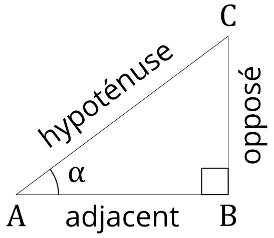
 CC BY-SA

Trigonométrie du triangle rectangle PARTIE 1

Relations angles et longueurs

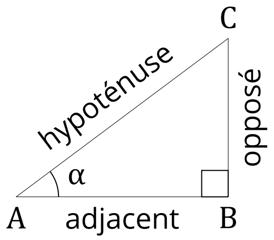
Définition



Dans un triangle rectangle :

- Le côté $[AC]$ est l'**hypoténuse**, c'est le côté opposé à l'angle droit.
- Le côté $[BC]$ est le côté **opposé** à l'angle α.
- Le côté $[AB]$ est les côté **adjacent** à l'angle α, c'est le côté qui forme l'angle α avec l'hypoténuse.

Définition



Par le théorème de Thalès, on a déduit dans l'activité précédente que les rapports $\dfrac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$, $\dfrac{\text{côté adjacent à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$ et $\dfrac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{côté opposé à } \alpha}$ sont constants et ne dépendent que de l'angle α. On nomme donc ces rapports respectivement $\sin(\alpha), \cos(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{côté opposé à } \alpha}$$

Remarque

(Moyens mnémotechniques)

- **sin-opp-hyp / cos-adj-hyp / tan-opp-adj** devient **sinopip / cosadjip / tanopadj**.
- **sin-opp-hyp / cos-adj-hyp / tan-opp-adj** devient **SOH-CAH-TOA**.

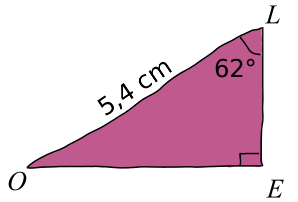
Théorème 1 Si $0° < \alpha < 90°$, alors on a : $0 < \sin(\alpha) < 1$ et $0 < \cos(\alpha) < 1$. Remarque : si $0° < \alpha < 90°$, alors on a : $0 < \tan(\alpha) < \infty$.

Trigonométrie du triangle rectangle PARTIE 2

Utiliser les fonctions trigonométriques

Calculer une longueur

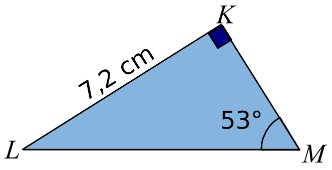
Exemple 1



On considère un triangle $\triangle \mathrm{LEO}$ rectangle en E tel que $\overline{\mathrm{LO}} = 5{,}4$ cm et $\widehat{\mathrm{ELO}} = 62°$.
Calculer la longueur du côté $[\mathrm{EL}]$ arrondie au millimètre.

Dans le triangle $\triangle \mathrm{LEO}$ rectangle en E, [LO] est l'hypoténuse, [EL] est le côté adjacent à $\widehat{\mathrm{ELO}}$. On doit utiliser le cosinus de $\widehat{\mathrm{ELO}}$.	On cite les données qui orientent le choix de la fonction trigonométrique.
$\cos(\widehat{\mathrm{ELO}}) = \dfrac{\overline{\mathrm{EL}}}{\overline{\mathrm{LO}}}$	On écrit le cosinus de l'angle connu. La longueur cherchée est dans le rapport.
$\overline{\mathrm{EL}} = \overline{\mathrm{LO}} \cdot \cos(\widehat{\mathrm{ELO}})$	Produit en croix.
$\overline{\mathrm{EL}} = 5{,}4 \cdot \cos(62°)$	On saisit sur la calculatrice : $5{,}4 \cdot \cos(62)$.
$\overline{\mathrm{EL}} \approx 2{,}5$ cm	Le résultat est cohérent ($\overline{\mathrm{EL}}$ est inférieure à $\overline{\mathrm{LO}}$).

Exemple 2

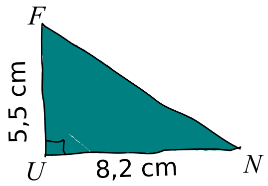


On considère un triangle $\triangle \mathrm{KLM}$ rectangle en K tel que $\overline{\mathrm{KL}} = 7{,}2$ cm et $\widehat{\mathrm{LMK}} = 53°$.
Calculer la longueur du côté $[\mathrm{LM}]$ arrondie au millimètre.

Dans le triangle $\triangle \mathrm{KLM}$ rectangle en K, $[\mathrm{KL}]$ est le côté opposé à $\widehat{\mathrm{LMK}}$, $[\mathrm{LM}]$ est l'hypoténuse. On doit utiliser le sinus de l'angle $\widehat{\mathrm{LMK}}$.	On cite les données de l'énoncé pour guider le choix de la fonction.
$\sin(\widehat{\mathrm{LMK}}) = \dfrac{\overline{\mathrm{KL}}}{\overline{\mathrm{LM}}}$	On écrit le sinus de l'angle connu. (La longueur cherchée doit apparaître dans le rapport.
$\overline{\mathrm{LM}} = \dfrac{\overline{\mathrm{KL}}}{\sin(\widehat{\mathrm{LMK}})}$	Produit en croix.
$\overline{\mathrm{LM}} = \dfrac{7{,}2}{\sin(53°)}$	On saisit sur la calculatrice : $7{,}2 \div \sin(53)$.
$\overline{\mathrm{LM}} \approx 9$ cm	Le résultat est cohérent ($\overline{\mathrm{LM}}$ supérieure à $\overline{\mathrm{KL}}$).

Calculer la mesure d'un angle

Exemple 3



Exemple : soit $\Delta\mathrm{FUN}$ un triangle rectangle en U tel que $\overline{\mathrm{UN}} = 8{,}2$ cm et $\overline{\mathrm{UF}} = 5{,}5$ cm.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{UNF}}$ arrondie au degré.

Dans le triangle $\Delta\mathrm{FUN}$ rectangle en U, $\overline{\mathrm{FU}}$ est le **côté opposé** à l'angle $\widehat{\mathrm{UNF}}$; $\overline{\mathrm{UN}}$ est le **côté adjacent** à l'angle $\widehat{\mathrm{UNF}}$. On doit utiliser la tangente de l'angle $\widehat{\mathrm{UNF}}$.

On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.

$$\tan(\widehat{\mathrm{UNF}}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{\mathrm{UNF}}}{\text{côté adjacent à } \widehat{\mathrm{UNF}}}$$

On écrit la tangente de l'angle recherché.

$$\tan(\widehat{\mathrm{UNF}}) = \frac{\overline{\mathrm{UF}}}{\overline{\mathrm{UN}}}$$

$$\tan(\widehat{\mathrm{UNF}}) = \frac{5{,}5}{8{,}2}$$

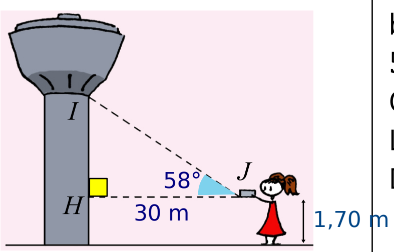
$$\Rightarrow \widehat{\mathrm{UNF}} = \tan^{-1}\left(\frac{5{,}5}{8{,}2}\right)$$

Saisir sur la calculatrice

$$\widehat{\mathrm{UNF}} \approx 34°$$

Résoudre un problème

Exemple 4



Juliette se trouve à une distance de 30 m d'un château d'eau et désire en connaître la hauteur. Elle mesure l'angle entre l'horizontale et le haut de la base d'un château d'eau grâce à un appareil placé à 1,70 m du sol et trouve 58°. Calculer la hauteur de la base du château d'eau arrondie au mètre.
On commence par faire un schéma (ci-contre).
La droite HI est perpendiculaire à l'horizontale.
Dans le triangle $\Delta\mathrm{HIJ}$ rectangle en H, on a :

$$\tan(\widehat{\mathrm{IHJ}}) = \frac{\mathrm{HI}}{\mathrm{HJ}} \quad \Leftrightarrow \quad \tan(58°) = \frac{\mathrm{HI}}{30}$$

d'où : $\mathrm{HI} = 30 \cdot \tan(58°) \approx 48{,}01$ m.
De plus : $48{,}01 + 1{,}70 = 49{,}70$ m
Donc, la hauteur du château d'eau est d'environ **50 mètres**.

Trigonométrie du triangle rectangle PARTIE 3

Valeurs exactes

Voici quelques valeurs à connaître.

angle	sinus	cosinus	tangente
$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$45°$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Trigonométrie du triangle rectangle PARTIE 4

Théorèmes

Théorème 2
angles complémentaires

Si α et β sont deux angles complémentaires, alors on a :

1. $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$
2. $\cos(\alpha) = \sin(\beta)$
3. $\tan(\alpha) = \dfrac{1}{\tan(\beta)}$

Théorème 3
relation tan , sin , cos

Si $0° < \alpha < 90°$, alors on a : $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(a)}{\cos(\alpha)}$.

Théorème 4
relation fondamentale

Si $0° < \alpha < 90°$, alors on a : $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$.

Exemple 5

Exemple : calculer la valeur exacte de $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ sachant que α est un angle aigu tel que $\cos(\alpha) = 0{,}8$.

- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ donc

$$\sin^2(\alpha) = 1 - \cos^2(\alpha) = 1 - 0{,}8^2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36.$$

  Le sinus d'un angle aigu est un nombre positif donc

$$\sin(\alpha) = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6.$$

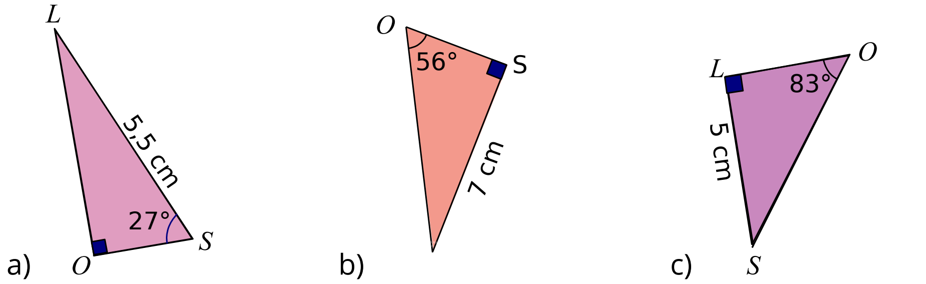
- $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75.$

Trigonométrie du triangle rectangle PARTIE 5

Exercices

Exercice 1

Dans chaque cas, calculer la valeur arrondie au millième des longueurs manquantes.



 CC BY-SA

Exercice 2

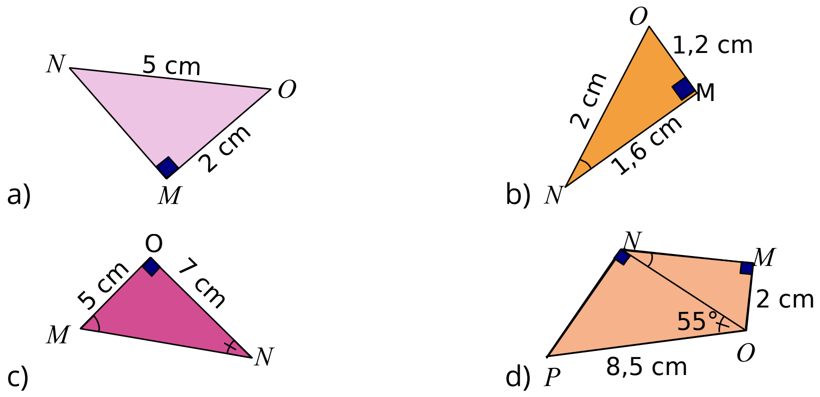
Construire un triangle $\triangle ABC$ tel que $\overline{AB} = 4{,}5$ cm, $\widehat{BAC} = 27°$ et $\widehat{CBA} = 63°$.

a) Ce triangle est-il rectangle ? Pourquoi ?

b) Calculer la les longueurs $\overline{AC}$ et $\overline{BC}$ arrondies au millième.

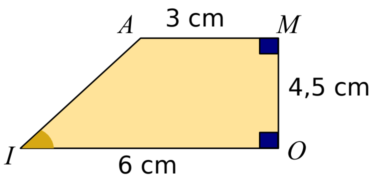
Exercice 3

Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle $\widehat{MNO}$; donner la valeur arrondie au degré.



Exercice 4

À l'aide des informations de la figure, calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{AIO}$.



Exercice 5

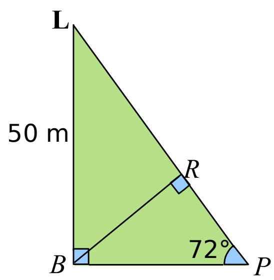
Quand le sommet de la tour Eiffel est vu d'une distance de 60 m à partir de la base, l'angle d'élévation est de 79,2°. Estimer la hauteur de la tour Eiffer au mètre près.

Exercice 6

Soit le $\triangle HIJ$ rectangle en H. On a $\overline{IJ} = 4{,}75$ cm et $\widehat{IJH} = 65{,}8°$. Calculer $\overline{IH}$, $\overline{JH}$ et $\widehat{JIH}$.

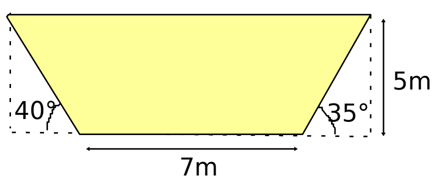
Exercice 7

Rafaël et Léo nagent pour atteindre une bouée P. Ils sont respectivement en position R et L. On a $\overline{BL} = 50$ m et $\widehat{BPL} = 72°$.
Calculer la distance entre les deux nageurs arrondie au mètre.



Exercice 8

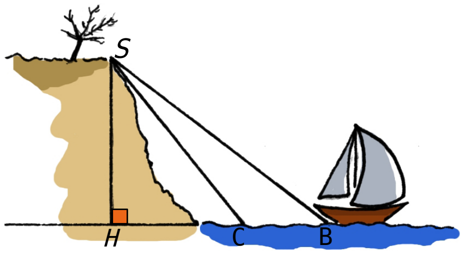
Caluler l'aide de ce trapèze.



 Source principale : Sesamath 3e – adaption libre.

Exercice 9

Charlotte navigue le long d'une falaise. Pour des questions de sécurité, elle ne doit pas aller au delà du point C. Elle a jeté l'ancre au point B. On a $\overline{SH} = 100$ m, $\widehat{HCS} = 75°$ et $\widehat{HBS} = 65°$.



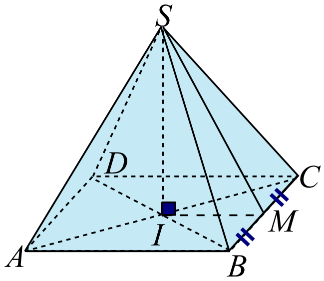
À quelle distance du point C le bateau de Charlotte se trouve-t-il ? Doner la valeur approchée au mètre près.

Exercice 10

Soit $\triangle EFG$ un triangle isocèle en F. On a $\overline{EG} = 42$ cm et $\widehat{EFG} = 62°$. Calculer l'aire de $\triangle EFG$.

Exercice 11

SABCD est une pyramide régulière dont la base est le carré ABCD de côté 230 m et de centre I. La hauteur [SI] de la pyramide a pour longueur $\overline{SI} = 147$ m. M est le milieu de [BC].



a) Calculer le volume de la pyramide.

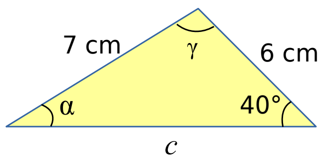
b) Calculer les mesures des angles $\widehat{IAS}$ et $\widehat{SMI}$ arrondies au degré près.

Exercice 12

Au centre d'un bassin carré de 12 mètres de côté se trouve un jet d'eau dont l'extrémité apparaît, depuis l'un des sommets du carré, sous un angle d'élévation de 52°. Quelle est sa hauteur ?

Exercice 13

Donner des approximations au millième des angles et longueurs manquants du triangle suivant.



Exercice 14

Calculer en valeur exacte les côtés manquants des triangles $\triangle EFG$ rectangles en G dans les cas suivants.

a) $\widehat{FEG} = 30°$; $\overline{EG} = 3$ cm

b) $\widehat{FEG} = 45°$; $\overline{FG} = 5$ cm

c) $\widehat{FEG} = 60°$; $\overline{EG} = 9$ cm

Exercice 15

Soit $\triangle \mathrm{MOT}$ un triangle rectangle en M.

a) Que peut-on dire des angles $\widehat{\mathrm{MTO}}$ et $\widehat{\mathrm{TOM}}$?

b) Exprimer le sinus, le cosinus et la tangent des angles $\widehat{\mathrm{MTO}}$ et $\widehat{\mathrm{TOM}}$ en fontion des côtés $\overline{\mathrm{MO}}, \overline{\mathrm{OT}}$ et $\overline{\mathrm{MT}}$.

c) Utiliser la question précédente pour écrire trois égalités.

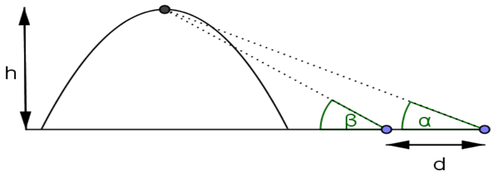
d) Déduire de ces égalités deux propriétés sur les angles complémentaires d'un triangle rectangle.

Exercice 16

Calculer la valeur exacte de $\sin(\beta)$ et de $\tan(\beta)$ sachant que β est un anlge aigu tel que $\cos(\beta) = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Exercice 17

Pour déterminer la hauteur du Mont Ticule, Sophie a mesuré les angles α, β et la distance d. Calculer h en sachant que $\alpha = 30°, \beta = 45°$ et $d = 200$ m.



Exercice 18

P et Q sont deux points d'un cercle de centre O et de diamètre $[\mathrm{AB}]$ tels que $\widehat{\mathrm{AQP}} = 35°$. On donne $\overline{\mathrm{AB}} = 5$ cm.

a) Faire un croquis de la situation.

b) Déterminer l'angle $\widehat{\mathrm{ABP}}$ et justifier.

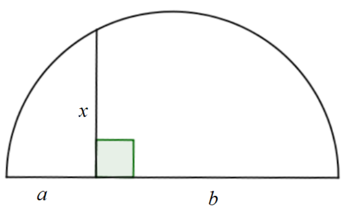
c) Quelle est la nature du triangle $\triangle \mathrm{ABP}$?

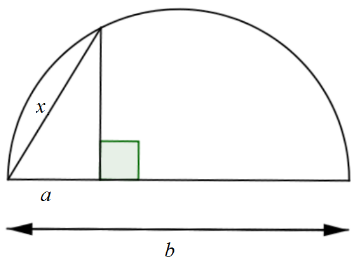
d) Calculer la longueur $\overline{\mathrm{AP}}$.

e) Déterminer l'angle $\widehat{\mathrm{POB}}$ et justifier.

Exercice 19

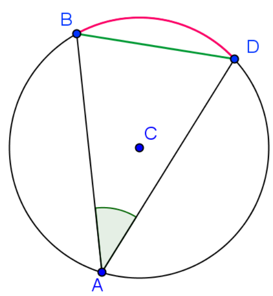
Pour chacune des figures ci-dessous, déterminer x. Dans les deux cas, il s'agit d'un demi-cercle.

a) 

b) 

Exercice 20

Soit un cercle de centre C et de rayon 10. Une corde $[\mathrm{BD}]$ est regardée sous un angle de $20°$ depuis un point A du cercle. Calculer la longueur de la corde $[\mathrm{BD}]$ et de l'arc BD.



Exercice 21

Quelle est la longueur de l'ombre projetée par un arbre de 12 m de haut lorsque le soleil est élevé de 52° au-dessus de l'horizon ?

Exercice 22

Soit $\triangle \mathrm{RST}$ un triangle rectangle en R. On a $\overline{\mathrm{ST}} = 23{,}43$ cm et $\overline{\mathrm{RT}} = 12{,}30$ cm. Calculer $\widehat{\mathrm{RST}}$ et $\overline{\mathrm{RS}}$.

Exercice 23

Elsa joue au cerf-volant sur la plage. La ficelle est déroulée au maximum et est tendue. L'angle de la ficelle avec l'horizontale est de 48°. Elle tient son dévidoir à 60 cm du sol. Le cerf-volant vole à 12 m du sol.

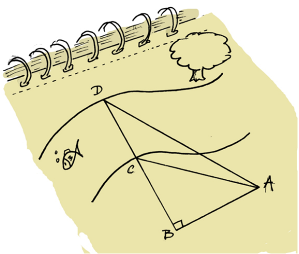
a) Faire un schéma de la situation.

b) Calculer la longueur de la ficelle déroulée. Donner la valeur arrondie au décimètre.

Exercice 24

Un géomètre doit déterminer la largeur d'une rivière. Voici le croquis qu'il a réalisé:

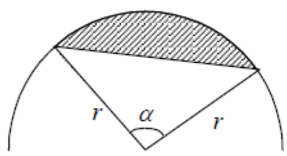
$\overline{\mathrm{AB}} = 100$ m;
$\widehat{\mathrm{BAD}} = 60°$;
$\widehat{\mathrm{BAC}} = 22°$;
$\widehat{\mathrm{ABD}} = 90°$;
Calculer la largeur de la rivière à un mètre près.



Exercice 25

a) Exprimer l'aire A de la surface hachurée en fonction de r et α.

b) Calculer A lorsque $r = 10$ cm et $\alpha = 60°$.



Exercice 26

a) Calculer $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ sachant que $\cos(\alpha) = \dfrac{4}{7}$.

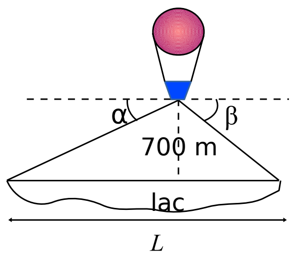
b) Calculer $\cos(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ sachant que $\sin(\alpha) = \dfrac{3}{8}$.

c) Calculer $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$ sachant que $\tan(\alpha) = 6$.

d) Calculer $\cos(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ sachant que $\sin(\alpha) = \dfrac{4}{3}$.

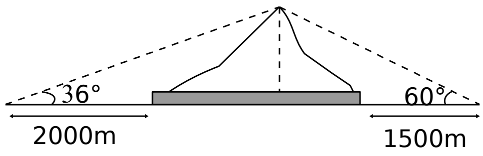
Exercice 27

Un ballon vole à une altitude de 700 m en survolant un lac. Si les angles de dénivellation des rives du lac sont $\alpha = 48°$ et $\beta = 39°$, trouver la largeur L du lac.



Exercice 28

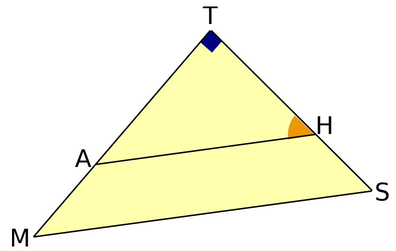
On doit percer un tunner pour une nouvelle autoroute à travers une montagne de 3225 m de haut. À une distande de 2000 m de la base de la montagne l'angle d'élévation est de 36°. Sur l'autre face, l'angle d'élévation à une distance de 1500 m est de 60°.



Calculer la longueur du tunnel.

Exercice 29

On considère le triangle $\widehat{MST}$ tel que $\overline{MS} = 23$ cm et $\overline{TM} = 15$ cm. Les droites AH et MS sont parallèles.



a) Écrire les rapports de longueurs qui sont égaux en justifiant.

b) Écrire la relation donnant le sinus de l'angle $\widehat{AHT}$.

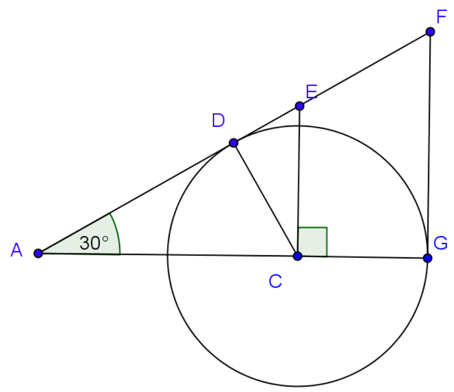
c) Déduire des questions précédentes la mesure arrondie au degré près de l'angle $\widehat{AHT}$.

Exercice 30

Calculer la valeur exactes de $\cos(\alpha)$ et de $\tan(\alpha)$ sachant que α est un angle aigu tel que $\sin(\alpha) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

Exercice 31

Soit un cercle de centre C et de rayon 6 cm. De A, un point extérieur au cercle, part une demi-droite d_{AF} issue de A et tangente au cercle au point D. On a un triangle $\triangle CAD$, un triangle $\triangle CAE$ avec CE perpendiculare à CA, et un triangle $\triangle AGF$ avec G un point commun à CA et à la tangente GF.



Calculer les longueurs des trois côtés de ces trois triangles.

Exercice 32

Du sommet d'un phare, haut de $175\ \text{m}$, le gardien observe les positions successives d'un bateau qui avance en direction du phare. L'angle de dépression de la première position vaut 12°, celui de la deuxième position vaut 20°. Calculer la distance dont a avancé le bateau.
NB. L'angle de dépression est l'angle entre l'horizontale et la direction de visée du bateau.

Exercice 33

Sur une feuille de format A4, (29,7 cm par 21 cm), on effectue la construction suivante :

- on trace une diagonale;
- on trace le segment reliant un des deux autres sommets au milieu du (grand) côté opposé à ce sommet.

L'angle entre ces deux segments semble être un angle droit. L'est-il vraiment ?

Trigonométrie du triangle rectangle PARTIE 6

Activités

Activité 1

Sur la feuille distribuée en annexe sont tracés neuf triangles. Les mesures de leurs côtés sont indiqués en centimètre (ce sont les longueurs mesurées).

a) Calculer pour chaque triangle les rapports suivants par rapport à l'angle indiqué :

$$\frac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

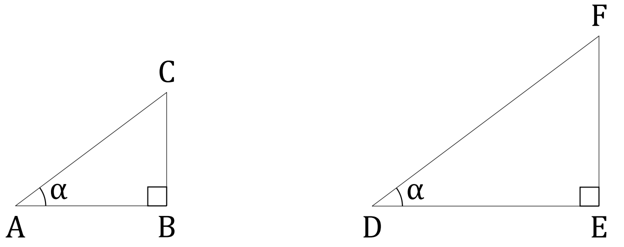
$$\frac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

$$\frac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

b) Que constatez-vous ? Comment peut-on expliquer ?

c) Soit un triangle $\triangle ABC$ rectangle en C. Calculer $\overline{BC}$ lorsque l'hypoténuse mesure 16 cm et $\alpha = 40°$.

Activité 2



Indice : utiliser les termes côté adjacent à α, côté opposé à α et hypoténuse.

a) Expliquer pourquoi des triangles rectangles ayant un autre angle isométrique sont semblables.

b) Utiliser le théorème de Thalès pour compléter les rapports suivants :

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

 CC BY-SA

c) Compléter à présent les énoncés suivants :

Grâce à l'égalité $\dfrac{}{} = \dfrac{}{}$, on peut écrire

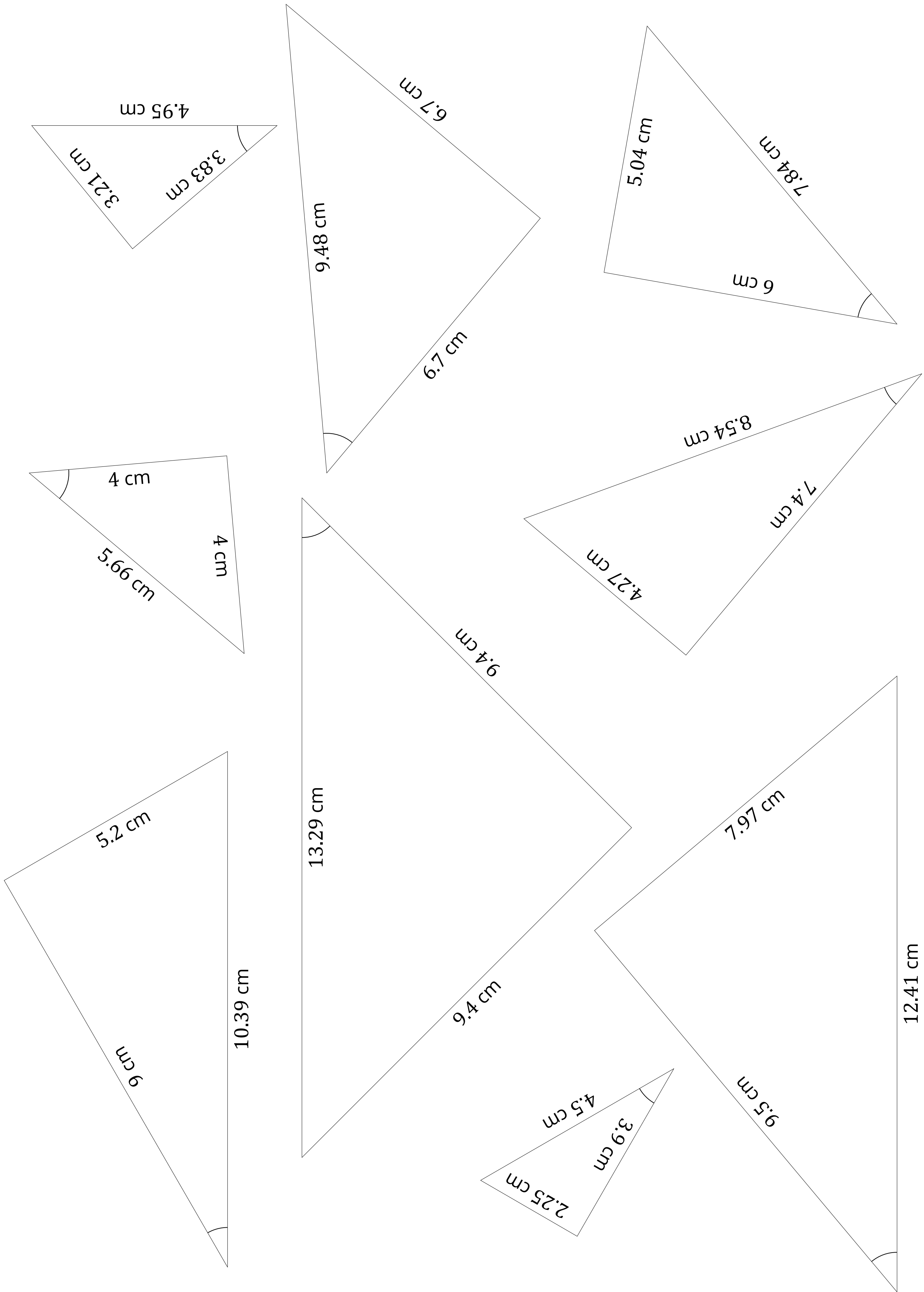
$$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}} = \frac{}{} = \underline{\hspace{8cm}}$$

Grâce à l'égalité $\dfrac{}{} = \dfrac{}{}$, on peut écrire

$$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{}{} = \underline{\hspace{8cm}}$$

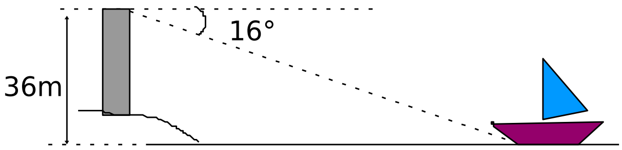
Grâce à l'égalité $\dfrac{}{} = \dfrac{}{}$, on peut écrire

$$\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}} = \frac{}{} = \underline{\hspace{8cm}}$$


4.95 cm
3.21 cm
3.83 cm
6.7 cm
9.48 cm
6.7 cm
5.04 cm
7.84 cm
6 cm
8.54 cm
7.4 cm
4.27 cm
4 cm
4 cm
5.66 cm
9.4 cm
13.29 cm
9.4 cm
5.2 cm
10.39 cm
9 cm
7.97 cm
12.41 cm
9.5 cm
4.5 cm
3.9 cm
2.25 cm

Activité 3

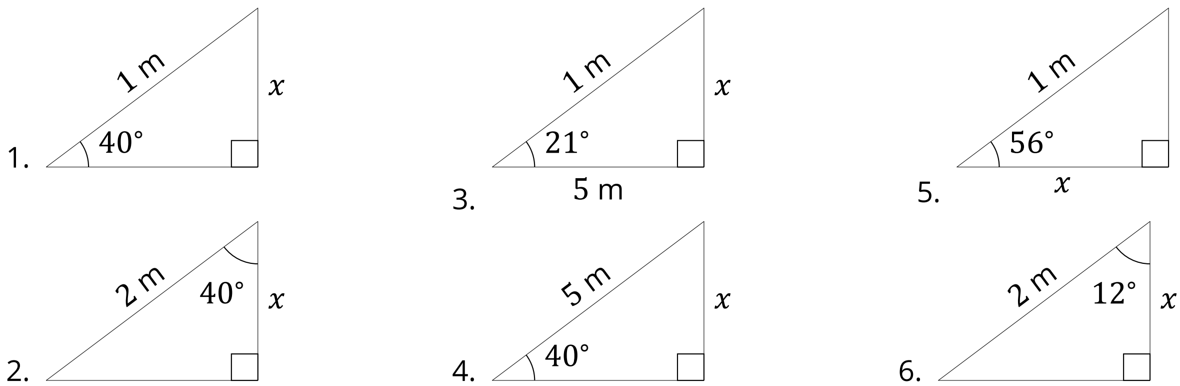
Du sommet d'une tour haute de 36 mètres au-dessus du niveau de la mer, un bateau est observé avec un angle de dépression de 16°. À quelle distance se trouve le bateau de la tour ?



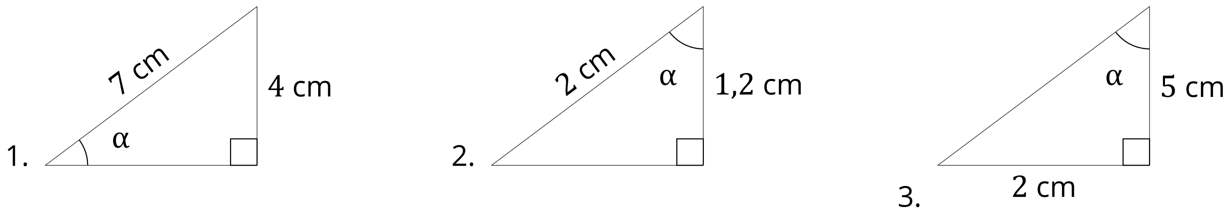
Expliquer pourquoi les outils de calcul géométrique dont nous disposons actuellement — angles, Pythagore, Thalès — ne suffisent pas à résoudre ce problème.

Activité 4

a) Calculer x à l'aide de la calculatrice et donner les résultats arrondis au millième :



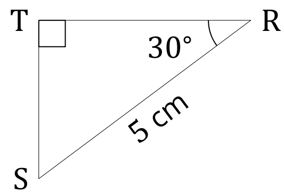
b) Calculer α à l'aide de la calculatrice et donner les résultats arrondis au millième :



c) Calul de la mesure d'un angle

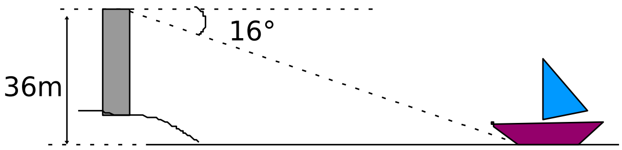
i) Quelle est l'hypoténuse du triangle $\triangle RST$ rectangle en T ?

ii) Écrire l'égalité reliant l'angle $\widehat{TRS}$ et les longueurs $\overline{SR}$ et $\overline{TS}$. Avec la calculatrice, calculer $\sin(30°)$. Comparer avec le résultat trouvé à l'aide de $\overline{SR}$ et $\overline{TS}$. Retrouver la mesure de l'angle $\widehat{TRS}$ en utilisant la touche « $\sin^{-1}$ ».



Activité 5

Du sommet d'une tour haute de 36 mètres au-dessus du niveau de la mer, un bateau est observé avec un angle de dépression de 16°. À quelle distance se trouve le bateau de la tour ?



Activité 6

a) La ficelle tendue d'un cerf-volant mesure 200 mètres. Elle fait un angle de 63° avec l'horizontale. A quelle hauteur se trouve le cerf-volant ?

b) Un constructeur désire ériger une rampe de 7,2 m de long qui atteigne une hauteur de 1,5 m par rapport au sol. Calculer l'angle que la rampe devrait faire avec l'horizontale.

c) Un vélideltiste vole à 1200 m au dessus du sol. Il voit un clocher dans une direction qui fait un angle de 40° au dessous de son horizontale. La hauteur du clocher est de 30 m. A quelle distance de la girouette située au sommet du clocher se trouve-t-il ?

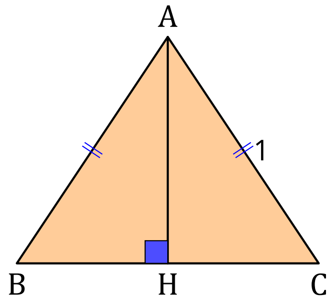
Activité 7
Pour certains angles, on peut déterminer les valeurs exactes du sinus, du cosinus et de a tangente.

a) Angles de 30° et de 60°.

1. Le triangle $\triangle ABC$ est un triangle équilatéral de côté 1 et le point H est le milieu du côté $[BC]$. En déduire la longueur de $[BH]$.

2. Calculer la valeur exacte de $\overline{AH}$.

3. Dans le triangle $\triangle ABH$ rectangle en H, déterminer les valeurs exactes de $\sin(30^\circ)$, $\cos(30^\circ)$, $\tan(30^\circ)$, $\sin(60^\circ)$, $\cos(60^\circ)$ et $\tan(60^\circ)$.



Remarque : comment peut-on être certain que $\widehat{AHC} = 90^\circ$? C'est seulement en 2*e* année que nous pourrons formellement le justifier.

b) Angle de 45°.

1. On considère un triangle $\triangle DEF$ rectangle en E, avec $\widehat{EFD} = 45\circ$ et $\overline{EF} = 1$.

   Représenter la situation par un schéma.

2. Que peut-on dire de plus de ce triangle ? Justifier.

3. Calculer la velaur exacte de $\overline{DF}$.

4. Déterminer les valeurs exactes de $\sin(45^\circ)$, $\cos(45^\circ)$ et $\tan(45^\circ)$.

c) Vérifier que la calculatrice donne bien les mêmes résultats.

Activité 8
Calculer en valeur exacte les côtés manquants des triangles $\triangle ABC$ rectangles en C dans les cas suivants :

a) $\alpha = 45^\circ$, $\overline{AB} = 7$ b) $\beta = 60^\circ$, $\overline{AC} = 8$ c) $\alpha = 45^\circ$, $\overline{AC} = 7$ d) $\alpha = 45^\circ$, $\overline{AB} = 8$

Activité 9
Démontrer les deux théorèmes suivants :

a) Si $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, alors on a : $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.

b) Si $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, alors on a : $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$.

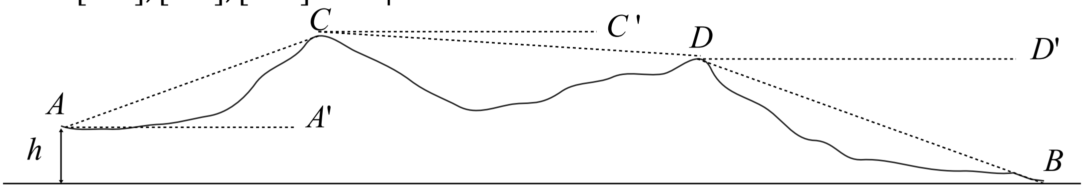
Activité 10

a) Simon se trouve sur une falaise, 135 mètres au-dessus du niveau de la mer. Il mesure l'angle compris entre son horizontale et l'horizon visible et trouve $0{,}375°$. Il prétend pouvoir alors calculer le rayon de la Terre. Comment s'y prendra-t-il ?

b) Calculer l'altitude h du point A, et la distance à vol d'oiseau entre les points A et B, où :

$$\mathrm{AC} = 180\text{ m},\quad \mathrm{BD} = 70\text{ m},\quad \overline{\mathrm{CD}} = 100\text{ m},\quad \widehat{\mathrm{CAA'}} = 34°,\quad \widehat{\mathrm{C'CD}} = 15°,\quad \widehat{\mathrm{D'DB}} = 35°$$

Les segments $[\mathrm{AA'}]$, $[\mathrm{CC'}]$, $[\mathrm{DD'}]$ sont parallèles au sol.



c) Quelle est la longueur du 36$^{\text{ème}}$ parallèle terrestre ?
(On utilisera : rayon de la Terre $\simeq 6371$ km)

d) Simon remarque depuis son balcon que la Lune est à son zénith. À cet instant, il reçoit un télégramme de sa cousine Bernadette qui habite à 9904 km de là et qui tient à lui décrire le merveilleux lever de Lune sur l'océan qu'elle est en train d'admirer. Simon se dit immédiatement qu'il va ainsi pouvoir calculer la distance entre la Terre et la Lune ! Comment va-t-il procéder ?
(On utilisera : rayon de la Terre $\simeq 6371$ km)

e) Simon, toujours en éveil, remarque alors qu'il voit lui aussi la Lune. Il mesure l'angle sous lequel il la voit et obtient $0{,}52°$. Il se dit qu'il va en profiter pour calculer aussi le rayon de la Lune. Comment va-t-il procéder, en admettant la distance Terre–Lune (bord à bord) calculée dans l'exercice précédent, soit $385'652{,}3$ km environ ?

Source principale : Sesamath 1re année, 2023–2024