# Corrigés – première partie

### Table des matières

Exercices - première partie SECTION 1

# Réponses

## 1.1 Calcul numérique

### 1.1.1 Division euclidienne

**Corrigé 1**

a) $0,\overline{3}$ b) $0,\overline{1}$ c) $1,\overline{076923}$ d) $0,\overline{1176470588235294}$

**Corrigé 2**

a) $\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}$; $\frac{2}{7} = 0,\overline{285714}$; $\frac{3}{7} = 0,\overline{428571}$; $\frac{4}{7} = 0,\overline{571428}$; $\frac{5}{7} = 0,\overline{714285}$; $\frac{6}{7} = 0,\overline{857142}$.

b) À remarquer. c) $\frac{22}{23} = 0,\overline{9565217391304347826086}$

**Corrigé 3**

On note un nombre à cinq chiffres

$$a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + e \cdot 10^4 \quad \text{où } a,b,c,d,e \in \mathbb{N}, e \neq 0$$

Si le nombre a quatre chiffres, alors on prend $e = 0$ et $d \neq 0$.

a) On a $a = 4$ et $b = 2$. Par ailleurs la somme $a + b + c + d + e$ doit être divisible par 3 pour que le nombre soit un multiple de 3. On a $2 + 4 = 6$ qui est déjà un multiple de 3. Le nombre recherché est donc 99924.

b) Le nombre recherché est 1224.

c) Le nombre recherché est 2046.

d) Le nombre recherché est 9753.

**Corrigé 4**

a) 1; 4; 9, on les appelle des carrés parfaits.

b) Ce sont des nombres premiers. $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; \ldots\}$.

**Corrigé 5**

a) 21,05 b) $3,0\overline{6}$ c) $4,\overline{2857140}$ d) $5,\overline{63}$

### 1.1.2 Nombres rationnels

**Corrigé 6**

a) $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ b) $\frac{35}{99}$ c) $\frac{349}{999}$ d) $\frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{173}{495}$

e) $\frac{3}{10} + \frac{5}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$ f) $\frac{34}{100} + \frac{9}{900} = \frac{7}{20}$. Noter que $0,\overline{9} = 1$ et que $0,0\overline{9} = 0,01$. g) $1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$ h) $\frac{325}{100} = \frac{13}{4}$

i) $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ j) $1 + \frac{4}{10000} = \frac{251}{250}$ k) $\frac{80}{99}$ l) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$

m) 3 n) $3 + \frac{141}{999} = \frac{1046}{333}$

**Corrigé 7**

a) $\frac{12}{10}$; $\frac{13}{10}$; $\frac{14}{10}$; b) $1,\overline{1} = \frac{10}{9}$; $\frac{11}{9}$; $\frac{12}{9}$; c) $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

### 1.1.3 Racines

**Corrigé 8**

a) $7\sqrt{3}$ b) $14\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ c) $-2$ d) $5 - 2\sqrt{6}$

e) $5 - 7\sqrt{3}$ f) $16 + 8\sqrt{5}$ g) $20\sqrt{3}$ h) $6$

**Corrigé 9** On utilise la multiplication par l'expression conjuguée et les propriétés des racines.

**Corrigé 10**

a) $\dfrac{4\sqrt{5} - 10\sqrt{2}}{3}$ b) $\dfrac{11}{3}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $-2\sqrt{15}$

**Corrigé 11**

a) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ b) $-\dfrac{203\sqrt{3}}{18}$ c) $\dfrac{41\sqrt{5}}{20}$ d) $-\dfrac{3\sqrt{5} + \sqrt{7}}{2}$.

**Corrigé 12** $(3 + 2\sqrt{2})^2 = 17 + 12\sqrt{2}$, ainsi, $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}} = 3 + 2\sqrt{2}$

## 1.2 Ensembles et intervalles

### 1.2.1 Ensembles de nombres

**Corrigé 13** $\dfrac{2}{7} \in \mathbb{Q}\,;\ \sqrt{100} \in \mathbb{N}\,;\ \sqrt{200} \in \mathbb{R}\,;\ \pi + 1 \in \mathbb{R}\,;\ -\sqrt{1{,}21} \in \mathbb{Q}\,;\ 3{,}14 \in \mathbb{Q} \cdot 10^5 \in \mathbb{N}\,;\ -\dfrac{17}{2} \in \mathbb{Q}$.

**Corrigé 14**

| | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{Z}$ | $\mathbb{Q}$ | $\mathbb{R}$ | aucun |
|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{3}{2}$ | | | X | X | |
| $\dfrac{3{,}14}{0{,}01}$ | X | X | X | X | |
| $\sqrt{7}$ | | | | X | |
| $\dfrac{2 - \sqrt{8}}{\sqrt{2} - 1}$ | | X | X | X | |
| $\sqrt{9}$ | X | X | X | X | |
| $\pi$ | | | | X | |
| $-\sqrt{100}$ | | X | X | X | |

**Corrigé 15**

a) Vrai b) Faux, semi-ouvert à gauche c) Vrai

d) Faux, ce n'est pas l'intervalle e) Vrai f) Faux, il y appartient

g) Faux, 0 est dans l'intersection h) Vrai i) Vrai

**Corrigé 16** Plusieurs possibilités, par exemple la suite suivante (à réduire) :

$$\left\{\frac{1}{3} + \frac{k}{20} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \mid k = 1, \dots, 10\right\}$$

**Corrigé 17**

a) $\dfrac{3-7}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2 \in \mathbb{Z}$

b) $\dfrac{4}{4-1} = \dfrac{4}{3} \in \mathbb{Q}$

c) $2{,}5 : 3 + 1 = \dfrac{25}{30} + 1 = \dfrac{5}{6} + 1 = \dfrac{11}{6} \in \mathbb{Q}$

d) $\dfrac{2^0}{1^2} = \dfrac{1}{1} = 1 \in \mathbb{N}$

e) $(\sqrt{2} - 1) : 2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2} \in \mathbb{R}$

f) $\dfrac{3-\sqrt{9}}{\pi} = \dfrac{3-3}{\pi} = 0 \in \mathbb{N}$

g) $\sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9 \in \mathbb{N}$

h) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \dfrac{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \dfrac{1-2}{3} = -\dfrac{1}{3} \in \mathbb{Q}$

i) $\sqrt{\sqrt{25} - \dfrac{3}{\sqrt{9}}} = \sqrt{5 - \dfrac{3}{3}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}$

j) $\dfrac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}} = \dfrac{14}{5-12} = \dfrac{14}{-7} = -2 \in \mathbb{Z}$

k) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{81} - \dfrac{16}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{9-8} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \in \mathbb{R}$

l) $\dfrac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5} = \dfrac{5-\sqrt{3}}{-(5-\sqrt{3})} = -1 \in \mathbb{Z}$

### 1.2.2 Ensembles quelconques

**Corrigé 18** $\notin$ , $\in$ , $\subset$ , $\not\subset$

**Corrigé 19**

a) $\mathrm{A} = \{-1; 1; 3; 5; 7; 9\}$

b) $\mathrm{B} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}\}$

c) $\mathrm{C} = \{-1, 0\}$

d) $\mathrm{D} = \emptyset$

e) $\mathrm{E} = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

f) $\mathrm{F} = \emptyset$

**Corrigé 20**

a) $\mathrm{A} = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq x \leq 8\}$

b) $\mathrm{B} = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq n \leq 13\}$

c) $\mathrm{C} = \{3n + 1 \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 6\}$

d) $\mathrm{D} = \left\{\frac{1}{n^2+1} \mid n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq n \leq 5\right\}$

e) $\mathrm{E} = \{\frac{n-1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

f) $\mathrm{F} = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 10\}$

**Corrigé 21**

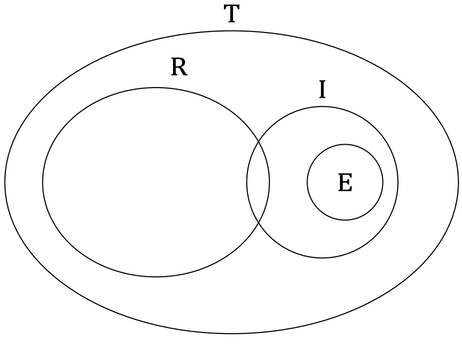
a) $\{-3; -1; 1; 3; 5; 7\}$

b) $\left\{1; \dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{3}; \dots\right\}$

c) $\left\{0; \dfrac{1}{6}; \dfrac{3}{20}; \dfrac{2}{15}\right\}$

**Corrigé 22**

a) La taille des diagrammes n'est pas représentative de la « taille » des ensembles.




b)

— $\mathrm{I} \cap \mathrm{E} = \mathrm{I}$, car l'ensemble des triangles équilatéraux est contenu dans l'ensemble de triangles isocèles.

— $\mathrm{R} \cap \mathrm{E} = \emptyset$, car il n'existe aucun triangle qui est équilatéral et rectangle (par le théorème de Pythagore, si $a \in \mathbb{R}_+^*$ est la longueur du côté du triangle, alors $a^2 + a^2 \neq a^2$).

— $\mathrm{I} \cap \mathrm{R}$ est l'ensemble des triangles dont les deux cathètes mesure $a \in \mathbb{R}_+^*$ et l'hypoténuse mesure $a\sqrt{2}$ (par Pythagore).

**Corrigé 23** Il y a plusieurs possibilité, en voici une

$$\mathrm{A} = \{a; b; c; d; e\} \quad \mathrm{B} = \{d; e; f\} \quad \mathrm{C} = \{f; g; h; i\}$$

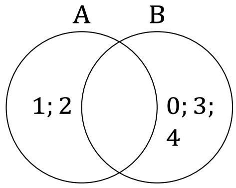
**Corrigé 24**

a) $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ b) $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ c) $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

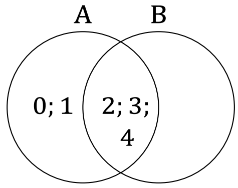
**Corrigé 25**

Il y a plusieurs réponses possibles.

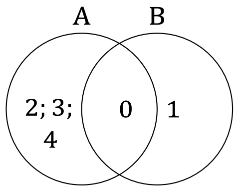
a) $\mathrm{A} = \{1; 2\}$ et $\mathrm{B} = \{0; 3; 4\}$



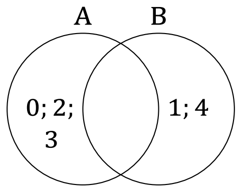

b) $\mathrm{A} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{B} = \{2; 3; 4\}$




c) $\mathrm{A} = \{0; 2; 3; 4\}$ et $\mathrm{B} = \{0; 1\}$




d) $\mathrm{A} = \{0; 2; 3\}$ et $\mathrm{B} = \{1; 4\}$




**Corrigé 26**

a)

i) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{-5; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 10\}$

ii) $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{3; 4; 8\}$

iii) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{A} = \{2; 10\}$

iv) $\mathrm{A} \setminus \mathrm{B} = \{-5; 6; 9\}$

b) $\mathrm{C} = \{1; 2; 3; 4\}$, $\mathrm{D} = \{2; 3; 4; 5\}$

c)

i) $\mathrm{E} = \{2; 3; 4; 5\}$, $\mathrm{F} = \{2; 4\}$

ii) $\mathrm{E} = \{2; 3; 4\}$, $\mathrm{F} = \{2; 4; 5\}$

iii) $\mathrm{E} = \{2; 4; 5\}$, $\mathrm{F} = \{2; 3; 4\}$

iv) $\mathrm{E} = \{2; 4\}$, $\mathrm{F} = \{2; 3; 4; 5\}$