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x - 5y = -19 \\ 3x + 7y = 18 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 6x - 5y = 28 \\ 4x + 9y = -6 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 6a - 7b = 12 \\ 5a - 4b = 10 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 8r - 3s = 15 \\ 7r - 4s = 20 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x + 9y = 12{,}5 \\ 6x + 5y = 8{,}9 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 3x + 5y = 4{,}7 \\ 6x + 2y = 6{,}2 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 7u + 8v = 23 \\ 3u - 2v = -1 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 7c + 10d = -13 \\ 3c - 2d = 7 \end{cases}$ k) $\begin{cases} 4x - 3y = 2{,}7 \\ 8x + 5y = 13{,}1 \end{cases}$ l) $\begin{cases} 5x - 6y = 2{,}7 \\ 10x + 7y = 1{,}6 \end{cases}$

m) $\begin{cases} 3x - 5y = -29 \\ 2x - 10y = -42 \end{cases}$ n) $\begin{cases} 7x - 2y = -26 \\ 5x - 12y = -45 \end{cases}$ o) $\begin{cases} 4x + y = 42 \\ 6x - 5y = 50 \end{cases}$

p) $\begin{cases} 2x + 9y = 39 \\ 5x - y = -20 \end{cases}$ q) $\begin{cases} x + 12y = -8 \\ 8x - 5y = 37 \end{cases}$ r) $\begin{cases} 7x - 8y = 51 \\ x + 10y = -15 \end{cases}$

s) $\begin{cases} 5x + 7y = 18{,}9 \\ 2x - 3y = -8{,}1 \end{cases}$ t) $\begin{cases} 6x + 5y = 5{,}1 \\ 4x - 2y = -1{,}4 \end{cases}$

Corrigé 125

a) $(4; 1)$
b) $(2; 7)$
c) $(-1; 3)$
d) $(3; -2)$
e) $(2; 0)$
f) $(0; -5)$
g) $(0{,}4; 1{,}3)$
h) $(0{,}9; 0{,}4)$
i) $(1; 2)$
j) $(1; -2)$
k) $(1{,}2; 0{,}7)$
l) $(0{,}3; -0{,}2)$
m) $(-4; 3{,}4)$
n) $(-3; 2{,}5)$
o) $(10; 2)$
p) $(-3; 5)$
q) $(4; -1)$
r) $(5; -2)$
s) $(0; 2{,}7)$
t) $(0{,}1; 0{,}9)$

Exercice 127

1M-tfmt

Résoudre les systèmes d'équations suivants en utilisant la méthode de combinaison linéaire.

a) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + y = 10 \\ 6x - y = 20 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 4y = 17 \\ -x + 7y = 38 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x + 5y = 6 \\ x + 3y = 18 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 8x + y = 21 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 7x + y = 47 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x - 4y = 23 \\ x + 5y = -4 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x - 6y = 13 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 5x + 3y = 27 \\ 7x - 3y = 45 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ 7x - 5y = -41 \end{cases}$ k) $\begin{cases} -2x + 7y = 8{,}7 \\ 2x + 3y = 18{,}3 \end{cases}$ l) $\begin{cases} -4x + 8y = -3{,}6 \\ 4x - 3y = 13{,}1 \end{cases}$

m) $\begin{cases} 10x + 7y = -30 \\ 8x + 7y = -24 \end{cases}$ n) $\begin{cases} 6x + 11y = -48 \\ x + 11y = -8 \end{cases}$ o) $\begin{cases} 5x - y = 22 \\ 5x + 4y = -63 \end{cases}$

p) $\begin{cases} 3x - 5y = 61 \\ 3x - y = 17 \end{cases}$ q) $\begin{cases} 2{,}3x - 1{,}7y = 3{,}5 \\ 4{,}7x - 1{,}7y = 10{,}7 \end{cases}$ r) $\begin{cases} 4{,}1x - 1{,}3y = 7{,}1 \\ 2{,}9x - 1{,}3y = 3{,}5 \end{cases}$

s) $\begin{cases} 10x - 4y = 35 \\ 3x + 4y = 21 \end{cases}$ t) $\begin{cases} 9x + 2y = 59 \\ -2x - 2y = -8 \end{cases}$

Corrigé 126

a) $(4; 7)$ b) $(3; -2)$ c) $(-3; 5)$ d) $(9; 3)$ e) $(1{,}6; 8{,}2)$

f) $(5{,}6; 7{,}8)$ g) $(11; -3)$ h) $(7; -1)$ i) $(6; -1)$ j) $(-3; 4)$

k) $(5{,}1; 2{,}7)$ l) $(4{,}7; 1{,}9)$ m) $(-3; 0)$ n) $(-8; 0)$ o) $(1; -17)$

p) $(2; -11)$ q) $(3; 2)$ r) $(3; 4)$ s) $\left(\frac{56}{13}; \frac{105}{52}\right)$ t) $\left(\frac{51}{7}; -\frac{23}{7}\right)$

Exercice 128

1M-marp

Résoudre les systèmes d'équations suivants avec la méthode de votre choix.

a) $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 7x + 10y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 5y = 5 \\ 3x - 7y = -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + 6y = -2 \\ 10x + 3y = -7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 4y = 13 \\ 2x - 7y = 31 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \dfrac{x+5}{2} - \dfrac{3-y}{5} = \dfrac{5}{2} \\ x + 7 + \dfrac{y-6}{4} = 7 \cdot \dfrac{5}{2} \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} - \dfrac{5}{2} = \dfrac{2y-21}{2} + 1 \\ \dfrac{x+2}{3} + 3 = \dfrac{3-y}{5} - \dfrac{10}{3} \end{cases}$

Corrigé 127

a) $S = \left\{-2; \frac{3}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$ c) $S = \left\{-\frac{4}{5}; \frac{1}{3}\right\}$

d) $S = \{5; -3\}$ e) $S = \{30; -72\}$ f) $S = \left\{-\frac{225}{13}; -\frac{41}{13}\right\}$

Exercice 129

1M-8266

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de la substitution.

a) $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 3x \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 3x \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 2x \\ 4x + 3y = 30 \end{cases}$ e) $\begin{cases} y = x + 4 \\ 3x + y = 16 \end{cases}$ f) $\begin{cases} y = x - 3 \\ 4x + y = 32 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x = y - 5 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x = y + 8 \\ 5x + 3y = 12 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 4x + 3y = 31 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$

Corrigé 128

a) $(2; 4)$ b) $(-2; -6)$ c) $(-1; -3)$ d) $(3; 6)$ e) $(3; 7)$
f) $(7; 4)$ g) $(-1{,}4; 3{,}6)$ h) $(1{,}8; -1{,}4)$ i) $(1; 9)$

Exercice 130

1M-2r37

- Pour chaque système d'équations, donner l'opération à effectuer pour élimer la variable x.

Exemple: $\begin{cases} 8x + 3y = 1 & (1) \\ 3x + 5y = 9 & (2) \end{cases}$

$\mathrm{E1} \cdot 3 + \mathrm{E2} \cdot (-8)$ c'est-à-dire on multiplie (1) par 3 et (2) par -8 puis on addition (1) et (2).

a) $\begin{cases} 2x + 5y = 7 & (1) \\ 3x + 4y = 9 & (2) \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 & (1) \\ -5x + 8y = 1 & (2) \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 10y = 9 & (1) \\ 8x + 5y = 7 & (2) \end{cases}$

- Pour chaque système d'équations, donner l'opération à effectuer pour élimer la variable y.

a) $\begin{cases} 2x + 5y = 7 & (1) \\ 3x + 4y = 9 & (2) \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 & (1) \\ -5x + 8y = 1 & (2) \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 10y = 9 & (1) \\ 8x + 5y = 7 & (2) \end{cases}$

Corrigé 129

Par exemple, pour éliminer x :

a) $\mathrm{E1} \cdot 3 - \mathrm{E2} \cdot 2$ b) $\mathrm{E1} \cdot 5 + \mathrm{E2} \cdot 4$ c) $\mathrm{E1} \cdot 4 - \mathrm{E2}$

Par exemple, pour éliminer y :

a) $\mathrm{E1} \cdot 4 - \mathrm{E2} \cdot 5$ b) $\mathrm{E1} \cdot 8 + \mathrm{E2} \cdot 3$ c) $\mathrm{E1} - \mathrm{E2} \cdot 2$

Exercice 131

1M-qg1h

Résoudre les systèmes d'équations suivants dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{2} \\ 12x + 3y + 14 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 4 \\ 3x + y - 4z = 7 \\ x + 2y - 5z = 1 \end{cases}$

Corrigé 130

a) $\left\{\left(-1; -\frac{2}{3}\right)\right\}$ b) $\{(2; -3; -1)\}$

Exercice 132

1M-bdr9

Pour chaque système d'équations, donner l'équation obtenue après avoir élimé une des variables.

Exemple: $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -3x - 4y = 8 \end{cases}$

On élimine x en additionnant la première équation à la deuxième équation. On obtient

$$\begin{array}{rrcl} & 3x - 2y & = & 5 \\ + & & & \\ & -3x - 4y & = & 8 \\ \hline & 0x + 2y & = & 13 \end{array}$$

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x - 4y = 9 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 8y = -3 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ -3x + 5y = -1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 4x - 5y = 9 \\ -3x + 5y = -7 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -4x - 3y = -1 \\ 4x + 8y = 5 \end{cases}$

Corrigé 131

On remarque que dans tous ces systèmes, une des variables de la première équation apparaît avec un coefficient opposé dans l'autre équation. On additionne donc à chaque fois la première équation à la deuxième pour éliminer une des variables.

a) $6x = 12$ b) $9x = 12$ c) $13y = 7$

d) $9y = 7$ e) $x = 2$ f) $5y = 4$

Exercice 133

1M-q43t

Donner un système de deux équations à deux inconnues dont l'ensemble des solutions est

$$S = \{(-2; 3)\}.$$

Corrigé 132

Réponse à vérifier individuellement.

Exercice 134

1M-qad4

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de la substitution.

a) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 5x - 3y = -29 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - 4y = 18 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 6x - y = 31 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 7y = -22 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 7x - 6y = -30 \\ x - 4y = -20 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x - 9y = 14 \\ 6x - y = 42 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y = 23 \\ 9x - 8y = 27 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x - y = 6 \\ 10x + 11y = 149 \end{cases}$ i) $\begin{cases} x - 3y = 13 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 7x - 3y = -23 \\ x + 5y = 32 \end{cases}$ k) $\begin{cases} 3(x + y - 2) = -4 \\ 4x - 7y = 36 \end{cases}$ l) $\begin{cases} 4(x + y - 3) = -11 \\ 6x - 2y = -16 \end{cases}$

m) $\begin{cases} x + 6y = 19 \\ 5(x + 2y - 7) = -24 \end{cases}$ n) $\begin{cases} x + 5y = 22 \\ 3(x + 4y - 9) = -5 \end{cases}$ o) $\begin{cases} 2(x - y + 3) = 7 \\ 7x - 3(y - 1) = 9 \end{cases}$

Corrigé 133

a) $(-4;3)$ b) $(5;-2)$ c) $(5;-1)$ d) $(-1;3)$ e) $(0;5)$

f) $(7;0)$ g) $\left(\frac{211}{17};\frac{180}{17}\right)$ h) $\left(\frac{215}{21};\frac{89}{21}\right)$ i) $(2{,}5;-3{,}5)$ j) $(-0{,}5;6{,}5)$

k) $\left(\frac{122}{33};-\frac{100}{33}\right)$ l) $\left(\frac{-31}{16};\frac{35}{16}\right)$ m) $(-6{,}2;4{,}2)$ n) $\left(\frac{-154}{3};\frac{44}{3}\right)$ o) $\left(\frac{9}{8};\frac{5}{8}\right)$

5.10 Résolution de problèmes

Exercice 135

1M-a24q

Traduire chacune des ces situations par un système de deux équations et déterminer les solutions.

1. La somme de deux nombrres est 100. La différence de ces deux nombres est 68. Quels sont ces nombres?
2. Entendu de bon matin à la terrasse d'un café:
   - "Deux chocolats et trois croissants: Fr. $8{,}90$."
   - "Trois chocolats et cinq croissants: Fr. $13{,}80$."

   Quel est le prix d'un chocolat? Et celui d'un croissant?
3. 350 spectateurs ont assisté à un spectacle. Au parterre, la place revient à Fr. $20.\!-$; à la galerie, elle revient à Fr. $30.\!-$.

   Le montant de la recette des entrées est de Fr. $7850.\!-$.

   Combien y avait-il de spectateurs au parterre? Et à la galerie?

Corrigé 134

a) On pose les inconnues

x = le premier nombre $\qquad$ y = le deuxième nombre

On obtient le système $\begin{cases} x+y=100 \\ x-y=68 \end{cases}$ On résout le système (par exemple par combinaison) et on obtient $x=84$ et $y=16$. Le premier nombre vaut 84 et le deuxième 16.

b) On pose les inconnues

x = Le prix d'un chocolat $\qquad$ y = Le prix d'un croissant

On obtient le système $\begin{cases} 2x+3y=8{,}90 \\ 3x+5y=13{,}80 \end{cases}$ On résout le système (par exemple par combinaison) et on obtient que $x=3{,}10$ et $y=0{,}90$. Donc un chocolat coûte CHF 3,10 et un croissant coûte CHF 0,90.

c) On pose les inconnues

x = Le nombre de spectateurs au parterre $\qquad$ y = Le nombre de spectateurs à la gallerie

On obtient le système $\begin{cases} x+y=350 \\ 20x+30y=7850 \end{cases}$ On résout le système (par exemple par combinaison) et on obtient que $x=265$ et $y=85$. Il y avait donc 265 spectateurs au parterre et 85 dans la gallerie.

Exercice 136

1M-dv8m

Ecrire un système d'équations permettant de résoudre chacun des problèmes.

a) Un nombre de trois chiffres est tel que le produit de ses chiffres divisé par leur somme donne 32 tiers; le nombre lui-même divisé par la même somme donne 48; enfin, le chiffre des dizaines dépasse celui des unités d'autant qu'il est dépassé par celui des centaines. Quel est ce nombre ?

b) Si d'un nombre de quatre chiffres on soustrait le nombre qu'on obtient en écrivant les chiffres dans l'ordre inverse, on trouve 4725. Le produit des chiffres est 672, le produit des chiffres du milieu 28 et le chiffre des milliers est supérieur de 5 à celui des unités. Quel est ce nombre?

Corrigé 135

a) 864

b) 8473

Exercice 137

1M-v3z1

Pour organiser une sortie de fin d'année, un collège loue des cars. Il y a des grands cars de 56 places et des petits cars de 44 places. Il y a quatre grands cars de plus que de petits. 624 élèves participent à la sortie et tous les cars sont remplis. Combien le collège a-t-il loué de cars de chaque catégorie?

Corrigé 136

On pose les inconnues

$x =$ Nombre de cars à 44 places $\qquad$ $y =$ Nombre de cars à 56 places

On obtient le système $\begin{cases} y - x = 4 \\ 56y + 44x = 624 \end{cases}$ On résout le système (par exemple par substitution) et on obtient que $x = 4$ et $y = 8$. Le cycle a donc loué 4 petits cars et 8 grands cars.

Exercice 138

1M-wy6v

On a payé une somme globale de $29'280$ francs pour l'achat des trois séries de meubles suivantes:

- 20 canapés, copie Directoire;
- 18 fauteuils, copie Louis XV;
- 16 chaises, copie Empire.

Sachant que 13 canapés valent autant que 21 fauteuils et que 3 fauteuils ont la même valeur que 8 chaises, on demande les prix d'un canapé d'un fauteuil et d'une chaise.

Corrigé 137

CHF 840 le canapé, CHF 520 le fauteuil, CHF 195 la chaise.

Exercice 139

1M-6vjf

Un groupe de vingt-quatre personnes fait un stage de deux jours dans une école de voile. Deux activités sont au programme: la planche à voile ou le catamaran. Le premier jour, dix personnes choisissent la planche à voile et les autres le catamaran. La facture totale de ce premier jour s'élève à 560 francs. Le deuxième jour, ils sont douze à choisir la planche à voile et les autres font du catamaran. La facture du deuxième jour s'élèves à 540 francs.
Quel est le prix par personne d'une journée de planche à voile et celui d'une journée de catamaran?

Corrigé 138 On pose les inconnues

$x =$ le prix d'une journée en planche à voile $\qquad y =$ le prix d'une journée en catamaran

On obtient le système $\begin{cases} 10x + 14y = 560 \\ 12x + 12y = 540 \end{cases}$ On résout le système (par exemple par combinaison) et on obtient que $x = 17{,}50$ et $y = 27{,}50$. Une journée en planche à voile coûte CHF 17,50 et une journée en catamaran CHF 27,50.

Exercice 140

1M-936c

Un confiseur répartit des truffes dans des cornets de 200 g. S'il avait réparti ses truffes dans des cornets de 150 g, il y aurait eu 12 cornets de plus.
Quelle quantité de truffes a-t-il préparée?

Corrigé 139 On pose les inconnues

$x =$ Le nombre de sachet de 200g $\qquad y =$ Le nombre de sachet de 150g

On obtient le système $\begin{cases} y - x = 12 \\ 200x = 150y \end{cases}$ On résout le système (par exemple par substitution) et on obtient que $x = 36$ et $y = 48$. Le confiseur a donc préparé $36 \cdot 200 = 7{,}2$kg de truffes.