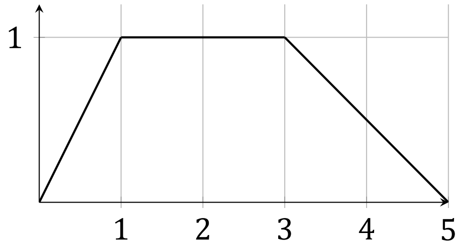
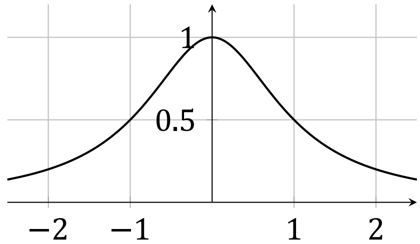
Exercice 1 On donne le graphe d'une fonction f. Esquisser le graphe de f'.

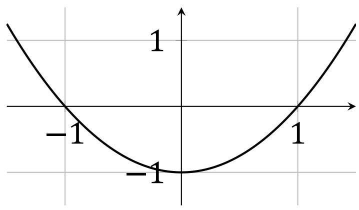
a)



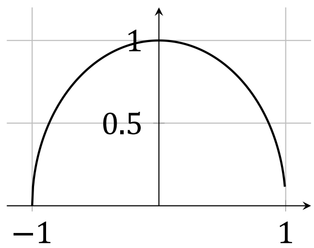
b)



c)



d)



Corrigé 1

Correction générée par IA

Pour esquisser le graphe de f', on observe la pente de f en chaque point.

a) La fonction f est composée de trois segments :

- Sur $[0;1]$: la pente est constante et égale à 1, donc $f'(x) = 1$.
- Sur $[1;3]$: la fonction est constante, donc $f'(x) = 0$.
- Sur $[3;5]$: la pente est constante et égale à $\frac{0-1}{5-3} = -\frac{1}{2}$, donc $f'(x) = -\frac{1}{2}$.

En $x = 1$ et $x = 3$, la fonction f n'est pas dérivable (changements brusques de pente).
Le graphe de f' est donc : $f'(x) = 1$ sur $]0,1[$, $f'(x) = 0$ sur $]1,3[$, et $f'(x) = -\frac{1}{2}$ sur $]3,5[$.

b) La fonction $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ a la forme d'une cloche symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

- $f'(x) = 0$ en $x = 0$ (maximum de f).
- $f'(x) < 0$ pour $x > 0$ (fonction décroissante).
- $f'(x) > 0$ pour $x < 0$ (fonction croissante).

Le graphe de f' passe par l'origine, est positif pour $x < 0$, négatif pour $x > 0$, et symétrique par rapport à l'origine (fonction impaire).

c) La fonction $f(x) = x^2 - 1$ est une parabole.

- $f'(x) = 2x$ est une droite passant par l'origine.
- En $x = 0$, la tangente à la parabole est horizontale, donc $f'(0) = 0$.
- Pour $x > 0$, la pente est positive et croissante.
- Pour $x < 0$, la pente est négative et décroissante.

Le graphe de f' est une droite $y = 2x$.

d) La fonction $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ représente un demi-cercle.

- En $x = 0$, la tangente est horizontale, donc $f'(0) = 0$.
- Lorsque x s'approche de -1 ou 1, la tangente devient verticale, donc $f'(x) \to \pm\infty$.
- $f'(x) < 0$ pour $x > 0$ (fonction décroissante).
- $f'(x) > 0$ pour $x < 0$ (fonction croissante).

Le graphe de f' passe par l'origine, avec des asymptotes verticales en $x = -1$ et $x = 1$.