

# Exercices – première partie

## Table des matières

1	Calcul numérique	<b>2</b>
1.1	Division euclidienne . . . . .	2
1.2	Nombres rationnels . . . . .	3
1.3	Racines . . . . .	4
2	Ensembles et intervalles	<b>5</b>
2.1	Ensembles de nombres . . . . .	5
2.2	Ensembles quelconques . . . . .	6
2.3	Intervalles réelles . . . . .	7
3	Calul littéral	<b>9</b>
3.1	Traduire un énoncé . . . . .	9
3.2	Isoler une variable . . . . .	10
3.3	L'algèbre comme outil de preuve . . . . .	11
3.4	Développer et réduire . . . . .	12
3.5	Identités remarquables . . . . .	14
3.6	Factorisation . . . . .	16
4	Équations	<b>20</b>
4.1	Équations du premier degré . . . . .	20

## Calcul numérique

### 1.1 Division euclidienne

**Exercice 1**

Déterminer l'écriture décimale des nombres suivants.

t3fxd

a)  $\frac{1}{3}$

b)  $\frac{1}{9}$

c)  $\frac{14}{13}$

d)  $\frac{2}{17}$

**Exercice 2**

On considère les fractions

wv9bq

$$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$$

- i) Trouver l'écriture décimale exacte de ces nombres à l'aide d'une calculatrice.
- ii) Remarquer qu'en plus d'avoir les mêmes chiffres 1,4,2,8,5,7, ceux-ci sont toujours dans cet ordre de gauche à droite. Par exemple, pour  $\frac{2}{7}$ , on commence par lire 2, 8, 5, 7, puis on revient au début avec 1, 4. (On dit que les chiffres de la période sont cycliques.)
- iii) Les fractions dont le dénominateur est 23 ont les mêmes propriétés. Au lieu d'avoir une période cyclique de 6 chiffres, elles en ont 22. À l'aide d'une calculatrice uniquement (sans poser la division), trouver les 22 décimales de la période de  $\frac{22}{23}$ .

**Exercice 3**

Sur les multiples de 3 :

cc78t

- i) Trouver le plus grand multiple de 3, formé de cinq chiffres et terminant par 24.
- ii) Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres et terminant par 24.
- iii) Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres pairs distincts.
- iv) Trouver le plus grand multiple de 3, formé de quatre chiffres impairs distincts.

**Exercice 4**

vrjk9

Donner l'ensemble des diviseurs pour chacun des entiers allant de 1 à 10, sous la forme habituelle :

$$\text{Div}_1 = \{1\}; \quad \text{Div}_2 = \{1; 2\}; \quad \text{Div}_3 = \{1; 3\}; \quad \dots; \quad \text{Div}_{10} = \dots$$

i) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont un nombre impair de diviseurs :

i) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?

ii) Donner la liste des quinze premiers nombres entiers qui ont cette caractéristique.

ii) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont exactement deux diviseurs :

i) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?

ii) Donner la liste des nombres entiers inférieurs à 50 qui ont cette caractéristique.

**Exercice 5**

nwgzm

En effectuant (à la main) une division, donner l'écriture décimale des nombres rationnels suivants :

a)  $\frac{421}{20}$

b)  $\frac{92}{30}$

c)  $\frac{30}{7}$

d)  $\frac{62}{11}$

**1.2 Nombres rationnels****Exercice 6**

vssbc



Transformer chaque nombre rationnel en fraction irréductible.

a) 0,35

b)  $0,\overline{35}$

c)  $0,\overline{349}$

d)  $0,\overline{349}$

e)  $0,\overline{35}$

f)  $0,\overline{349}$

g)  $1,\overline{2}$

h) 3,25

i) 15%

j) 1,004

k)  $0,\overline{80}$

l) 0,16

m)  $2,\overline{9}$

n)  $3,\overline{141}$

**Exercice 7**

xgk9e

Entre 1 et 2, trouver trois nombres...

a) rationnels à développement décimal fini ;

b) rationnels à développement décimal infini périodique ;

c) irrationnels.

Donner si possible l'écriture fractionnaire irréductible.

## 1.3 Racines

**Exercice 8**

Calculer.

hv2ug

a)  $2\sqrt{12} + 3\sqrt{75} - 4\sqrt{27}$

b)  $\sqrt{162} + \sqrt{20} + \sqrt{50} - \sqrt{80}$

c)  $(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$

d)  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

e)  $2(\sqrt{3})^4 - 5(\sqrt{3})^3 - 4(\sqrt{3})^2 + 8\sqrt{3} - 1$

f)  $(1 + \sqrt{5})^3$

g)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{15}$

h)  $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{105}}$

**Exercice 9**Montrer que  $a$  est égal à  $b$  dans les cas suivants :

ksh26

a)  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $a = \frac{1}{\sqrt{27}}; b = \frac{\sqrt{3}}{9}$

c)  $a = \frac{2 + \sqrt{8}}{2}; b = 1 + \sqrt{2}$

d)  $a = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}; b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$

**Exercice 10**

Calculer.

9f4t8

a)  $\frac{7}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

b)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - 2} - \frac{2}{\sqrt{7} + 2}$

c)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} - \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

d)  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

**Exercice 11**

Calculer.

f3sg7

a)  $\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{\frac{49}{12}}$

b)  $\frac{1}{2}\sqrt{75} + \sqrt{\frac{4}{27}} - 7\sqrt{12}$

c)  $2\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{20}\sqrt{45}$

d)  $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} - \sqrt{5} - \sqrt{7}$

**Exercice 12**Développer le carré:  $(3 + 2\sqrt{2})^2$ .

rp8cc

En déduire une autre écriture pour  $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ .

## Ensembles et intervalles

### 2.1 Ensembles de nombres

**Exercice 13**

cbh7d

Donner le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chaque nombre.

$$\frac{2}{7}; \sqrt{100}; \sqrt{200}; \pi + 1; -\sqrt{1,21}; 3,14 \cdot 10^5; -\frac{17}{2}.$$

**Exercice 14**

w1wsu

Compléter le tableau suivant en indiquant par une croix chacun des ensembles auquel le nombre donné appartient.

	N	Z	Q	R	aucun
$\frac{3}{2}$					
$\frac{3,14}{0,01}$					
$\sqrt{7}$					
$\frac{2 - \sqrt{8}}{\sqrt{2} - 1}$					
$\sqrt{9}$					
$\pi$					
$-\sqrt{100}$					

**Exercice 15**

nj317

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- a)  $0 \in \mathbb{R}_+$       b)  $-2 \in ]-2; 5]$       c)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$   
 d)  $3 \in \{2; 4\}$       e)  $3 \in ]2; 4[$       f)  $3 \notin \mathbb{R} \setminus ]2; 3[$   
 g)  $[0; 2024] \cap \mathbb{R}_- = \emptyset$       h)  $\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$       i)  $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z} = \emptyset$

**Exercice 16**

j1x1v

(\*) Trouver dix fractions irréductibles distinctes et appartenant toutes à l'intervalle  $]\frac{1}{3}; \frac{2}{3}[$ , sans l'aide d'une calculatrice.  
 (Classez-les dans l'ordre croissant.)

**Exercice 17**

hggjf

Pour chaque nombre, simplifier et donner le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

- a)  $\frac{3-7}{2}$       b)  $\frac{4}{4-1}$       c)  $2,5 : 3 + 1$       d)  $\frac{2^0}{1^2}$   
 e)  $(\sqrt{2} - 1) : 2$       f)  $\frac{3 - \sqrt{9}}{\pi}$       g)  $\sqrt{3 \cdot 27}$       h)  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{12}}{\sqrt{27}}$   
 i)  $\sqrt{\sqrt{25} - \frac{3}{\sqrt{9}}}$       j)  $\frac{14}{\sqrt{25} - \sqrt{144}}$       k)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81} - \frac{16}{2}}$       l)  $\frac{5 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 5}$

## 2.2 Ensembles quelconques

### Exercice 18



Compléter avec les symboles  $\in, \notin$  ou les symboles  $\subset, \not\subset$ .

- a)  $38 \dots \{19; 25; 34; 37\}$ .
- b)  $u \dots \{d; q; s; u; y\}$ .
- c)  $\{5; 39\} \dots \{5; 6; 21; 39\}$ .
- d)  $\{1; 32\} \dots \{2; 23; 27; 40\}$ .

### Exercice 19

k8f2j

Énumérer les éléments des ensembles suivants.

- a)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2n - 1, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\}$
- b)  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 10\}$
- c)  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x = 0\}$
- d)  $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 2 = 0\}$
- e)  $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 = 0\}$
- f)  $F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2 = 0\}$

### Exercice 20

tr635

Décrire les ensembles suivants en donnant une condition d'appartenance.

- a)  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$
- b)  $B = \{1; 4; 9; 16; 25; \dots; 169\}$
- c)  $C = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$
- d)  $D = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{17}; \frac{1}{26}\right\}$
- e)  $(*) E = \left\{0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}; \frac{5}{7}; \dots\right\}$
- f)  $F = \{1; 2; 4; 8; 16; \dots; 1024\}$

### Exercice 21

krq84

Enumérer les éléments des ensembles suivants (donnés par une condition) :

$$\{2n - 3 \mid n \in \mathbb{N} \text{ et } n \leq 5\} \quad \left\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}^*\right\} \quad \left\{\frac{n-1}{n^2+n} \mid n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 6\right\}$$

### Exercice 22

ew4z2

Dans l'ensemble T des triangles, on considère I, le sous-ensemble des triangles isocèles; E, le sous-ensemble des triangles équilatéraux; R, le sous-ensemble des triangles rectangles

- a) Représenter ces quatre ensembles à l'aide d'un diagramme.
- b) Décrire par des mots les ensembles  $I \cap E$ ,  $R \cap E$  et  $I \cap R$ .

### Exercice 23

rm8qy

Déterminer les éléments des sous-ensembles A et B de E sachant que:

$$E \setminus A = \{f; g; h; i\}, \quad A \cup B = \{a; b; c; d; e; f\} \quad \text{et} \quad A \cap B = \{d; e\}$$

### Exercice 24

zm8w4

Décrire les ensembles suivants par une condition d'appartenance.

- a)  $\{\dots; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; \dots\}$
- b)  $\{0; 2; 4; 6; 8; \dots\}$
- c)  $\{1; 4; 9; 25; \dots\}$

**Exercice 25**

s2efz



Dans chaque cas, trouver A et B, deux sous-ensembles de  $\mathbb{Z}$  tels que:

- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$  et  $A \cap B = \emptyset$
- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$  et  $A \cap B = \{2; 3; 4\}$
- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$  et  $A \setminus B = \{2; 3; 4\}$
- $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$  et  $B \setminus A = \{1; 4\}$

**Exercice 26**

d5xp3



- Soient A et B les deux ensembles suivants :  $A = \{-5; 3; 4; 6; 8; 9\}$  et  $B = \{2; 3; 4; 8; 10\}$ .  
Déterminer  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $B \setminus A$  et  $A \setminus B$ .

- Trouver les ensembles C et D puis E et F sachant que :

$$C \cup D = \{1; 2; 3; 4; 5\}, C \cap D = \{2; 3; 4\}, 1 \notin D \setminus C \text{ et } 5 \notin C \setminus D$$

$$E \cup F = \{2; 3; 4; 5\} \text{ et } E \cap F = \{2; 4\}$$

Donner toutes les possibilités.

**2.3 Intervalles réelles****Exercice 27**

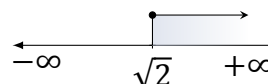
6ugwm

Donner l'écriture mathématique des intervalles suivants:

a)



b)



c)



d)

**Exercice 28**

v2rv8

Représenter graphiquement les intervalles suivants:

- $[0; 2]$
- $] - 3; 3[$
- $] - \infty; -4[$
- $] - 2; -1[ \cup [0; +\infty[$
- $] - \infty; 0[ \cup [1; 3]$
- $] \pi; 4[ \cap [7; +\infty[$

**Exercice 29**

p2cxv

**Partie 1**

Passer de l'écriture en intervalle à l'écriture ensembliste et vice versa.

- $\dots = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 4\}$
- $\dots = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -0,5\}$
- $] - \infty; -2] = \{ \dots \}$
- $] -1; -0,5[ = \{ \dots \}$

**Partie 2**

Donner les sous-ensembles de  $\mathbb{R}$  suivants à l'aide d'union ou d'intersection intervalles uniquement :

- $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
- $\mathbb{R} \setminus [2; 3]$
- $\mathbb{R} \setminus ] -1; 6[$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \text{ ou } x \geq 2\}$

**Exercice 30**

Décrire les ensembles suivants à l'aide d'intervalles.

p6w7q

- a)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$       b)  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 5\}$   
 c)  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$       d)  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 10\}$   
 e)  $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2 \text{ et } x \leq 2\}$       f)  $F = \mathbb{R}$   
 g)  $G = \{2\}$

**Exercice 31**

Décrire les ensembles de réels suivants à l'aide d'intervalles:

czc9e

- a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$       b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$   
 c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 > x\}$       d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2 \text{ et } x \leq 4\}$   
 e)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} < x \leq -\frac{1}{2}\right\}$       f)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 + \sqrt{2}\}$   
 g)  $\mathbb{R}$       h)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x \geq 4\}$

**Exercice 32**

Décrire par des inéquations les intervalles suivants:

nw439

- a)  $] -\infty; -3]$       b)  $] -2; +\infty[$   
 c)  $[0; 2]$       d)  $] -3; 3[$   
 e)  $] -5; -4[$       f)  $] -2; -1[ \cup [0; +\infty[$   
 g)  $] -\infty; 0[ \cup [1; 3]$       h)  $] -\infty; 4] \cup [7; +\infty[$

**Exercice 33**

Traduire les inéquations suivantes sous forme d'un intervalle.

61ve6

- a)  $x \leq 2$       b)  $x > 3$   
 c)  $x \geq -1$       d)  $x > 0 \text{ et } x \leq 2$   
 e)  $x \leq 1 \text{ ou } x > 3$       f)  $x \geq 2 \text{ et } x < 4$   
 g)  $x \geq 0 \text{ ou } x \leq -2$       h)  $x \geq 1 \text{ et } x \leq 3$

**Exercice 34**Déterminer les intervalles suivants où  $A = ]-2; 3]$ ,  $B = [0; 4[$  et  $C = ]-\infty; 2]$ :

fq51r

- a)  $A \cup B$       b)  $A \cap B$       c)  $A \setminus B$       d)  $B \setminus A$   
 e)  $A \cup C$       f)  $A \cap C$       g)  $A \setminus C$       h)  $C \setminus A$   
 i)  $B \cup C$       j)  $B \cap C$       k)  $B \setminus C$       l)  $C \setminus B$

**Exercice 35**On donne trois intervalles  $I$ ,  $J$  et  $K$  de  $\mathbb{R}$ . Déterminer  $I \cap J$ ,  $I \cap K$ ,  $I \setminus (J \cup K)$ ,  $(I \setminus J) \cup (I \setminus K)$  dans les cas suivants :

ht3h6

- a)  $I = ]-3; 4]$      $J = ]-2; 0[$      $K = [-5; 3[$   
 b)  $I = [-4; 2[$      $J = ]-2; 3]$      $K = [-3; 1[$   
 c)  $I = [-5; 3[$      $J = [-1; 5[$      $K = ]-3; 4]$



**Exercice 36**

u14s6

Déterminer les intervalles suivants où  $A = [1; 5]$ ,  $B = [0; +\infty[$  et  $C = ]-3; 3]$ :

- |               |               |                    |                    |
|---------------|---------------|--------------------|--------------------|
| a) $A \cup B$ | b) $A \cap B$ | c) $A \setminus B$ | d) $B \setminus A$ |
| e) $A \cup C$ | f) $A \cap C$ | g) $A \setminus C$ | h) $C \setminus A$ |
| i) $B \cup C$ | j) $B \cap C$ | k) $B \setminus C$ | l) $C \setminus B$ |

**Exercice 37**

9k125

Trouver dans chaque intervalle:  $] -4; -3[$ ;  $] \frac{1}{4}; \frac{1}{3}[$ ;  $] 10^{-4}; 10^{-3}[$ :

- a) deux nombres rationnels, l'un à partie décimale finie et l'autre à partie décimale infinie périodique (les donner sous forme de fraction irréductible);
- b) un nombre irrationnel.

**Exercice 38**

mrvd7

On donne trois sous-intervalles de  $\mathbb{R}$

$$I = [-3; 4[, J = [-2; 0[ \text{ et } K = ]-5; 3].$$

Donner à l'aide d'intervalles :  $I \cup K$ ,  $I \setminus K$  et  $K \setminus I$ .

**Exercice 39**

drcdb

Quel est le nombre réel situé à égale distance des bornes de l'intervalle  $[\sqrt{27}; \sqrt{75}]$  ?

Réponse sous forme simplifiée; s'il s'agit d'une racine carrée: de quel entier ?

Exercices - première partie SECTION 3

## Calcul littéral

### 3.1 Traduire un énoncé

**Exercice 40**

3qa3k

Un rectangle possède une largeur de  $a > 3$  et une longueur de  $a + 4$  avec le longueurs données en cm. On lui enlève un carré de 3 cm de côté. Donner l'expression algébrique réduite de l'aire de la figure restante.

**Exercice 41**

a3tr3

En utilisant la lettre  $n$  pour désigner un entier quelconque, exprimer sous forme littérale :

- a) trois entiers consécutifs;
- b) le carré d'un entier impair quelconque;
- c) un nombre positif, différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs;
- d) un multiple de 7;
- e) un entier qui laisse un reste de 2 lorsqu'on le divise par 3 ;
- f) un entier qui précède immédiatement un multiple de 4 ;
- g) trois carrés parfaits consécutifs;
- h) un nombre pair.

## 3.2 Isoler une variable

### Exercice 42

kdgn

Dans chaque cas, exprimer  $x$  en fonction de  $y$  ou  $y$  en fonction de  $x$ .

### Exemple

$$3x - 2y = 4$$

$$-2y = -3x + 4$$

$$y = \frac{-3}{-2}x + \frac{4}{-2}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

On isole  $y$ On soustrait  $3x$ On divise par  $-2$ 

On réduit

a)  $x + 3y = 7$

b)  $4x - y = 9$

c)  $2y = 3x - 5$

d)  $x + 2y = 5$

e)  $x - 6y = 8$

f)  $2x + y = 10$

g)  $6x - y = 12$

h)  $2x - 5y = -15$

i)  $6x + 3y = -24$

j)  $2x - 3y = 30$

k)  $10x - 4y = 70$

l)  $4x - y = 8$

m)  $2x + 3y = 6$

n)  $5x - 2y = 0$

o)  $2x + 3(y + 2) = 10$

### Exercice 43

n66ke

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

a)  $v = \frac{d}{t}$

$d = ?$

$t = ?$

b)  $P = 2(a + b)$

$b = ?$

c)  $A = \frac{(B + b)}{2}h$

$h = ?$

$B = ?$

d)  $E = mgh$

$h = ?$

e)  $P = f \frac{m_1 m_2}{m_3}$

$m_1 = ?$

$m_3 = ?$

f)  $\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}$

$z_1 = ?$

$n_2 = ?$

g)  $A = \frac{a + b}{2}h$

$a = ?$

$h = ?$

h)  $V = \frac{\pi d^2}{4}h$

$h = ?$

**Exercice 44**

2yzxt

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

$$a) V = \frac{h}{6} (B_1 + B_2 + 4M) \quad h = ? \quad M = ?$$

$$b) D_r = \frac{D}{1 + A_r B_r} \quad D = ? \quad A_r = ?$$

$$c) P = Q \frac{R - r}{2R} \quad r = ?$$

$$d) G = \frac{kR_a}{R_i + R_a} \quad R_i = ?$$

$$e) A = \frac{F + S_\alpha}{S_\alpha} \quad F = ?$$

$$f) \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad R = ? \quad R_1 = ?$$

**3.3 L'algèbre comme outil de preuve****Exercice 45**

sxya4

Prouver que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

**Exercice 46**

wanr

Parmi les égalités suivantes, lesquelles sont toujours vraies? lesquelles toujours fausses? lesquelles parfois vraies parfois fausses?

- |                               |                    |                                     |
|-------------------------------|--------------------|-------------------------------------|
| a) $5 + 5 = 5^2$              | b) $x + x = x^2$   | c) $x + x = 2x$                     |
| d) $(x + 1)^3 = x^3 + 1^3$    | e) $0 \cdot x = 1$ | f) $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = 3x^2$ |
| g) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ | h) $0 \cdot x = 0$ |                                     |

**Exercice 47**

jxa81

Prouver que la somme de deux entiers impairs quelconques est un nombre pair.

**Exercice 48**

u38hd

Pour quels entiers  $x$  de 1 à 200 le nombre  $x^4 - x^3$  est-il le cube d'un entier?

**Exercice 49**

5xg9e

L'égalité suivante est-elle valide :

$$(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) = x^4 + 4?$$

**Exercice 50**

rdpye

On considère l'identité suivante, appelée égalité de Lagrange (mathématicien du XVI<sup>e</sup> siècle):

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

- Démontrer cette identité.
- Appliquer cette identité à quatre entiers (par exemple 2,3,4,5) en utilisant la calculatrice.

### 3.4 Développer et réduire

**Exercice 51**

9e72h

Pour chacune des expressions suivantes, préciser (sous : « Type ») s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, et donner le nombre de termes ou de facteurs.

	Expression	Type	Nombre de termes
a)	$4 \cdot x + 1 \cdot (3x - 1) \cdot (5x - 1) + 7 \cdot x$		
b)	$-4 \cdot (x - y) \cdot (3x - 1) \cdot (5x - 1)$		
c)	$(5x - 1) \cdot (5x - 1) + 7(5x - 1)$		
d)	$(4x - 1)(3x - 4)(3x + 4)$		
e)	$(4x - 1)(3x - 4)(3x + 4) - 1$		
f)	$((3x - 4)(3x + 4) - x + 1)x$		
g)	$(3x - 1)(x - 1) + (4x - 1)(3x - 4)$		
h)	$x^2 - x^2(4x - 1)(3x - 4)x^2$		

**Exercice 52**

jw3r4

Développer et réduire.

- |                        |                           |
|------------------------|---------------------------|
| a) $7(8 + 9x)$         | b) $6a(5a^2 - 12a)$       |
| c) $-5(-7y + 11)$      | d) $-12(-5x - 4)$         |
| e) $-8(6x^2 + 4x - 3)$ | f) $-9x^2(8x^3 + 7y)$     |
| g) $7a^5(6a - 4a^2)$   | h) $-5x^4(7x^4 + 9x - 1)$ |

**Exercice 53**

1e54x

Réduire autant que possible.

- |                   |                                    |                                      |
|-------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $2x - 2x$      | b) $(2x)(-2x)$                     | c) $2(x - 2)x$                       |
| d) $-5y + 9y$     | e) $-(5y + 9y)$                    | f) $(-5y)(+9y)$                      |
| g) $(-5y + 9)y$   | h) $(-5y) + 9y$                    | i) $-5(y + 9)y$                      |
| j) $-5(y + 9y)$   | k) $-x(-x)(-1)$                    | l) $-x(-x - 1)$                      |
| m) $-(x - x) - 1$ | n) $x \cdot x \cdot x + x \cdot x$ | o) $x \cdot x \cdot (x + x) \cdot x$ |

**Exercice 54**

v4dqz

Développer et réduire.

- |                              |                                   |                              |
|------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| a) $(2y - 3)(5 + 3x)$        | b) $(5 + 2x)(2x - 3)$             | c) $(3 - y)(-5y + 9)$        |
| d) $(x^2 + x - 1)(x - 1)$    | e) $(y - x)(x + y)$               | f) $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$   |
| g) $(2x - 1)(x + 3)(1 - x)$  |                                   | h) $(1 + x^2)(x^2 - 4x + 2)$ |
| i) $(x + 2)^3$               | j) $(z^3 - 5x^3z + 2z)(z^3 - 3x)$ |                              |
| k) $(2 - x)(x^2 + 4)(2 + x)$ |                                   | l) $(x - 1)^4$               |

**Exercice 55**

Développer et réduire.

n86nn

- a)  $5(5 + 3x)$       b)  $2x(2x^2 - 2x)$       c)  $-5(-5y + 9)$   
 d)  $-1(-3x - 3)$       e)  $(x^2 + x - 1)(-1)$       f)  $-2(x + y)$   
 g)  $(1 + x^2)(x^2 - 4)$       h)  $-3x^2(1 - 2x^2 + 3x)$       i)  $(5 + 3x)(x - 1)$   
 j)  $3xy(x^2y + x - 1)$       k)  $(4 - x^2)(1 - 4x^2)$       l)  $(-4xy^3 - x^3y)(-3y)$   
 m)  $-2(x + 3)(x - 1)$       n)  $3(x - 3)(x - 3)$       o)  $(-2x + 3)(x - 1)$   
 p)  $(-2x + 3)(3 - 2x)$

**Exercice 56**

Développer à l'aide d'une identité remarquable, directement et rapidement (sans copier l'énoncé, ne pas s'accorder plus de 5').

akwq5

- a)  $(x + y)^2$       b)  $(2x^2 + 2)(2x^2 - 6)$       c)  $(x - y)(x + y)$   
 d)  $(3x + y)^2$       e)  $(x^2 + y^3)^2$       f)  $(x - 1)^2$   
 g)  $(1 - x)(1 + x)$       h)  $(4x - 3)^2$       i)  $(x^3 + 3y)(x^3 - 3y)$   
 j)  $(3z - 2)^2$       k)  $(1 - x)^2$       l)  $(xy + 2y)^2$   
 m)  $(x^2 - 1)^2$       n)  $(2x + 2)^2$       o)  $(2a + 3)(2a + 3)$   
 p)  $(xyz + 5)(xyz - 5)$       q)  $(3x^3 - 5)^2$       r)  $(a + 3b)(a + 3b)$   
 s)  $(x^2 - 1)(x^2 - 1)$       t)  $(4a^2b - 5)(4a^2b + 5)$   
 u)  $(2xy^3 - 1)(2xy^3 - 1)$       v)  $(x^4 + y)(x^4 + y)$   
 w)  $(1 - ax^4)(1 + ax^4)$       x)  $(x^2 + a^2)(x^2 - a^2)$

**Exercice 57**

Développer les expressions suivantes.

sj5q7

- a)  $4 \cdot x + 1 \cdot (3x - 1) \cdot (5x - 1) + 7 \cdot x$       b)  $(5x - 1) \cdot (5x - 1) + 7(5x - 1)$   
 c)  $(4x - 1)(3x - 4)(3x + 4) - 1$       d)  $((3x - 4)(3x + 4) - x + 1)x$   
 e)  $(3x - 1)(x - 1) + (4x - 1)(3x - 4)$       f)  $x^2 - x^2(4x - 1)(3x - 4)x^2$

**Exercice 58**Un élève a développé tous les produits de trois des binômes  $(x + 1)$ ,  $(x - 1)$ ,  $(x + 2)$  et  $(x - 2)$ , de toutes les manières possibles, sans répétition d'un binôme. Il a noté les résultats suivants :

gw913

$$x^3 - x^2 - 4x + 4, x^3 - 2x^2 - x + 2, x^3 + 2x^2 - x - 2 \text{ et } x^3 + x^2 - 4x - 4.$$

Malheureusement, cet élève ne se souvient pas dans quel ordre il a effectué ses calculs. Comment peut-on l'aider à s'y retrouver immédiatement, par une simple observation ?

**Exercice 59**Développer et réduire le produit:  $(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$ .

n9d51

(\*) Déterminer toutes les valeurs de l'entier naturel  $n$ , pour lesquelles  $n^4 + n^2 + 1$  est un nombre premier.

**Exercice 60**

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

nrg23

- a)  $(x^2 - 49)(2x + 5) - (4x + 28)(x - 7)$   
 b)  $(x^2 + 3x - 10)^2 - (x^2 - 3x - 8)^2$   
 c)  $[(x + 2t) - (s + 3t)] - [(2s + 3t) - (-4s + 5t)]$   
 d)  $(2st^3 - 4rs^2 + 3s^4) \cdot (5rst^2)$   
 e)  $3x^2(4x - 2) - 4x[(3x^2 + 1) + x(5x - 3)]$   
 f)  $\frac{5x+2}{3} + \frac{4x-5}{2} - \frac{3x+8}{6}$

**Exercice 61**

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

1kye7

- a)  $(4x^4 + \sqrt{4}) \cdot (4x^4 - \sqrt{4})$       b)  $(\frac{1}{4}x + 2\sqrt{2})^2$   
 c)  $4(x + 3)^2 - 9(2x - 1)^2$       d)  $(x + 2)(x - 2)(x^4 + 16)(x^2 + 4)$   
 e)  $(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 - 8)$       f)  $(2a^2 - 1)(2a^2 + 1)(4a^4 + 3)$   
 g)  $(2x + 1)(4x + 3) + (3x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)^2$

**3.5 Identités remarquables****Exercice 62**

Développer directement à l'aide des identités remarquables sans écrire l'étape intermédiaire.

xabyp

Exemple :  $(x - 3)(x + 2) = x^2 - x - 6$ .

- a)  $(x-1)(x-2)$    b)  $(x+3)(x+1)$    c)  $(x-4)(x+4)$    d)  $(y+6)(y-8)$   
 e)  $(a+1)(a-12)$    f)  $(y+9)(y-4)$    g)  $(a+7)(a+3)$    h)  $(x-3)(x-10)$

**Exercice 63**

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

tm6je



- a)  $(r^2 + 7)^2$       b)  $(s^2 - 3)^2$   
 c)  $(3yz + 9)^2$       d)  $(sy + 5)(sy - 1)$   
 e)  $(tz - 9)(tz + 9)$       f)  $(4 + 3rx)(4 - 3rx)$   
 g)  $(5r^2 - 8rs)^2$       h)  $(9x - 3)(9x - 2)$   
 i)  $(r^2 + 8)(r^2 - 8)$       j)  $(1 + 10r)^2$

**Exercice 64**

3ytn7

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a)  $(10rx + 8)(10rx + 5)$

b)  $\left(st + \frac{3}{2}s\right)\left(st - \frac{3}{2}s\right)$

c)  $\left(5s^2y - \frac{5}{8}s^2\right)^2$

d)  $\left(\frac{1}{8}x + \frac{2}{3}sx\right)^2$

e)  $\left(\frac{2}{5}z^2 + \frac{3}{5}r^2z\right)\left(\frac{2}{5}z^2 - \frac{3}{5}r^2z\right)$

f)  $\left(\frac{7}{2}r - 4rt^2\right)^2$

g)  $(6ry + 3)(6ry + 2)$

h)  $\left(\frac{4}{3}z^2 + \frac{5}{9}rz\right)^2$

i)  $\left(\frac{4}{7}tx - 8\right)\left(\frac{4}{7}tx + 7\right)$

j)  $\left(10s + \frac{8}{7}t^3\right)^2$

**Exercice 65**

guy1v



Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a)  $\left(\frac{3}{4}t - 6\right)\left(\frac{3}{4}t + 7\right)$

b)  $(t^2 - 4)(t^2 - 10)$

c)  $\left(z^2 - \frac{1}{3}\right)^2$

d)  $\left(rz - \frac{1}{5}\right)\left(rz + \frac{1}{5}\right)$

e)  $\left(\frac{1}{3}r^2 + \frac{3}{4}x^2\right)^2$

f)  $\left(\frac{5}{3} + \frac{7}{10}r^2\right)\left(\frac{5}{3} - \frac{7}{10}r^2\right)$

g)  $\left(tx + \frac{6}{5}\right)^2$

h)  $\left(\frac{5}{3}y - \frac{2}{3}ty\right)^2$

i)  $\left(ry - \frac{5}{6}\right)\left(ry + \frac{5}{6}\right)$

j)  $\left(\frac{8}{5}y + 10\right)\left(\frac{8}{5}y + 9\right)$

**Exercice 66**

3at1e



Effectuer les calculs suivants.

a)  $(4\sqrt{2} + 3\sqrt{7})(4\sqrt{2} - 3\sqrt{7})$

b)  $(4\sqrt{3} + 5)(4\sqrt{3} - 5)$

c)  $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{11})^2$

d)  $(5\sqrt{11} - 2)^2$

e)  $(-3\sqrt{6} + 6)^2$

**Exercice 67**

akeku

Utiliser les identités remarquables pour calculer (sans calculatrice) les carrés suivants :

a) Avec  $(a + b)^2$  :  $23^2$ ;  $92^2$ ;  $101^2$ ;  $42^2$

b) Avec  $(a - b)^2$  :  $39^2$ ;  $68^2$ ;  $99^2$ ;  $298^2$

**Exercice 68**

sqsur

Déterminer les identités remarquables pour :

$(a + b)^1$ ;  $(a + b)^2$ ;  $(a + b)^3$ ;  $(a + b)^4$ ;  $(a + b)^5$

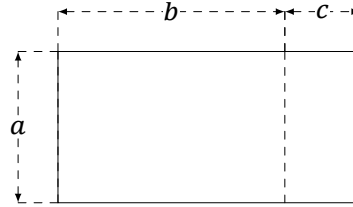
Se renseigner sur le triangle de Pascal et comprendre comment calculer récursivement  $(a + b)^n$  si le développement de  $(a + b)^{n-1}$  est connu.

**Exercice 69**

6edd2

En Grèce antique on donnait des preuves géométriques des propriétés des nombres réels, basées sur l'aire du rectangle.

- a) Pour illustrer la distributivité de la multiplication sur l'addition pour les nombres réels  $a, b$ , et  $c$ , exprimer de deux manières l'aire du rectangle représenté ci-dessous :



- b) De manière semblables, illustrer géométriquement les identités suivantes puis les prouver :

$$(a + b)^2 \quad \text{et} \quad (a + b)(c + d)$$

**Exercice 70**

37srd

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

- |                    |                                      |                    |
|--------------------|--------------------------------------|--------------------|
| a) $(2a + b)^3$    | b) $(5a - b)^3$                      | c) $(x - y)^4$     |
| d) $(a^2 + b^2)^4$ | e) $(2a^3 - b^4)^3$                  | f) $(x^2 + y)^5$   |
| g) $(a - 2b)^6$    | h) $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y)^4$ | i) $(x^m + y^n)^3$ |

### 3.6 Factorisation

**Exercice 71**

g6h1q

L'aire d'un rectangle est de  $4a^2 + 6a$ . Déterminer sa longueur, si la largeur mesure  $2a$ .

**Exercice 72**

pq3wr

Développer les produits, factoriser les sommes.

- |                     |                    |                          |
|---------------------|--------------------|--------------------------|
| a) $(2x + 3)^2$     | b) $4x + 6y^2$     | c) $9b^2 + 12b + 4$      |
| d) $x^2 + 6x - 7$   | e) $9y^2 - 6y + 1$ | f) $4h^2(2h + 3)$        |
| g) $(1 - x)^2$      | h) $16a^2 - 25$    | i) $(4a - 5)(4a + 5)$    |
| j) $1 - 2x + x^2$   | k) $8h^3 + 12h^2$  | l) $(3y - 1)^2$          |
| m) $(x - 1)(x + 7)$ | n) $(2 + 3b)^2$    | o) $(2x + 3y^2) \cdot 2$ |
| p) $4x^2 + 12x + 9$ |                    |                          |



**Exercice 73**

Factoriser autant que possible.

q5m9j

a)  $2xy^2 + 4xy + 2x$

b)  $45a^2 - 30a + 5$

c)  $5x^4 - 20x^2$

d)  $3x^2y + 30xy + 48y$

e)  $7a^4x - 14a^3x^2 + 7a^2x^3$

f)  $9a^5 + 24a^3b^2 + 16ab^4$

g)  $4x^3y - 16x^2y^2 + 16xy^3$

h)  $2a^3x^3 - 4a^2x^2 + 2ax$

i)  $3x(x+1)^2 - 27x$

j)  $9ab^2c^4 - 4ab^4$

k)  $a^2x^2 - 4b^2x^4$

l)  $a^2(x+2y) - 4(x+2y)$

**Exercice 74**On considère le nombre  $123456789^2 - 123456786 \cdot 123456792$ .

6cmvd

a) Calculer ce nombre à l'aide d'une calculatrice.

b) Poser  $x = 123456789$  et exprimer le nombre considéré en fonction de  $x$ .

c) Développer et réduire l'expression trouvée en b).

d) Que conclure des calculs précédents ?

**Exercice 75**

Factoriser au maximum les expressions suivantes



a)  $-6(10t+3) + (10t+3)8t^2$

b)  $-4t(3t+7) + (3t+7)3t$

c)  $-10y(3y+2) + 7(3y+2)$

d)  $(-3r+10)(-10r) + (-3r+10)(-r)$

e)  $-t^2(5t+7) + (5t+7)8t^2$

f)  $(4z+7)(-8z^2) - 6z^2(4z+7)$

g)  $8s^3 - 48s^2 - 3s + 18$

h)  $(-8t+10)5 - 9t(-8t+10)$

i)  $-72r^2 - 35r + 63r^3 + 40$

j)  $-2r^2 - 6r + 3r^3 + 9r^2$

k)  $60 + 42s + 28s^2 + 40s$

l)  $32x + 64 - 28x^3 - 56x^2$

m)  $(8x-6)6x + (8x-6)4x$

n)  $(8s-2)10s + (8s-2)(-5s^2)$

o)  $(-6y+8)7y^2 + 7y^2(-6y+8)$

**Exercice 76**

Factoriser au maximum les expressions suivantes

4kec2

a)  $25s^4 - 20s^2 + 4$

b)  $9s^2t^2x^2 + 48stx + 64$

c)  $s^2t^2 + 36r^4 - 12r^2st$

d)  $4 + 81y^2 + 36y$

e)  $s^2t^2z^2 - 1$

f)  $25x^2y^2 - 90rxy + 81r^2$

g)  $-147t^4yz - 420t^2y^2z - 300y^3z$

**Exercice 77**

Mettre en évidence le facteur commun.

z34z9

a)  $4x(x+y) + 5x(x+y)$

b)  $3a(3a-b) - 8(3a-b)$

c)  $5a^2b(a-2b) - 15ab^2(a-2b)$

d)  $9x(x+2)^2 - 5x(x+2)$

e)  $4(x-y) + 2x(y-x)$

f)  $x^2(2x-1) + 3x^2(1-2x)$

**Exercice 78**

Factoriser le plus possible les expressions suivantes.

64mtt

a)  $m(a - b) + n(a - b)$

b)  $x(2a - b) + y(b - 2a)$

c)  $a(x - y) - (y - x)$

d)  $(a + b)(x - 3y) - 3a(x - 3y)$

e)  $(a + b)^3 - (a + b)^2$

f)  $(x - 3)(x + 1) - x + 3 + 2(x - 3)^2$

g)  $(a - b)^3 - (a - b)$

h)  $(x - y) - (a + b)^2(x - y)$

**Exercice 79**

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

kywsv

a)  $axy^2 + bxy^2 - ax - bx$

b)  $8x^2 + 4xy - 2ax - ay$

c)  $u^3 - u - u^2 + 1$

d)  $ax^2 - 1 - x^2 + a$

e)  $x^3 - 2x^2 + x - 2$

f) (\*)  $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

g)  $(x^2 - 1) - 3(1 - x)$

h)  $a^2 - b^2 - 5a + 5b$

i)  $a^2b^2 + a^2 - b^2 - 1$

j)  $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

k)  $a^2b^2 + b^2 - a^2 - 1$

l)  $x^3 - 7x^2 - 4x + 28$

(\*) Indice pour le f) :  $2x^2 = x^2 + x^2$ **Exercice 80**

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

nc4wd

a)  $2ax + ay - 12x - 6y$

b)  $5x^3 - 10x^2 - x + 2$

c)  $x^2 - y^2 + a(x^2 - 2xy + y^2)$

d)  $7x^3 + 9 - 3x^2 - 21x$

e)  $5bx - ay + by - 5ax$

f)  $(x - y)(2x - y + 1) + (y - x)(x - y + 1)$

g)  $6x^2 - 6y + ay - ax^2$

h)  $(x - 8)(4x - 3) + x^2 - 8x$

i)  $y^2 - 1 - x^2 + x^2y^2$

j)  $3x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 4x$

**Exercice 81**

Observer les écritures suivantes pour trouver comment les réduire sans développer les carrés.

ctbb

a)  $(2x - y + 1)^2 - (2x + y + 1)^2$

b)  $(2x + y)^2 + 2(2x + y)(2x - y) + (2x - y)^2$

c)  $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y\right)^2$

d)  $(x^2 - 2)^2 - 2(x^2 - 2)(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1)^2$

**Exercice 82**

Factoriser le plus possible.

x9jw

a)  $4x^4 - 4$

b)  $x^3 - x^2 - 4(x - 1)$

c)  $16x^4 - 9y^2$

d)  $3x^2 + 6x - 24$

e)  $8x^3 - 8x^2 + 2x$

f)  $(x + y)^2 - 4u^2$

g)  $x^3 - 5x$

h)  $x^4 - 64$

i)  $4y^2 - 12y + 9$

j)  $a^2 - ab - a + b$

k)  $(4x - 1)^2 - 9(3 - x)^2$

l)  $4ax^2y^3 - (axy)^2 + 5bx^3y^2$

**Exercice 83**

Factoriser le plus possible les expressions suivantes :

uae9m

a)  $x^2 + 2x$

b)  $2x^2y^2 - 2$

c)  $x^3 + 4x$

d)  $1 - 16a^4x^4$

e)  $ab - ac + 3b - 3c$

f)  $ay + ax - my - mx$

g)  $9a^2 - 3ab^3 + \frac{1}{4}b^6$

h)  $3x^4 - 243$

i)  $(x - 2)^2 + 7(x - 2) + 12$

j)  $x^2y^2 - 7xy + 12$

k)  $(x - 1)^2 - 9(x - 1) + 20$

l)  $(x - 1)^2 + x - 1 - 20$

m)  $(x + 3)^2 + 10x + 30 - 24$

n)  $(x - 1)^2 + x - 21$

o)  $(2x + y)^2 - (3y - z)^2$

p)  $4(x + 3y)^2 - 9(2x - y)^2$

q)  $(x - 2y)^4 - x^4$

r)  $(x^2 - x + 3)^2 - (x^2 - 11x + 16)^2$

s)  $x^4y^2 - 2x^2yab^3 + a^2b^6$

t)  $18x^2 - 2 + 2x(3x + 1) - (3x + 1)$

**Exercice 84**

Factoriser les expressions suivantes :

64qwf

a)  $(3x + 2)^2 - (x - 5)^2$

b)  $(7x - 1)^2 - (5x + 2)^2$

c)  $2(4x^2 - 25) - (2x + 5)^2$

d)  $(4x + 5)^2 - (2x - 3)^2$

e)  $(4x - 7)^2 + (49 - 16x^2) + (8x^2 - 14x)$

f)  $2(2x - 1)^2 - (3 - 6x)(x - 1) + 4x^2 - 1$

g)  $(7 - 2x)(x + 5) + (2x - 7)(5x - 3)$

h)  $(1 - 4x)(2x - 3) - (4x - 1)(3x + 2) + 16x^2 - 1$

i)  $(3x + 1)(3x - 2) - (x - 8)(3x + 1) + 9x^2 - 1$

j)  $(3x - 1)^2 - 9x^2 + 1 - (x - 5)(3x - 1)$

k)  $(x - 4)(3x - 7) - (x - 4)^2 - (4 - x)(2x + 7)$

l)  $3(x - 4)^2 - x^2 + 16 - (4 - x)(2x + 7)$

m)  $3(x - 2)^2 - 4 + x^2 + (x + 5)(x - 2)$

n)  $(2x - 3)(7x - 2) - (2x - 3)^2$

o)  $2(x^2 - 2x + 1) + 1 - x^2 + (x - 1)(2x + 1)$

p)  $4x^2 - 9 - 4(2x - 3) + (2x - 3)^2$

q)  $(9x^2 + 12x + 4) - 2x(3x + 2) + (4 - 9x^2)$

r)  $(7 - 2x)(x + 5) - (21 - 6x)(2x + 1)$

s)  $2x^2 - 4x + 2 - 3(x - 1)(2x + 1)$

t)  $25x^2 - 4 + (5x - 2)(x - 1) - (5x - 2)^2$

u)  $x^2 - 4 - (x + 1)(x - 2) - (x - 2)^2$

v)  $(4x - 1)^2 - 9(3 - x)^2$

w)  $x^2 + 4$

x)  $5(x^2 - 4) - x^2 + 4x - 4 + (6 - 3x)(x + 3)$

**Exercice 85**

Factoriser les expressions suivantes :

rwcyrq

a)  $m(a - b) + n(a - b)$

b)  $x(2a - b) + y(b - 2a)$

c)  $a(x - y) - (y - x)$

d)  $(a + b)(x - 3y) - 3a(x - 3y)$

e)  $(a + b)^3 - (a + b)^2$

f)  $(x - 3)(x + 1) - x + 3 + 2(x - 3)^2$

g)  $(a - b)^3 - (a - b)$

h)  $(x - y) - (a + b)^2(x - y)$

i)  $1 - (2a - 1)^2$

j)  $(a + 2b)^2 - a^2$

k)  $a^2 + 2ab + b^2 + a(a + b) + a^2 - b^2$

l)  $\left(\frac{x}{4} - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3x}{4} - \frac{2}{3}\right)^2$

m)  $(2a^2 - 3a - 2)^2 - (a^2 - 3a + 2)^2$

n)  $5a^3 + 40a^2 + 80a$

o)  $3x^3 - 9x^2 - 3x + 9$

p)  $5ax - 5bx - 8a + 8b$

q)  $ax^4 - 25a$

r)  $a^2b + a^2 - b - 1$

s)  $\frac{4}{9}a^4 + \frac{1}{25}x^4 + \frac{4}{15}a^2x^2$

t)  $8x^3 - 8xy^2$

u)  $8a^7y^3 - 98ay^7$

v)  $16^2 - x^{16}$

w)  $(x - y)^2 + 6(x - y) + 5$

x)  $(2x - y)^2 - 2(2x - y) + 1$

**Exercice 86**

82fkx

Retrouver les identités remarquables pour le cube du binôme :

$(a + b)^3$  et  $(a - b)^3$

En partant de ces identités, obtenir celles pour (ou la factorisation de) :

a)  $a^3 + b^3$

b)  $a^3 - b^3$ .

Exercices - première partie SECTION 4

**Équations****Exercice 87**

Répondre par vrai ou faux en justifiant.

5pcp

a) Le nombre  $-8$  est-il solution de l'équation :  $x^2 = 32 - 4x$  ?

b) Le nombre  $0$  est-il solution de l'équation :

$x^2 + 12x + 12 = 3x^3 - 3x^2 - x + 12$  ?

c) Le nombre  $-\frac{1}{2}$  est-il solution de l'équation :  $x(x - 2) = x^2 - 1$  ?

d) Le nombre  $\frac{1}{2}$  est-il solution de l'équation :  $x(x - 2) = x^2 - 1$  ?

**4.1 Équations du premier degré****4.1.1 Résolution d'équations****Exercice 88**

qa6b

Compléter les équations b), c) et d) pour obtenir des équations équivalentes à l'équation a).

a)  $x = \frac{2}{5}y - 2$

b)  $5x = \dots$

c)  $x + 2 = \dots$

d)  $\frac{5}{2}x = \dots$

**Exercice 89**

Traduire chaque phrase par une équation, puis résoudre.

bvvy

- a) « Le triple du nombre  $x$  vaut 2 de plus que  $x$ . »  
 b) « La somme de  $x$  et de 3 vaut 2 de moins que le double de  $x$ . »  
 c) « Le double d'un nombre dépasse ses deux tiers de 10. »  
 d) « Si l'on soustrait le dixième de  $x$  au quart de  $x$  on obtient 2 de moins que  $x$ . »  
 e) « Si l'on retranche 5 du triple de  $x$ , on obtient la moitié de la somme de 3 et de  $x$ . »

**Exercice 90**Résoudre les équations dans  $\mathbb{R}$ .

rhvj

a)  $2\left(\frac{x}{3} + 3\right) = 0$

b)  $\frac{1-6x}{4} = 2\left(1 - \frac{3}{4}x\right)$

c)  $3x = \frac{x-55}{6}$

d)  $x + \frac{1}{4} = -\frac{3}{7}$

**Exercice 91**Résoudre les équations dans  $\mathbb{R}$ .

ehjb

a)  $2\sqrt{3} \cdot x = \sqrt{3} \cdot x - 1$

b)  $\sqrt{3} - x = \sqrt{2} \cdot x + 2$

c)  $\sqrt{3} - 3x = \sqrt{2} \cdot x + \sqrt{2}$

d)  $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2} \cdot x$

**4.1.2 Résolution de problèmes****Exercice 92**

q8vx

Il s'agit de partager 2100 francs entre trois personnes de manière que la première ait le quart de la part de la troisième et 120 francs de plus que la deuxième.

- a) Voici trois façons de commencer. Compléter chacune de ces possibilités en fonction de  $x$ .  
 b) Résoudre ce problème.

part de la 1re personne :	$x$
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	$x$
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	$x$

**Exercice 93**

prpq

Un problème de Leonhard Euler (1707 - 1783).

Un père mourut en laissant quatre filles. Celles-ci se partagèrent ses biens de la manière suivante : la première prit la moitié de la fortune, moins 3000 livres; la deuxième en prit le tiers moins 1000 livres; la troisième prit exactement le quart des biens; la quatrième prit 600 livres plus le cinquième des biens. Quelle était la fortune totale, et quelle somme reçut chacun des enfants?

**Exercice 94**

ae7n

Trouver deux nombres entiers consécutifs tels que le quart du premier ajouté au cinquième du plus grand donne 29.

**Exercice 95**

fata

Trois frères, Albrecht, Blaise et Carl ont acheté une maison 2 millions de francs. Albrecht dit qu'il pourrait payer la somme entière si Blaise lui donnait les cinq huitièmes de ce qu'il a. Blaise dit qu'il payerait tout si Carl lui donnait les huit neuvièmes de ce qu'il a. Enfin Carl dit que pour acquitter seul le prix, il lui manque le tiers de ce qu'a Albrecht plus les trois seizièmes de ce que possède Blaise. Combien chacun a-t-il ?

**Exercice 96**

abv3

Ayant reçu un héritage, je dépense 2000 francs pour acheter une moto et je place les deux tiers du reste à la banque. Il me reste alors 30% du montant total de l'héritage. Quel était ce montant?

**Exercice 97**

pvqa

Le rectangle représenté ci-dessous a été découpé en 5 carrés. Le périmètre du rectangle est de 1 m . Déterminer son aire.

