Exercices – Premier semestre (suite)

Table des matières

0.1	Théorème du produit nul
0.2	Complétion du carré
0.3	Formule du discriminant
0.4	Résolutions générales d'équations
0.5	Résolution de problèmes
0.6	Équations bicarrées
0.7	Équations irrationnelles
8.0	Systèmes d'équations
0.9	Résolution de problèmes

0.1 Théorème du produit nul

Exercice 1

- a) Écrire une équation du troisième degré dont la solution est : $S = \{-3, 5, 6\}$.
- b) Écrire toutes les équations du troisième degré ayant comme solution : $S = \{0, 5\}$, et dont le coefficient du terme de degré 3 est 4.
- c) Écrire une équation du plus petit degré possible et ayant comme solution : $S = \left\{0; -2; \frac{1}{2}; 5\right\}$.
- d) Écrire une équation du deuxième degré dont la solution est : $S = \emptyset$.

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

a)
$$(x-2)(x-5) = 0$$

b)
$$(x + 4)(x + 6) = 0$$

c)
$$(x-3)(7x-21) = 0$$

$$d)\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2x}{5} - 2\right) = 0$$

e)
$$2x(2x-1)(3x+3) = 0$$

f)
$$3(2x-3)\left(5x-\frac{1}{2}\right)=0$$

0.2 Complétion du carré

Exercice 3

En utilisant la méthode de complétion du carré, résoudre dans R les équations suivantes:

a)
$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

b)
$$4x^2 + 12x + 5 = 0$$

c)
$$x^2 - 6x - 11 = 0$$

d)
$$x^2 + 4x + 6 = 0$$

e)
$$x^2 + x - 1 = 0$$

f)
$$25x^2 + 30x + 2 = 0$$

Formule du discriminant 0.3

Exercice 4

Résoudre dans R.

a)
$$3x^2 + 26x - 9 = 0$$
 b) $64 = -x^2$ c) $x^2 + 5x - 5 = 0$

b)
$$64 = -x^2$$

c)
$$x^2 + 5x - 5 = 0$$

d)
$$2x^2 = x - 1$$

e)
$$x^2 - 10x + 63 = 0$$

d)
$$2x^2 = x - 1$$
 e) $x^2 - 10x + 63 = 0$ f) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

g)
$$7x^2 + 25x - 12 = 0$$

n)
$$x^2 = 2x$$

g)
$$7x^2 + 25x - 12 = 0$$
 h) $x^2 = 2x$ i) $9x^2 + 42x + 49 = 0$

j)
$$6x^2 - 13x + 6 =$$

j)
$$6x^2 - 13x + 6 = 0$$
 k) $x^2 - 6x + 4 = 0$ l) $4x(1+x) = -1$

$$4x(1+x) = -1$$

Exercice 5

Former une équation du second degré ayant pour solutions :

b) 3 et
$$\frac{1}{2}$$

c)
$$2 + \sqrt{6}$$
 et $2 - \sqrt{6}$

d)
$$\frac{-1-\sqrt{3}}{3}$$
 et $\frac{-1+\sqrt{3}}{3}$

Exprimer la réponse sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$, où a, b et c sont des nombres entiers.

Résolutions générales d'équations 0.4

Exercice 6

Factoriser les polynômes suivants dans \mathbb{R} lorsque c'est possible :

a)
$$10x^2 + 9x - 9$$

b)
$$-4x^2 + 12x - 7$$

c)
$$5x^2 - 40x + 76$$

d)
$$x^2 - x + 2$$

Exercice 7

Soit le polynôme $x^6 - 1$.

- a) Le factoriser de deux manières différentes (indications : $x^6 = (x^3)^2 =$ $(x^2)^3$ et utiliser l'activité 1).
- b) En déduire une factorisation pour le polynôme $x^4 + x^2 + 1$.

Exercice 8

Résoudre les équations dans \mathbb{R} :

a)
$$x^3 - 6x^2 - 5x + 30 = 0$$

b)
$$(x^2 + 4)(x^2 - x + 1) = 0$$

c)
$$(2x-1)(x^2-4x-2)=0$$
 d) $x^4-11x^2+30=0$

d)
$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

Exercice 9

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

a)
$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

b)
$$7x^3 + 9 = 3x^2 + 21x$$

c)
$$(x-4)(x+5) - 2x(x+5) = 0$$
 d) $x^2 = 8x$

d)
$$x^2 = 8x$$

e)
$$(x+1)(x+2) = (x+2)(x+3)$$
 f) $(x-8)(4x-3) + x^2 - 8x = 0$

f)
$$(x-8)(4x-3) + x^2 - 8x = 0$$

g)
$$(2x+3)^2 = 8 - x(2-3x)$$
 h) $(x-3)^2 - 2x = 3x^2 - 1$

h)
$$(x-3)^2 - 2x = 3x^2 - 1$$

i)
$$-(-1-4x)^2 = 1 - (5x-1)^2$$
 j) $4x^2 + 8x + 1 = 6$

j)
$$4x^2 + 8x + 1 = 6$$

Exercice 10

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a)
$$5x^2 - 8x = 0$$

b)
$$4x^3 = 9x$$

c)
$$2x^3 = 98x$$

d)
$$3(x + 2) = x(x + 2)$$

e)
$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

f)
$$(2x-6)(x+6) - (4x+2)(x+6) = 0$$

Exercice 11

Résoudre dans R.

a)
$$(x+1)(x+2) + (x+3)(x+4) = 42$$

b)
$$(x-6)(x+1) - (2x+3)(x-5) = 0$$

c)
$$(3x-5)^2-12x=1$$

d)
$$(2x+1)^2 + 3x = 1$$

e)
$$(x-3)^2 + (x+4)^2 = x(x+1)$$
 f) $(x+1)^2 - (x-1)^2 = (x-8)^2$

f)
$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = (x-8)^2$$

g)
$$\frac{x^2}{3} + \frac{4x}{5} - 19 = \frac{76}{5}$$

h)
$$\frac{(x-2)^2}{5} - \frac{(x-3)^2}{4} = 0$$

i)
$$x = \frac{2}{5} + \frac{5x^2}{16}$$

$$j) 18x^3 - 5 = 2x - 45x^2$$

On considère l'équation : $x^3 - 4 = 15x$.

- a) Un entier naturel est solution de cette équation; trouver lequel et justifier à l'aide de la définition du mot solution.
- b) Montrer que le nombre irrationnel $\sqrt{3} 2$ est aussi solution de cette équation.

Exercice 13

Résoudre les équations dans R.

a)
$$(2x-3)^2 = (7x+3)^2$$

b)
$$12x - 9x^2 = 4$$

c)
$$4x(x+1) = -1$$

d)
$$9x^2 - 27 = 0$$

e)
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(5x-7) = \sqrt{2}x + \sqrt{18}$$
 f) $x^2 + 4x = 32$

f)
$$x^2 + 4x = 32$$

g)
$$4(x-7) = x^2(x-7)$$
 h) $x^3 - 2 = x(2x-1)$

h)
$$x^3 - 2 = x(2x - 1)$$

Exercice 14

Résoudre les équations dans \mathbb{R} .

a)
$$x^2 - 5 = 8(2x + 6) - (x - 5)^2$$
 b) $x^3 + 2x^2 = 3x + 6$

b)
$$x^3 + 2x^2 = 3x + 6$$

c)
$$x^3 + 9x^2 - 2x - 18 = 0$$
 d) $(x^2 - 2x)^2 - 1 = 0$

d)
$$(x^2 - 2x)^2 - 1 = 0$$

0.5 Résolution de problèmes

Exercice 15

Trouver trois nombres entiers consécutifs tels que leur produit vaut le quintuple de leur somme.

(Indication : prendre l'entier intermédiaire comme inconnue x.)

Exercice 16

Trouver deux nombres dont la différence et le produit valent 1.

Exercice 17

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 150 m. Si l'on augmente sa largeur de 5 m et si l'on diminue sa longueur de 3 m, alors son aire augmente de 120 m². Quelles sont les dimensions de ce rectangle?

Exercice 18

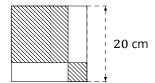
Les deux côtés d'un rectangle ont 6 mètres de différence. Trouver ses dimensions sachant que son aire est de 9 m².

Exercice 19

Une agence de voyage organise une excursion. Le prix du billet a été fixé à 60 CHF, mais la compagnie a consenti, dans le cas où plus de 100 personnes feraient le voyage, à baisser le prix de chaque billet de 25 cts par personne additionnelle. Sachant qu'il en coûte 1000 CHF à l'agence pour transporter les 100 premiers passagers et 15 CHF par passager additionnel, trouver le nombre de passagers pour lequel le bénéfice net de la compagnie est maximal. Interpréter graphiquement.

La figure ci-dessous est formée de trois carrés.

Que doit mesurer le côté du petit carré pour que la partie ombrée ait une surface triple de la partie blanche?



Exercice 21

Un nombre est le produit de trois entiers consécutifs. Si l'on divise ce nombre successivement par chacun des trois entiers, la somme des quotients ainsi obtenus est de 767. De quel nombre s'agit-il?

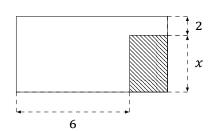
Exercice 22

La somme des carrés de trois nombres entiers consécutifs dépasse de 288 la somme des carrés des deux nombres entiers précédents. Quels sont ces cinq nombres?

Exercice 23

Sur le dessin ci-dessous, la figure ombrée est un carré, et le grand quadrilatère, un rectangle.

(Toutes les longueurs sont en cm.)



Déterminer x pour que l'aire de la partie blanche soit égale à 38 cm^2 .

0.6 Équations bicarrées

Exercice 24

Résoudre dans $\mathbb R$ les équations suivantes :

a)
$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

b)
$$x^2(x^2+1)=12$$

c)
$$2x^4 + x^2 - 3 = 0$$

d)
$$4x^4 - 6x^2 + 1 = 0$$

(Indication : utiliser la factorisation ou le changement de variable $y=x^2$)

Exercice 25

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $x^6 + 4x^3 - 32 = 0$, de deux façons :

- a) par un changement de variable approprié;
- b) par factorisation directe (identités remarquables).

0.7 Équations irrationnelles

Exercice 26

Résoudre les équations suivantes dans R

a)
$$\sqrt{(x-1)(3x-6)} = x-2$$

b)
$$\sqrt{2x+7} = \sqrt{x} + 2$$

c)
$$4x - 1 = \sqrt{7x^2 - 2x + 8}$$

d)
$$\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = 5\sqrt{x}$$

e)
$$\sqrt{x+8} + \sqrt{x+3} = 5\sqrt{x}$$

f)
$$\sqrt{7x-27} = \sqrt{2x+1} + \sqrt{3x+4}$$

0.8 Systèmes d'équations

Exercice 27 Résoudre les systèmes d'équations suivants dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 .

a)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{7x-5y}{6} + \frac{x+4}{4} \\ \frac{x-6y}{2} = \frac{x-2y}{7} + 4 \end{cases}$$
b)
$$\begin{cases} \frac{x+5}{y+2} = \frac{6}{5} \\ \frac{x+5}{y+2} = \frac{6}{5} \end{cases}$$
c)
$$\begin{cases} 2x-y=x-3y-2 \\ 5-x+\frac{3}{2}(x+y)=x+2y+\frac{13}{2} \end{cases}$$
d)
$$\begin{cases} 4x+3y+6z=41 \\ 8x+5y=31 \\ 7y=21 \end{cases}$$
e)
$$\begin{cases} 6x+4y+8z=6 \\ 3x+y-2z=1 \\ 3x+2y-4z=1 \end{cases}$$
f)
$$\begin{cases} x-y-z=6 \\ x-2y-3z=10 \\ 5x+6y+z=2 \end{cases}$$

Exercice 28 Le couple $\left(3; \frac{3}{2}\right)$ est-il solution du système $\begin{cases} 7x - 12y = 3 \\ -5x + 8y = 31 \end{cases}$?

Exercice 29 Le couple donné est-il solution du système d'équations?

a)
$$S = (3; 4) \text{ pour } \begin{cases} x - y = -1 \\ 9x + 5y = 19 \end{cases}$$
 b) $S = (-4; -4) \text{ pour } \begin{cases} -2x + 2y = 0 \\ -6x - 10y = 64 \end{cases}$ c) $S = (2; 5) \text{ pour } \begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 8x - 6y = -14 \end{cases}$ d) $S = (1; -1) \text{ pour } \begin{cases} 8x + 2y = 6 \\ 16x + 10y = 6 \end{cases}$

Résoudre les systèmes d'équations suivants en utilisant la méthode de combinaison linéaire.

a)
$$\begin{cases} 3x + 5y = 17 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + 2y = 24 \\ 4x + 3y = 29 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x - 5y = -19 \\ 3x + 7y = 18 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 6x - 5y = 28 \\ 4x + 9y = -6 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 6a - 7b = 12 \\ 5a - 4b = 10 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 8r - 3s = 15 \\ 7r - 4s = 20 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2x + 9y = 12,5\\ 6x + 5y = 8,9 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} 3x + 5y = 4.7 \\ 6x + 2y = 6.2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7u + 8v = 23 \\ 3u - 2v = -1 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} 7c + 10d = -13 \\ 3c - 2d = 7 \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2.7 \\ 8x + 5y = 13.1 \end{cases}$$

1)
$$\begin{cases} 5x - 6y = 2.7 \\ 10x + 7y = 1.6 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 3x + 5y = 17 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} 5x + 2y = 24 \\ 4x + 3y = 29 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x - 5y = -19 \\ 3x + 7y = 18 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 6x - 5y = 28 \\ 4x + 9y = -6 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 6a - 7b = 12 \\ 5a - 4b = 10 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 8r - 3s = 15 \\ 7r - 4s = 20 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2x + 9y = 12.5 \\ 6x + 5y = 8.9 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 3x + 5y = 4.7 \\ 6x + 2y = 6.2 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 7u + 8v = 23 \\ 3u - 2v = -1 \end{cases}$ j) $\begin{cases} 7c + 10d = -13 \\ 3c - 2d = 7 \end{cases}$ k) $\begin{cases} 4x - 3y = 2.7 \\ 8x + 5y = 13.1 \end{cases}$ l) $\begin{cases} 5x - 6y = 2.7 \\ 10x + 7y = 1.6 \end{cases}$ o) $\begin{cases} 4x + y = 42 \\ 6x - 5y = 50 \end{cases}$ p) $\begin{cases} 2x + 9y = 39 \\ 5x - y = -20 \end{cases}$ q) $\begin{cases} x + 12y = -8 \\ 8x - 5y = 37 \end{cases}$ r) $\begin{cases} 7x - 8y = 51 \\ x + 10y = -15 \end{cases}$

n)
$$\begin{cases} 7x - 2y = -26 \\ 5x - 12y = -45 \end{cases}$$

o)
$$\begin{cases} 4x + y = 42 \\ 6x - 5y = 50 \end{cases}$$

p)
$$\begin{cases} 2x + 9y = 39 \\ 5x - y = -20 \end{cases}$$

q)
$$\begin{cases} x + 12y = -8 \\ 8x - 5y = 37 \end{cases}$$

r)
$$\begin{cases} 7x - 8y = 51 \\ x + 10y = -15 \end{cases}$$

s)
$$\begin{cases} 5x + 7y = 18.9 \\ 2x - 3y = -8.1 \end{cases}$$

s)
$$\begin{cases} 5x + 7y = 18.9 \\ 2x - 3y = -8.1 \end{cases}$$
 t)
$$\begin{cases} 6x + 5y = 5.1 \\ 4x - 2y = -1.4 \end{cases}$$

Exercice 31

Résoudre les systèmes d'équations suivants en utilisant la méthode de combinaison linéaire.

a)
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 4x + y = 10 \\ 6x - y = 20 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 4y = 17 \\ -x + 7y = 38 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} -x + 5y = 6 \\ x + 3y = 18 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 8x + y = 21 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 7x + y = 47 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} x - 4y = 23 \\ x + 5y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6y = 13 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 27 \\ 7x - 3y = 45 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ 7x - 5y = -41 \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} -2x + 7y = 8.7 \\ 2x + 3y = 18.3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x + 8y = -3.6 \\ 4x - 3y = 13.1 \end{cases}$$

m)
$$\begin{cases} 10x + 7y = -30 \\ 8x + 7y = -24 \end{cases}$$

n)
$$\begin{cases} 6x + 11y = -48 \\ x + 11y = -8 \end{cases}$$

o)
$$\begin{cases} 5x - y = 22 \\ 5x + 4y = -63 \end{cases}$$

$$(x) \begin{cases} 3x - 5y = 61 \\ 3x - y = 17 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$$
b)
$$\begin{cases} 4x + y = 10 \\ 6x - y = 20 \end{cases}$$
c)
$$\begin{cases} x + 4y = 17 \\ -x + 7y = 38 \end{cases}$$
d)
$$\begin{cases} -x + 5y = 6 \\ x + 3y = 18 \end{cases}$$
e)
$$\begin{cases} 8x + y = 21 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$$
f)
$$\begin{cases} 7x + y = 47 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$$
g)
$$\begin{cases} x - 4y = 23 \\ x + 5y = -4 \end{cases}$$
h)
$$\begin{cases} x - 6y = 13 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$
i)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 27 \\ 7x - 3y = 45 \end{cases}$$
j)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ 7x - 5y = -41 \end{cases}$$
k)
$$\begin{cases} -2x + 7y = 8,7 \\ 2x + 3y = 18,3 \end{cases}$$
l)
$$\begin{cases} -4x + 8y = -3,6 \\ 4x - 3y = 13,1 \end{cases}$$
m)
$$\begin{cases} 10x + 7y = -30 \\ 8x + 7y = -24 \end{cases}$$
n)
$$\begin{cases} 6x + 11y = -48 \\ x + 11y = -8 \end{cases}$$
o)
$$\begin{cases} 5x - y = 22 \\ 5x + 4y = -63 \end{cases}$$
p)
$$\begin{cases} 3x - 5y = 61 \\ 3x - y = 17 \end{cases}$$
q)
$$\begin{cases} 2,3x - 1,7y = 3,5 \\ 4,7x - 1,7y = 10,7 \end{cases}$$
r)
$$\begin{cases} 4,1x - 1,3y = 7,1 \\ 2,9x - 1,3y = 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 2y = 59 \end{cases}$$

r)
$$\begin{cases} 4.1x - 1.3y = 7.1 \\ 2.9x - 1.3y = 3.5 \end{cases}$$

s)
$$\begin{cases} 10x - 4y = 35 \\ 3x + 4y = 21 \end{cases}$$
 t)
$$\begin{cases} 9x + 2y = 59 \\ -2x - 2y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 2y = 59 \\ -2x - 2y = -8 \end{cases}$$

Résoudre les systèmes d'équations suivants avec la méthode de votre choix.

a)
$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 7x + 10y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + 5y = 5 \\ 3x - 7y = -2 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 7x + 10y = 1 \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} 5x + 5y = 5 \\ 3x - 7y = -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + 6y = -2 \\ 10x + 3y = -7 \end{cases}$

d)
$$\begin{cases} 5x + 4y = 13 \\ 2x - 7y = 31 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 5x + 4y = 13 \\ 2x - 7y = 31 \end{cases}$$
 e)
$$\begin{cases} \frac{x+5}{2} - \frac{3-y}{5} = \frac{5}{2} \\ x+7 + \frac{y-6}{4} = 7 \cdot \frac{5}{2} \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} - \frac{5}{2} = \frac{2y-21}{2} + 1\\ \frac{x+2}{3} + 3 = \frac{3-y}{5} - \frac{10}{3} \end{cases}$$

Exercice 33

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de la substitution.

a)
$$\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y = 3x \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} y = 3x \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases}
y = 2x \\
4x + 3y = 30
\end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} y = x + 4 \\ 3x + y = 16 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} y = x - \\ 4x + y = 32 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases}
 x = y - 5 \\
 3x + 2y = 3
\end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} x = y + 8 \\ 5x + 3y = 12 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} y = 3x \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 3x \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = 2x \\ 4x + 3y = 30 \end{cases}$ e) $\begin{cases} y = x + 4 \\ 3x + y = 16 \end{cases}$ f) $\begin{cases} y = x - 3 \\ 4x + y = 32 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x = y - 5 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x = y + 8 \\ 5x + 3y = 12 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 4x + 3y = 31 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$

Exercice 34

• Pour chaque système d'équations, donner l'opération à effectuer pour élimer la variable x.

Exemple:
$$\begin{cases} 8x + 3y = 1 & (1) \\ 3x + 5y = 9 & (2) \end{cases}$$

 $E1 \cdot 3 + E2 \cdot (-8)$ c'est-à-dire on multiplie (1) par 3 et (2) par -8puis on addition (1) et (2).

a)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 & \text{(1)} \\ 3x + 4y = 9 & \text{(2)} \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 & \text{(1)} \\ -5x + 8y = 1 & \text{(2)} \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} 2x + 10y = 9 & \text{(1)} \\ 8x + 5y = 7 & \text{(2)} \end{cases}$$

• Pour chaque système d'équations, donner l'opération à effectuer pour élimer la variable y.

a)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 & (1) \\ 3x + 4y = 9 & (2) \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 & (1) \\ -5x + 8y = 1 & (2) \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 10y = 9 & (1) \\ 8x + 5y = 7 & (2) \end{cases}$

Exercice 35

Résoudre les systèmes d'équations suivants dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 .

a)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \\ 12x + 3y + 14 = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 4\\ 3x + y - 4z = 7\\ x + 2y - 5z = 1 \end{cases}$$

Pour chaque système d'équations, donner l'équation obtenue après avoir élimé une des variables.

Exemple :
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -3x - 4y = 8 \end{cases}$$

On élimine x en additionnant la première équation à la deuxième équation. On obtient

$$3x - 2y = 5
+
-3x - 4y = 8
0x + 2y = 13$$

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 7x - 4y = 9 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 8y = -3 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 7x - 4y = 9 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} 2x + 8y = -3 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$$
 d)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ -3x + 5y = -1 \end{cases}$$
 e)
$$\begin{cases} 4x - 5y = 9 \\ -3x + 5y = -7 \end{cases}$$
 f)
$$\begin{cases} -4x - 3y = -1 \\ 4x + 8y = 5 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 4x - 5y = 9 \\ -3x + 5y = -7 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} -4x - 3y = -4x$$

Exercice 37

Donner un système de deux équations à deux inconnues dont l'ensemble des solutions est

$$S = \{(-2; 3)\}.$$

Exercice 38

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de la substitution.

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 5x - 3y = -29 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - 4y = 18 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 6x - y = 31 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x - 7y = -22 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 7x - 6y = -30 \\ x - 4y = -20 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 2x - 9y = 14 \\ 6x - y = 42 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 9x - 8y = 27 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 5x - 3y = -29 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - 4y = 18 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} 6x - y = 31 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases}$$
 d)
$$\begin{cases} x - 7y = -22 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$$
 e)
$$\begin{cases} 7x - 6y = -30 \\ x - 4y = -20 \end{cases}$$
 f)
$$\begin{cases} 2x - 9y = 14 \\ 6x - y = 42 \end{cases}$$
 g)
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 9x - 8y = 27 \end{cases}$$
 h)
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ 10x + 11y = 149 \end{cases}$$
 i)
$$\begin{cases} x - 3y = 13 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} x - 3y = 13 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
7x - 3y = -23 \\
x + 5y = 32
\end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} 3(x+y-2) = -4 \\ 4x - 7y = 36 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} 7x - 3y = -23 \\ x + 5y = 32 \end{cases}$$
 k)
$$\begin{cases} 3(x + y - 2) = -4 \\ 4x - 7y = 36 \end{cases}$$
 l)
$$\begin{cases} 4(x + y - 3) = -11 \\ 6x - 2y = -16 \end{cases}$$

m)
$$\begin{cases} x + 6y = 19 \\ 5(x + 2y - 7) = -24 \end{cases} \begin{cases} x + 5y = 22 \\ 3(x + 4y - 9) = -5 \end{cases} o) \begin{cases} 2(x - y + 3) = 7 \\ 7x - 3(y - 1) = 9 \end{cases}$$

0.9 Résolution de problèmes

Exercice 39

Céline regarde avec envie un pull et une robe présentés dans la vitrine d'une boutique. Malheureusement, le prix total de ces deux vêtements est de 137.50 francs et dépasse son budget. Quelques temps après, le prix du pull baisse de 20% et celui de la robe de 30%. Céline calcule rapidement la dépense totale et constate que le prix total a baissé de 35 francs, ce qui lui permet d'acheter ces deux vêtements. Quels étaient les prix du pull et de la robe avant la baisse?

Traduire chacune des ces situations par un système de deux équations et déterminer les solutions.

- i) La somme de deux nombrres est 100. La différence de ces deux nombres est 68. Quels sont ces nombres?
- ii) Entendu de bon matin à la terrasse d'un café :
 - "Deux chocolats et trois croissants: Fr. 8,90."
 - "Trois chocolats et cinq croissants: Fr. 13,80."

Quel est le prix d'un chocolat? Et celui d'un croissant?

iii) 350 spectateurs ont assisté à un spectacle. Au parterre, la place revient à Fr. 20.-; à la galerie, elle revient à Fr. 30.-.

Le montant de la recette des entrées est de Fr. 7850.—.

Combien y avait-il de spectateurs au parterre? Et à la galerie?

Exercice 41

Ecrire un système d'équations permettant de résoudre chacun des problèmes.

- a) Un nombre de trois chiffres est tel que le produit de ses chiffres divisé par leur somme donne 32 tiers; le nombre lui-même divisé par la même somme donne 48; enfin, le chiffre des dizaines dépasse celui des unités d'autant qu'il est dépassé par celui des centaines. Quel est ce nombre?
- b) Si d'un nombre de quatre chiffres on soustrait le nombre qu'on obtient en écrivant les chiffres dans l'ordre inverse, on trouve 4725. Le produit des chiffres est 672, le produit des chiffres du milieu 28 et le chiffre des milliers est supérieur de 5 à celui des unités. Quel est ce nombre?

Exercice 42

Pour organiser une sortie de fin d'année, un collège loue des cars. Il y a des grands cars de 56 places et des petits cars de 44 places. Il y a quatre grands cars de plus que de petits. 624 élèves participent à la sortie et tous les cars sont remplis. Combien le collège a-t-il loué de cars de chaque catégorie?

Exercice 43

On a payé une somme globale de 29'280 francs pour l'achat des trois séries de meubles suivantes :

- 20 canapés, copie Directoire;
- 18 fauteuils, copie Louis XV;
- 16 chaises, copie Empire.

Sachant que 13 canapés valent autant que 21 fauteuils et que 3 fauteuils ont la même valeur que 8 chaises, on demande les prix d'un canapé d'un fauteuil et d'une chaise.

Un groupe de vingt-quatre personnes fait un stage de deux jours dans une école de voile. Deux activités sont au programme : la planche à voile ou le catamaran. Le premier jour, dix personnes choisissent la planche à voile et les autres le catamaran. La facture totale de ce premier jour s'élève à 560 francs. Le deuxième jour, ils sont douze à choisir la planche à voile et les autres font du catamaran. La facture du deuxième jour s'élèves à 540 francs.

Quel est le prix par personne d'une journée de planche à voile et celui d'une journée de catamaran?

Exercice 45

Un confiseur répartit des truffes dans des cornets de $200\,\mathrm{g}$. S'il avait réparti ses truffes dans des cornets de $150\,\mathrm{g}$, il y aurait eu $12\,\mathrm{cornets}$ de plus. Quelle quantité de truffes a-t-il préparée?