Chapitre 2 : Calcul différentiel – Partie 1

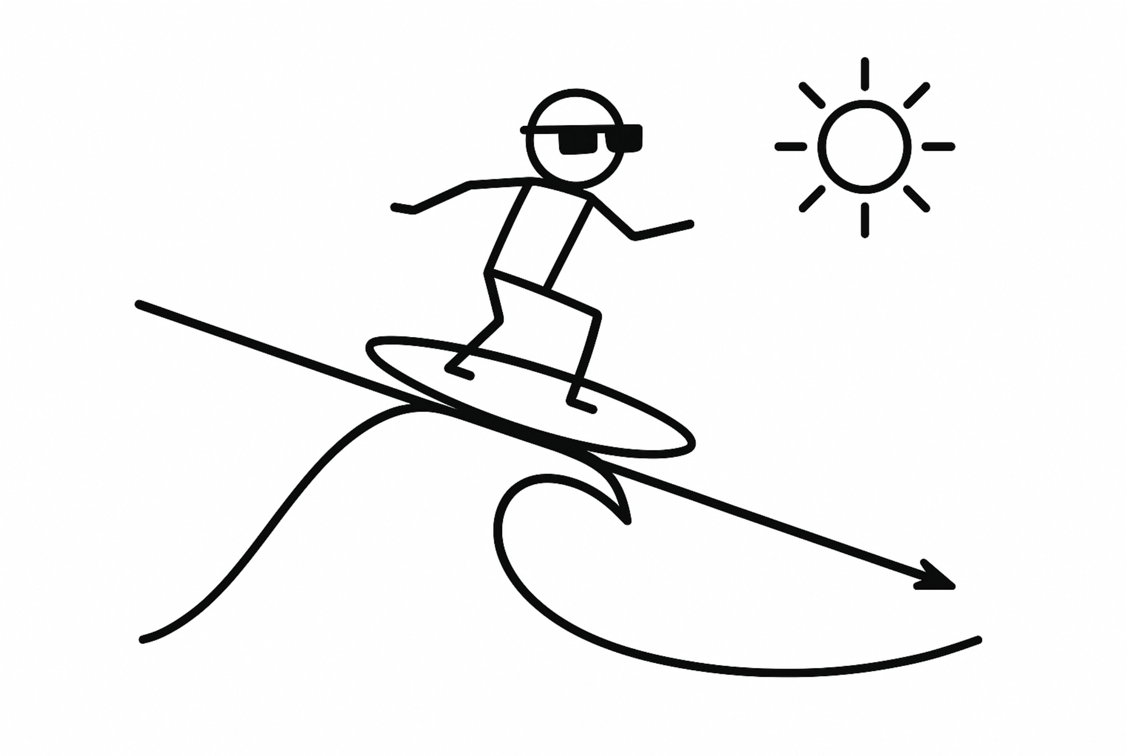


Table des matières

0.1 Concavité et points d'inflexion

0.2 Application à l'étude de fonctions

0.3 Applications

0.4 Exercices

Exercice 1 g4sjk

Tracer le graphe d'une fonction réelle f satisfaisant simultanément toutes les conditions suivantes :

a) $f(2) = -4$

b) l'ensemble des préimages de 1 est $\{-5; 8\}$

c) l'ensemble Z_f des zéros de f est $\{-4; 7\}$

d) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$

e) f n'est pas définie en $x = -3$ et $\lim\limits_{x\to -3} f(x) = -2$

f) $f(1) = -5$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ n'existe pas

g) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 3$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 3$

h) f n'est pas dérivable en $x = 4$

Exercice 2 d4c88

Soit la fonction polynomiale P définie par $\mathrm{P}(x) = 3x^4 - 11x^3 + 12x^2 - 4x + 2$. Montrer que P' s'annule au moins une fois sur $]0{,}1[$.

0.4.1 Le théorème des accroissement finis

Exercice 3 d4c88

Soit la fonction polynomiale P définie par $\mathrm{P}(x) = 3x^4 - 11x^3 + 12x^2 - 4x + 2$. Montrer que P' s'annule au moins une fois sur $]0{,}1[$.

Exercice 4 aef2y

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sin(x) + \cos(x)}{1 + \cos(x)}$. Montrer que, pour tout $a \in \mathbb{R}$, f' s'annule au moins une fois sur l'intervalle $]a{,}a + 2\pi[$.

Exercice 5 n67du

Soient p et q deux réels et n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Montrer que la fonction polynomiale P définie par $\mathrm{P}(x) = x^n + px + q$ admet au plus trois racines réelles si n est impair et au plus deux racines réelles si n est pair.

Exercice 6 5hev4

Trouver la ou les valeurs prévues par le théorème des accroissements finis pour la fonction $f(x) = x^2 - x$ sur l'intervalle $[-3{,}4]$

Exercice 7 hju27

Trouver la ou les valeurs prévues par le théorème des accroissements finis pour la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{x-7}$$

sur l'intervalle $[7{,}1; 7{,}2]$.

Exercice 8 zar8b

Soit la fonction $f(x) = mx^2 + kx + q$ ($m \neq 0$). On considère f dans l'intervalle $[0; 3]$.

a) Poser $m = -1$, $k = 2$ et $q = 3$ et calculer le point $c \in]0; 3]$ annoncé par le théorème des accroissements finis.

b) Représenter graphiquement la situation du point c.

c) Considérer f dans l'intervalle $[1; 5]$ et calculer le point $c \in]1; 5]$ annoncé par le théorème des accroissements finis.

d) Considérer f dans l'intervalle $[2; 8]$ et calculer le point $c \in]2; 8]$ annoncé par le théorème des accroissements finis.

e) Considérer f dans l'intervalle $[a; b]$. Formuler et démontrer une conjecture sur le point $c \in]a; b[$ annoncé par le théorème des accroissements finis.

Exercice 9 x5ny2

La vitesse maximale autorisée sur une route nationale est de 110 km/h. L'indicateur de vitesse d'une voiture marque 80 km/h au moment où elle passe à hauteur d'une borne kilométrique le long d'une route. Quatre minutes plus tard, elle est 8 km plus loin et son compteur marque 88 km/h. Montrer qu'à un moment au moins, entre ces deux repères, la voiture a dépassé la vitesse de 118 km/h.

Exercice 10 r9x4h

Vrai ou faux ? Justifier.

a) Il n'existe pas de fonction à la fois croissante et décroissante sur un intervalle I.

b) Si f est nulle sur un intervalle ouvert I, alors $f'(x) > 0$ sur I.

c) Si f est strictement croissante sur un intervalle ouvert I, alors $f'(x) > 0$ sur I.

d) Si f est strictement décroissante et dérivable sur un intervalle ouvert I, alors $f'(x) < 0$ sur I.

Exercice 11

Après avoir vérifié que la fonction satisfait les conditions du théorème des accroissements finis sur l'intervalle indiqué, trouver les valeurs prédite pour c par le théorème sur l'intervalle $[a; b]$ donné.

a) $f(x) = x^2 \quad [1; 2]$

b) $f(x) = x^2 \quad [1; 3]$

c) $f(x) = x^3 \quad [0; 1]$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x} \quad [1; 4]$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1} \quad [1; 3]$

f) $f(x) = x^{2/3} \quad [1; 8]$

Exercice 12

Déterminer si la fonction $f(x) = (1 - x^2)^{1/3} + x^2$ satisfait les conditions du théorème de Rolle sur l'intervalle $[-1,1]$. Si oui, trouver les valeurs de c prédites par le théorème.

Exercice 13 Soit $f(x) = x^{-1}$, $a = -1$, $b = 1$. Vérifier qu'il n'existe aucun nombre c tel que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Expliquer en quoi cela ne contredit pas le théorème des accroissements finis.

Exercice 14

a) Tracer le graphe de la fonction $f(x) = |2x - 1| - 3$ et calculer sa dérivée.

b) Vérifier que $f(-1) = 0 = f(2)$ et pourtant $f'(x)$ n'est jamais nul.

c) Expliquer pourquoi cela ne contredit pas le théorème de Rolle.

Exercice 15 Tracer le graphe de

$$f(x) = \begin{cases} 2 + x^3, & x \leq 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$$

et calculer sa dérivée. Déterminer si f satisfait les conditions du théorème des accroissemtns finis sur l'intervalle [1,2] et, si oui, trouver toutes les valeurs de c prédites par le théorème.

Exercice 16 Soit P un polynôme non constant

$$\mathrm{P}(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0.$$

Montrer que, entre deux racines consécutives de l'équation $\mathrm{P}(x) = 0$, il existe au plus une racine de l'équation $\mathrm{P}'(x) = 0$.

Exercice 17 Montrer que l'équation $6x^4 - 7x + 1 = 0$ n'a pas plus de deux racines réelles. (Utiliser le théorème de Rolle.)

Exercice 18 Montrer que l'équation $6x^5 + 13x + 1 = 0$ a exactement une racine réelle. (Utiliser le théorème de Rolle et le théorème de la valeur intermédiaire.)

Exercice 19 Montrer que l'équation $x^3 + 9x^2 + 33x - 8 = 0$ a exactement une racine réelle.

Exercice 20 Soit f deux fois dérivable. Montrer que, si l'équation $f(x) = 0$ a n racines réelles, alors l'équation $f'(x) = 0$ a au moins $n - 1$ racines réelles et l'équation $f''(x) = 0$ a au moins $n - 2$ racines réelles.

Exercice 21
n67du

Soient p et q deux réels et n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Montrer que la fonction polynomiale P définie par $\mathrm{P}(x) = x^n + px + q$ admet au plus trois racines réelles si n est impair et au plus deux racines réelles si n est pair.

0.4.2 Fonctions croissantes et décroissantes

Exercice 22 Trouver les intervalles sur lesquels f est croissante et ceux sur lesquels elle est décroissante, si $f(x)$ est donnée comme suit.

a) $x^3 - 3x + 2$

b) $x^3 - 3x^2 + 6$

c) $3x + \dfrac{1}{x}$

d) $x^3(1 + x)$

e) $\dfrac{x}{x^2 + 1}$

f) $(x + 1)^4$

g) $\sqrt{x - 2}$

h) $\dfrac{1}{x - 5}$

i) $\dfrac{x^2}{x^2 - 1}$

j) $\dfrac{x}{x^2 + 1}$

k) $\dfrac{x^2}{x + 1}$

l) $\dfrac{x^2(1 + x)^2}{x - 1}$

m) $\dfrac{x}{x^2 - 1}$

n) $\dfrac{x^2}{x^2 + 1}$

o) $\left(1 - \sqrt{x}\right)^7$

p) $\sqrt{\dfrac{2 + x}{1 + x^2}}$

q) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

r) $|x + 1||x - 2|$

0.4.3 Maximum et minimum

Exercice 23 Trouver les points critiques et les extrema locaux.

a) $x^3 + 3x - 2$

b) $2x^4 - 4x^2 + 6$
c) $x + \dfrac{1}{x}$

d) $x^{-1}(1 - x)$
e) $x(x + 1)(x + 2)$

f) $(1 - x)^2(1 + x)$
g) $\dfrac{1}{x - 2}$

h) $\dfrac{1 + x}{1 - x}$
i) $\dfrac{2 - 3x}{2 + x}$

j) $\dfrac{2}{x(x + 1)}$
k) $|x^2 - 16|$

l) $x^3(1 - x)^2$
m) $\left(\dfrac{x - 2}{x + 2}\right)^3$

n) $(1 - 2x)(x - 1)^3$
o) $(1 - x)(1 + x)^3$

p) $\dfrac{x^2}{1 + x}$
q) $\dfrac{|x|}{1 + |x|}$

r) $(3x - 5)^3$
s) $|x - 1||x + 2|$

t) $x\sqrt[3]{1 - x}$
u) $-\dfrac{x^3}{x + 1}$

v) $\dfrac{1}{x + 1} - \dfrac{1}{x - 2}$
w) $\dfrac{1}{x + 1} - \dfrac{1}{x + 2}$

x) $|x - 3| + |2x + 1|$

Exercice 24 Trouver les points critiques et classifier les valeurs extrêmes.

a) $f(x) = \sqrt{x + 2}$
b) $f(x) = (x - 1)(x - 2)$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 1,\ x \in [0; 3]$

d) $f(x) = 2x^2+5x-1,\ x \in [-2; 0]$
e) $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x}$

f) $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2}$
g) $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x},\ x \in \left[\dfrac{1}{10}; 2\right]$

h) $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2},\ x \in]-1; 0[$
i) $f(x) = (x-1)(x-2),\ x \in [0; 2]$

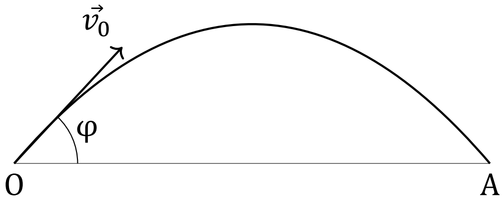
j) $f(x) = (x - 1)^2(x - 2)^2,\ x \in [0; 4]$

k) $f(x) = \dfrac{1 - 3\sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}}$
l) $f(x) = \dfrac{x^2}{1 + x^2},\ x \in [-1; 2]$

m) $f(x) = (x - \sqrt{x})^2$
n) $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$

0.4.4 Optimisation

Exercice 25 La portée $\mathrm{P} = \mathrm{OA}$ d'un projectile lancé (dans le vide) avec une vitesse initiale v_0 et un angle d'élévation φ est donnée par $\mathrm{P} = \dfrac{v_0^2 \cdot \sin(2\varphi)}{g}$, g étant l'accélération de la pesanteur. Pour une vitesse initiale donnée, déterminer la valeur de l'angle φ pour laquelle la portée est maximale.



Exercice 26 Parmi tous les triangles rectangles d'hypoténuse donnée h, quel est celui dont le périmètre est le plus grand ? Quel est ce périmètre maximal ?

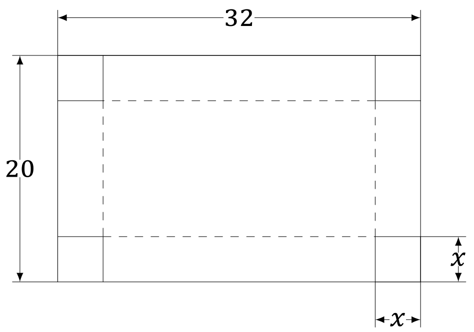
Exercice 27 Parmi tous les rectangles de périmètre donné $2p$, quel est celui dont l'aire est maximale ? Quelle est la valeur de cette aire ?

Exercice 28 Parmi toutes les boîtes cylindriques d'aire totale donnée, caractériser celle dont le volume est maximal.

Exercice 29 Un fil de longueur L doit être coupé en deux parties. Avec l'une on forme un triangle équilatéral et avec l'autre un carré. Où faut-il couper ce fil pour que l'aire totale des deux figures construites soit maximale ? minimale ?

Exercice 30 Déterminer les dimensions d'une boîte cylindrique sans couvercle, de volume donné, pour que sa construction demande le moins de matériau possible (on négligera l'épaisseur des parois et les déchets de construction). Même question pour une boîte avec couvercle.

Exercice 31 On construit une boîte rectangulaire en découpant quatre carrés aux coins d'une feuille de carton mesurant 32 cm sur 20 cm. Déterminer la hauteur x de la boîte de volume maximal.



Exercice 32 On construit un conteneur de forme cylindrique sans couvercle de volume $648\,\pi$ cm^3. Le matériau utilisé pour le fond coûte 15 centimes par cm^2 et celui utilisé pour la paroi latérale 5 centimes par cm^2. Si la fabrication ne donne lieu à aucun déchet, quelles sont les dimensions du conteneur le plus économique ?

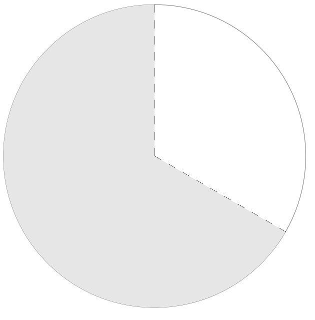
Exercice 33 On dispose de 288 m de clôture grillagée pour construire 6 enclos identiques pour un zoo selon le plan ci-contre. Quelles dimensions donner à ces enclos de manière à maximiser leur surface au sol ?

Exercice 34 Une fenêtre a la forme d'un rectangle surmonté d'un demi-cercle. Si le périmètre de la fenêtre est de 6 m, quelles seront les dimensions de la fenêtre laissant passer un maximum de lumière ?

Exercice 35 Un mur de 2 m de haut, situé à 1 m d'une façade, interdit l'accès à celle-ci. Calculer la longueur de l'échelle la plus courte qui s'appuie contre la façade et dont le pied est sur le sol, devant le mur.

Exercice 36 Une feuille rectangulaire doit contenir 392 cm^2 de texte imprimé. Les marges supérieure et inférieure doivent être de 2 cm chacune ; les marges latérales de 1 cm chacune. Déterminer les dimensions de la feuille nécessitant le moins de papier.

Exercice 37 On fabrique un cornet de forme conique en rejoignant les bords rectilignes d'un secteur circulaire de rayon r. Quel est le volume du plus grand cornet possible ?



Exercice 38 On désire construire un réservoir dont la forme est un cylindre fermé en chacune de ses extrémités par une demi-sphère. Si le coût par unité de surface des parties sphériques est le double de celui de la partie cylindrique, quelles sont les dimensions du réservoir de volume $4\,\pi$ m^3 le plus économique ?

Exercice 39 On fait tourner un rectangle de périmètre $2p$ autour de l'un de ses axes de symétrie. Déterminer les dimensions du rectangle pour que le corps ainsi obtenu ait

a) le plus grand volume ;
b) la plus grande aire latérale ;
c) la plus grande aire totale.

Exercice 40 On considère la parabole γ d'équation $y = 1 - x^2$ ainsi qu'un point M de γ situé dans le premier quadrant. La tangente à γ en M coupe l'axe $\mathrm{O}x$ au point A et l'axe $\mathrm{O}y$ au point B. Déterminer les coordonnées du point M pour que l'aire du triangle OAB soit minimale.

Exercice 41 La résistance d'une poutre de section rectangulaire est proportionnelle au produit de la largeur par le carré de la hauteur de sa section transversale. Quelle est la forme de la poutre la plus résistante que l'on peut tailler dans un tronc d'arbre de section circulaire ?

Exercice 42 Deux usines situées à 10 km l'une de l'autre émettent des fumées polluantes. On suppose que la pollution provoquée par chaque usine en un endroit est proportionnelle à la quantité de fumée, et inversement proportionnelle au cube de la distance à l'usine. Si la première usine rejette trois fois plus de fumée que la seconde, quel est l'endroit le moins pollué situé entre les deux usines ?

Exercice 43 Sur l'axe $\mathrm{O}x$ on fixe une première source de lumière en $x = 0$ et une deuxième en $x = 10$. On note I_1 et I_2 les intensités lumineuses des deux sources, L_1 et L_2 les intensités des flux lumineux en un point provenant respectivement de la première source et de la deuxième source. Sachant que $\mathrm{I}_2 = 4\mathrm{I}_1$, et que l'intensité du flux lumineux en un point est proportionnelle à l'intensité lumineuse de la source considérée et inversement proportionnelle au carré de la distance séparant ce point de la source, déterminer le point de l'intervalle $[0; 10]$ qui reçoit un flux total minimal des deux sources. Calculer le rapport des distances séparant ce point aux deux sources.

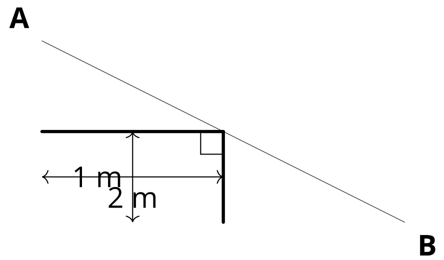
Exercice 44 On désire fabriquer une tente en forme de pyramide régulière de base carrée. On dispose de S m^2 de toile pour fabriquer les quatre faces. On désigne par V le volume de la tente, par x le côté du carré de la base et par h la hauteur de la tente. Montrer que V est maximum lorsque $\dfrac{x}{h} = \sqrt{2}$.

Exercice 45 Un navire doit parcourir 40 km contre un courant de 10 km/h. Il consomme par heure une quantité de carburant proportionnelle au carré de sa vitesse. En supposant qu'il navigue à vitesse constante, quelle doit être sa vitesse pour minimiser la quantité de carburant consommée ?

Exercice 46 À 10 kilomètres de votre maison, vous vous rappelez avoir oublié de fermer un robinet, ce qui vous coûte 40 centimes par heure. En roulant à une vitesse constante de s kilomètres par heure, le coût du carburant est de $8 + \frac{s}{20}$ centimes par kilomètre. À quelle vitesse devez-vous faire l'aller et retour pour minimiser les frais totaux ?

Exercice 47 On colle les côtés $[\mathrm{AB}]$ et $[\mathrm{DC}]$ d'un rectangle ABCD de périmètre donné pour former un cylindre ouvert. Quelle doit être la mesure de l'angle entre le côté $[\mathrm{AB}]$ et la diagonale $[\mathrm{AC}]$ pour que le volume du cylindre soit maximal ?

Exercice 48 Deux couloirs de largeurs 1 m et 2 m se rencontrent à angle droit. On transporte une barre rigide AB parallèlement au sol. Quelle est la longueur maximale que peut avoir cette barre si l'on veut pouvoir la transporter d'un couloir dans l'autre ?



Exercice 49 Des mesures répétées d'une grandeur inconnue x ont donné les résultats suivants : $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$. Montrer que la somme des carrés des écarts $(x-x_1)^2+(x-x_2)^2+\cdots+(x-x_n)^2$ sera minimale si l'on estime x par la moyenne des mesures $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$.

Exercice 50 gmcwt

La somme de deux nombres positifs est 16. Déterminer ces deux nombres de telle façon que :

a) la somme des cubes soit minimale ; quelle est alors la valeur de ce minimum ?

b) la somme des cubes soit maximale ; quelle est alors la valeur de ce maximum

Exercice 51 shcv8

La somme de deux nombres positifs est 20. Déterminer ces deux nombres de telle façon que :

a) le produit soit maximal

b) la somme des carrés soit minimale

c) le produit du carré de l'un par le cube de l'autre soit maximal.

Exercice 52 9q8gz

Un fermier veut délimiter un champ rectangulaire avec une clôture longue de 400m. La pièce étant située le long d'une rivière, il suffit au fermier de poser la clôture sur 3 des 4 côtés. Calculer les dimensions du champ d'aire maximale.

Exercice 53 xkwd5

Comment faut-il partager 200m de clôture pour faire un enclos circulaire et un enclos carré de manière que l'aire totale soit :

a) minimale ? Quelle est alors la valeur de ce minimum ?

b) maximale ? Quelle est alors la valeur de ce maximum ?

Exercice 54 bs74m

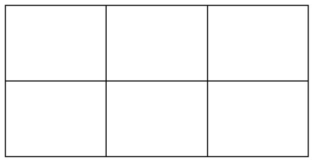
Déterminer les dimensions de la boîte de conserve cylindrique d'une contenance de 1 litre construite avec le moins de matériau possible (on négligera l'épaisseur des parois et les déchets de construction).

Exercice 55 nv48n

On construit une boîte rectangulaire en pliant une feuille de carton mesurant 30 cm sur 20 cm. Déterminez la hauteur x de la boîte pour qu'elle ait la plus grande capacité possible.

Exercice 56 pmwx1

On dispose de 288 mètres de clôture grillagée pour construire 6 enclos pour un zoo le plan ci-contre :



Quelles dimensions donner à ces enclos de manière à maximiser leur surface au sol ?

Exercice 57 fnj4z

Déterminer les coordonnées des points de la courbe d'équation $y = 1 - x^2$ les plus proches de l'origine.

Exercice 58 bhu5u

Quelles sont les dimensions du rectangle grisé d'aire maximale inscrit sous cette parabole de sommet $(0{,}4)$ et de zéros 5 et 5 ?

0.4.5 Concavité et points d'inflexion

Exercice 59

Décrire la concavité du graphe des fonctions suivantes et déterminer les points d'inflections s'il y en a :

a) $\dfrac{1}{x}$ b) $x + \dfrac{1}{x}$ c) $x^3 - 3x + 2$

d) $2x^2 - 5x + 2$ e) $\dfrac{1}{4}x^4 - \dfrac{1}{2}x^2$ f) $x^3(1-x)$

g) $\dfrac{x}{x^2-1}$ h) $\dfrac{x+2}{x-2}$ i) $(1-x)^2(1+x)^2$

j) $\dfrac{6x}{x^2+1}$ k) $\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ l) $(x-3)^{1/5}$

Exercice 60

Trouver d sachant que $(d, f(d))$ est un point d'inflexion de

$$f(x) = (x-a)(x-b)(x-c).$$

Exercice 61 Trouver c sachant que le graphe de $f(x) = cx^2 + x^{-2}$ a un point d'inflexion en $(1, f(1))$.

Exercice 62 Trouver a et b sachant que le graphe de $f(x) = ax^3 + bx^2$ passe par $(-1, 1)$ et a un point d'inflexion quand $x = \frac{1}{3}$.

Exercice 63 Déterminer A et B pour que la courbe $y = \mathrm{A}x^{1/2} + \mathrm{B}x^{-1/2}$ ait un point d'inflexion en $(1, 4)$.

0.4.6 Application à l'étude de fonctions

Exercice 64 Étudier les fonctions définies par (sans deuxième dérivée) :

515q8

a) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$

b) $f(x) = x^4 - 2x^3$

c) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 6}{(x-2)^2}$

d) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3}{x - 1}$

e) $f(x) = \dfrac{x - x^2}{x^2 - 6x + 5x}$

Exercice 65 Étudier les fonctions suivantes (sans deuxième dérivée) :

yn5fe

a) $f(x) = \dfrac{2x^2 + 1}{x - 1}$

b) $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{3x^2}$

c) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$

Exercice 66 Étudier les fonctions ci-dessous :

3exms

a) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$

b) $f(x) = \dfrac{2x^3 + 2x - 12}{-x^2 + 3x - 2}$

c) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 6}{x^2 - 4x + 4}$

d) $f(x) = \dfrac{x^2 - 6x + x^3}{4 - x^2}$

e) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$

Exercice 67 Étudier les fonctions suivantes sans deuxième dérivée :

w3pgx

a) $f(x) = \dfrac{x^2}{|x| + 2}$

b) $f(x) = 5x + 3\sqrt{x^2 - 1}$

c) $f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 4x}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$

e) $f(x) = \dfrac{3x - 1}{\sqrt{x^2 + 2}}$

f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$

g) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{x + 1}$

0.4.7 Applications

Exercice 68
fg15r

Trouver l'angle d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g définies par $f(x) = x^2$ et $g(x) = \frac{1}{3}x + 1$.

Exercice 69
2mqwc

Trouver x et y des nombres positifs dont la somme soit égale à 60 et tels que xy^3 soit :

a) maximal
b) minimal.

Exercice 70
m4mzh

Déterminer les dimensions d'un rectangle de plus grande aire ayant un périmètre de 30 cm.

Exercice 71
wu8y4

Quelles dimensions faut-il donner à une boîte cylindrique fermée en aluminium de 5dl pour utiliser le minimum d'aluminium ? Que vaut alors ce minimum ?

Exercice 72
u7dja

Une ficelle de longueur L est coupée en deux morceaux : avec l'un des deux on obtient un carré et avec l'autre un triangle équilatéral. À quel endroit doit-on couper la ficelle pour que la somme des aires des domaines obtenus soit maximale ?

Exercice 73
e1wtj

Parmi tous les rectangles inscrits dans un cercle de rayon r, trouver celui dont l'aire est maximale.

Exercice 74
hvq58

On inscrit un cylindre droit dans un cône droit de rayon r et de hauteur h.

a) Quelles sont ses dimensions pour que son volume soit minimal ?
b) Quelles sont ses dimensions pour que son aire latérale soit minimale ?

Exercice 75
uvgs1

Déterminer les dimensions du cylindre de volume maximal inscrit dans une sphère de rayon R.

Exercice 76
7zb7h

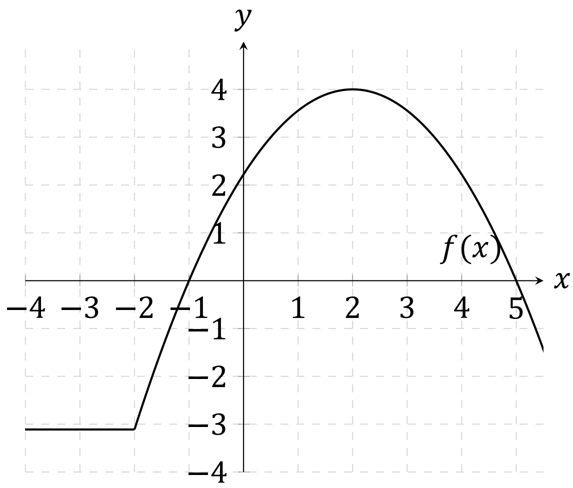
Déterminer la distance minimale du point $\mathrm{A} = (4; 2)$ à la parabole $y^2 = 8x$.

Calcul différentiel SECTION 1

Activités

Exercice 77 Sur le graphique ci-dessous on a représenté une fonction g pour $x \in [-4; 5{,}5]$:

ezscr



a) Esquisser aussi précisément que possible la représentation graphique de la fonction dérivée g'.

b) Sur le même repère, mais avec une autre couleur, tracer une courbe h qui passe par le point $\mathrm{P}(0; -2)$ et telle que $h'(x) = g(x)$.

Sources du cours

Les sources suivantes ont majoritairement été utilisées pour construire ce cours. Les exercices et activités proviennent également principalement de ces ouvrages. D'autres exercices ont été adaptés ou sont inspirés de ressources partagées par des collègues ou trouvées sur internet. Leur contribution mineure les exclut de cette liste.

[1] Saturnino L. Salas et Einar Hille. **Calculus : One and Several Variables**. 3e éd. Wiley, 1984.

[2] Commission Romande de Mathématiques. **Analyse**. T. Monographies de la Commission Romande de Mathématique 30. CRM Éditions, 2024.

[3] Commission Romande de Mathématiques. **Fundamentum de mathématique Analyse**. T. Monographies de la Commission Romande de Mathématique 25. CRM Éditions, 2018.

[4] Association Sesamath Suisse Romande. **Sésamath – Troisième année de maturité gymnasiale**. 2022. url : `https://sesamath.ch/`.