

Exercices – première partie

Table des matières

1	Calcul numérique	2
1.1	Division euclidienne	2
1.2	Nombres rationnels	3
1.3	Racines	4
2	Ensembles et intervalles	5
2.1	Ensembles de nombres	5
2.2	Ensembles quelconques	6
2.3	Intervalles réelles	7
3	Calul littéral	9
3.1	Traduire un énoncé	9
3.2	Isoler une variable	10
3.3	L'algèbre comme outil de preuve	11
3.4	Développer et réduire	12
3.5	Identités remarquables	14
3.6	Factorisation	16
4	Équations	20
4.1	Équations du premier degré	20
5	Réponses	23
5.1	Calcul numérique	23
5.2	Ensembles et intervalles	24
5.3	Calul littéral	28
5.4	Équations	35

Calcul numérique

1.1 Division euclidienne

Exercice 1

Déterminer l'écriture décimale des nombres suivants.

t3fxd

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{9}$

c) $\frac{14}{13}$

d) $\frac{2}{17}$

Exercice 2

On considère les fractions

wv9bq

$$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$$

- i) Trouver l'écriture décimale exacte de ces nombres à l'aide d'une calculatrice.
- ii) Remarquer qu'en plus d'avoir les mêmes chiffres 1,4,2,8,5,7, ceux-ci sont toujours dans cet ordre de gauche à droite. Par exemple, pour $\frac{2}{7}$, on commence par lire 2, 8, 5, 7, puis on revient au début avec 1, 4. (On dit que les chiffres de la période sont cycliques.)
- iii) Les fractions dont le dénominateur est 23 ont les mêmes propriétés. Au lieu d'avoir une période cyclique de 6 chiffres, elles en ont 22. À l'aide d'une calculatrice uniquement (sans poser la division), trouver les 22 décimales de la période de $\frac{22}{23}$.

Exercice 3

Sur les multiples de 3 :

cc78t

- i) Trouver le plus grand multiple de 3, formé de cinq chiffres et terminant par 24.
- ii) Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres et terminant par 24.
- iii) Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres pairs distincts.
- iv) Trouver le plus grand multiple de 3, formé de quatre chiffres impairs distincts.

Exercice 4

vrjk9

Donner l'ensemble des diviseurs pour chacun des entiers allant de 1 à 10, sous la forme habituelle :

$$\text{Div}_1 = \{1\}; \quad \text{Div}_2 = \{1; 2\}; \quad \text{Div}_3 = \{1; 3\}; \quad \dots; \quad \text{Div}_{10} = \dots$$

i) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont un nombre impair de diviseurs :

i) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?

ii) Donner la liste des quinze premiers nombres entiers qui ont cette caractéristique.

ii) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont exactement deux diviseurs :

i) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?

ii) Donner la liste des nombres entiers inférieurs à 50 qui ont cette caractéristique.

Exercice 5

nwgzm

En effectuant (à la main) une division, donner l'écriture décimale des nombres rationnels suivants :

a) $\frac{421}{20}$

b) $\frac{92}{30}$

c) $\frac{30}{7}$

d) $\frac{62}{11}$

1.2 Nombres rationnels**Exercice 6**

vssbc



Transformer chaque nombre rationnel en fraction irréductible.

a) 0,35

b) $0,\overline{35}$

c) $0,\overline{349}$

d) $0,\overline{349}$

e) $0,\overline{35}$

f) $0,\overline{349}$

g) $1,\overline{2}$

h) 3,25

i) 15%

j) 1,004

k) $0,\overline{80}$

l) 0,16

m) $2,\overline{9}$

n) $3,\overline{141}$

Exercice 7

xgk9e

Entre 1 et 2, trouver trois nombres...

a) rationnels à développement décimal fini ;

b) rationnels à développement décimal infini périodique ;

c) irrationnels.

Donner si possible l'écriture fractionnaire irréductible.

1.3 Racines

Exercice 8

Calculer.

hv2ug

a) $2\sqrt{12} + 3\sqrt{75} - 4\sqrt{27}$

b) $\sqrt{162} + \sqrt{20} + \sqrt{50} - \sqrt{80}$

c) $(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$

d) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

e) $2(\sqrt{3})^4 - 5(\sqrt{3})^3 - 4(\sqrt{3})^2 + 8\sqrt{3} - 1$

f) $(1 + \sqrt{5})^3$

g) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{15}$

h) $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{105}}$

Exercice 9Montrer que a est égal à b dans les cas suivants :

ksh26

a) $a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $a = \frac{1}{\sqrt{27}}; b = \frac{\sqrt{3}}{9}$

c) $a = \frac{2 + \sqrt{8}}{2}; b = 1 + \sqrt{2}$

d) $a = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}; b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$

Exercice 10

Calculer.

9f4t8

a) $\frac{7}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - 2} - \frac{2}{\sqrt{7} + 2}$

c) $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} - \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

d) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

Exercice 11

Calculer.

f3sg7

a) $\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{\frac{49}{12}}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{75} + \sqrt{\frac{4}{27}} - 7\sqrt{12}$

c) $2\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{20}\sqrt{45}$

d) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} - \sqrt{5} - \sqrt{7}$

Exercice 12Développer le carré: $(3 + 2\sqrt{2})^2$.

rp8cc

En déduire une autre écriture pour $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$.

Ensembles et intervalles

2.1 Ensembles de nombres

Exercice 13

cbh7d

Donner le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chaque nombre.

$$\frac{2}{7}; \sqrt{100}; \sqrt{200}; \pi + 1; -\sqrt{1,21}; 3,14 \cdot 10^5; -\frac{17}{2}.$$

Exercice 14

w1wsu

Compléter le tableau suivant en indiquant par une croix chacun des ensembles auquel le nombre donné appartient.

	N	Z	Q	R	aucun
$\frac{3}{2}$					
$\frac{3,14}{0,01}$					
$\sqrt{7}$					
$\frac{2 - \sqrt{8}}{\sqrt{2} - 1}$					
$\sqrt{9}$					
π					
$-\sqrt{100}$					

Exercice 15

nj317

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- a) $0 \in \mathbb{R}_+$ b) $-2 \in]-2; 5]$ c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$
 d) $3 \in \{2; 4\}$ e) $3 \in]2; 4[$ f) $3 \notin \mathbb{R} \setminus]2; 3[$
 g) $[0; 2024] \cap \mathbb{R}_- = \emptyset$ h) $\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ i) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z} = \emptyset$

Exercice 16

j1x1v

(*) Trouver dix fractions irréductibles distinctes et appartenant toutes à l'intervalle $]\frac{1}{3}; \frac{2}{3}[$, sans l'aide d'une calculatrice.
 (Classez-les dans l'ordre croissant.)

Exercice 17

hggjf

Pour chaque nombre, simplifier et donner le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

- a) $\frac{3-7}{2}$ b) $\frac{4}{4-1}$ c) $2,5 : 3 + 1$ d) $\frac{2^0}{1^2}$
 e) $(\sqrt{2} - 1) : 2$ f) $\frac{3 - \sqrt{9}}{\pi}$ g) $\sqrt{3 \cdot 27}$ h) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{12}}{\sqrt{27}}$
 i) $\sqrt{\sqrt{25} - \frac{3}{\sqrt{9}}}$ j) $\frac{14}{\sqrt{25} - \sqrt{144}}$ k) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81} - \frac{16}{2}}$ l) $\frac{5 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 5}$

2.2 Ensembles quelconques

Exercice 18



Compléter avec les symboles \in, \notin ou les symboles $\subset, \not\subset$.

- a) $38 \dots \{19; 25; 34; 37\}$.
- b) $u \dots \{d; q; s; u; y\}$.
- c) $\{5; 39\} \dots \{5; 6; 21; 39\}$.
- d) $\{1; 32\} \dots \{2; 23; 27; 40\}$.

Exercice 19

k8f2j

Énumérer les éléments des ensembles suivants.

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2n - 1, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 10\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x = 0\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 2 = 0\}$
- e) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 = 0\}$
- f) $F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2 = 0\}$

Exercice 20

tr635

Décrire les ensembles suivants en donnant une condition d'appartenance.

- a) $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$
- b) $B = \{1; 4; 9; 16; 25; \dots; 169\}$
- c) $C = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$
- d) $D = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{17}; \frac{1}{26}\right\}$
- e) $(*) E = \left\{0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}; \frac{5}{7}; \dots\right\}$
- f) $F = \{1; 2; 4; 8; 16; \dots; 1024\}$

Exercice 21

krq84

Enumérer les éléments des ensembles suivants (donnés par une condition) :

$$\{2n - 3 \mid n \in \mathbb{N} \text{ et } n \leq 5\} \quad \left\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}^*\right\} \quad \left\{\frac{n-1}{n^2+n} \mid n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 6\right\}$$

Exercice 22

ew4z2

Dans l'ensemble T des triangles, on considère I, le sous-ensemble des triangles isocèles; E, le sous-ensemble des triangles équilatéraux; R, le sous-ensemble des triangles rectangles

- a) Représenter ces quatre ensembles à l'aide d'un diagramme.
- b) Décrire par des mots les ensembles $I \cap E$, $R \cap E$ et $I \cap R$.

Exercice 23

rm8qy

Déterminer les éléments des sous-ensembles A et B de E sachant que:

$$E \setminus A = \{f; g; h; i\}, \quad A \cup B = \{a; b; c; d; e; f\} \quad \text{et} \quad A \cap B = \{d; e\}$$

Exercice 24

zm8w4

Décrire les ensembles suivants par une condition d'appartenance.

- a) $\{\dots; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; \dots\}$
- b) $\{0; 2; 4; 6; 8; \dots\}$
- c) $\{1; 4; 9; 25; \dots\}$

Exercice 25

s2efz



Dans chaque cas, trouver A et B, deux sous-ensembles de \mathbb{Z} tels que:

- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $A \cap B = \emptyset$
- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $A \cap B = \{2; 3; 4\}$
- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $A \setminus B = \{2; 3; 4\}$
- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $B \setminus A = \{1; 4\}$

Exercice 26

d5xp3



- Soient A et B les deux ensembles suivants : $A = \{-5; 3; 4; 6; 8; 9\}$ et $B = \{2; 3; 4; 8; 10\}$.
Déterminer $A \cup B$, $A \cap B$, $B \setminus A$ et $A \setminus B$.

- Trouver les ensembles C et D puis E et F sachant que :

$$C \cup D = \{1; 2; 3; 4; 5\}, C \cap D = \{2; 3; 4\}, 1 \notin D \setminus C \text{ et } 5 \notin C \setminus D$$

$$E \cup F = \{2; 3; 4; 5\} \text{ et } E \cap F = \{2; 4\}$$

Donner toutes les possibilités.

2.3 Intervalles réelles

Exercice 27

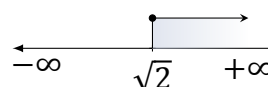
6ugwm

Donner l'écriture mathématique des intervalles suivants:

a)



b)



c)



d)

**Exercice 28**

v2rv8

Représenter graphiquement les intervalles suivants:

- $[0; 2]$
- $] - 3; 3[$
- $] - \infty; -4[$
- $] - 2; -1[\cup [0; +\infty[$
- $] - \infty; 0[\cup [1; 3]$
- $] \pi; 4] \cap [7; +\infty[$

Exercice 29

p2cxv

**Partie 1**

Passer de l'écriture en intervalle à l'écriture ensembliste et vice versa.

- $\dots = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 4\}$
- $\dots = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -0,5\}$
- $] - \infty; -2] = \{ \dots \}$
- $] - 1; -0,5[= \{ \dots \}$

Partie 2

Donner les sous-ensembles de \mathbb{R} suivants à l'aide d'union ou d'intersection intervalles uniquement :

- $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
- $\mathbb{R} \setminus [2; 3]$
- $\mathbb{R} \setminus] - 1; 6[$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \text{ ou } x \geq 2\}$

Exercice 30

Décrire les ensembles suivants à l'aide d'intervalles.

p6w7q

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$ b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 5\}$
 c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$ d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 10\}$
 e) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2 \text{ et } x \leq 2\}$ f) $F = \mathbb{R}$
 g) $G = \{2\}$

Exercice 31

Décrire les ensembles de réels suivants à l'aide d'intervalles:

czc9e

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 > x\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2 \text{ et } x \leq 4\}$
 e) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} < x \leq -\frac{1}{2}\right\}$ f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 + \sqrt{2}\}$
 g) \mathbb{R} h) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x \geq 4\}$

Exercice 32

Décrire par des inéquations les intervalles suivants:

nw439

- a) $] -\infty; -3]$ b) $] -2; +\infty[$
 c) $[0; 2]$ d) $] -3; 3[$
 e) $] -5; -4[$ f) $] -2; -1[\cup [0; +\infty[$
 g) $] -\infty; 0[\cup [1; 3]$ h) $] -\infty; 4] \cup [7; +\infty[$

Exercice 33

Traduire les inéquations suivantes sous forme d'un intervalle.

61ve6

- a) $x \leq 2$ b) $x > 3$
 c) $x \geq -1$ d) $x > 0 \text{ et } x \leq 2$
 e) $x \leq 1 \text{ ou } x > 3$ f) $x \geq 2 \text{ et } x < 4$
 g) $x \geq 0 \text{ ou } x \leq -2$ h) $x \geq 1 \text{ et } x \leq 3$

Exercice 34Déterminer les intervalles suivants où $A =]-2; 3]$, $B = [0; 4[$ et $C =]-\infty; 2]$:

fq51r

- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \setminus B$ d) $B \setminus A$
 e) $A \cup C$ f) $A \cap C$ g) $A \setminus C$ h) $C \setminus A$
 i) $B \cup C$ j) $B \cap C$ k) $B \setminus C$ l) $C \setminus B$

Exercice 35On donne trois intervalles I , J et K de \mathbb{R} . Déterminer $I \cap J$, $I \cap K$, $I \setminus (J \cup K)$, $(I \setminus J) \cup (I \setminus K)$ dans les cas suivants :

ht3h6

- a) $I =]-3; 4]$ $J =]-2; 0[$ $K = [-5; 3[$
 b) $I = [-4; 2[$ $J =]-2; 3]$ $K = [-3; 1[$
 c) $I = [-5; 3[$ $J = [-1; 5[$ $K =]-3; 4]$

Exercice 36

u14s6

Déterminer les intervalles suivants où $A = [1; 5]$, $B = [0; +\infty[$ et $C =]-3; 3]$:

- | | | | |
|---------------|---------------|--------------------|--------------------|
| a) $A \cup B$ | b) $A \cap B$ | c) $A \setminus B$ | d) $B \setminus A$ |
| e) $A \cup C$ | f) $A \cap C$ | g) $A \setminus C$ | h) $C \setminus A$ |
| i) $B \cup C$ | j) $B \cap C$ | k) $B \setminus C$ | l) $C \setminus B$ |

Exercice 37

9k125

Trouver dans chaque intervalle: $] -4; -3[$; $] \frac{1}{4}; \frac{1}{3}[$; $] 10^{-4}; 10^{-3}[$:

- a) deux nombres rationnels, l'un à partie décimale finie et l'autre à partie décimale infinie périodique (les donner sous forme de fraction irréductible);
- b) un nombre irrationnel.

Exercice 38

mrvd7

On donne trois sous-intervalles de \mathbb{R}

$$I = [-3; 4[, J = [-2; 0[\text{ et } K =]-5; 3].$$

Donner à l'aide d'intervalles : $I \cup K$, $I \setminus K$ et $K \setminus I$.

Exercice 39

drcdb

Quel est le nombre réel situé à égale distance des bornes de l'intervalle $[\sqrt{27}; \sqrt{75}]$?

Réponse sous forme simplifiée; s'il s'agit d'une racine carrée: de quel entier ?

Exercices - première partie SECTION 3

Calcul littéral

3.1 Traduire un énoncé

Exercice 40

3qa3k

Un rectangle possède une largeur de $a > 3$ et une longueur de $a + 4$ avec le longueurs données en cm. On lui enlève un carré de 3 cm de côté. Donner l'expression algébrique réduite de l'aire de la figure restante.

Exercice 41

a3tr3

En utilisant la lettre n pour désigner un entier quelconque, exprimer sous forme littérale :

- trois entiers consécutifs;
- le carré d'un entier impair quelconque;
- un nombre positif, différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs;
- un multiple de 7;
- un entier qui laisse un reste de 2 lorsqu'on le divise par 3 ;
- un entier qui précède immédiatement un multiple de 4 ;
- trois carrés parfaits consécutifs;
- un nombre pair.

3.2 Isoler une variable

Exercice 42

kdgn

Dans chaque cas, exprimer x en fonction de y ou y en fonction de x .

Exemple

$$3x - 2y = 4$$

$$-2y = -3x + 4$$

$$y = \frac{-3}{-2}x + \frac{4}{-2}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

On isole y On soustrait $3x$ On divise par -2

On réduit

a) $x + 3y = 7$

b) $4x - y = 9$

c) $2y = 3x - 5$

d) $x + 2y = 5$

e) $x - 6y = 8$

f) $2x + y = 10$

g) $6x - y = 12$

h) $2x - 5y = -15$

i) $6x + 3y = -24$

j) $2x - 3y = 30$

k) $10x - 4y = 70$

l) $4x - y = 8$

m) $2x + 3y = 6$

n) $5x - 2y = 0$

o) $2x + 3(y + 2) = 10$

Exercice 43

n66ke

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

a) $v = \frac{d}{t}$

$d = ?$

$t = ?$

b) $P = 2(a + b)$

$b = ?$

c) $A = \frac{(B + b)}{2}h$

$h = ?$

$B = ?$

d) $E = mgh$

$h = ?$

e) $P = f \frac{m_1 m_2}{m_3}$

$m_1 = ?$

$m_3 = ?$

f) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}$

$z_1 = ?$

$n_2 = ?$

g) $A = \frac{a + b}{2}h$

$a = ?$

$h = ?$

h) $V = \frac{\pi d^2}{4}h$

$h = ?$

Exercice 44

2yzxt

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

$$a) V = \frac{h}{6} (B_1 + B_2 + 4M) \quad h = ? \quad M = ?$$

$$b) D_r = \frac{D}{1 + A_r B_r} \quad D = ? \quad A_r = ?$$

$$c) P = Q \frac{R - r}{2R} \quad r = ?$$

$$d) G = \frac{kR_a}{R_i + R_a} \quad R_i = ?$$

$$e) A = \frac{F + S_\alpha}{S_\alpha} \quad F = ?$$

$$f) \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad R = ? \quad R_1 = ?$$

3.3 L'algèbre comme outil de preuve**Exercice 45**

sxya4

Prouver que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Exercice 46

wanr

Parmi les égalités suivantes, lesquelles sont toujours vraies? lesquelles toujours fausses? lesquelles parfois vraies parfois fausses?

- | | | |
|-------------------------------|--------------------|-------------------------------------|
| a) $5 + 5 = 5^2$ | b) $x + x = x^2$ | c) $x + x = 2x$ |
| d) $(x + 1)^3 = x^3 + 1^3$ | e) $0 \cdot x = 1$ | f) $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = 3x^2$ |
| g) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ | h) $0 \cdot x = 0$ | |

Exercice 47

jxa81

Prouver que la somme de deux entiers impairs quelconques est un nombre pair.

Exercice 48

u38hd

Pour quels entiers x de 1 à 200 le nombre $x^4 - x^3$ est-il le cube d'un entier?

Exercice 49

5xg9e

L'égalité suivante est-elle valide :

$$(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) = x^4 + 4?$$

Exercice 50

rdpye

On considère l'identité suivante, appelée égalité de Lagrange (mathématicien du XVI^e siècle):

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

- Démontrer cette identité.
- Appliquer cette identité à quatre entiers (par exemple 2,3,4,5) en utilisant la calculatrice.

3.4 Développer et réduire

Exercice 51

9e72h

Pour chacune des expressions suivantes, préciser (sous : « Type ») s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, et donner le nombre de termes ou de facteurs.

	Expression	Type	Nombre de termes
a)	$4 \cdot x + 1 \cdot (3x - 1) \cdot (5x - 1) + 7 \cdot x$		
b)	$-4 \cdot (x - y) \cdot (3x - 1) \cdot (5x - 1)$		
c)	$(5x - 1) \cdot (5x - 1) + 7(5x - 1)$		
d)	$(4x - 1)(3x - 4)(3x + 4)$		
e)	$(4x - 1)(3x - 4)(3x + 4) - 1$		
f)	$((3x - 4)(3x + 4) - x + 1)x$		
g)	$(3x - 1)(x - 1) + (4x - 1)(3x - 4)$		
h)	$x^2 - x^2(4x - 1)(3x - 4)x^2$		

Exercice 52

jw3r4

Développer et réduire.

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| a) $7(8 + 9x)$ | b) $6a(5a^2 - 12a)$ |
| c) $-5(-7y + 11)$ | d) $-12(-5x - 4)$ |
| e) $-8(6x^2 + 4x - 3)$ | f) $-9x^2(8x^3 + 7y)$ |
| g) $7a^5(6a - 4a^2)$ | h) $-5x^4(7x^4 + 9x - 1)$ |

Exercice 53

1e54x

Réduire autant que possible.

- | | | |
|-------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $2x - 2x$ | b) $(2x)(-2x)$ | c) $2(x - 2)x$ |
| d) $-5y + 9y$ | e) $-(5y + 9y)$ | f) $(-5y)(+9y)$ |
| g) $(-5y + 9)y$ | h) $(-5y) + 9y$ | i) $-5(y + 9)y$ |
| j) $-5(y + 9y)$ | k) $-x(-x)(-1)$ | l) $-x(-x - 1)$ |
| m) $-(x - x) - 1$ | n) $x \cdot x \cdot x + x \cdot x$ | o) $x \cdot x \cdot (x + x) \cdot x$ |

Exercice 54

v4dqz

Développer et réduire.

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| a) $(2y - 3)(5 + 3x)$ | b) $(5 + 2x)(2x - 3)$ | c) $(3 - y)(-5y + 9)$ |
| d) $(x^2 + x - 1)(x - 1)$ | e) $(y - x)(x + y)$ | f) $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$ |
| g) $(2x - 1)(x + 3)(1 - x)$ | | h) $(1 + x^2)(x^2 - 4x + 2)$ |
| i) $(x + 2)^3$ | j) $(z^3 - 5x^3z + 2z)(z^3 - 3x)$ | |
| k) $(2 - x)(x^2 + 4)(2 + x)$ | | l) $(x - 1)^4$ |

Exercice 55

Développer et réduire.

n86nn

- a) $5(5 + 3x)$ b) $2x(2x^2 - 2x)$ c) $-5(-5y + 9)$
 d) $-1(-3x - 3)$ e) $(x^2 + x - 1)(-1)$ f) $-2(x + y)$
 g) $(1 + x^2)(x^2 - 4)$ h) $-3x^2(1 - 2x^2 + 3x)$ i) $(5 + 3x)(x - 1)$
 j) $3xy(x^2y + x - 1)$ k) $(4 - x^2)(1 - 4x^2)$ l) $(-4xy^3 - x^3y)(-3y)$
 m) $-2(x + 3)(x - 1)$ n) $3(x - 3)(x - 3)$ o) $(-2x + 3)(x - 1)$
 p) $(-2x + 3)(3 - 2x)$

Exercice 56

Développer à l'aide d'une identité remarquable, directement et rapidement (sans copier l'énoncé, ne pas s'accorder plus de 5').

akwq5

- a) $(x + y)^2$ b) $(2x^2 + 2)(2x^2 - 6)$ c) $(x - y)(x + y)$
 d) $(3x + y)^2$ e) $(x^2 + y^3)^2$ f) $(x - 1)^2$
 g) $(1 - x)(1 + x)$ h) $(4x - 3)^2$ i) $(x^3 + 3y)(x^3 - 3y)$
 j) $(3z - 2)^2$ k) $(1 - x)^2$ l) $(xy + 2y)^2$
 m) $(x^2 - 1)^2$ n) $(2x + 2)^2$ o) $(2a + 3)(2a + 3)$
 p) $(xyz + 5)(xyz - 5)$ q) $(3x^3 - 5)^2$ r) $(a + 3b)(a + 3b)$
 s) $(x^2 - 1)(x^2 - 1)$ t) $(4a^2b - 5)(4a^2b + 5)$
 u) $(2xy^3 - 1)(2xy^3 - 1)$ v) $(x^4 + y)(x^4 + y)$
 w) $(1 - ax^4)(1 + ax^4)$ x) $(x^2 + a^2)(x^2 - a^2)$

Exercice 57

Développer les expressions suivantes.

sj5q7

- a) $4 \cdot x + 1 \cdot (3x - 1) \cdot (5x - 1) + 7 \cdot x$ b) $(5x - 1) \cdot (5x - 1) + 7(5x - 1)$
 c) $(4x - 1)(3x - 4)(3x + 4) - 1$ d) $((3x - 4)(3x + 4) - x + 1)x$
 e) $(3x - 1)(x - 1) + (4x - 1)(3x - 4)$ f) $x^2 - x^2(4x - 1)(3x - 4)x^2$

Exercice 58Un élève a développé tous les produits de trois des binômes $(x + 1)$, $(x - 1)$, $(x + 2)$ et $(x - 2)$, de toutes les manières possibles, sans répétition d'un binôme. Il a noté les résultats suivants :

gw913

$$x^3 - x^2 - 4x + 4, x^3 - 2x^2 - x + 2, x^3 + 2x^2 - x - 2 \text{ et } x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Malheureusement, cet élève ne se souvient pas dans quel ordre il a effectué ses calculs. Comment peut-on l'aider à s'y retrouver immédiatement, par une simple observation ?

Exercice 59Développer et réduire le produit: $(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$.

n9d51

(*) Déterminer toutes les valeurs de l'entier naturel n , pour lesquelles $n^4 + n^2 + 1$ est un nombre premier.

Exercice 60

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

nrg23

- a) $(x^2 - 49)(2x + 5) - (4x + 28)(x - 7)$
 b) $(x^2 + 3x - 10)^2 - (x^2 - 3x - 8)^2$
 c) $[(x + 2t) - (s + 3t)] - [(2s + 3t) - (-4s + 5t)]$
 d) $(2st^3 - 4rs^2 + 3s^4) \cdot (5rst^2)$
 e) $3x^2(4x - 2) - 4x[(3x^2 + 1) + x(5x - 3)]$
 f) $\frac{5x+2}{3} + \frac{4x-5}{2} - \frac{3x+8}{6}$

Exercice 61

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

1kye7

- a) $(4x^4 + \sqrt{4}) \cdot (4x^4 - \sqrt{4})$ b) $(\frac{1}{4}x + 2\sqrt{2})^2$
 c) $4(x + 3)^2 - 9(2x - 1)^2$ d) $(x + 2)(x - 2)(x^4 + 16)(x^2 + 4)$
 e) $(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 - 8)$ f) $(2a^2 - 1)(2a^2 + 1)(4a^4 + 3)$
 g) $(2x + 1)(4x + 3) + (3x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)^2$

3.5 Identités remarquables**Exercice 62**

Développer directement à l'aide des identités remarquables sans écrire l'étape intermédiaire.

xabyp

Exemple : $(x - 3)(x + 2) = x^2 - x - 6$.

- a) $(x-1)(x-2)$ b) $(x+3)(x+1)$ c) $(x-4)(x+4)$ d) $(y+6)(y-8)$
 e) $(a+1)(a-12)$ f) $(y+9)(y-4)$ g) $(a+7)(a+3)$ h) $(x-3)(x-10)$

Exercice 63

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

tm6je



- a) $(r^2 + 7)^2$ b) $(s^2 - 3)^2$
 c) $(3yz + 9)^2$ d) $(sy + 5)(sy - 1)$
 e) $(tz - 9)(tz + 9)$ f) $(4 + 3rx)(4 - 3rx)$
 g) $(5r^2 - 8rs)^2$ h) $(9x - 3)(9x - 2)$
 i) $(r^2 + 8)(r^2 - 8)$ j) $(1 + 10r)^2$

Exercice 64

3ytn7

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a) $(10rx + 8)(10rx + 5)$

b) $\left(st + \frac{3}{2}s\right)\left(st - \frac{3}{2}s\right)$

c) $\left(5s^2y - \frac{5}{8}s^2\right)^2$

d) $\left(\frac{1}{8}x + \frac{2}{3}sx\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{5}z^2 + \frac{3}{5}r^2z\right)\left(\frac{2}{5}z^2 - \frac{3}{5}r^2z\right)$

f) $\left(\frac{7}{2}r - 4rt^2\right)^2$

g) $(6ry + 3)(6ry + 2)$

h) $\left(\frac{4}{3}z^2 + \frac{5}{9}rz\right)^2$

i) $\left(\frac{4}{7}tx - 8\right)\left(\frac{4}{7}tx + 7\right)$

j) $\left(10s + \frac{8}{7}t^3\right)^2$

Exercice 65

guy1v



Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a) $\left(\frac{3}{4}t - 6\right)\left(\frac{3}{4}t + 7\right)$

b) $(t^2 - 4)(t^2 - 10)$

c) $\left(z^2 - \frac{1}{3}\right)^2$

d) $\left(rz - \frac{1}{5}\right)\left(rz + \frac{1}{5}\right)$

e) $\left(\frac{1}{3}r^2 + \frac{3}{4}x^2\right)^2$

f) $\left(\frac{5}{3} + \frac{7}{10}r^2\right)\left(\frac{5}{3} - \frac{7}{10}r^2\right)$

g) $\left(tx + \frac{6}{5}\right)^2$

h) $\left(\frac{5}{3}y - \frac{2}{3}ty\right)^2$

i) $\left(ry - \frac{5}{6}\right)\left(ry + \frac{5}{6}\right)$

j) $\left(\frac{8}{5}y + 10\right)\left(\frac{8}{5}y + 9\right)$

Exercice 66

3at1e



Effectuer les calculs suivants.

a) $(4\sqrt{2} + 3\sqrt{7})(4\sqrt{2} - 3\sqrt{7})$

b) $(4\sqrt{3} + 5)(4\sqrt{3} - 5)$

c) $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{11})^2$

d) $(5\sqrt{11} - 2)^2$

e) $(-3\sqrt{6} + 6)^2$

Exercice 67

akeku

Utiliser les identités remarquables pour calculer (sans calculatrice) les carrés suivants :

a) Avec $(a + b)^2$: 23^2 ; 92^2 ; 101^2 ; 42^2

b) Avec $(a - b)^2$: 39^2 ; 68^2 ; 99^2 ; 298^2

Exercice 68

sqsur

Déterminer les identités remarquables pour :

$(a + b)^1$; $(a + b)^2$; $(a + b)^3$; $(a + b)^4$; $(a + b)^5$

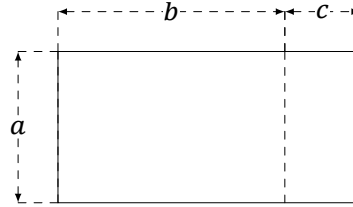
Se renseigner sur le triangle de Pascal et comprendre comment calculer récursivement $(a + b)^n$ si le développement de $(a + b)^{n-1}$ est connu.

Exercice 69

6edd2

En Grèce antique on donnait des preuves géométriques des propriétés des nombres réels, basées sur l'aire du rectangle.

- a) Pour illustrer la distributivité de la multiplication sur l'addition pour les nombres réels a, b , et c , exprimer de deux manières l'aire du rectangle représenté ci-dessous :



- b) De manière semblables, illustrer géométriquement les identités suivantes puis les prouver :

$$(a + b)^2 \quad \text{et} \quad (a + b)(c + d)$$

Exercice 70

37srd

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

- | | | |
|--------------------|--------------------------------------|--------------------|
| a) $(2a + b)^3$ | b) $(5a - b)^3$ | c) $(x - y)^4$ |
| d) $(a^2 + b^2)^4$ | e) $(2a^3 - b^4)^3$ | f) $(x^2 + y)^5$ |
| g) $(a - 2b)^6$ | h) $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y)^4$ | i) $(x^m + y^n)^3$ |

3.6 Factorisation

Exercice 71

g6h1q

L'aire d'un rectangle est de $4a^2 + 6a$. Déterminer sa longueur, si la largeur mesure $2a$.

Exercice 72

pq3wr

Développer les produits, factoriser les sommes.

- | | | |
|---------------------|--------------------|--------------------------|
| a) $(2x + 3)^2$ | b) $4x + 6y^2$ | c) $9b^2 + 12b + 4$ |
| d) $x^2 + 6x - 7$ | e) $9y^2 - 6y + 1$ | f) $4h^2(2h + 3)$ |
| g) $(1 - x)^2$ | h) $16a^2 - 25$ | i) $(4a - 5)(4a + 5)$ |
| j) $1 - 2x + x^2$ | k) $8h^3 + 12h^2$ | l) $(3y - 1)^2$ |
| m) $(x - 1)(x + 7)$ | n) $(2 + 3b)^2$ | o) $(2x + 3y^2) \cdot 2$ |
| p) $4x^2 + 12x + 9$ | | |

Exercice 73

Factoriser autant que possible.

q5m9j

a) $2xy^2 + 4xy + 2x$

b) $45a^2 - 30a + 5$

c) $5x^4 - 20x^2$

d) $3x^2y + 30xy + 48y$

e) $7a^4x - 14a^3x^2 + 7a^2x^3$

f) $9a^5 + 24a^3b^2 + 16ab^4$

g) $4x^3y - 16x^2y^2 + 16xy^3$

h) $2a^3x^3 - 4a^2x^2 + 2ax$

i) $3x(x+1)^2 - 27x$

j) $9ab^2c^4 - 4ab^4$

k) $a^2x^2 - 4b^2x^4$

l) $a^2(x+2y) - 4(x+2y)$

Exercice 74On considère le nombre $123456789^2 - 123456786 \cdot 123456792$.

6cmvd

a) Calculer ce nombre à l'aide d'une calculatrice.

b) Poser $x = 123456789$ et exprimer le nombre considéré en fonction de x .

c) Développer et réduire l'expression trouvée en b).

d) Que conclure des calculs précédents ?

Exercice 75

Factoriser au maximum les expressions suivantes



a) $-6(10t+3) + (10t+3)8t^2$

b) $-4t(3t+7) + (3t+7)3t$

c) $-10y(3y+2) + 7(3y+2)$

d) $(-3r+10)(-10r) + (-3r+10)(-r)$

e) $-t^2(5t+7) + (5t+7)8t^2$

f) $(4z+7)(-8z^2) - 6z^2(4z+7)$

g) $8s^3 - 48s^2 - 3s + 18$

h) $(-8t+10)5 - 9t(-8t+10)$

i) $-72r^2 - 35r + 63r^3 + 40$

j) $-2r^2 - 6r + 3r^3 + 9r^2$

k) $60 + 42s + 28s^2 + 40s$

l) $32x + 64 - 28x^3 - 56x^2$

m) $(8x-6)6x + (8x-6)4x$

n) $(8s-2)10s + (8s-2)(-5s^2)$

o) $(-6y+8)7y^2 + 7y^2(-6y+8)$

Exercice 76

Factoriser au maximum les expressions suivantes

4kec2

a) $25s^4 - 20s^2 + 4$

b) $9s^2t^2x^2 + 48stx + 64$

c) $s^2t^2 + 36r^4 - 12r^2st$

d) $4 + 81y^2 + 36y$

e) $s^2t^2z^2 - 1$

f) $25x^2y^2 - 90rxy + 81r^2$

g) $-147t^4yz - 420t^2y^2z - 300y^3z$

Exercice 77

Mettre en évidence le facteur commun.

z34z9

a) $4x(x+y) + 5x(x+y)$

b) $3a(3a-b) - 8(3a-b)$

c) $5a^2b(a-2b) - 15ab^2(a-2b)$

d) $9x(x+2)^2 - 5x(x+2)$

e) $4(x-y) + 2x(y-x)$

f) $x^2(2x-1) + 3x^2(1-2x)$

Exercice 78

Factoriser le plus possible les expressions suivantes.

64mtt

a) $m(a - b) + n(a - b)$

b) $x(2a - b) + y(b - 2a)$

c) $a(x - y) - (y - x)$

d) $(a + b)(x - 3y) - 3a(x - 3y)$

e) $(a + b)^3 - (a + b)^2$

f) $(x - 3)(x + 1) - x + 3 + 2(x - 3)^2$

g) $(a - b)^3 - (a - b)$

h) $(x - y) - (a + b)^2(x - y)$

Exercice 79

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

kywsv

a) $axy^2 + bxy^2 - ax - bx$

b) $8x^2 + 4xy - 2ax - ay$

c) $u^3 - u - u^2 + 1$

d) $ax^2 - 1 - x^2 + a$

e) $x^3 - 2x^2 + x - 2$

f) (*) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

g) $(x^2 - 1) - 3(1 - x)$

h) $a^2 - b^2 - 5a + 5b$

i) $a^2b^2 + a^2 - b^2 - 1$

j) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

k) $a^2b^2 + b^2 - a^2 - 1$

l) $x^3 - 7x^2 - 4x + 28$

(*) Indice pour le f) : $2x^2 = x^2 + x^2$ **Exercice 80**

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

nc4wd

a) $2ax + ay - 12x - 6y$

b) $5x^3 - 10x^2 - x + 2$

c) $x^2 - y^2 + a(x^2 - 2xy + y^2)$

d) $7x^3 + 9 - 3x^2 - 21x$

e) $5bx - ay + by - 5ax$

f) $(x - y)(2x - y + 1) + (y - x)(x - y + 1)$

g) $6x^2 - 6y + ay - ax^2$

h) $(x - 8)(4x - 3) + x^2 - 8x$

i) $y^2 - 1 - x^2 + x^2y^2$

j) $3x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 4x$

Exercice 81

Observer les écritures suivantes pour trouver comment les réduire sans développer les carrés.

ctbb

a) $(2x - y + 1)^2 - (2x + y + 1)^2$

b) $(2x + y)^2 + 2(2x + y)(2x - y) + (2x - y)^2$

c) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y\right)^2$

d) $(x^2 - 2)^2 - 2(x^2 - 2)(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1)^2$

Exercice 82

Factoriser le plus possible.

x9jw

a) $4x^4 - 4$

b) $x^3 - x^2 - 4(x - 1)$

c) $16x^4 - 9y^2$

d) $3x^2 + 6x - 24$

e) $8x^3 - 8x^2 + 2x$

f) $(x + y)^2 - 4u^2$

g) $x^3 - 5x$

h) $x^4 - 64$

i) $4y^2 - 12y + 9$

j) $a^2 - ab - a + b$

k) $(4x - 1)^2 - 9(3 - x)^2$

l) $4ax^2y^3 - (axy)^2 + 5bx^3y^2$

Exercice 83

Factoriser le plus possible les expressions suivantes :

uae9m

a) $x^2 + 2x$

b) $2x^2y^2 - 2$

c) $x^3 + 4x$

d) $1 - 16a^4x^4$

e) $ab - ac + 3b - 3c$

f) $ay + ax - my - mx$

g) $9a^2 - 3ab^3 + \frac{1}{4}b^6$

h) $3x^4 - 243$

i) $(x - 2)^2 + 7(x - 2) + 12$

j) $x^2y^2 - 7xy + 12$

k) $(x - 1)^2 - 9(x - 1) + 20$

l) $(x - 1)^2 + x - 1 - 20$

m) $(x + 3)^2 + 10x + 30 - 24$

n) $(x - 1)^2 + x - 21$

o) $(2x + y)^2 - (3y - z)^2$

p) $4(x + 3y)^2 - 9(2x - y)^2$

q) $(x - 2y)^4 - x^4$

r) $(x^2 - x + 3)^2 - (x^2 - 11x + 16)^2$

s) $x^4y^2 - 2x^2yab^3 + a^2b^6$

t) $18x^2 - 2 + 2x(3x + 1) - (3x + 1)$

Exercice 84

Factoriser les expressions suivantes :

64qwf

a) $(3x + 2)^2 - (x - 5)^2$

b) $(7x - 1)^2 - (5x + 2)^2$

c) $2(4x^2 - 25) - (2x + 5)^2$

d) $(4x + 5)^2 - (2x - 3)^2$

e) $(4x - 7)^2 + (49 - 16x^2) + (8x^2 - 14x)$

f) $2(2x - 1)^2 - (3 - 6x)(x - 1) + 4x^2 - 1$

g) $(7 - 2x)(x + 5) + (2x - 7)(5x - 3)$

h) $(1 - 4x)(2x - 3) - (4x - 1)(3x + 2) + 16x^2 - 1$

i) $(3x + 1)(3x - 2) - (x - 8)(3x + 1) + 9x^2 - 1$

j) $(3x - 1)^2 - 9x^2 + 1 - (x - 5)(3x - 1)$

k) $(x - 4)(3x - 7) - (x - 4)^2 - (4 - x)(2x + 7)$

l) $3(x - 4)^2 - x^2 + 16 - (4 - x)(2x + 7)$

m) $3(x - 2)^2 - 4 + x^2 + (x + 5)(x - 2)$

n) $(2x - 3)(7x - 2) - (2x - 3)^2$

o) $2(x^2 - 2x + 1) + 1 - x^2 + (x - 1)(2x + 1)$

p) $4x^2 - 9 - 4(2x - 3) + (2x - 3)^2$

q) $(9x^2 + 12x + 4) - 2x(3x + 2) + (4 - 9x^2)$

r) $(7 - 2x)(x + 5) - (21 - 6x)(2x + 1)$

s) $2x^2 - 4x + 2 - 3(x - 1)(2x + 1)$

t) $25x^2 - 4 + (5x - 2)(x - 1) - (5x - 2)^2$

u) $x^2 - 4 - (x + 1)(x - 2) - (x - 2)^2$

v) $(4x - 1)^2 - 9(3 - x)^2$

w) $x^2 + 4$

x) $5(x^2 - 4) - x^2 + 4x - 4 + (6 - 3x)(x + 3)$

Exercice 85

Factoriser les expressions suivantes :

rwcyq

a) $m(a - b) + n(a - b)$

b) $x(2a - b) + y(b - 2a)$

c) $a(x - y) - (y - x)$

d) $(a + b)(x - 3y) - 3a(x - 3y)$

e) $(a + b)^3 - (a + b)^2$

f) $(x - 3)(x + 1) - x + 3 + 2(x - 3)^2$

g) $(a - b)^3 - (a - b)$

h) $(x - y) - (a + b)^2(x - y)$

i) $1 - (2a - 1)^2$

j) $(a + 2b)^2 - a^2$

k) $a^2 + 2ab + b^2 + a(a + b) + a^2 - b^2$

l) $\left(\frac{x}{4} - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3x}{4} - \frac{2}{3}\right)^2$

m) $(2a^2 - 3a - 2)^2 - (a^2 - 3a + 2)^2$

n) $5a^3 + 40a^2 + 80a$

o) $3x^3 - 9x^2 - 3x + 9$

p) $5ax - 5bx - 8a + 8b$

q) $ax^4 - 25a$

r) $a^2b + a^2 - b - 1$

s) $\frac{4}{9}a^4 + \frac{1}{25}x^4 + \frac{4}{15}a^2x^2$

t) $8x^3 - 8xy^2$

u) $8a^7y^3 - 98ay^7$

v) $16^2 - x^{16}$

w) $(x - y)^2 + 6(x - y) + 5$

x) $(2x - y)^2 - 2(2x - y) + 1$

Exercice 86

82fkx

Retrouver les identités remarquables pour le cube du binôme :

$(a + b)^3$ et $(a - b)^3$

En partant de ces identités, obtenir celles pour (ou la factorisation de) :

a) $a^3 + b^3$

b) $a^3 - b^3$.

Exercices - première partie SECTION 4

Équations**Exercice 87**

Répondre par vrai ou faux en justifiant.

5pcp

a) Le nombre -8 est-il solution de l'équation : $x^2 = 32 - 4x$?

b) Le nombre 0 est-il solution de l'équation :

$x^2 + 12x + 12 = 3x^3 - 3x^2 - x + 12$?

c) Le nombre $-\frac{1}{2}$ est-il solution de l'équation : $x(x - 2) = x^2 - 1$?

d) Le nombre $\frac{1}{2}$ est-il solution de l'équation : $x(x - 2) = x^2 - 1$?

4.1 Équations du premier degré**4.1.1 Résolution d'équations****Exercice 88**

qa6b

Compléter les équations b), c) et d) pour obtenir des équations équivalentes à l'équation a).

a) $x = \frac{2}{5}y - 2$

b) $5x = \dots$

c) $x + 2 = \dots$

d) $\frac{5}{2}x = \dots$

Exercice 89

Traduire chaque phrase par une équation, puis résoudre.

bvvy

- a) « Le triple du nombre x vaut 2 de plus que x . »
 b) « La somme de x et de 3 vaut 2 de moins que le double de x . »
 c) « Le double d'un nombre dépasse ses deux tiers de 10. »
 d) « Si l'on soustrait le dixième de x au quart de x on obtient 2 de moins que x . »
 e) « Si l'on retranche 5 du triple de x , on obtient la moitié de la somme de 3 et de x . »

Exercice 90Résoudre les équations dans \mathbb{R} .

rhvj

a) $2\left(\frac{x}{3} + 3\right) = 0$

b) $\frac{1-6x}{4} = 2\left(1 - \frac{3}{4}x\right)$

c) $3x = \frac{x-55}{6}$

d) $x + \frac{1}{4} = -\frac{3}{7}$

Exercice 91Résoudre les équations dans \mathbb{R} .

ehjb

a) $2\sqrt{3} \cdot x = \sqrt{3} \cdot x - 1$

b) $\sqrt{3} - x = \sqrt{2} \cdot x + 2$

c) $\sqrt{3} - 3x = \sqrt{2} \cdot x + \sqrt{2}$

d) $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2} \cdot x$

4.1.2 Résolution de problèmes**Exercice 92**

q8vx

Il s'agit de partager 2100 francs entre trois personnes de manière que la première ait le quart de la part de la troisième et 120 francs de plus que la deuxième.

- a) Voici trois façons de commencer. Compléter chacune de ces possibilités en fonction de x .
 b) Résoudre ce problème.

part de la 1re personne :	x
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	x
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	x

Exercice 93

prpq

Un problème de Leonhard Euler (1707 - 1783).

Un père mourut en laissant quatre filles. Celles-ci se partagèrent ses biens de la manière suivante : la première prit la moitié de la fortune, moins 3000 livres; la deuxième en prit le tiers moins 1000 livres; la troisième prit exactement le quart des biens; la quatrième prit 600 livres plus le cinquième des biens. Quelle était la fortune totale, et quelle somme reçut chacun des enfants?

Exercice 94

ae7n

Trouver deux nombres entiers consécutifs tels que le quart du premier ajouté au cinquième du plus grand donne 29.

Exercice 95

fata

Trois frères, Albrecht, Blaise et Carl ont acheté une maison 2 millions de francs. Albrecht dit qu'il pourrait payer la somme entière si Blaise lui donnait les cinq huitièmes de ce qu'il a. Blaise dit qu'il payerait tout si Carl lui donnait les huit neuvièmes de ce qu'il a. Enfin Carl dit que pour acquitter seul le prix, il lui manque le tiers de ce qu'a Albrecht plus les trois seizièmes de ce que possède Blaise. Combien chacun a-t-il ?

Exercice 96

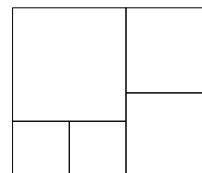
abv3

Ayant reçu un héritage, je dépense 2000 francs pour acheter une moto et je place les deux tiers du reste à la banque. Il me reste alors 30% du montant total de l'héritage. Quel était ce montant?

Exercice 97

pvqa

Le rectangle représenté ci-dessous a été découpé en 5 carrés. Le périmètre du rectangle est de 1 m . Déterminer son aire.



Réponses

5.1 Calcul numérique

5.1.1 Division euclidienne

Corrigé 1

t3fxd

a) $0,\overline{3}$

b) $0,\overline{1}$

c) $1,\overline{076923}$

d) $0,\overline{1176470588235294}$

Corrigé 2

wv9bq

a) $\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}$; $\frac{2}{7} = 0,\overline{285714}$; $\frac{3}{7} = 0,\overline{428571}$; $\frac{4}{7} = 0,\overline{571428}$; $\frac{5}{7} = 0,\overline{714285}$; $\frac{6}{7} = 0,\overline{857142}$.

b) À remarquer.

c) $\frac{22}{23} = 0,\overline{9565217391304347826086}$

Corrigé 3

cc78t

On note un nombre à cinq chiffres

$$a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + e \cdot 10^4 \quad \text{où } a, b, c, d, e \in \mathbb{N}, e \neq 0$$

Si le nombre a quatre chiffres, alors on prend $e = 0$ et $d \neq 0$.

a) On a $a = 4$ et $b = 2$. Par ailleurs la somme $a + b + c + d + e$ doit être divisible par 3 pour que le nombre soit un multiple de 3. On a $2 + 4 = 6$ qui est déjà un multiple de 3. Le nombre recherché est donc 99924.

b) Le nombre recherché est 1224.

c) Le nombre recherché est 2046.

d) Le nombre recherché est 9753.

Corrigé 4

vrjk9

a) 1; 4; 9, on les appelle des carrés parfaits.

b) Ce sont des nombres premiers. {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; ...}.

Corrigé 5

nwgzm

a) 21,05

b) $3,0\overline{6}$

c) $4,\overline{2857140}$

d) $5,\overline{63}$

5.1.2 Nombres rationnels

Corrigé 6

vssbc

a) $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

b) $\frac{35}{99}$

c) $\frac{349}{999}$

d) $\frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{173}{495}$

e) $\frac{3}{10} + \frac{5}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$

f) $\frac{34}{100} + \frac{9}{900} = \frac{7}{20}$.
 Noter que $0,\overline{9} = 1$ et
 que $0,0\overline{9} = 0,01$.

g) $1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$

h) $\frac{325}{100} = \frac{13}{4}$

i) $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

j) $1 + \frac{4}{10000} = \frac{251}{250}$

k) $\frac{80}{99}$

l) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$

m) 3

n) $3 + \frac{141}{999} = \frac{1046}{333}$

Corrigé 7

xgk9e

a) $\frac{12}{10}$; $\frac{13}{10}$; $\frac{14}{10}$;

b) $1,\overline{1} = \frac{10}{9}$; $\frac{11}{9}$; $\frac{12}{9}$;

c) $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

5.1.3 Racines

Corrigé 8

hv2ug

- a) $7\sqrt{3}$ b) $14\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ c) -2 d) $5 - 2\sqrt{6}$
 e) $5 - 7\sqrt{3}$ f) $16 + 8\sqrt{5}$ g) $20\sqrt{3}$ h) 6

Corrigé 9

ksh26

On utilise la multiplication par l'expression conjuguée et les propriétés des racines.

Corrigé 10

9f4t8

- a) $\frac{4\sqrt{5} - 10\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{11}{3}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $-2\sqrt{15}$

Corrigé 11

f3sg7

- a) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ b) $-\frac{203\sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{41\sqrt{5}}{20}$ d) $-\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{7}}{2}$

Corrigé 12

rp8cc

 $(3 + 2\sqrt{2})^2 = 17 + 12\sqrt{2}$, ainsi, $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}} = 3 + 2\sqrt{2}$

5.2 Ensembles et intervalles

5.2.1 Ensembles de nombres

Corrigé 13

cbh7d

 $\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{100} \in \mathbb{N}$; $\sqrt{200} \in \mathbb{R}$; $\pi + 1 \in \mathbb{R}$; $-\sqrt{1,21} \in \mathbb{Q}$; $3,14 \in \mathbb{Q} \cdot 10^5 \in \mathbb{N}$; $-\frac{17}{2} \in \mathbb{Q}$.**Corrigé 14**

w1wsu

	N	Z	Q	R	aucun
$\frac{3}{2}$			X	X	
$\frac{3,14}{0,01}$	X	X	X	X	
$\sqrt{7}$				X	
$\frac{2 - \sqrt{8}}{\sqrt{2} - 1}$		X	X	X	
$\sqrt{9}$	X	X	X	X	
π				X	
$-\sqrt{100}$		X	X	X	

Corrigé 15

nj317

- a) Vrai b) Faux, semi-ouvert à gauche c) Vrai
 d) Faux, ce n'est pas l'intervalle e) Vrai f) Faux, il y appartient
 g) Faux, 0 est dans l'intersection h) Vrai i) Vrai

Corrigé 16

j1x1v

Plusieurs possibilités, par exemple la suite suivante (à réduire) :

$$\left\{ \frac{1}{3} + \frac{k}{20} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) \mid k = 1, \dots, 10 \right\}$$

Corrigé 17

hggjf

a) $\frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \in \mathbb{Z}$

c) $2,5 : 3 + 1 = \frac{25}{30} + 1 = \frac{5}{6} + 1 = \frac{11}{6} \in \mathbb{Q}$

e) $(\sqrt{2} - 1) : 2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$

g) $\sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9 \in \mathbb{N}$

i) $\sqrt{\sqrt{25} - \frac{3}{\sqrt{9}}} = \sqrt{5 - \frac{3}{3}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}$

k) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81} - \frac{16}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{9-8} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \in \mathbb{R}$

b) $\frac{4}{4-1} = \frac{4}{3} \in \mathbb{Q}$

d) $\frac{2^0}{1^2} = \frac{1}{1} = 1 \in \mathbb{N}$

f) $\frac{3-\sqrt{9}}{\pi} = \frac{3-3}{\pi} = 0 \in \mathbb{N}$

h) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$

j) $\frac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}} = \frac{14}{5-12} = \frac{14}{-7} = -2 \in \mathbb{Z}$

l) $\frac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5} = \frac{5-\sqrt{3}}{-(5-\sqrt{3})} = -1 \in \mathbb{Z}$

5.2.2 Ensembles quelconques**Corrigé 18**

9bnc9

 $\notin, \in, \subset, \not\subset$ **Corrigé 19**

k8f2j

a) $A = \{-1; 1; 3; 5; 7; 9\}$

c) $C = \{-1, 0\}$

e) $E = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

b) $B = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}\}$

d) $D = \emptyset$

f) $F = \emptyset$

Corrigé 20

tr635

a) $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq x \leq 8\}$

c) $C = \{3n + 1 \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 6\}$

e) $E = \{\frac{n-1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

b) $B = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq n \leq 13\}$

d) $D = \{\frac{1}{n^2+1} \mid n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq n \leq 5\}$

f) $F = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 10\}$

Corrigé 21

krq84

a) $\{-3; -1; 1; 3; 5; 7\}$

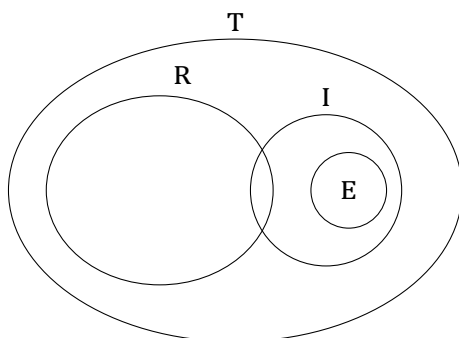
b) $\{1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots\}$

c) $\{0; \frac{1}{6}; \frac{3}{20}; \frac{2}{15}\}$

Corrigé 22

ew4z2

a) La taille des diagrammes n'est pas représentative de la « taille » des ensembles.



- $I \cap E = E$, car l'ensemble des triangles équilatéraux est contenu dans l'ensemble de triangles isocèles.
- $R \cap E = \emptyset$, car il n'existe aucun triangle qui est équilatéral et rectangle (par le théorème de Pythagore, si $a \in \mathbb{R}_+^*$ est la longueur du côté du triangle, alors $a^2 + a^2 \neq a^2$).
- $I \cap R$ est l'ensemble des triangles dont les deux cathètes mesure $a \in \mathbb{R}_+^*$ et l'hypoténuse mesure $a\sqrt{2}$ (par Pythagore).

Corrigé 23

rm8qy

Il y a plusieurs possibilité, en voici une

$$A = \{a; b; c; d; e\} \quad B = \{d; e; f\} \quad C = \{f; g; h; i\}$$

Corrigé 24

zm8w4

a) $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$

b) $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$

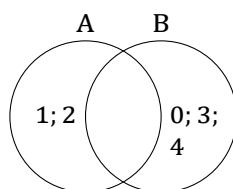
c) $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

Corrigé 25

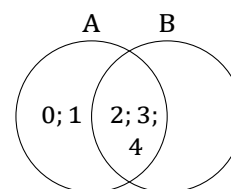
s2efz

Il y a plusieurs réponses possibles.

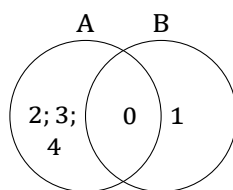
a) $A = \{1; 2\}$ et $B = \{0; 3; 4\}$



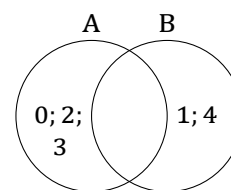
b) $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $B = \{2; 3; 4\}$



c) $A = \{0; 2; 3; 4\}$ et $B = \{0; 1\}$



d) $A = \{0; 2; 3\}$ et $B = \{1; 4\}$

**Corrigé 26**

d5xp3

a)

i) $A \cup B = \{-5; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 10\}$

ii) $A \cap B = \{3; 4; 8\}$

iii) $B \setminus A = \{2; 10\}$

iv) $A \setminus B = \{-5; 6; 9\}$

b) $C = \{1; 2; 3; 4\}$, $D = \{2; 3; 4; 5\}$

c)

i) $E = \{2; 3; 4; 5\}$, $F = \{2; 4\}$

ii) $E = \{2; 3; 4\}$, $F = \{2; 4; 5\}$

iii) $E = \{2; 4; 5\}$, $F = \{2; 3; 4\}$

iv) $E = \{2; 4\}$, $F = \{2; 3; 4; 5\}$

5.2.3 Intervalles réelles**Corrigé 27**

6ugwm

a) $] -\infty; 2[$

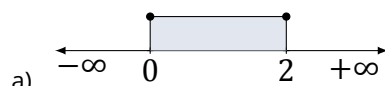
b) $[\sqrt{2}; +\infty[$

c) $] -2; \pi]$

d) $[-2; 2]$

Corrigé 28

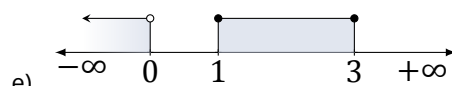
v2rv8



a)



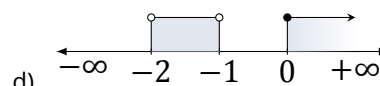
c)



e)



b)



d)



f)

Corrigé 29

p2cxv

a) $[-3; 4[$

b) $[-0,5; +\infty[$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < -0,5\}$

a) $] -\infty; 2[\cup] 2; +\infty[$

b) $] -\infty; 2[\cup] 3; +\infty[$

c) $] -\infty; -1] \cup [6; +\infty[$

d) $] -\infty; -5[\cup [2; +\infty[$

Corrigé 30

p6w7q

- a) $A = [-3; 5]$ b) $B =]4; 5[$ c) $C =]-\infty; 1[$
 d) $D = [10; +\infty[$ e) $E = [-2; 2]$ f) $F =]-\infty; +\infty[$
 g) Un intervalle contient une infinité de nombre, donc pas possible.

Corrigé 31

czc9e

- a) $[-3; 2]$ b) $[3; +\infty[$ c) $] -\infty; -1[$ d) $] -2; 4]$
 e) $] -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}]$ f) $] -\infty; 1 + \sqrt{2}]$ g) $] -\infty; +\infty[$ h) $] -\infty; -2[\cup [4; +\infty[$

Corrigé 32

nw439

- a) $x \leq -3$ b) $x > -2$ c) $0 \leq x \leq 2$ d) $-3 < x < 3$
 e) $-5 < x < -4$ f) $-2 < x < -1$ ou $0 \leq x$ g) $x < 0$ ou $1 \leq x \leq 3$
 h) $x \leq 4$ ou $x \geq 7$

Corrigé 33

61ve6

- a) $] -\infty; 2]$ b) $] 3; +\infty[$ c) $[-1; +\infty[$ d) $] 0; 2]$
 e) $[1; +\infty[$ f) $[2; 4[$ g) $] -\infty; -2[\cup [0; +\infty[$ h) $[1; 3]$

Corrigé 34

fq51r

- a) $A \cup B =]-2; 4[$ b) $A \cap B = [0; 3]$ c) $A \setminus B =]-2; 0[$ d) $B \setminus A =]3; 4[$
 e) $A \cup C =]-\infty; 3]$ f) $A \cap C =]-2; 2]$ g) $A \setminus C = [2; 3]$ h) $C \setminus A =]-\infty; -2]$
 i) $B \cup C =]-\infty; 4[$ j) $B \cap C = [0; 2]$ k) $B \setminus C = [2; 4[$ l) $C \setminus B =]-\infty; 0[$

Corrigé 35

ht3h6

- a) b) c)
 i) $I \cap J =]-2; 0[$ i) $I \cap J =]-2; 2[$ i) $I \cap J = [-1; 3[$
 ii) $I \cap K =]-3; 3[$ ii) $I \cap K = [-3; 1[$ ii) $I \cap K =]-3; 3[$
 iii) $I \setminus (J \cup K) = [3; 4]$ iii) $I \setminus (J \cup K) = [-4; -3[$ iii) $I \setminus (J \cup K) = [-5; -3]$
 iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) =]-3; -2] \cup [0; 4]$ iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) = [-4; -2] \cup [1; 2[$ iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) = [-5; -1[$

Corrigé 36

u14s6

- a) $A \cup B = [0; +\infty[$ b) $A \cap B = [1; 5]$ c) $A \setminus B = \emptyset$ d) $B \setminus A = [0; 1[\cup]5; +\infty[$
 e) $A \cup C =]-3; 5]$ f) $A \cap C = [1; 3]$ g) $A \setminus C = [3; 5]$ h) $C \setminus A =]-3; 1[$
 i) $B \cup C =]-3; +\infty[$ j) $B \cap C = [0; 3]$ k) $B \setminus C = [3; +\infty[$ l) $C \setminus B =]-3; 0[$

Corrigé 37

9k125

Il y a une infinité de possibilités.

- a) $-\frac{7}{5}, -\frac{10}{3} \in]-4; -3[, \frac{10}{3}, \frac{27}{99} \in]\frac{1}{4}; \frac{1}{3}[$, $\frac{5}{1000}, \frac{1}{9000} \in]10^{-4}; 10^{-3}[$
 b) $-2,5\sqrt{2}, \frac{2}{5\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{1000}$.

Corrigé 38

mrvd7

- a) $I \cup K = [-3; 4[\cup]-5; 3] =]-5; 4[$ b) $I \setminus K = [-3; 4[\setminus]-5; 3] =]3; 4[$
 c) $K \setminus I =]-5; 3] \setminus [-3; 4[=]-5; -3[$

Corrigé 39

drcdb

$$\begin{aligned} \text{On a } \sqrt{27} &= 3\sqrt{3} \text{ et } \sqrt{75} = 5\sqrt{3}. \\ \sqrt{27} + \frac{\sqrt{75} - \sqrt{27}}{2} &= 3\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{2} \\ &= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

On aurait pu le déduire directement depuis l'écriture simplifiée de $\sqrt{27}$ et $\sqrt{75}$.

5.3 Calcul littéral

5.3.1 Traduire un énoncé

Corrigé 40

3qa3k

$$A = a(a + 4) - 3^2 = a^2 + 4a - 9$$

Corrigé 41

a3tr3

a) $n; n + 1; n + 2$

b) $(2n + 1)^2$

c) $(n + 1)^2 - n^2$

d) $7n$

e) $3n + 2$

f) $4n - 1$

g) $n^2; (n + 1)^2; (n + 2)^2$

h) $2n$

5.3.2 Isoler une variable

Corrigé 42

kdgn

a) $x = 7 - 3y$

b) $y = 4x - 9$

c) $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

d) $x = 5 - 2y$

e) $x = 8 + 6y$

f) $y = 10 - 2x$

g) $y = 6x - 12$

h) $x = \frac{5}{2}y - \frac{15}{2}$

i) $y = -2x - 8$

j) $y = \frac{2}{3}x - 10$

k) $y = \frac{5}{2}x - \frac{35}{2}$

l) $y = 4x - 8$

m) $y = -\frac{2}{3}x + 2$

n) $y = \frac{5}{2}x$

o) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

Corrigé 43

n66ke

a) $v = \frac{d}{t}$ $d = ?$ $t = ?$
 Isolons d :

$$\begin{array}{l|l} v = \frac{d}{t} & \cdot t \\ v \cdot t = d & d \text{ est isolé} \end{array}$$

Isolons t :

$$\begin{array}{l|l} v = \frac{d}{t} & \cdot t \\ v \cdot t = d & : v \\ t = \frac{d}{v} & t \text{ est isolé} \end{array}$$

b) $P = 2(a + b)$ $b = ?$
 Isolons b :

$$\begin{array}{l|l} P = 2(a + b) & : 2 \\ \frac{P}{2} = a + b & -a \\ \frac{P}{2} - a = b & b \text{ est isolé} \end{array}$$

c) $A = \frac{(B + b)}{2}h$ $h = ?$ $B = ?$ d) $E = mgh$ $h = ?$
 Isolons h :

$$\begin{array}{l|l} A = \frac{(B + b)}{2}h & \cdot \frac{2}{(B + b)} \\ A \cdot \frac{2}{B + b} = h & \text{réduire} \\ \frac{2A}{B + b} = h & h \text{ est isolé} \end{array}$$

Isolons B :

$$\begin{array}{l|l} A = \frac{(B + b)}{2}h & : h \\ \frac{A}{h} = \frac{(B + b)}{2} & \cdot 2 \\ \frac{2A}{h} = B + b & -b \\ \frac{2A}{h} - b = B & B \text{ est isolé} \end{array}$$

e) $P = f \frac{m_1 m_2}{m_3}$ $m_1 = ?$ $m_3 = ?$ f) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}$ $z_1 = ?$ $n_2 = ?$
 Isolons m_1 :

$$\begin{array}{l|l} P = f \frac{m_1 m_2}{m_3} & : f \\ \frac{P}{f} = \frac{m_1 m_2}{m_3} & \cdot \frac{m_3}{m_2} \\ \frac{P}{f} \cdot \frac{m_3}{m_2} = m_1 & \text{réduire} \\ \frac{P m_3}{f m_2} = m_1 & m_1 \text{ est isolé} \end{array}$$

Isolons m_3 (on reprend la formule où m_1 est isolé) :

$$\begin{array}{l|l} \frac{P m_3}{f m_2} = m_1 & : P \\ \frac{P m_3}{f m_2} = \frac{m_1}{P} & \cdot f m_2 \\ m_3 = \frac{P}{f m_2} \cdot f m_2 & \text{réduire} \\ m_3 = \frac{f m_1 m_2}{P} & m_3 \text{ est isolé} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} & \cdot \frac{z_2 z_3}{z_4} \\ \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{z_2 z_3}{z_4} = z_1 & \text{réduire} \\ \frac{n_1 z_2 z_3}{n_2 z_4} = z_1 & z_1 \text{ est isolé} \end{array}$$

Isolons n_2 :

$$\begin{array}{l|l} \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} & \cdot n_2 \\ \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{z_2 z_3}{z_1 z_4} = n_2 & \cdot \frac{z_2 z_3}{z_1 z_4} \\ \frac{n_1 z_2 z_3}{z_1 z_4} = n_2 & \text{réduire} \\ \frac{n_1 z_2 z_3}{z_1 z_4} = n_2 & n_2 \text{ est isolé} \end{array}$$

g) $a = \frac{Ah}{2} - b$

$h = \frac{2A}{a + b}$

h) $h = \frac{4V}{\pi d^2}$

Corrigé 44

2yzxt

$$\begin{aligned}
 \text{a) } h &= \frac{6V}{B_1 + B_2 + 4M} & M &= \frac{\frac{6V}{h} - B_1 - B_2}{4} & \text{b) } D &= D_r \cdot (1 + A_r + B_r) & A_r &= \frac{D}{D_r} - 1 - B_r \\
 \text{c) } r &= -\frac{2PR}{Q} & \text{d) } R_i &= \frac{kR_a}{G} - R_a \\
 \text{e) } F &= \frac{A}{S_\alpha} - S_\alpha & \text{f) } R &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} & R_1 &= \frac{R R_2}{R_2 - R}
 \end{aligned}$$

5.3.3 L'algèbre comme outil de preuve**Corrigé 45**

sxya4

Un nombre pair a s'écrit $a = 2n$ pour $n \in \mathbb{N}$, un nombre impair b s'écrit $b = 2m + 1$ pour $m \in \mathbb{N}$. On a

$$a + b = 2n + 2m + 1 = 2(n + m) + 1 = 2k + 1 \text{ avec } k = n + m$$

et donc $a + b$ est bien un nombre impair.

Corrigé 46

wanr

- | | | | |
|-----------|------------|-------------|-------------|
| a) jamais | b) parfois | c) toujours | d) parfois |
| e) jamais | f) parfois | g) toujours | h) toujours |

Corrigé 47

jxa81

Soient $a = 2m + 1$ et $b = 2n + 1$ deux nombres impairs.

$$a + b = 2m + 1 + 2n + 1 = 2m + 2n + 2 = 2(m + n + 1)$$

qui est bien un nombre pair.

Corrigé 48

u38hd

Pour $\{1; 2; 9; 28; 65; 126\}$ (pourquoi ?).

Corrigé 49

5xg9e

On vérifie en développant que oui.

Corrigé 50

rdpye

- a) On développe les deux membres. On constate qu'ils sont égaux à $a^2 c^2 + a^2 d^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2$.
 b) à la calculatrice.

5.3.4 Développer et réduire**Corrigé 51**

9e72h

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| a) somme, trois termes | b) produit, quatre facteurs | c) somme, deux termes |
| d) produit, trois facteurs | e) somme, deux termes | f) produit, deux facteurs |
| g) somme, deux termes | h) somme, deux termes | |

Corrigé 52

jw3r4

- | | | | |
|------------------------|----------------------|---------------------|----------------------------|
| a) $63x + 56$ | b) $30a^3 - 72a^2$ | c) $35y - 55$ | d) $60x + 48$ |
| e) $-48x^2 - 32x + 24$ | f) $-72x^5 - 63x^2y$ | g) $-28a^7 + 42a^6$ | h) $-35x^8 - 45x^5 + 5x^4$ |

Corrigé 53

1e54x

- | | | | | |
|-------------|-----------------|----------------|------------------|-----------|
| a) 0 | b) $-4x^2$ | c) $2x^2 - 4x$ | d) $4y$ | e) $-14y$ |
| f) $-45y^2$ | g) $-5y^2 + 9y$ | h) $4y$ | i) $-5y^2 - 45y$ | j) $-50y$ |
| k) $-x^2$ | l) $x^2 + x$ | m) -1 | n) $x^3 + x^2$ | o) $2x^4$ |

Corrigé 54

v4dqz

- a) $6xy - 9x + 10y - 15$ b) $4x^2 + 4x - 15$
 c) $5y^2 - 24y + 27$ d) $x^3 - 2x + 1$
 e) $y^2 - x^2$ f) $x^3 + 2x^2 - x - 2$
 g) $-2x^3 - 3x^2 + 8x - 3$ h) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 4x + 2$
 i) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ j) $-5x^3z^4 + z^6 + 15x^4z - 3xz^3 + 2z^4 - 6xz$
 k) $-x^4 + 16$ l) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

Corrigé 55

n86nn

- a) $15x + 25$ b) $4x^3 - 4x^2$ c) $25y - 45$ d) $3x + 3$
 e) $-x^2 - x + 1$ f) $-2x - 2y$ g) $x^4 - 3x^2 - 4$ h) $6x^4 - 9x^3 - 3x^2$
 i) $3x^2 + 2x - 5$ j) $3x^3y^2 + 3x^2y - 3xy$ k) $4x^4 - 17x^2 + 4$ l) $3x^3y^2 + 12xy^4$
 m) $-2x^2 - 4x + 6$ n) $3x^2 - 18x + 27$ o) $-2x^2 + 5x - 3$ p) $4x^2 - 12x + 9$

Corrigé 56

akwq5

- a) $x^2 + 2xy + y^2$ b) $4x^4 - 8x^2 - 12$ c) $x^2 - y^2$ d) $9x^2 + 6xy + y^2$
 e) $x^4 + 2x^2y^3 + y^6$ f) $x^2 - 2x + 1$ g) $1 - x^2$ h) $16x^2 - 24x + 9$
 i) $x^6 - 9y^2$ j) $9z^2 - 12z + 4$ k) $x^2 - 2x + 1$ l) $x^2y^2 + 4xy^2 + 4y^2$
 m) $x^4 - 2x^2 + 1$ n) $4x^2 + 8x + 4$ o) $4a^2 + 12a + 9$ p) $x^2y^2z^2 - 25$
 q) $9x^6 - 30x^3 + 25$ r) $a^2 + 6ab + 9b^2$ s) $x^4 - 2x^2 + 1$ t) $16a^4b^2 - 25$
 u) $4x^2y^6 - 4xy^3 + 1$ v) $x^8 + 2x^4y + y^2$ w) $1 - a^2x^8$ x) $x^4 - a^4$

Corrigé 57

sj5q7

- a) $15x^2 + 3x + 1$ b) $25x^2 + 25x - 6$
 c) $36x^3 - 9x^2 - 64x + 15$ d) $9x^3 - x^2 - 15x$
 e) $15x^2 - 23x + 5$ f) $-12x^6 + 19x^5 - 4x^4 + x^2$

Corrigé 58

gw913

On utilise le terme constant (de degré 0) qui est différent pour toutes les expressions. Ainsi, il suffit de multiplier les termes de degré 0 de chaque expression pour retrouver les trois polynômes.

Corrigé 59

n9d51

On développe.

$$(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1) = n^4 - n^3 + n^2 + n^3 - n^2 + n + n^2 - n + 1 = n^4 + n^2 + 1$$

(*) Demander à l'enseignant si intéressé !

Corrigé 60

nrg23

- a) $2x^3 + x^2 - 98x + 49$ b) $12x^2 + 4x - 108x + 36$
 c) $x + t - 7s$ d) $10rs^2t^5 - 20r^2s^3t^2 + 15rs^5t^2$
 e) $-20x^3 + 6x^2 - 4x$ f) $\frac{19x-19}{6}$

Corrigé 61

1kye7

- a) $16x^8 - 4$ b) $\frac{1}{16}x^2 + x\sqrt{2} + 8$
 c) $-32x^2 + 60x + 27$ d) $x^8 - 256$
 e) $x^8 - 9x^4 + 8$ f) $16a^8 + 8a^4 - 3$
 g) $14x^2 + 9x + 1$

5.3.5 Identités remarquables**Corrigé 62**

xabyp

- a) $x^2 - 3x + 2$ b) $x^2 + 4x + 3$ c) $x^2 - 16$ d) $y^2 - 2y - 48$
 e) $a^2 - 11a - 12$ f) $y^2 + 5y - 36$ g) $a^2 + 10a + 21$ h) $x^2 - 13x + 30$

Corrigé 63

tm6je

a) $r^4 + 14r^2 + 49$

b) $s^4 - 6s^2 + 9$

c) $9y^2z^2 + 54yz + 81$

d) $s^2y^2 + 4sy - 5$

e) $t^2z^2 - 81$

f) $-9r^2x^2 + 16$

g) $25r^4 - 80r^3s + 64r^2s^2$

h) $81x^2 - 45x + 6$

i) $r^4 - 64$

j) $100r^2 + 20r + 1$

Corrigé 64

3ytn7

a) $100r^2x^2 + 130rx + 40$

b) $s^2t^2 - \frac{9}{4}s^2$

c) $25s^4y^2 - \frac{25}{4}s^4y + \frac{25}{64}s^4$

d) $\frac{4}{9}s^2x^2 + \frac{1}{6}sx^2 + \frac{1}{64}x^2$

e) $-\frac{9}{25}r^4z^2 + \frac{4}{25}z^4$

f) $16r^2t^4 - 28r^2t^2 + \frac{49}{4}r^2$

g) $36r^2y^2 + 30ry + 6$

h) $\frac{16}{9}z^4 + \frac{40}{27}rz^3 + \frac{25}{81}r^2z^2$

i) $\frac{16}{49}t^2x^2 - \frac{4}{7}tx - 56$

j) $\frac{64}{49}t^6 + \frac{160}{7}st^3 + 100s^2$

Corrigé 65

guy1v

a) $\frac{9}{16}t^2 + \frac{3}{4}t - 42$

b) $t^4 - 14t^2 + 40$

c) $z^4 - \frac{2}{3}z^2 + \frac{1}{9}$

d) $r^2z^2 - \frac{1}{25}$

e) $\frac{1}{9}r^4 + \frac{1}{2}r^2x^2 + \frac{9}{16}x^4$

f) $-\frac{49}{100}r^4 + \frac{25}{9}$

g) $t^2x^2 + \frac{12}{5}tx + \frac{36}{25}$

h) $\frac{4}{9}t^2y^2 - \frac{20}{9}ty^2 + \frac{25}{9}y^2$

i) $r^2y^2 - \frac{25}{36}$

j) $\frac{64}{25}y^2 + \frac{152}{5}y + 90$

Corrigé 66

3at1e

a) -31

b) 23

c) $98 + 12\sqrt{66}$

d) $279 - 20\sqrt{11}$

e) $90 - 36\sqrt{6}$

Corrigé 67

akeku

Par exemple, $23^2 = (20 + 3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2 = 400 + 120 + 9 = 529$.**Corrigé 68**

sqsur

a) $a + b$

b) $a^2 + 2ab + b^2$

c) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

d) $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

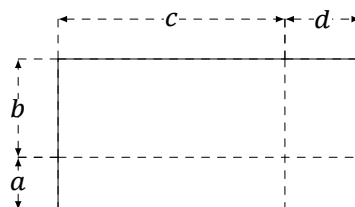
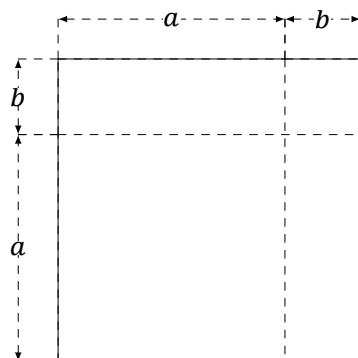
e) $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Corrigé 69

6edd2

a) $ab + ac$ ou $a(b + c)$, d'où la distributivité simple.

b)



Écrire l'aire de deux manières à chaque fois pour prouver les identités.

Corrigé 70

- 37srd
- | | |
|---|---|
| a) $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$ | b) $125a^3 - 75a^2b + 15ab^2 - b^3$ |
| c) $x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$ | d) $a^8 + 4a^6b^2 + 6a^4b^4 + 4a^2b^6 + b^8$ |
| e) $8a^9 - 12a^6b^4 + 6a^3b^8 - b^{12}$ | f) $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5x^2y^4 + y^5$ |
| g) $a^6 - 12a^5b + 60a^4b^2 - 160a^3b^3 + 240a^2b^4 - 192ab^5 + 64b^6$ | |
| h) $\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{6}x^3y + \frac{1}{6}x^2y^2 + \frac{2}{27}xy^3 + \frac{1}{81}y^4$ | i) $x^{3m} + 3x^{2m}y^n + 3x^my^{2n} + y^{3n}$ |

5.3.6 Factorisation**Corrigé 71**

g6h1q

On factorise l'expression pour obtenir (par la mise en évidence)

$$4a^2 + 6a = 2a \cdot (2a + 3)$$

Ainsi, la longueur vaut $2a + 3$.**Corrigé 72**

pq3wr

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-------------------|-----------------------|
| a) $4x^2 + 12x + 9$ | b) $2(2x + 3y^2)$ | c) $(3b + 2)^2$ | d) $(x - 1)(x + 7)$ |
| e) $(3y - 1)^2$ | f) $8h^3 + 12h^2$ | g) $x^2 - 2x + 1$ | h) $(4a - 5)(4a + 5)$ |
| i) $16a^2 - 25$ | j) $(x - 1)^2$ | k) $4h^2(2h + 3)$ | l) $9y^2 - 6y + 1$ |
| m) $x^2 + 6x - 7$ | n) $9b^2 + 12b + 4$ | o) $4x + 6y^2$ | p) $(2x + 3)^2$ |

Corrigé 73

q5m9j

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) $2x(y + 1)^2$ | b) $5(3a - 1)^2$ | c) $5x^2(x - 2)(x + 2)$ |
| d) $3y(x + 2)(x + 8)$ | e) $7a^2x(a - x)^2$ | f) $a(3a^2 + 4b^2)^2$ |
| g) $4xy(x - 2y)^2$ | h) $2ax(ax - 1)^2$ | i) $3x(x - 2)(x + 4)$ |
| j) $ab^2(3c^2 - 2b)(3c^2 + 2b)$ | k) $x^2(a - 2bx)(a + 2bx)$ | l) $(a - 2)(a + 2)(x + 2y)$ |

Corrigé 74

6cmvd

- | | |
|--------------|--|
| a) Calculer. | b) $x^2 - (x - 3)(x + 3)$ |
| c) 9 | d) Factoriser permet de calculer rapidement. |

Corrigé 75

s6f6t

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $2(4t^2 - 3)(10t + 3)$ | b) $-t(3t + 7)$ |
| c) $(-10y + 7)(3y + 2)$ | d) $-11r(-3r + 10)$ |
| e) $7t^2(5t + 7)$ | f) $-14z^2(4z + 7)$ |
| g) $(-8s^2 + 3)(-s + 6)$ | h) $2(-9t + 5)(-4t + 5)$ |
| i) $(-9r^2 + 5)(-7r + 8)$ | j) $r(3r - 2)(r + 3)$ |
| k) $2(2s + 3)(7s + 10)$ | l) $4(-7x^2 + 8)(x + 2)$ |
| m) $20x(4x - 3)$ | n) $10s(-s + 2)(4s - 1)$ |
| o) $28y^2(-3y + 4)$ | |

Corrigé 76

4kec2

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|-------------------|
| a) $(5s^2 - 2)^2$ | b) $(3stx + 8)^2$ | c) $(st - 6r)^2$ |
| d) $(2 + 9y)^2$ | e) $(stz - 1)(stz + 1)$ | f) $(5xy - 9r)^2$ |
| g) $-3yz(zt + 10y)^2$ | | |

Corrigé 77

z34z9

- | | | |
|------------------------|-----------------------|--------------------------|
| a) $9x(x + y)$ | b) $(3a - 8)(3a - b)$ | c) $5a(ab - 3b)(a - 2b)$ |
| d) $x(9x + 13)(x + 2)$ | e) $(4 - 2x)(x - y)$ | f) $-2x^2(2x - 1)$ |

64mtt

h) $(x - y)(1 - (a + b)^2) = (x - y)(1 - a - b)(1 + a + b)$

kywsv

l) $(x - 2)(x + 2)(x - 7)$

nc4wd

j) $x(3x^2 + 2)(x + 2)$

ctbb

d) $x^3 + 6x + 9$

x9jw

l) $x^2y^2(4ay - a^2 + 5bx)$

uae9m

t) $(3x + 1)(8x - 3)$

Corrigé 84

64qwf

- a) $(2x + 7)(4x - 3)$ b) $(2x - 3)(12x + 1)$
 c) $(2x - 15)(2x + 5)$ d) $4(x + 4)(3x + 1)$
 e) $2(x - 7)(4x - 7)$ f) $(2x - 1)(9x - 4)$
 g) $4(x - 2)(2x - 7)$ h) $(x - 2)(1 - 4x)$
 i) $5(x + 1)(3x + 1)$ j) $(x - 3)(1 - 3x)$
 k) $4(x - 4)(x + 1)$ l) $(x - 4)(4x - 9)$
 m) $(x - 2)(5x + 1)$ n) $(2x - 3)(5x + 1)$
 o) $(x - 1)(3x - 2)$ p) $4(x - 1)(2x - 3)$
 q) $-2(x - 2)(3x + 2)$ r) $(2x - 7)(5x - 2)$
 s) $-(x - 1)(4x + 5)$ t) $(x + 3)(5x - 2)$
 u) $-(x - 3)(x - 2)$ v) $(x + 8)(7x - 10)$
 w) $x^2 + 4$ x) $(x - 2)(x + 3)$

Corrigé 85

rwcyq

- a) $(a - b)(m + n)$ b) $(2a - b)(x - y)$
 c) $(a + 1)(x - y)$ d) $(2a - b)(3y - x)$
 e) $(a + b)^2(a + b - 1)$ f) $3(x - 3)(x - 2)$
 g) $(a - b)(a - b - 1)(a - b + 1)$ h) $(x - y)(1 - a - b)(1 + a + b)$
 i) $-4a(a - 1)$ j) $4b(a + b)$
 k) $3a(a + b)$ l) $\frac{(x - 1)(2 - 3x)}{6}$
 m) $3a(a - 2)^2(a + 2)$ n) $5a(a + 4)^2$
 o) $3(x - 3)(x - 1)(x + 1)$ p) $(a - b)(5x - 8)$
 q) $a(x^2 - 5)(x^2 + 5)$ r) $(a - 1)(a + 1)(b + 1)$
 s) $\left(\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{5}x^2\right)^2$ t) $8x(x - y)(x + y)$
 u) $2ay^3(2a^3 - 7y^2)(2a^3 + 7y^2)$ v) $(16 - x^8)(16 + x^8)$
 w) $(x - y + 1)(x - y + 5)$ x) $(2x - y - 1)^2$

Corrigé 86

82fkx

$$\begin{aligned}
 (a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
 a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 \\
 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\
 &= (a + b)((a + b)^2 - 3ab) \\
 &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab) \\
 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\
 a^3 - b^3 &= (a - b)^3 + 3a^2b - 3ab^2 \\
 &= (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\
 &= (a - b)((a - b)^2 + 3ab) \\
 &= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2 + 3ab) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)
 \end{aligned}$$

5.4 Équations**Corrigé 87**

5pcp

- a) oui b) oui c) non d) oui

5.4.1 Équations du premier degré**Résolution d'équations**

Corrigé 88

qa6b

Appliquer à chaque fois l'opération indiquée à l'équation a).

b) [PE2] 5

c) [PE1] 2

d) [PE2] $\frac{5}{2}$

Corrigé 89

bvvy

a) $3x = x + 2, S = \{1\}$

b) $x + 3 = 2x - 2, S = \{5\}$

c) $2x = \frac{2}{3}x + 10, S = \left\{\frac{15}{2}\right\}$

d) $\frac{x}{4} - \frac{x}{10} = x - 2, S = \left\{\frac{40}{17}\right\}$

e) $3x - 5 = \frac{x + 3}{2}, S = \left\{\frac{13}{5}\right\}$

Corrigé 90

rhvj

a) $S = \{-9\}$

b) $S = \emptyset$

c) $S = \left\{-\frac{55}{17}\right\}$

d) $S = \left\{-\frac{19}{28}\right\}$

Corrigé 91

ehjb

a) $S = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$

b) $S = \{2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6}\}$

c) $S = \left\{\frac{2 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - \sqrt{6}}{7}\right\}$

d) $S = \left\{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right\}$

Résolution de problèmes**Corrigé 92**

q8vx

370, 250, 1480

Corrigé 93

prpq

Fortune totale 12000 livres et chaque fille reçoit 3000 livres.

Corrigé 94

ae7n

64 et 65

Corrigé 95

fata

Albrecht 1,5 million ; Brecht 0,8 million ; Carl 1,35 million.

Corrigé 96

abv3

20000

Corrigé 97

pvqa

 $\frac{21}{338} \text{ m}^2$