

**Exercice 1** Prouver que  $\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$

**Corrigé 1**

*Correction générée par IA*

On sait que  $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ . En utilisant la formule de dérivation du quotient :

$$\begin{aligned}\tan'(x) &= \left( \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \right)' \\ &= \frac{\sin'(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot \cos'(x)}{\cos^2(x)} \\ &= \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot (-\sin(x))}{\cos^2(x)} \\ &= \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} \\ &= \frac{1}{\cos^2(x)}\end{aligned}$$

Pour montrer que  $\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$ , on utilise l'identité trigonométrique  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$  :

$$\begin{aligned}1 + \tan^2(x) &= 1 + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} \\ &= \frac{\cos^2(x)}{\cos^2(x)} + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} \\ &= \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} \\ &= \frac{1}{\cos^2(x)}\end{aligned}$$

Donc  $\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$ .