





On a un triangle $\triangle CAD$, un triangle $\triangle CAE$ avec CE perpendiculaire à CA , et un triangle $\triangle AGF$ avec G un point commun à CA et la tangente GF .

Calculer les longueurs des trois côtés de ces trois triangles.

RÉPONSES DES EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

21 La longueur de l'ombre est de 9,4 m.

22 $\widehat{RST} \approx 28,93^\circ$ et $\overline{RS} \approx 22,26$ cm

23 La longueur de la fcelle est de 15,3 m.

24 La largeur de la rivière est de 133 m.

25

a.

$$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2 - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin(\alpha) = r^2 \cdot \left(\frac{\alpha \cdot \pi}{360^\circ} - \frac{\sin(\alpha)}{2} \right)$$

b. $A \approx 9,06$ cm².

26

a. $\sin(\alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{7}$

et $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\sqrt{33}}{4}$

b. $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{55}}{8}$ et $\tan(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{55}} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$

c. $\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{37}} = \frac{\sqrt{37}}{37}$ et $\sin(\alpha) = \frac{6\sqrt{37}}{37}$

d. impossible car $\sin(\alpha) = \frac{4}{3} > 1$

27 $L \approx 1495$ m

28 La longueur du tunnel est ≈ 2801 m.

29

a. $\triangle ATH \sim \triangle MTS$

donc par Thalès : $\frac{\overline{TA}}{\overline{TM}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{MS}} = \frac{\overline{TH}}{\overline{TS}}$

a. $\sin(\widehat{AHT}) = \frac{\overline{TA}}{\overline{AH}}$

b. $\frac{\overline{TA}}{\overline{TM}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{MS}} \Rightarrow \frac{\overline{TA}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{TM}}{\overline{MS}} = \frac{15}{23}$

d'où $\widehat{AHT} = \sin^{-1}\left(\frac{\overline{TA}}{\overline{AH}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{15}{23}\right) \approx 41^\circ$

30 $\cos(\gamma) = \frac{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}{4}$ et $\tan(\gamma) = \frac{\sqrt{6-\sqrt{2}}}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}$

31 $\triangle CAD$ est rectangle car $[AF]$ est une tangente et on connaît le côté $\overline{CD} = \text{rayon} = 6$.

$\sin(30) = \frac{1}{2} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{6}{\overline{AC}}$ donc $\overline{AC} = 12$

$\cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{12}$ et $\overline{AD} = 6\sqrt{3} \approx 19,4$

$\triangle CAE$ est rectangle car CE est perpendiculaire à CA et on connaît le côté $\overline{AC} = 12$.

$\cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{12}{\overline{AE}}$ et $\overline{AE} = 8\sqrt{3} \approx 13,9$

Par Pythagore, par exemple, on a $\overline{CE} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - 12^2} = 4\sqrt{3} \approx 6,9$

$\triangle AGF$ est rectangle car GF est perpendiculaire à CA et on a $\overline{AG} = \overline{AC} + \overline{CG} = 12 + 6 = 18$.

$\cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AG}}{\overline{AF}} = \frac{18}{\overline{AF}}$ et $\overline{AF} = 12\sqrt{3} \approx 20,8$

$\sin(30) = \frac{1}{2} = \frac{\overline{FG}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{FG}}{12\sqrt{3}}$ et $\overline{FG} = 6\sqrt{3} \approx 19,4$.

« Elle (la géométrie) est, pour ainsi dire, la mesure la plus précise de notre esprit, de son degré d'étendue, de sagacité, de profondeur, de justesse. »

Jean le Rond d'Alembert, mathématicien et encyclopédiste français (1717-1783)

A savoir en fin de chapitre

Résolution de triangles

- ✓ connaître les rapports trigonométriques *sinus*, *cosinus* et *tangente* dans le triangle rectangle et savoir les utiliser pour calculer un angle ou un côté d'un triangle ;
- ✓ savoir utiliser la calculatrice pour déterminer des sinus/cosinus/tangentes et des angles ;

Voir la théorie 1 à 2 et les exercices 1 à 3

Problèmes

- ✓ savoir repérer un triangle rectangle dans une figure géométrique pour résoudre des problèmes à l'aide de la trigonométrie ;
- ✓ savoir résoudre des problèmes à l'aide de la trigonométrie en commençant si nécessaire par faire un schéma ;

Voir la théorie 3 et les exercices 4 à 13

Valeurs exactes

- ✓ savoir calculer en valeurs exactes les cotés d'un triangle en utilisant les valeurs exactes des sinus, cosinus et tangente de 30° , 45° et 60° ;

Voir la théorie 4 et l'exercice 14

Relations trigonométriques

- ✓ connaître les relations entre sinus, cosinus et tangentes des angles complémentaires ;
- ✓ connaître et savoir démontrer les formules : $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$, $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$;

Voir la théorie 5 à 6 et les exercices 15 à 16

Problèmes mélangeant trigonométrie et géométrie

- ✓ utiliser à bon escient les outils géométriques et trigonométriques en fonction du problème donné : Pythagore, Thalès, angles et cercles, trigonométrie ;

Voir les exercices 17 à 20

Quelques exercices types en vidéo

Fiches résumé - vidéos - exercices en ligne

<http://www.sesamath.ch/manuel-matugym-1e/complements/ch10>

