

Exercice 1

Dériver la fonction h , donnée par $h(x) = (x^2 + 1)^3$, de deux façons différentes :

- après avoir d'abord distribué et réduit;
- directement à l'aide de la formule pour la dérivée d'une fonction composée.

Corrigé 1

Correction générée par IA

Première méthode : après distribution et réduction

Développons d'abord $(x^2 + 1)^3$:

$$\begin{aligned}(x^2 + 1)^3 &= (x^2 + 1)(x^2 + 1)^2 \\ &= (x^2 + 1)(x^4 + 2x^2 + 1) \\ &= x^6 + 2x^4 + x^2 + x^4 + 2x^2 + 1 \\ &= x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1\end{aligned}$$

Donc $h(x) = x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1$.

En dérivant terme à terme :

$$h'(x) = 6x^5 + 12x^3 + 6x$$

Deuxième méthode : avec la formule de la fonction composée

Posons $u(x) = x^2 + 1$ et $v(u) = u^3$, de sorte que $h(x) = v(u(x))$.

On a :

- $u'(x) = 2x$
- $v'(u) = 3u^2$

D'après la formule de dérivation d'une fonction composée :

$$h'(x) = v'(u(x)) \cdot u'(x) = 3(x^2 + 1)^2 \cdot 2x = 6x(x^2 + 1)^2$$

On peut vérifier que les deux expressions sont équivalentes en développant la deuxième forme :

$$6x(x^2 + 1)^2 = 6x(x^4 + 2x^2 + 1) = 6x^5 + 12x^3 + 6x$$