Exercices – première partie

Table des matières

Exercices - première partie SECTION 1

Calcul numérique

1.1 Division euclidienne

Exercice 1
1M-t3fxd

Déterminer l'écriture décimale des nombres suivants.

a) $\dfrac{1}{3}$ b) $\dfrac{1}{9}$ c) $\dfrac{14}{13}$ d) $\dfrac{2}{17}$

Exercice 2
1M-wv9bq

On considère les fractions

$$\frac{1}{7}, \quad \frac{2}{7}, \quad \frac{3}{7}, \quad \frac{4}{7}, \quad \frac{5}{7}, \quad \frac{6}{7}.$$

i) Trouver l'écriture décimale exacte de ces nombres à l'aide d'une calculatrice.

ii) Remarquer qu'en plus d'avoir les même chiffres $1{,}4{,}2{,}8{,}5{,}7$, ceux-ci sont toujours dans cet ordre de gauche à droite. Par exemple, pour 2, on commence par lire 2, 8, 5, 7, puis on revient au début avec 1, 4. (On dit que les chiffres de la période sont cycliques.)

iii) Les fractions dont le dénominateur est 23 ont les mêmes propriétés. Au lieu d'avoir une période cyclique de 6 chiffres, elles en ont 22 . A l'aide d'une calculatrice uniquement (sans poser la division), trouver les 22 décimales de la période de $\dfrac{22}{23}$.

Exercice 3
1M-cc78t

Sur les multiples de 3 :

i) Trouver le plus grand multiple de 3, formé de cinq chiffres et terminant par 24.

ii) Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres et terminant par 24.

iii) Trouver le plus petit multiple de 3, formé de quatre chiffres pairs distincts.

iv) Trouver le plus grand multiple de 3, formé de quatre chiffres impairs distincts.

Exercice 4
1M-vrjk9

Donner l'ensemble des diviseurs pour chacun des entiers allant de 1 à 10, sous la forme habituelle :

$$\text{Div}_1 = \{1\}; \quad \text{Div}_2 = \{1;2\}; \quad \text{Div}_3 = \{1;3\}; \quad \ldots; \quad \text{Div}_{10} = \ldots.$$

i) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont un nombre impair de diviseurs :
   i) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?
   ii) Donner la liste des quinze premiers nombres entiers qui ont cette caractéristique.

ii) Relever la liste des entiers de 1 à 10 qui ont exactement deux diviseurs :
   i) Pouvez-vous trouver un point commun à ces entiers, ou leur nom ?
   ii) Donner la liste des nombres entiers inférieurs à 50 qui ont cette caractéristique.

Exercice 5
1M-nwgzm

En effectuant (à la main) une division, donner l'écriture décimale des nombres rationnels suivants :

a) $\frac{421}{20}$ b) $\frac{92}{30}$ c) $\frac{30}{7}$ d) $\frac{62}{11}$

1.2 Nombres rationnels

Exercice 6
1M-vssbc

Transformer chaque nombre rationnel en fraction irréductible.

a) $0{,}35$ b) $0,\overline{35}$ c) $0,\overline{349}$ d) $0{,}3\overline{49}$ e) $0{,}3\overline{5}$
f) $0{,}34\overline{9}$ g) $1,\overline{2}$ h) $3{,}25$ i) 15% j) $1{,}004$
k) $0,\overline{80}$ l) $0{,}16$ m) $2,\overline{9}$ n) $3,\overline{141}$

Exercice 7
1M-xgk9e

Entre 1 et 2, trouver trois nombres...

a) rationnels à développement décimal fini ;
b) rationnels à développement décimal infini périodique ;
c) irrationnels.

Donner si possible l'écriture fractionnaire irréductible.

1.3 Racines

Exercice 8

1M-hv2ug

Calculer.

a) $2\sqrt{12}+3\sqrt{75}-4\sqrt{27}$

b) $\sqrt{162}+\sqrt{20}+\sqrt{50}-\sqrt{80}$

c) $\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)$

d) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$

e) $2\left(\sqrt{3}\right)^4-5\left(\sqrt{3}\right)^3-4\left(\sqrt{3}\right)^2+8\sqrt{3}-1$

f) $\left(1+\sqrt{5}\right)^3$

g) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{15}$

h) $\dfrac{\sqrt{20}\cdot\sqrt{27}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{105}}$

Exercice 9

1M-ksh26

Montrer que a est égal à b dans les cas suivants :

a) $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

b) $a=\dfrac{1}{\sqrt{27}}$; $b=\dfrac{\sqrt{3}}{9}$

c) $a=\dfrac{2+\sqrt{8}}{2}$; $b=1+\sqrt{2}$

d) $a=\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; $b=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$

Exercice 10

1M-9f4t8

Calculer.

a) $\dfrac{7}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-2}-\dfrac{2}{\sqrt{7}+2}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

d) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

Exercice 11

1M-f3sg7

Calculer.

a) $\sqrt{\dfrac{3}{4}}+\sqrt{\dfrac{49}{12}}$

b) $\dfrac{1}{2}\sqrt{75}+\sqrt{\dfrac{4}{27}}-7\sqrt{12}$

c) $2\sqrt{5}-\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{5}}+\dfrac{1}{20}\sqrt{45}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}-\sqrt{5}-\sqrt{7}$

Exercice 12

1M-rp8cc

Développer le carré: $(3+2\sqrt{2})^2$.
En déduire une autre écriture pour $\sqrt{17+12\sqrt{2}}$.

Exercices - première partie SECTION 2

Ensembles et intervalles

2.1 Ensembles de nombres

Exercice 13
1M-cbh7d

Donner le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chaque nombre.

$$\frac{2}{7}\,;\ \sqrt{100}\,;\ \sqrt{200}\,;\ \pi+1\,;\ -\sqrt{1{,}21}\,;\ 3{,}14\cdot 10^5\,;\ -\frac{17}{2}.$$

Exercice 14
1M-w1wsu

Compléter le tableau suivant en indiquant par une croix chacun des ensembles auquel le nombre donné appartient.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	aucun
$\frac{3}{2}$					
$\frac{3{,}14}{0{,}01}$					
$\sqrt{7}$					
$\frac{2-\sqrt{8}}{\sqrt{2}-1}$					
$\sqrt{9}$					
π					
$-\sqrt{100}$					

Exercice 15
1M-nj317

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) $0 \in \mathbb{R}_+$
b) $-2 \in \,]-2;5]$
c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$
d) $3 \in \{2;4\}$
e) $3 \in \,]2;4[$
f) $3 \notin \mathbb{R} \setminus \,]2;3[$
g) $[0;2024] \cap \mathbb{R}_- = \emptyset$
h) $\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
i) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z} = \emptyset$

Exercice 16
1M-j1x1v

(*) Trouver dix fractions irréductibles distinctes et appartenant toutes à l'intervalle $]\frac{1}{3};\frac{2}{3}[$, sans l'aide d'une calculatrice.
(Classez-les dans l'ordre croissant.)

Exercice 17
1M-hggjf

Pour chaque nombre, simplifier et donner le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

a) $\dfrac{3-7}{2}$
b) $\dfrac{4}{4-1}$
c) $2{,}5 : 3 + 1$
d) $\dfrac{2^0}{1^2}$
e) $(\sqrt{2}-1) : 2$
f) $\dfrac{3-\sqrt{9}}{\pi}$
g) $\sqrt{3\cdot 27}$
h) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}}$
i) $\sqrt{\sqrt{25}-\dfrac{3}{\sqrt{9}}}$
j) $\dfrac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}}$
k) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{81}-\dfrac{16}{2}}$
l) $\dfrac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5}$

2.2 Ensembles quelconques

Exercice 18

Compléter avec les symboles $\in, \notin$ ou les symboles $\subset, \not\subset$.

a) 38 … … $\{19; 25; 34; 37\}$.

b) u … … $\{d; q; s; u; y\}$.

c) $\{5; 39\}$ … … $\{5; 6; 21; 39\}$.

d) $\{1; 32\}$ … … $\{2; 23; 27; 40\}$.

Exercice 19

1M-k8f2j

Énumérer les éléments des ensembles suivants.

a) $\mathrm{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2n - 1, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\}$

b) $\mathrm{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 10\}$

c) $\mathrm{C} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x = 0\}$

d) $\mathrm{D} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 2 = 0\}$

e) $\mathrm{E} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 = 0\}$

f) $\mathrm{F} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2 = 0\}$

Exercice 20

1M-tr635

Décrire les ensembles suivants en donnant une condition d'appartenance.

a) $\mathrm{A} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

b) $\mathrm{B} = \{1; 4; 9; 16; 25; \ldots; 169\}$

c) $\mathrm{C} = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$

d) $\mathrm{D} = \left\{\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{5}; \dfrac{1}{10}; \dfrac{1}{17}; \dfrac{1}{26}\right\}$

e) (*) $\mathrm{E} = \left\{0; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{5}; \dfrac{2}{3}; \dfrac{5}{7}; \ldots\right\}$

f) $\mathrm{F} = \{1; 2; 4; 8; 16; \ldots; 1024\}$

Exercice 21

1M-krq84

Enumérer les éléments des ensembles suivants (donnés par une condition) :

$$\{2n - 3 \mid n \in \mathbb{N} \text{ et } n \leq 5\} \quad \left\{\frac{1}{n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N}^*\right\} \quad \left\{\frac{n-1}{n^2+n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n < 6\right\}$$

Exercice 22

1M-ew4z2

Dans l'ensemble T des triangles, on considère I, le sous-ensemble des triangles isocèles ; E, le sous-ensemble des triangles équilatéraux ; R, le sous-ensemble des triangles rectangles

a) Représenter ces quatre ensembles à l'aide d'un diagramme.

b) Décrire par des mots les ensembles $\mathrm{I} \cap \mathrm{E}$, $\mathrm{R} \cap \mathrm{E}$ et $\mathrm{I} \cap \mathrm{R}$.

Exercice 23

1M-rm8qy

Déterminer les éléments des sous-ensembles A et B de E sachant que:

$$\mathrm{E} \setminus \mathrm{A} = \{f; g; h; i\}, \quad \mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{a; b; c; d; e; f\} \quad \text{et} \quad \mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{d; e\}$$

Exercice 24

1M-zm8w4

Décrire les ensembles suivants par une condition d'appartenance.

a) $\{\ldots ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; \ldots\}$

b) $\{0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; \ldots\}$

c) $\{1 ; 4 ; 9 ; 25 ; \ldots\}$

Exercice 25

1M-s2efz

Dans chaque cas, trouver A et B, deux sous-ensembles de $\mathbb{Z}$ tels que:

a) $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $A \cap B = \emptyset$

b) $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $A \cap B = \{2; 3; 4\}$

c) $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $A \setminus B = \{2; 3; 4\}$

d) $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $B \setminus A = \{1; 4\}$

Exercice 26

1M-d5xp3

a) Soient A et B les deux ensembles suivants : $A = \{-5; 3; 4; 6; 8; 9\}$ et $B = \{2; 3; 4; 8; 10\}$.
Déterminer $A \cup B$, $A \cap B$, $B \setminus A$ et $A \setminus B$.

b) Trouver les ensembles C et D puis E et F sachant que :

$$C \cup D = \{1; 2; 3; 4; 5\}, C \cap D = \{2; 3; 4\}, 1 \notin D \setminus C \text{ et } 5 \notin C \setminus D$$

$$E \cup F = \{2; 3; 4; 5\} \text{ et } E \cap F = \{2; 4\}$$

Donner toutes les possibilités.

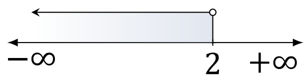
2.3 Intervalles réelles

Exercice 27

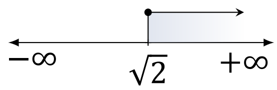
1M-6ugwm

Donner l'écriture mathématique des intervalles suivants:

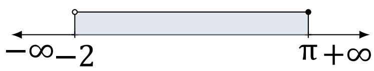
a)



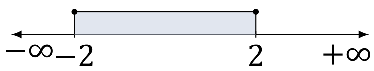
b)



c)



d)



Exercice 28

1M-v2rv8

Représenter graphiquement les intervalles suivants:

a) $[0; 2]$

b) $]-3; 3[$

c) $]-\infty; -4[$

d) $]-2; -1[\cup[0; +\infty[$

e) $]-\infty; 0[\cup[1; 3]$

f) $]\pi; 4] \cap [7; +\infty[$

Exercice 29

1M-p2cxv

Partie 1
Passer de l'écriture en intervalle à l'écriture ensembliste et vice versa.

a) $\cdots = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 4\}$

b) $\ldots = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -0{,}5\}$

c) $]-\infty; -2] = \{ \ \ldots \ \}$

d) $]-1; -0{,}5[= \{ \ \ldots \ \}$

Partie 2
Donner les sous-ensembles de $\mathbb{R}$ suivants à l'aide d'union ou d'intersection intervalles uniquement :

a) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) $\mathbb{R} \setminus [2; 3]$

c) $\mathbb{R} \setminus]-1; 6[$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \text{ ou } x \geq 2\}$

Exercice 30 1M-p6w7q

Décrire les ensembles suivants à l'aide d'intervalles.

a) $\mathrm{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$
b) $\mathrm{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 5\}$
c) $\mathrm{C} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$
d) $\mathrm{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 10\}$
e) $\mathrm{E} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2 \text{ et } x \leq 2\}$
f) $\mathrm{F} = \mathbb{R}$
g) $\mathrm{G} = \{2\}$

Exercice 31 1M-czc9e

Décrire les ensembles de réels suivants à l'aide d'intervalles:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 > x\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2 \text{ et } x \leq 4\}$
e) $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, -\frac{3}{2} < x \leq -\frac{1}{2}\right\}$
f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 + \sqrt{2}\}$
g) $\mathbb{R}$
h) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x \geq 4\}$

Exercice 32 1M-nw439

Décrire par des inéquations les intervalles suivants:

a) $]-\infty; -3]$
b) $]-2; +\infty[$
c) $[0; 2]$
d) $]-3; 3[$
e) $]-5; -4[$
f) $]-2; -1[\cup[0; +\infty[$
g) $]-\infty; 0[\cup[1; 3]$
h) $]-\infty; 4] \cup [7; +\infty[$

Exercice 33 1M-61ve6

Traduire les inéquations suivantes sous forme d'un intervalle.

a) $x \leq 2$
b) $x > 3$
c) $x \geq -1$
d) $x > 0$ et $x \leq 2$
e) $x \leq 1$ ou $x > 3$
f) $x \geq 2$ et $x < 4$
g) $x \geq 0$ ou $x \leq -2$
h) $x \geq 1$ et $x \leq 3$

Exercice 34 1M-fq51r

Déterminer les intervalles suivants où $\mathrm{A} =]-2; 3]$, $\mathrm{B} = [0; 4[$ et $\mathrm{C} =]-\infty; 2]$:

a) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$
b) $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$
c) $\mathrm{A} \setminus \mathrm{B}$
d) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{A}$
e) $\mathrm{A} \cup \mathrm{C}$
f) $\mathrm{A} \cap \mathrm{C}$
g) $\mathrm{A} \setminus \mathrm{C}$
h) $\mathrm{C} \setminus \mathrm{A}$
i) $\mathrm{B} \cup \mathrm{C}$
j) $\mathrm{B} \cap \mathrm{C}$
k) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{C}$
l) $\mathrm{C} \setminus \mathrm{B}$

Exercice 35 1M-ht3h6

On donne trois intervalles I, J et K de $\mathbb{R}$. Déterminer $\mathrm{I} \cap \mathrm{J}$, $\mathrm{I} \cap \mathrm{K}$, $\mathrm{I} \setminus (\mathrm{J} \cup \mathrm{K})$, $(\mathrm{I} \setminus \mathrm{J}) \cup (\mathrm{I} \setminus \mathrm{K})$ dans les cas suivants :

a) $\mathrm{I} =]-3; 4]$ $\quad \mathrm{J} =]-2; 0[$ $\quad \mathrm{K} = [-5; 3[$
b) $\mathrm{I} = [-4; 2[$ $\quad \mathrm{J} =]-2; 3]$ $\quad \mathrm{K} = [-3; 1[$
c) $\mathrm{I} = [-5; 3[$ $\quad \mathrm{J} = [-1; 5[$ $\quad \mathrm{K} =]-3; 4]$

Exercice 36
1M-u14s6

Déterminer les intervalles suivants où $\mathrm{A} = [1;5]$, $\mathrm{B} = [0;+\infty[$ et $\mathrm{C} =]-3;3]$:

a) $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$
b) $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$
c) $\mathrm{A} \setminus \mathrm{B}$
d) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{A}$
e) $\mathrm{A} \cup \mathrm{C}$
f) $\mathrm{A} \cap \mathrm{C}$
g) $\mathrm{A} \setminus \mathrm{C}$
h) $\mathrm{C} \setminus \mathrm{A}$
i) $\mathrm{B} \cup \mathrm{C}$
j) $\mathrm{B} \cap \mathrm{C}$
k) $\mathrm{B} \setminus \mathrm{C}$
l) $\mathrm{C} \setminus \mathrm{B}$

Exercice 37
1M-9k125

Trouver dans chaque intervalle: $]-4;-3[$; $]\frac{1}{4};\frac{1}{3}[$; $]10^{-4};10^{-3}[$:

a) deux nombres rationnels, l'un à partie décimale finie et l'autre à partie décimale infinie périodique
(les donner sous forme de fraction irréductible);

b) un nombre irrationnel.

Exercice 38
1M-mrvd7

On donne trois sous-intervalles de $\mathbb{R}$

$$\mathrm{I} = [-3;4[, \mathrm{J} = [-2;0[\text{ et } \mathrm{K} =]-5;3].$$

Donner à l'aide d'intervalles : $\mathrm{I} \cup \mathrm{K}$, $\mathrm{I} \setminus \mathrm{K}$ et $\mathrm{K} \setminus \mathrm{I}$.

Exercice 39
1M-drcdb

Quel est le nombre réel situé à égale distance des bornes de l'intervalle $[\sqrt{27};\sqrt{75}]$?
Réponse sous forme simplifiée; s'il s'agit d'une racine carrée: de quel entier ?

Exercices - première partie SECTION 3

Calul littéral

3.1 Traduire un énoncé

Exercice 40
1M-3qa3k

Un rectangle possède une largeur de $a > 3$ et une longueur de $a+4$ avec le longueurs données en cm. On lui enlève un carré de 3 cm de côté. Donner l'expression algébrique réduite de l'aire de la figure restante.

Exercice 41
1M-a3tr3

En utilisant la lettre n pour désigner un entier quelconque, exprimer sous forme littérale :

a) trois entiers consécutifs;

b) le carré d'un entier impair quelconque;

c) un nombre positif, différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs;

d) un multiple de 7;

e) un entier qui laisse un reste de 2 lorsqu'on le divise par 3 ;

f) un entier qui précède immédiatement un multiple de 4 ;

g) trois carrés parfaits consécutifs;

h) un nombre pair.

3.2 Isoler une variable

Exercice 42

1M-kdgn

Dans chaque cas, exprimer x en fonction de y ou y en fonction de x.

Exemple

$3x - 2y = 4$	On isole y
$-2y = -3x + 4$	On soustrait $3x$
$y = \frac{-3}{-2}x + \frac{4}{-2}$	On divise par -2
$y = \frac{3}{2}x - 2$	On réduit

a) $x + 3y = 7$ b) $4x - y = 9$ c) $2y = 3x - 5$

d) $x + 2y = 5$ e) $x - 6y = 8$ f) $2x + y = 10$

g) $6x - y = 12$ h) $2x - 5y = -15$ i) $6x + 3y = -24$

j) $2x - 3y = 30$ k) $10x - 4y = 70$ l) $4x - y = 8$

m) $2x + 3y = 6$ n) $5x - 2y = 0$ o) $2x + 3(y + 2) = 10$

Exercice 43

1M-n66ke

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

a) $v = \frac{d}{t}$ $d = ?$ $t = ?$

b) $\mathrm{P} = 2(a + b)$ $b = ?$

c) $\mathrm{A} = \frac{(\mathrm{B} + b)}{2}h$ $h = ?$ $\mathrm{B} = ?$

d) $\mathrm{E} = mgh$ $h = ?$

e) $\mathrm{P} = f\frac{m_1 m_2}{m_3}$ $m_1 = ?$ $m_3 = ?$

f) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}$ $z_1 = ?$ $n_2 = ?$

g) $\mathrm{A} = \frac{a + b}{2}h$ $a = ?$ $h = ?$

h) $\mathrm{V} = \frac{\pi d^2}{4}h$ $h = ?$

Exercice 44
1M-2yzxt

Exprimer la variable demandée en fonction des autres variables présentes dans la formule.

a) $\mathrm{V} = \dfrac{h}{6}(\mathrm{B}_1 + \mathrm{B}_2 + 4\mathrm{M})$ $\qquad h = ?$ $\qquad \mathrm{M} = ?$

b) $\mathrm{D}_r = \dfrac{\mathrm{D}}{1 + \mathrm{A}_r\mathrm{B}_r}$ $\qquad \mathrm{D} = ?$ $\qquad \mathrm{A}_r = ?$

c) $\mathrm{P} = \mathrm{Q}\dfrac{\mathrm{R} - r}{2\mathrm{R}}$ $\qquad r = ?$

d) $\mathrm{G} = \dfrac{k\mathrm{R}_a}{\mathrm{R}_i + \mathrm{R}_a}$ $\qquad \mathrm{R}_i = ?$

e) $\mathrm{A} = \dfrac{\mathrm{F} + \mathrm{S}_\alpha}{\mathrm{S}_\alpha}$ $\qquad \mathrm{F} = ?$

f) $\dfrac{1}{\mathrm{R}} = \dfrac{1}{\mathrm{R}_1} + \dfrac{1}{\mathrm{R}_2}$ $\qquad \mathrm{R} = ?$ $\qquad \mathrm{R}_1 = ?$

3.3 L'algèbre comme outil de preuve

Exercice 45
1M-sxya4

Prouver que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Exercice 46
1M-wanr

Parmi les égalités suivantes, lesquelles sont toujours vraies? lesquelles toujours fausses ? lesquelles parfois vraies parfois fausses ?

a) $5 + 5 = 5^2$ b) $x + x = x^2$ c) $x + x = 2x$

d) $(x+1)^3 = x^3 + 1^3$ e) $0 \cdot x = 1$ f) $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = 3x^2$

g) $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ h) $0 \cdot x = 0$

Exercice 47
1M-jxa81

Prouver que la somme de deux entiers impairs quelconques est un nombre pair.

Exercice 48
1M-u38hd

Pour quels entiers x de 1 à 200 le nombre $x^4 - x^3$ est-il le cube d'un entier?

Exercice 49
1M-5xg9e

L'égalité suivante est-elle valide :

$$\left(x^2 + 2x + 2\right)\left(x^2 - 2x + 2\right) = x^4 + 4\ ?$$

Exercice 50
1M-rdpye

On considère l'identité suivante, appelée égalité de Lagrange (mathématicien du XVI ^{e} siècle):

$$\left(a^2 + b^2\right)\left(c^2 + d^2\right) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

a) Démontrer cette identité.

b) Appliquer cette identité à quatre entiers (par exemple 2,3,4,5) en utilisant la calculatrice.

3.4 Développer et réduire

Exercice 51
1M-9e72h

Pour chacune des expressions suivantes, préciser (sous : « Type ») s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, et donner le nombre de termes (de cette somme ou de ce produit).

	Expression	Type	Nombre de termes
a)	$4 \cdot x + 1 \cdot (3x-1) \cdot (5x-1) + 7 \cdot x$		
b)	$-4 \cdot (x-y) \cdot (3x-1) \cdot (5x-1)$		
c)	$(5x-1) \cdot (5x-1) + 7(5x-1)$		
d)	$(4x-1)(3x-4)(3x+4)$		
e)	$(4x-1)(3x-4)(3x+4) - 1$		
f)	$((3x-4)(3x+4) - x + 1)x$		
g)	$(3x-1)(x-1) + (4x-1)(3x-4)$		
h)	$x^2 - x^2(4x-1)(3x-4)x^2$		

Exercice 52
1M-jw3r4

Développer et réduire.

a) $7(8+9x)$
b) $6a\left(5a^2-12a\right)$
c) $-5(-7y+11)$
d) $-12(-5x-4)$
e) $-8\left(6x^2+4x-3\right)$
f) $-9x^2\left(8x^3+7y\right)$
g) $7a^5\left(6a-4a^2\right)$
h) $-5x^4\left(7x^4+9x-1\right)$

Exercice 53
1M-1e54x

Réduire autant que possible.

a) $2x-2x$
b) $(2x)(-2x)$
c) $2(x-2)x$
d) $-5y+9y$
e) $-(5y+9y)$
f) $(-5y)(+9y)$
g) $(-5y+9)y$
h) $(-5y)+9y$
i) $-5(y+9)y$
j) $-5(y+9y)$
k) $-x(-x)(-1)$
l) $-x(-x-1)$
m) $-(x-x)-1$
n) $x \cdot x \cdot x + x \cdot x$
o) $x \cdot x \cdot (x+x) \cdot x$

Exercice 54
1M-v4dqz

Développer et réduire.

a) $(2y-3)(5+3x)$
b) $(5+2x)(2x-3)$
c) $(3-y)(-5y+9)$
d) $\left(x^2+x-1\right)(x-1)$
e) $(y-x)(x+y)$
f) $(x+1)(x-1)(x+2)$
g) $(2x-1)(x+3)(1-x)$
h) $\left(1+x^2\right)\left(x^2-4x+2\right)$
i) $(x+2)^3$
j) $\left(z^3-5x^3z+2z\right)\left(z^3-3x\right)$
k) $(2-x)\left(x^2+4\right)(2+x)$
l) $(x-1)^4$

Exercice 55
1M-n86nn

Développer et réduire.

a) $5(5+3x)$ b) $2x\left(2x^2-2x\right)$ c) $-5(-5y+9)$
d) $-1(-3x-3)$ e) $\left(x^2+x-1\right)(-1)$ f) $-2(x+y)$
g) $\left(1+x^2\right)\left(x^2-4\right)$ h) $-3x^2\left(1-2x^2+3x\right)$ i) $(5+3x)(x-1)$
j) $3xy\left(x^2y+x-1\right)$ k) $\left(4-x^2\right)\left(1-4x^2\right)$ l) $\left(-4xy^3-x^3y\right)(-3y)$
m) $-2(x+3)(x-1)$ n) $3(x-3)(x-3)$ o) $(-2x+3)(x-1)$
p) $(-2x+3)(3-2x)$

Exercice 56
1M-akwq5

Développer à l'aide d'une identité remarquable, directement et rapidement (sans copier l'énoncé, ne pas s'accorder plus de 5').

a) $(x+y)^2$ b) $(2x^2+2)(2x^2-6)$ c) $(x-y)(x+y)$
d) $(3x+y)^2$ e) $\left(x^2+y^3\right)^2$ f) $(x-1)^2$
g) $(1-x)(1+x)$ h) $(4x-3)^2$ i) $\left(x^3+3y\right)\left(x^3-3y\right)$
j) $(3z-2)^2$ k) $(1-x)^2$ l) $(xy+2y)^2$
m) $\left(x^2-1\right)^2$ n) $(2x+2)^2$ o) $(2a+3)(2a+3)$
p) $(xyz+5)(xyz-5)$ q) $\left(3x^3-5\right)^2$ r) $(a+3b)(a+3b)$
s) $\left(x^2-1\right)\left(x^2-1\right)$ t) $\left(4a^2b-5\right)\left(4a^2b+5\right)$
u) $\left(2xy^3-1\right)\left(2xy^3-1\right)$ v) $\left(x^4+y\right)\left(x^4+y\right)$
w) $\left(1-ax^4\right)\left(1+ax^4\right)$ x) $\left(x^2+a^2\right)\left(x^2-a^2\right)$

Exercice 57
1M-sj5q7

Développer les expressions suivantes.

a) $4\cdot x+1\cdot(3x-1)\cdot(5x-1)+7\cdot x$ b) $(5x-1)\cdot(5x-1)+7(5x-1)$
c) $(4x-1)(3x-4)(3x+4)-1$ d) $((3x-4)(3x+4)-x+1)x$
e) $(3x-1)(x-1)+(4x-1)(3x-4)$ f) $x^2-x^2(4x-1)(3x-4)x^2$

Exercice 58
1M-gw913

Un élève a développé tous les produits de trois des binômes $(x+1)$,$(x-1)$,$(x+2)$ et $(x-2)$, de toutes les manières possibles, sans répétition d'un binôme. Il a noté les résultats suivants :

$x^3-x^2-4x+4, x^3-2x^2-x+2, x^3+2x^2-x-2$ et x^3+x^2-4x-4.

Malheureusement, cet élève ne se souvient pas dans quel ordre il a effectué ses calculs. Comment peut-on l'aider à s'y retrouver immédiatement, par une simple observation ?

Exercice 59
1M-n9d51

Développer et réduire le produit: $\left(n^2+n+1\right)\left(n^2-n+1\right)$.
(*) Déterminer toutes les valeurs de l'entier naturel n, pour lesquelles n^4+n^2+1 est un nombre premier.

Exercice 60

1M-nrg23

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

a) $(x^2-49)(2x+5)-(4x+28)(x-7)$

b) $(x^2+3x-10)^2-(x^2-3x-8)^2$

c) $[(x+2t)-(s+3t)]-[(2s+3t)-(-4s+5t)]$

d) $(2st^3-4rs^2+3s^4)\cdot(5rst^2)$

e) $3x^2(4x-2)-4x[(3x^2+1)+x(5x-3)]$

f) $\frac{5x+2}{3}+\frac{4x-5}{2}-\frac{3x+8}{6}$

Exercice 61

1M-1kye7

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

a) $(4x^4+\sqrt{4})\cdot(4x^4-\sqrt{4})$

b) $(\frac{1}{4}x+2\sqrt{2})^2$

c) $4(x+3)^2-9(2x-1)^2$

d) $(x+2)(x-2)(x^4+16)(x^2+4)$

e) $(x^2-1)(x^2+1)(x^4-8)$

f) $(2a^2-1)(2a^2+1)(4a^4+3)$

g) $(2x+1)(4x+3)+(3x-2)(2x+1)-(2x+1)^2$

3.5 Identités remarquables

Exercice 62

1M-xabyp

Développer directement à l'aide des identités remarquables sans écrire l'étape intermédiaire.
Exemple : $(x-3)(x+2)=x^2-x-6$.

a) $(x-1)(x-2)$

b) $(x+3)(x+1)$

c) $(x-4)(x+4)$

d) $(y+6)(y-8)$

e) $(a+1)(a-12)$

f) $(y+9)(y-4)$

g) $(a+7)(a+3)$

h) $(x-3)(x-10)$

Exercice 63

1M-tm6je

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a) $\left(r^2+7\right)^2$

b) $\left(s^2-3\right)^2$

c) $(3yz+9)^2$

d) $(sy+5)\,(sy-1)$

e) $(tz-9)\,(tz+9)$

f) $(4+3rx)\,(4-3rx)$

g) $\left(5r^2-8rs\right)^2$

h) $(9x-3)\,(9x-2)$

i) $\left(r^2+8\right)\left(r^2-8\right)$

j) $(1+10r)^2$

Exercice 64

1M-3ytn7

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a) $(10rx+8)(10rx+5)$

b) $\left(st+\frac{3}{2}s\right)\left(st-\frac{3}{2}s\right)$

c) $\left(5s^2y-\frac{5}{8}s^2\right)^2$

d) $\left(\frac{1}{8}x+\frac{2}{3}sx\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{5}z^2+\frac{3}{5}r^2z\right)\left(\frac{2}{5}z^2-\frac{3}{5}r^2z\right)$

f) $\left(\frac{7}{2}r-4rt^2\right)^2$

g) $(6ry+3)(6ry+2)$

h) $\left(\frac{4}{3}z^2+\frac{5}{9}rz\right)^2$

i) $\left(\frac{4}{7}tx-8\right)\left(\frac{4}{7}tx+7\right)$

j) $\left(10s+\frac{8}{7}t^3\right)^2$

Exercice 65

1M-guy1v

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables.

a) $\left(\frac{3}{4}t-6\right)\left(\frac{3}{4}t+7\right)$

b) $\left(t^2-4\right)\left(t^2-10\right)$

c) $\left(z^2-\frac{1}{3}\right)^2$

d) $\left(rz-\frac{1}{5}\right)\left(rz+\frac{1}{5}\right)$

e) $\left(\frac{1}{3}r^2+\frac{3}{4}x^2\right)^2$

f) $\left(\frac{5}{3}+\frac{7}{10}r^2\right)\left(\frac{5}{3}-\frac{7}{10}r^2\right)$

g) $\left(tx+\frac{6}{5}\right)^2$

h) $\left(\frac{5}{3}y-\frac{2}{3}ty\right)^2$

i) $\left(ry-\frac{5}{6}\right)\left(ry+\frac{5}{6}\right)$

j) $\left(\frac{8}{5}y+10\right)\left(\frac{8}{5}y+9\right)$

Exercice 66

1M-3at1e

Effectuer les calculs suivants.

a) $\left(4\sqrt{2}+3\sqrt{7}\right)\left(4\sqrt{2}-3\sqrt{7}\right)$

b) $\left(4\sqrt{3}+5\right)\left(4\sqrt{3}-5\right)$

c) $\left(3\sqrt{6}+2\sqrt{11}\right)^2$

d) $\left(5\sqrt{11}-2\right)^2$

e) $\left(-3\sqrt{6}+6\right)^2$

Exercice 67

1M-akeku

Utiliser les identités remarquables pour calculer (sans calculatrice) les carrés suivants :

a) Avec $(a+b)^2$: 23^2 ; 92^2 ; 101^2 ; 42^2

b) Avec $(a-b)^2$: 39^2 ; 68^2 ; 99^2 ; 298^2

Exercice 68

1M-sqsur

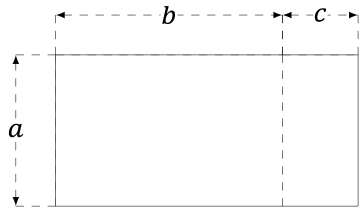
Déterminer les identités remarquables pour :
$(a+b)^1$; $(a+b)^2$; $(a+b)^3$; $(a+b)^4$; $(a+b)^5$
Se renseigner sur le triangle de Pascal et comprendre comment calculer récursivement $(a+b)^n$ si le développement de $(a+b)^{n-1}$ est connu.

Exercice 69

1M-6edd2

En Grèce antique on donnait des preuves géométriques des propriétés des nombres réels, basées sur l'aire du rectangle.

a) Pour illustrer la distributivité de la multiplication sur l'addition pour les nombres réels a,b, et c, exprimer de deux manières l'aire du rectangle représenté ci-dessous :



b) De manière semblables, illustrer géométriquement les identités suivantes puis les prouver :

$$(a+b)^2 \quad \text{et} \quad (a+b)(c+d)$$

Exercice 70

1M-37srd

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

a) $(2a+b)^3$
b) $(5a-b)^3$
c) $(x-y)^4$
d) $(a^2+b^2)^4$
e) $(2a^3-b^4)^3$
f) $(x^2+y)^5$
g) $(a-2b)^6$
h) $(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y)^4$
i) $(x^m+y^n)^3$

3.6 Factorisation

Exercice 71

1M-g6h1q

L'aire d'un rectangle est de $4a^2+6a$. Déterminer sa longueur, si la largeur mesure $2a$.

Exercice 72

1M-pq3wr

Développer les produits, factoriser les sommes.

a) $(2x+3)^2$
b) $4x+6y^2$
c) $9b^2+12b+4$
d) x^2+6x-7
e) $9y^2-6y+1$
f) $4h^2(2h+3)$
g) $(1-x)^2$
h) $16a^2-25$
i) $(4a-5)(4a+5)$
j) $1-2x+x^2$
k) $8h^3+12h^2$
l) $(3y-1)^2$
m) $(x-1)(x+7)$
n) $(2+3b)^2$
o) $\left(2x+3y^2\right)\cdot 2$
p) $4x^2+12x+9$

Exercice 73 1M-q5m9j

Factoriser autant que possible.

a) $2xy^2 + 4xy + 2x$
b) $45a^2 - 30a + 5$
c) $5x^4 - 20x^2$
d) $3x^2y + 30xy + 48y$
e) $7a^4x - 14a^3x^2 + 7a^2x^3$
f) $9a^5 + 24a^3b^2 + 16ab^4$
g) $4x^3y - 16x^2y^2 + 16xy^3$
h) $2a^3x^3 - 4a^2x^2 + 2ax$
i) $3x(x+1)^2 - 27x$
j) $9ab^2c^4 - 4ab^4$
k) $a^2x^2 - 4b^2x^4$
l) $a^2(x+2y) - 4(x+2y)$

Exercice 74 1M-6cmvd

On considère le nombre $123456789^2 - 123456786 \cdot 123456792$.

a) Calculer ce nombre à l'aide d'une calculatrice.
b) Poser $x = 123456789$ et exprimer le nombre considéré en fonction de x.
c) Développer et réduire l'expression trouvée en b).
d) Que conclure des calculs précédents ?

Exercice 75

Factoriser au maximum les expressions suivantes

a) $-6(10t+3) + (10t+3)8t^2$
b) $-4t(3t+7) + (3t+7)3t$
c) $-10y(3y+2) + 7(3y+2)$
d) $(-3r+10)(-10r) + (-3r+10)(-r)$
e) $-t^2(5t+7) + (5t+7)8t^2$
f) $(4z+7)\left(-8z^2\right) - 6z^2(4z+7)$
g) $8s^3 - 48s^2 - 3s + 18$
h) $(-8t+10)5 - 9t(-8t+10)$
i) $-72r^2 - 35r + 63r^3 + 40$
j) $-2r^2 - 6r + 3r^3 + 9r^2$
k) $60 + 42s + 28s^2 + 40s$
l) $32x + 64 - 28x^3 - 56x^2$
m) $(8x-6)6x + (8x-6)4x$
n) $(8s-2)10s + (8s-2)\left(-5s^2\right)$
o) $(-6y+8)7y^2 + 7y^2(-6y+8)$

Exercice 76 1M-4kec2

Factoriser au maximum les expressions suivantes

a) $25s^4 - 20s^2 + 4$
b) $9s^2t^2x^2 + 48stx + 64$
c) $s^2t^2 + 36r^4 - 12r^2st$
d) $4 + 81y^2 + 36y$
e) $s^2t^2z^2 - 1$
f) $25x^2y^2 - 90rxy + 81r^2$
g) $-147t^4yz - 420t^2y^2z - 300y^3z$

Exercice 77 1M-z34z9

Mettre en évidence le facteur commun.

a) $4x(x+y) + 5x(x+y)$
b) $3a(3a-b) - 8(3a-b)$
c) $5a^2b(a-2b) - 15ab^2(a-2b)$
d) $9x(x+2)^2 - 5x(x+2)$
e) $4(x-y) + 2x(y-x)$
f) $x^2(2x-1) + 3x^2(1-2x)$

Exercice 78 1M-64mtt

Factoriser le plus possible les expressions suivantes.

a) $m(a-b)+n(a-b)$
b) $x(2a-b)+y(b-2a)$
c) $a(x-y)-(y-x)$
d) $(a+b)(x-3y)-3a(x-3y)$
e) $(a+b)^3-(a+b)^2$
f) $(x-3)(x+1)-x+3+2(x-3)^2$
g) $(a-b)^3-(a-b)$
h) $(x-y)-(a+b)^2(x-y)$

Exercice 79 1M-kywsv

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

a) $axy^2+bxy^2-ax-bx$
b) $8x^2+4xy-2ax-ay$
c) u^3-u-u^2+1
d) ax^2-1-x^2+a
e) x^3-2x^2+x-2
f) (*) x^3+2x^2+2x+1
g) $\left(x^2-1\right)-3(1-x)$
h) $a^2-b^2-5a+5b$
i) $a^2b^2+a^2-b^2-1$
j) x^3+2x^2-4x-8
k) $a^2b^2+b^2-a^2-1$
l) $x^3-7x^2-4x+28$

(*) Indice pour le f) : $2x^2=x^2+x^2$

Exercice 80 1M-nc4wd

Factoriser complètement (utiliser notamment la méthode des groupements).

a) $2ax+ay-12x-6y$
b) $5x^3-10x^2-x+2$
c) $x^2-y^2+a\left(x^2-2xy+y^2\right)$
d) $7x^3+9-3x^2-21x$
e) $5bx-ay+by-5ax$
f) $(x-y)(2x-y+1)+(y-x)(x-y+1)$
g) $6x^2-6y+ay-ax^2$
h) $(x-8)(4x-3)+x^2-8x$
i) $y^2-1-x^2+x^2y^2$
j) $3x^4+6x^3+2x^2+4x$

Exercice 81 1M-ctbb

Observer les écritures suivantes pour trouver comment les réduire sans développer les carrés.

a) $(2x-y+1)^2-(2x+y+1)^2$
b) $(2x+y)^2+2(2x+y)(2x-y)+(2x-y)^2$
c) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y\right)^2-\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y\right)^2$
d) $\left(x^2-2\right)^2-2\left(x^2-2\right)\left(x^2+x+1\right)+\left(x^2+x+1\right)^2$

Exercice 82 1M-x9jw

Factoriser le plus possible.

a) $4x^4-4$
b) $x^3-x^2-4(x-1)$
c) $16x^4-9y^2$
d) $3x^2+6x-24$
e) $8x^3-8x^2+2x$
f) $(x+y)^2-4u^2$
g) x^3-5x
h) x^4-64
i) $4y^2-12y+9$
j) $a^2-ab-a+b$
k) $(4x-1)^2-9(3-x)^2$
l) $4ax^2y^3-(axy)^2+5bx^3y^2$

Exercice 83 1M-uae9m

Factoriser le plus possible les expressions suivantes :

a) $x^2 + 2x$
b) $2x^2y^2 - 2$
c) $x^3 + 4x$
d) $1 - 16a^4x^4$
e) $ab - ac + 3b - 3c$
f) $ay + ax - my - mx$
g) $9a^2 - 3ab^3 + \frac{1}{4}b^6$
h) $3x^4 - 243$
i) $(x-2)^2 + 7(x-2) + 12$
j) $x^2y^2 - 7xy + 12$
k) $(x-1)^2 - 9(x-1) + 20$
l) $(x-1)^2 + x - 1 - 20$
m) $(x+3)^2 + 10x + 30 - 24$
n) $(x-1)^2 + x - 21$
o) $(2x+y)^2 - (3y-z)^2$
p) $4(x+3y)^2 - 9(2x-y)^2$
q) $(x-2y)^4 - x^4$
r) $(x^2-x+3)^2-(x^2-11x+16)^2$
s) $x^4y^2 - 2x^2yab^3 + a^2b^6$
t) $18x^2-2+2x(3x+1)-(3x+1)$

Exercice 84 1M-64qwf

Factoriser les expressions suivantes :

a) $(3x+2)^2 - (x-5)^2$
b) $(7x-1)^2 - (5x+2)^2$
c) $2(4x^2-25) - (2x+5)^2$
d) $(4x+5)^2 - (2x-3)^2$
e) $(4x-7)^2 + (49-16x^2) + (8x^2-14x)$
f) $2(2x-1)^2 - (3-6x)(x-1) + 4x^2 - 1$
g) $(7-2x)(x+5) + (2x-7)(5x-3)$
h) $(1-4x)(2x-3) - (4x-1)(3x+2) + 16x^2 - 1$
i) $(3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1$
j) $(3x-1)^2 - 9x^2 + 1 - (x-5)(3x-1)$
k) $(x-4)(3x-7) - (x-4)^2 - (4-x)(2x+7)$
l) $3(x-4)^2 - x^2 + 16 - (4-x)(2x+7)$
m) $3(x-2)^2 - 4 + x^2 + (x+5)(x-2)$
n) $(2x-3)(7x-2) - (2x-3)^2$
o) $2(x^2-2x+1) + 1 - x^2 + (x-1)(2x+1)$
p) $4x^2 - 9 - 4(2x-3) + (2x-3)^2$
q) $(9x^2+12x+4) - 2x(3x+2) + (4-9x^2)$
r) $(7-2x)(x+5) - (21-6x)(2x+1)$
s) $2x^2 - 4x + 2 - 3(x-1)(2x+1)$
t) $25x^2 - 4 + (5x-2)(x-1) - (5x-2)^2$
u) $x^2 - 4 - (x+1)(x-2) - (x-2)^2$
v) $(4x-1)^2 - 9(3-x)^2$
w) $x^2 + 4$
x) $5(x^2-4) - x^2 + 4x - 4 + (6-3x)(x+3)$

Exercice 85 Factoriser les expressions suivantes :

1M-rwcyq

a) $m(a-b)+n(a-b)$
b) $x(2a-b)+y(b-2a)$
c) $a(x-y)-(y-x)$
d) $(a+b)(x-3y)-3a(x-3y)$
e) $(a+b)^3-(a+b)^2$
f) $(x-3)(x+1)-x+3+2(x-3)^2$
g) $(a-b)^3-(a-b)$
h) $(x-y)-(a+b)^2(x-y)$
i) $1-(2a-1)^2$
j) $(a+2b)^2-a^2$
k) $a^2+2ab+b^2+a(a+b)+a^2-b^2$
l) $\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\right)^2$
m) $(2a^2-3a-2)^2-(a^2-3a+2)^2$
n) $5a^3+40a^2+80a$
o) $3x^3-9x^2-3x+9$
p) $5ax-5bx-8a+8b$
q) ax^4-25a
r) a^2b+a^2-b-1
s) $\frac{4}{9}a^4+\frac{1}{25}x^4+\frac{4}{15}a^2x^2$
t) $8x^3-8xy^2$
u) $8a^7y^3-98ay^7$
v) 16^2-x^{16}
w) $(x-y)^2+6(x-y)+5$
x) $(2x-y)^2-2(2x-y)+1$

Exercice 86 Retrouver les identités remarquables pour le cube du binôme :
$(a+b)^3$ et $(a-b)^3$

1M-82fkx

En partant de ces identités, obtenir celles pour (ou la factorisation de) :

a) a^3+b^3
b) a^3-b^3.

Exercices - première partie SECTION 4

Équations

Exercice 87 Répondre par vrai ou faux en justifiant.

1M-5pcp

a) Le nombre -8 est-il solution de l'équation : $x^2=32-4x$?
b) Le nombre 0 est-il solution de l'équation :
$x^2+12x+12=3x^3-3x^2-x+12$?
c) Le nombre $-\frac{1}{2}$ est-il solution de l'équation : $x(x-2)=x^2-1$?
d) Le nombre $\frac{1}{2}$ est-il solution de l'équation : $x(x-2)=x^2-1$?

4.1 Équations du premier degré

4.1.1 Résolution d'équations

Exercice 88 Compléter les équations b), c) et d) pour obtenir des équations équivalentes à l'équation a).

1M-qa6b

a) $x=\frac{2}{5}y-2$
b) $5x=\ldots$
c) $x+2=\ldots$
d) $\frac{5}{2}x=\ldots$

Exercice 89
1M-bvvy

Traduire chaque phrase par une équation, puis résoudre.

a) « Le triple du nombre x vaut 2 de plus que x. »

b) « La somme de x et de 3 vaut 2 de moins que le double de x. »

c) « Le double d'un nombre dépasse ses deux tiers de 10. »

d) « Si l'on soustrait le dixième de x au quart de x on obtient 2 de moins que x. »

e) « Si l'on retranche 5 du triple de x, on obtient la moitié de la somme de 3 et de x. »

Exercice 90
1M-rhvj

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$.

a) $2\left(\frac{x}{3}+3\right)=0$

b) $\frac{1-6x}{4}=2\left(1-\frac{3}{4}x\right)$

c) $3x=\frac{x-55}{6}$

d) $x+\frac{1}{4}=-\frac{3}{7}$

Exercice 91
1M-ehjb

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$.

a) $2\sqrt{3}\cdot x=\sqrt{3}\cdot x-1$

b) $\sqrt{3}-x=\sqrt{2}\cdot x+2$

c) $\sqrt{3}-3x=\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{2}$

d) $\sqrt{2}\cdot x-\sqrt{2}=1-\sqrt{2}\cdot x$

4.1.2 Résolution de problèmes

Exercice 92
1M-q8vx

Il s'agit de partager 2100 francs entre trois personnes de manière que la première ait le quart de la part de la troisième et 120 francs de plus que la deuxième.

a) Voici trois façons de commencer. Compléter chacune de ces possibilités en fonction de x.

b) Résoudre ce problème.

part de la 1re personne :	x
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	x
part de la 3e personne :	

part de la 1re personne :	
part de la 2e personne :	
part de la 3e personne :	x

Exercice 93
1M-prpq

Un problème de Leonhard Euler (1707 - 1783).
Un père mourut en laissant quatre filles. Celles-ci se partagèrent ses biens de la manière suivante : la première prit la moitié de la fortune, moins 3000 livres; la deuxième en prit le tiers moins 1000 livres; la troisième prit exactement le quart des biens; la quatrième prit 600 livres plus le cinquième des biens. Quelle était la fortune totale, et quelle somme reçut chacun des enfants?

Exercice 94
1M-ae7n

Trouver deux nombres entiers consécutifs tels que le quart du premier ajouté au cinquième du plus grand donne 29.

Exercice 95
1M-fata

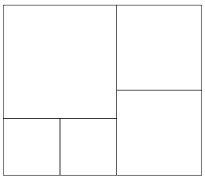
Trois frères, Albrecht, Blaise et Carl ont acheté une maison 2 millions de francs. Albrecht dit qu'il pourrait payer la somme entière si Blaise lui donnait les cinq huitièmes de ce qu'il a. Blaise dit qu'il payerait tout si Carl lui donnait les huit neuvièmes de ce qu'il a. Enfin Carl dit que pour acquitter seul le prix, il lui manque le tiers de ce qu'a Albrecht plus les trois seizièmes de ce que possède Blaise. Combien chacun a-t-il ?

Exercice 96
1M-abv3

Ayant reçu un héritage, je dépense 2000 francs pour acheter une moto et je place les deux tiers du reste à la banque. Il me reste alors 30% du montant total de l'héritage. Quel était ce montant?

Exercice 97
1M-pvqa

Le rectangle représenté ci-dessous a été découpé en 5 carrés. Le périmètre du rectangle est de 1 m . Déterminer son aire.



Exercices - première partie SECTION 5

Réponses

5.1 Calcul numérique

5.1.1 Division euclidienne

Corrigé 1

a) $0{,}\overline{3}$ b) $0{,}\overline{1}$ c) $1{,}\overline{076923}$ d) $0{,}\overline{1176470588235294}$

Corrigé 2

a) $\frac{1}{7} = 0{,}\overline{142857}$; $\frac{2}{7} = 0{,}\overline{285714}$; $\frac{3}{7} = 0{,}\overline{428571}$; $\frac{4}{7} = 0{,}\overline{571428}$; $\frac{5}{7} = 0{,}\overline{714285}$; $\frac{6}{7} = 0{,}\overline{857142}$.

b) À remarquer. c) $\frac{22}{23} = 0{,}\overline{9565217391304347826086}$

Corrigé 3

On note un nombre à cinq chiffres

$$a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + e \cdot 10^4 \quad \text{où } a,b,c,d,e \in \mathbb{N}, e \neq 0$$

Si le nombre a quatre chiffres, alors on prend $e = 0$ et $d \neq 0$.

a) On a $a = 4$ et $b = 2$. Par ailleurs la somme $a + b + c + d + e$ doit être divisible par 3 pour que le nombre soit un multiple de 3. On a $2 + 4 = 6$ qui est déjà un multiple de 3. Le nombre recherché est donc 99924.

b) Le nombre recherché est 1224.

c) Le nombre recherché est 2046.

d) Le nombre recherché est 9753.

Corrigé 4

a) 1; 4; 9, on les appelle des carrés parfaits.

b) Ce sont des nombres premiers. $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; \ldots\}$.

Corrigé 5

a) 21,05 b) $3{,}0\overline{6}$ c) $4{,}\overline{2857140}$ d) $5{,}\overline{63}$

5.1.2 Nombres rationnels

Corrigé 6

a) $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ b) $\frac{35}{99}$ c) $\frac{349}{999}$ d) $\frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{173}{495}$

e) $\frac{3}{10} + \frac{5}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$ f) $\frac{34}{100} + \frac{9}{900} = \frac{7}{20}$. Noter que $0{,}\overline{9} = 1$ et que $0{,}0\overline{9} = 0{,}01$. g) $1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$ h) $\frac{325}{100} = \frac{13}{4}$

i) $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ j) $1 + \frac{4}{10000} = \frac{251}{250}$ k) $\frac{80}{99}$ l) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$

m) 3 n) $3 + \frac{141}{999} = \frac{1046}{333}$

Corrigé 7

a) $\frac{12}{10}$; $\frac{13}{10}$; $\frac{14}{10}$; b) $1{,}\overline{1} = \frac{10}{9}$; $\frac{11}{9}$; $\frac{12}{9}$; c) $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

5.1.3 Racines

Corrigé 8

a) $7\sqrt{3}$ b) $14\sqrt{2}-2\sqrt{5}$ c) -2 d) $5-2\sqrt{6}$

e) $5-7\sqrt{3}$ f) $16+8\sqrt{5}$ g) $20\sqrt{3}$ h) 6

Corrigé 9 On utilise la multiplication par l'expression conjuguée et les propriétés des racines.

Corrigé 10

a) $\dfrac{4\sqrt{5}-10\sqrt{2}}{3}$ b) $\dfrac{11}{3}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $-2\sqrt{15}$

Corrigé 11

a) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ b) $-\dfrac{203\sqrt{3}}{18}$ c) $\dfrac{41\sqrt{5}}{20}$ d) $-\dfrac{3\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2}$.

Corrigé 12 $(3+2\sqrt{2})^2 = 17+12\sqrt{2}$, ainsi, $\sqrt{17+12\sqrt{2}} = 3+2\sqrt{2}$

5.2 Ensembles et intervalles

5.2.1 Ensembles de nombres

Corrigé 13 $\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{100} \in \mathbb{N}$; $\sqrt{200} \in \mathbb{R}$; $\pi+1 \in \mathbb{R}$; $-\sqrt{1{,}21} \in \mathbb{Q}$; $3{,}14 \in \mathbb{Q} \cdot 10^5 \in \mathbb{N}$; $-\frac{17}{2} \in \mathbb{Q}$.

Corrigé 14

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	aucun
$\frac{3}{2}$			X	X	
$\frac{3{,}14}{0{,}01}$	X	X	X	X	
$\sqrt{7}$				X	
$\frac{2-\sqrt{8}}{\sqrt{2}-1}$		X	X	X	
$\sqrt{9}$	X	X	X	X	
π				X	
$-\sqrt{100}$		X	X	X	

Corrigé 15

a) Vrai b) Faux, semi-ouvert à gauche c) Vrai

d) Faux, ce n'est pas l'intervalle e) Vrai f) Faux, il y appartient

g) Faux, 0 est dans l'intersection h) Vrai i) Vrai

Corrigé 16 Plusieurs possibilités, par exemple la suite suivante (à réduire) :

$$\left\{\frac{1}{3}+\frac{k}{20}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right) \mid k = 1, \dots, 10\right\}$$

Corrigé 17

a) $\dfrac{3-7}{2}=\dfrac{-4}{2}=-2\in\mathbb{Z}$

b) $\dfrac{4}{4-1}=\dfrac{4}{3}\in\mathbb{Q}$

c) $2{,}5:3+1=\dfrac{25}{30}+1=\dfrac{5}{6}+1=\dfrac{11}{6}\in\mathbb{Q}$

d) $\dfrac{2^0}{1^2}=\dfrac{1}{1}=1\in\mathbb{N}$

e) $(\sqrt{2}-1):2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\in\mathbb{R}$

f) $\dfrac{3-\sqrt{9}}{\pi}=\dfrac{3-3}{\pi}=0\in\mathbb{N}$

g) $\sqrt{3\cdot 27}=\sqrt{81}=9\in\mathbb{N}$

h) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{27}}=\dfrac{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{1-2}{3}=-\dfrac{1}{3}\in\mathbb{Q}$

i) $\sqrt{\sqrt{25}-\dfrac{3}{\sqrt{9}}}=\sqrt{5-\dfrac{3}{3}}=\sqrt{4}=2\in\mathbb{N}$

j) $\dfrac{14}{\sqrt{25}-\sqrt{144}}=\dfrac{14}{5-12}=\dfrac{14}{-7}=-2\in\mathbb{Z}$

k) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{81}-\dfrac{16}{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{9-8}=\dfrac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}\in\mathbb{R}$

l) $\dfrac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-5}=\dfrac{5-\sqrt{3}}{-(5-\sqrt{3})}=-1\in\mathbb{Z}$

5.2.2 Ensembles quelconques

Corrigé 18 $\notin$, $\in$, $\subset$, $\not\subset$

Corrigé 19

a) $\mathrm{A}=\{-1;1;3;5;7;9\}$

b) $\mathrm{B}=\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{6},\frac{1}{7},\frac{1}{8},\frac{1}{9}\}$

c) $\mathrm{C}=\{-1,0\}$

d) $\mathrm{D}=\emptyset$

e) $\mathrm{E}=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

f) $\mathrm{F}=\emptyset$

Corrigé 20

a) $\mathrm{A}=\{x\in\mathbb{N}^*\mid 1\le x\le 8\}$

b) $\mathrm{B}=\{n^2\mid n\in\mathbb{N}^*,1\le n\le 13\}$

c) $\mathrm{C}=\{3n+1\mid n\in\mathbb{N},0\le n\le 6\}$

d) $\mathrm{D}=\left\{\frac{1}{n^2+1}\mid n\in\mathbb{N}^*,1\le n\le 5\right\}$

e) $\mathrm{E}=\{\frac{n-1}{n+1}\mid n\in\mathbb{N}^*\}$

f) $\mathrm{F}=\{2^n\mid n\in\mathbb{N},0\le n\le 10\}$

Corrigé 21

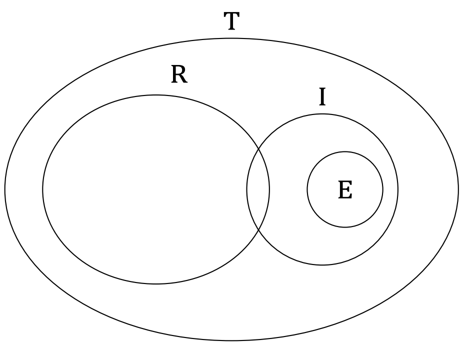
a) $\{-3;-1;1;3;5;7\}$

b) $\left\{1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3};\dots\right\}$

c) $\left\{0;\dfrac{1}{6};\dfrac{3}{20};\dfrac{2}{15}\right\}$

Corrigé 22

a) La taille des diagrammes n'est pas représentative de la « taille » des ensembles.



b)

- $\mathrm{I}\cap\mathrm{E}=\mathrm{E}$, car l'ensemble des triangles équilatéraux est contenu dans l'ensemble de triangles isocèles.
- $\mathrm{R}\cap\mathrm{E}=\emptyset$, car il n'existe aucun triangle qui est équilatéral et rectangle (par le théorème de Pythagore, si $a\in\mathbb{R}_+^*$ est la longueur du côté du triangle, alors $a^2+a^2\neq a^2$).
- $\mathrm{I}\cap\mathrm{R}$ est l'ensemble des triangles dont les deux cathètes mesure $a\in\mathbb{R}_+^*$ et l'hypoténuse mesure $a\sqrt{2}$ (par Pythagore).

Corrigé 23 Il y a plusieurs possibilité, en voici une

$$\mathrm{A}=\{a;b;c;d;e\}\quad \mathrm{B}=\{d;e;f\}\quad \mathrm{C}=\{f;g;h;i\}$$

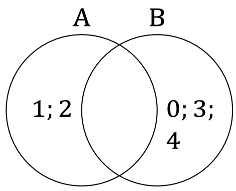
Corrigé 24

a) $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ b) $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ c) $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

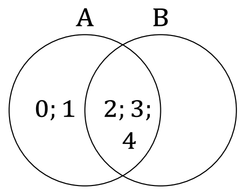
Corrigé 25

Il y a plusieurs réponses possibles.

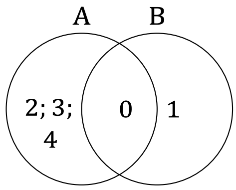
a) $A = \{1; 2\}$ et $B = \{0; 3; 4\}$



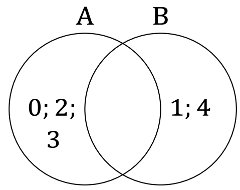
b) $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ et $B = \{2; 3; 4\}$



c) $A = \{0; 2; 3; 4\}$ et $B = \{0; 1\}$



d) $A = \{0; 2; 3\}$ et $B = \{1; 4\}$



Corrigé 26

a)

i) $A \cup B = \{-5; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 10\}$
ii) $A \cap B = \{3; 4; 8\}$
iii) $B \setminus A = \{2; 10\}$
iv) $A \setminus B = \{-5; 6; 9\}$

b) $C = \{1; 2; 3; 4\}$, $D = \{2; 3; 4; 5\}$

c)

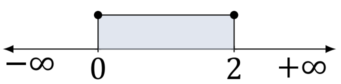
i) $E = \{2; 3; 4; 5\}$, $F = \{2; 4\}$
ii) $E = \{2; 3; 4\}$, $F = \{2; 4; 5\}$
iii) $E = \{2; 4; 5\}$, $F = \{2; 3; 4\}$
iv) $E = \{2; 4\}$, $F = \{2; 3; 4; 5\}$

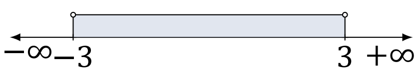
5.2.3 Intervalles réelles

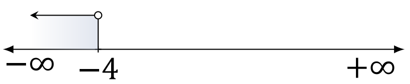
Corrigé 27

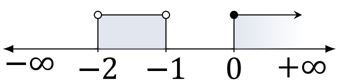
a) $]-\infty; 2[$ b) $[\sqrt{2}; +\infty[$ c) $]-2; \pi]$ d) $[-2; 2]$

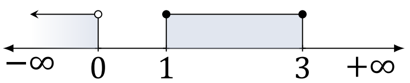
Corrigé 28

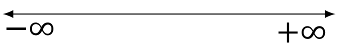
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

Corrigé 29

a) $[-3; 4[$ b) $[-0{,}5; +\infty[$ c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < -0{,}5\}$

a) $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ b) $]-\infty; 2[\cup]3; +\infty[$ c) $]-\infty; -1] \cup [6; +\infty[$ d) $]-\infty; -5[\cup [2; +\infty[$

Corrigé 30

a) $A = [-3; 5]$ b) $B =]4; 5[$ c) $C =]-\infty; 1[$
d) $D = [10; +\infty[$ e) $E = [-2; 2]$ f) $F =]-\infty; +\infty[$
g) Un intervalle contient une infinité de nombre, donc pas possible.

Corrigé 31

a) $[-3; 2]$ b) $[3; +\infty[$ c) $]-\infty; -1[$ d) $]-2; 4]$
e) $]-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}]$ f) $]-\infty; 1 + \sqrt{2}]$ g) $]-\infty; +\infty[$ h) $]-\infty; -2[\cup [4; +\infty[$

Corrigé 32

a) $x \leq -3$ b) $x > -2$ c) $0 \leq x \leq 2$ d) $-3 < x < 3$
e) $-5 < x < -4$ f) $-2 < x < -1$ ou $0 \leq x$ g) $x < 0$ ou $1 \leq x \leq 3$
h) $x \leq 4$ ou $x \geq 7$

Corrigé 33

a) $]-\infty; 2]$ b) $]3; +\infty[$ c) $[-1; +\infty[$ d) $]0; 2]$
e) $[1; +\infty[$ f) $[2; 4[$ g) $]-\infty; -2] \cup [0; +\infty[$ h) $[1; 3]$

Corrigé 34

a) $A \cup B =]-2; 4[$ b) $A \cap B = [0; 3]$ c) $A \setminus B =]-2; 0[$ d) $B \setminus A =]3; 4[$
e) $A \cup C =]-\infty; 3]$ f) $A \cap C =]-2; 2]$ g) $A \setminus C =]2; 3]$ h) $C \setminus A =]-\infty; -2]$
i) $B \cup C =]-\infty; 4[$ j) $B \cap C = [0; 2]$ k) $B \setminus C =]2; 4[$ l) $C \setminus B =]-\infty; 0[$

Corrigé 35

a)
i) $I \cap J =]-2; 0[$
ii) $I \cap K =]-3; 3[$
iii) $I \setminus (J \cup K) = [3; 4]$
iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) =]-3; -2] \cup [0; 4]$

b)
i) $I \cap J =]-2; 2[$
ii) $I \cap K = [-3; 1[$
iii) $I \setminus (J \cup K) = [-4; -3[$
iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) = [-4; -2] \cup [1; 2[$

c)
i) $I \cap J = [-1; 3[$
ii) $I \cap K =]-3; 3[$
iii) $I \setminus (J \cup K) = [-5; -3]$
iv) $(I \setminus J) \cup (I \setminus K) = [-5; -1[$

Corrigé 36

a) $A \cup B = [0; +\infty[$ b) $A \cap B = [1; 5]$ c) $A \setminus B = \emptyset$ d) $B \setminus A = [0; 1[\cup]5; +\infty[$
e) $A \cup C =]-3; 5]$ f) $A \cap C = [1; 3]$ g) $A \setminus C =]3; 5]$ h) $C \setminus A =]-3; 1[$
i) $B \cup C =]-3; +\infty[$ j) $B \cap C = [0; 3]$ k) $B \setminus C =]3; +\infty[$ l) $C \setminus B =]-3; 0[$

Corrigé 37

Il y a une infinité de possibilités.

a) $-\frac{7}{5}, -\frac{10}{3} \in]-4; -3[$, $\frac{10}{3}, \frac{27}{99} \in]\frac{1}{4}; \frac{1}{3}[$, $\frac{5}{1000}, \frac{1}{9000} \in]10^{-4}; 10^{-3}[$

b) $-2{,}5\sqrt{2}$, $\frac{2}{5\sqrt{2}}$, $\frac{\sqrt{2}}{1000}$.

Corrigé 38

a) $I \cup K = [-3; 4[\cup]-5; 3] =]-5; 4[$ b) $I \setminus K = [-3; 4[\setminus]-5; 3] =]3; 4[$
c) $K \setminus I =]-5; 3] \setminus [-3; 4[=]-5; -3[$

Corrigé 39

On a $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ et $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$.

$$\begin{aligned}\sqrt{27} + \frac{\sqrt{75} - \sqrt{27}}{2} &= 3\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{2} \\ &= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

On aurait pu le déduire directement depuis l'écriture simplifiée de $\sqrt{27}$ et $\sqrt{75}$.

5.3 Calul littéral

5.3.1 Traduire un énoncé

Corrigé 40

$\mathrm{A} = a(a+4) - 3^2 = a^2 + 4a - 9$

Corrigé 41

a) $n; n+1; n+2$ b) $(2n+1)^2$ c) $(n+1)^2 - n^2$ d) $7n$

e) $3n+2$ f) $4n-1$ g) $n^2; (n+1)^2; (n+2)^2$ h) $2n$

5.3.2 Isoler une variable

Corrigé 42

a) $x = 7 - 3y$ b) $y = 4x - 9$ c) $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

d) $x = 5 - 2y$ e) $x = 8 + 6y$ f) $y = 10 - 2x$

g) $y = 6x - 12$ h) $x = \frac{5}{2}y - \frac{15}{2}$ i) $y = -2x - 8$

j) $y = \frac{2}{3}x - 10$ k) $y = \frac{5}{2}x - \frac{35}{2}$ l) $y = 4x - 8$

m) $y = -\frac{2}{3}x + 2$ n) $y = \frac{5}{2}x$ o) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

Corrigé 43

a) $v = \dfrac{d}{t}$ $\quad d = ?$ $\quad t = ?$

Isolons d :

$$v = \frac{d}{t} \quad \Big| \cdot t$$
$$v \cdot t = d \quad \Big| \; d \text{ est isolé}$$

Isolons t :

$$v = \frac{d}{t} \quad \Big| \cdot t$$
$$v \cdot t = d \quad \Big| : v$$
$$t = \frac{d}{v} \quad \Big| \; t \text{ est isolé}$$

b) $\mathrm{P} = 2(a + b)$ $\quad b = ?$

Isolons b :

$$\mathrm{P} = 2(a + b) \quad \Big| : 2$$
$$\frac{\mathrm{P}}{2} = a + b \quad \Big| -a$$
$$\frac{\mathrm{P}}{2} - a = b \quad \Big| \; b \text{ est isolé}$$

c) $\mathrm{A} = \dfrac{(\mathrm{B} + b)}{2}h$ $\quad h = ?$ $\quad \mathrm{B} = ?$

Isolons h:

$$\mathrm{A} = \frac{(\mathrm{B} + b)}{2}h \quad \Big| \cdot \frac{2}{(\mathrm{B} + b)}$$
$$\mathrm{A} \cdot \frac{2}{\mathrm{B} + b} = h \quad \Big| \text{ réduire}$$
$$\frac{2\mathrm{A}}{\mathrm{B} + b} = h \quad \Big| \; h \text{ est isolé}$$

Isolons B:

$$\mathrm{A} = \frac{(\mathrm{B} + b)}{2}h \quad \Big| : h$$
$$\frac{\mathrm{A}}{h} = \frac{(\mathrm{B} + b)}{2} \quad \Big| \cdot 2$$
$$\frac{2\mathrm{A}}{h} = \mathrm{B} + b \quad \Big| -b$$
$$\frac{2\mathrm{A}}{h} = \mathrm{B} \quad \Big| \; \mathrm{B} \text{ est isolé}$$

d) $\mathrm{E} = mgh$ $\quad h = ?$

$$\mathrm{E} = mgh \quad \Big| : mg$$
$$\frac{\mathrm{E}}{mg} = h \quad \Big| = h \text{ est isolé}$$

e) $\mathrm{P} = f\dfrac{m_1 m_2}{m_3}$ $\quad m_1 = ?$ $\quad m_3 = ?$

Isolons m_1:

$$\mathrm{P} = f\frac{m_1 m_2}{m_3} \quad \Big| : f$$
$$\frac{\mathrm{P}}{f} = \frac{m_1 m_2}{m_3} \quad \Big| \cdot \frac{m_3}{m_2}$$
$$\frac{\mathrm{P}}{f} \cdot \frac{m_3}{m_2} = m_1 \quad \Big| \text{ réduire}$$
$$\frac{\mathrm{P}m_3}{f m_2} = m_1 \quad \Big| \; m_1 \text{ est isolé}$$

Isolons m_3 (on reprend la formule ou m_1 est isolé):

$$\frac{\mathrm{P}m_3}{f m_2} = m_1 \quad \Big| : \mathrm{P}$$
$$\frac{m_3}{f m_2} = \frac{m_1}{\mathrm{P}} \quad \Big| \cdot f m_2$$
$$m_3 = \frac{m_1}{\mathrm{P}} \cdot f m_2 \quad \Big| \text{ réduire}$$
$$m_3 = \frac{f m_1 m_2}{\mathrm{P}} \quad \Big| \; m_3 \text{ est isolé}$$

f) $\dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{z_1 z_4}{z_2 z_3}$ $\quad z_1 = ?$ $\quad n_2 = ?$

Isolons z_1:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} \quad \Big| \cdot \frac{z_2 z_3}{z_4}$$
$$\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{z_2 z_3}{z_4} = z_1 \quad \Big| \text{ réduire}$$
$$\frac{n_1 z_2 z_3}{n_2 z_4} = z_1 \quad \Big| \; z_1 \text{ est isolé}$$

Isolons n_2:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} \quad \Big| \cdot n_2$$
$$n_1 = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3} \cdot n_2 \quad \Big| \cdot \frac{z_2 z_3}{z_1 z_4}$$
$$n_1 \frac{z_2 z_3}{z_1 z_4} = n_2 \quad \Big| \text{ réduire}$$
$$\frac{n_1 z_2 z_3}{z_1 z_4} = n_2 \quad \Big| \; n_2 \text{ est isolé}$$

g) $a = \dfrac{\mathrm{A}h}{2} - b$ $\quad h = \dfrac{2\mathrm{A}}{a + b}$

h) $h = \dfrac{4\mathrm{V}}{\pi d^2}$

Corrigé 44

a) $h = \dfrac{6\mathrm{V}}{\mathrm{B}_1 + \mathrm{B}_2 + 4\mathrm{M})}$ $\quad \mathrm{M} = \dfrac{\frac{6\mathrm{V}}{h} - \mathrm{B}_1 - \mathrm{B}_2}{4}$

b) $\mathrm{D} = \mathrm{D}_r \cdot (1 + \mathrm{A}_r + \mathrm{B}_r)$ $\quad \mathrm{A}_r = \dfrac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}_r} - 1 - \mathrm{B}_r$

c) $r = -\dfrac{2\mathrm{PR}}{\mathrm{Q}}$

d) $\mathrm{R}_i = \dfrac{k\mathrm{R}_a}{\mathrm{G}} - \mathrm{R}_a$

e) $\mathrm{F} = \dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{S}_\alpha} - \mathrm{S}_\alpha$

f) $\mathrm{R} = \dfrac{\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1 + \mathrm{R}_2}$ $\quad \mathrm{R}_1 = \dfrac{\mathrm{R}\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_2 - \mathrm{R}}$

5.3.3 L’algèbre comme outil de preuve

Corrigé 45 Un nombre pair a s’écrit $a = 2n$ pour $n \in \mathbb{N}$, un nombre impair b s’écrit $b = 2m + 1$ pour $m \in \mathbb{N}$. On a

$$a + b = 2n + 2m + 1 = 2(n + m) + 1 = 2k + 1 \text{ avec } k = n + m$$

et donc $a + b$ est bien un nombre impair.

Corrigé 46

a) jamais b) parfois c) toujours d) parfois
e) jamais f) parfois g) toujours h) toujours

Corrigé 47 Soient $a = 2m + 1$ et $b = 2n + 1$ deux nombres impairs.

$$a + b = 2m + 1 + 2n + 1 = 2m + 2n + 2 = 2(m + n + 1)$$

qui est bien un nombre pair.

Corrigé 48 Pour $\{1; 2; 9; 28; 65; 126\}$ (pourquoi ?).

Corrigé 49 On vérifie en développant que oui.

Corrigé 50

a) On développe les deux membres. On constate qu’ils sont égaux à $a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2$.
b) à la calculatrice.

5.3.4 Développer et réduire

Corrigé 51

a) somme, trois termes b) produit, quatre termes c) somme, deux termes
d) produit, trois termes e) somme, deux termes f) produit, deux termes
g) somme, deux termes h) somme, deux termes

Corrigé 52

a) $63x + 56$ b) $30a^3 - 72a^2$ c) $35y - 55$ d) $60x + 48$
e) $-48x^2 - 32x + 24$ f) $-72x^5 - 63x^2y$ g) $-28a^7 + 42a^6$ h) $-35x^8 - 45x^5 + 5x^4$

Corrigé 53

a) 0 b) $-4x^2$ c) $2x^2 - 4x$ d) $4y$ e) $-14y$
f) $-45y^2$ g) $-5y^2 + 9y$ h) $4y$ i) $-5y^2 - 45y$ j) $-50y$
k) $-x^2$ l) $x^2 + x$ m) -1 n) $x^3 + x^2$ o) $2x^4$

Corrigé 54

a) $6xy - 9x + 10y - 15$
b) $4x^2 + 4x - 15$
c) $5y^2 - 24y + 27$
d) $x^3 - 2x + 1$
e) $y^2 - x^2$
f) $x^3 + 2x^2 - x - 2$
g) $-2x^3 - 3x^2 + 8x - 3$
h) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 4x + 2$
i) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
j) $-5x^3z^4 + z^6 + 15x^4z - 3xz^3 + 2z^4 - 6xz$
k) $-x^4 + 16$
l) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

Corrigé 55

a) $15x + 25$
b) $4x^3 - 4x^2$
c) $25y - 45$
d) $3x + 3$
e) $-x^2 - x + 1$
f) $-2x - 2y$
g) $x^4 - 3x^2 - 4$
h) $6x^4 - 9x^3 - 3x^2$
i) $3x^2 + 2x - 5$
j) $3x^3y^2 + 3x^2y - 3xy$
k) $4x^4 - 17x^2 + 4$
l) $3x^3y^2 + 12xy^4$
m) $-2x^2 - 4x + 6$
n) $3x^2 - 18x + 27$
o) $-2x^2 + 5x - 3$
p) $4x^2 - 12x + 9$

Corrigé 56

a) $x^2 + 2xy + y^2$
b) $4x^4 - 8x^2 - 12$
c) $x^2 - y^2$
d) $9x^2 + 6xy + y^2$
e) $x^4 + 2x^2y^3 + y^6$
f) $x^2 - 2x + 1$
g) $1 - x^2$
h) $16x^2 - 24x + 9$
i) $x^6 - 9y^2$
j) $9z^2 - 12z + 4$
k) $x^2 - 2x + 1$
l) $x^2y^2 + 4xy^2 + 4y^2$
m) $x^4 - 2x^2 + 1$
n) $4x^2 + 8x + 4$
o) $4a^2 + 12a + 9$
p) $x^2y^2z^2 - 25$
q) $9x^6 - 30x^3 + 25$
r) $a^2 + 6ab + 9b^2$
s) $x^4 - 2x^2 + 1$
t) $16a^4b^2 - 25$
u) $4x^2y^6 - 4xy^3 + 1$
v) $x^8 + 2x^4y + y^2$
w) $1 - a^2x^8$
x) $x^4 - a^4$

Corrigé 57

a) $15x^2 + 3x + 1$
b) $25x^2 + 25x - 6$
c) $36x^3 - 9x^2 - 64x + 15$
d) $9x^3 - x^2 - 15x$
e) $15x^2 - 23x + 5$
f) $-12x^6 + 19x^5 - 4x^4 + x^2$

Corrigé 58

On utilise le terme constant (de degré 0) qui est différent pour toutes les expressions. Ainsi, il suffit de multiplier les termes de degré 0 de chaque expression pour retrouver les trois polynômes.

Corrigé 59

On développe.
$(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1) = n^4 - n^3 + n^2 + n^3 - n^2 + n + n^2 - n + 1 = n^4 + n^2 + 1$.
(*) Demander à l'enseignant si intéressé !

Corrigé 60

a) $2x^3 + x^2 - 98x + 49$
b) $12x^2 + 4x - 108x + 36$
c) $x + t - 7s$
d) $10rs^2t^5 - 20r^2s^3t^2 + 15rs^5t^2$
e) $-20x^3 + 6x^2 - 4x$
f) $\frac{19x-19}{6}$

Corrigé 61

a) $16x^8 - 4$
b) $\frac{1}{16}x^2 + x\sqrt{2} + 8$
c) $-32x^2 + 60x + 27$
d) $x^8 - 256$
e) $x^8 - 9x^4 + 8$
f) $16a^8 + 8a^4 - 3$
g) $14x^2 + 9x + 1$

5.3.5 Identités remarquables

Corrigé 62

a) $x^2 - 3x + 2$
b) $x^2 + 4x + 3$
c) $x^2 - 16$
d) $y^2 - 2y - 48$
e) $a^2 - 11a - 12$
f) $y^2 + 5y - 36$
g) $a^2 + 10a + 21$
h) $x^2 - 13x + 30$

Corrigé 63

a) $r^4 + 14r^2 + 49$ b) $s^4 - 6s^2 + 9$ c) $9y^2z^2 + 54yz + 81$

d) $s^2y^2 + 4sy - 5$ e) $t^2z^2 - 81$ f) $-9r^2x^2 + 16$

g) $25r^4 - 80r^3s + 64r^2s^2$ h) $81x^2 - 45x + 6$ i) $r^4 - 64$

j) $100r^2 + 20r + 1$

Corrigé 64

a) $100r^2x^2 + 130rx + 40$ b) $s^2t^2 - \frac{9}{4}s^2$ c) $25s^4y^2 - \frac{25}{4}s^4y + \frac{25}{64}s^4$

d) $\frac{4}{9}s^2x^2 + \frac{1}{6}sx^2 + \frac{1}{64}x^2$ e) $-\frac{9}{25}r^4z^2 + \frac{4}{25}z^4$ f) $16r^2t^4 - 28r^2t^2 + \frac{49}{4}r^2$

g) $36r^2y^2 + 30ry + 6$ h) $\frac{16}{9}z^4 + \frac{40}{27}rz^3 + \frac{25}{81}r^2z^2$ i) $\frac{16}{49}t^2x^2 - \frac{4}{7}tx - 56$

j) $\frac{64}{49}t^6 + \frac{160}{7}st^3 + 100s^2$

Corrigé 65

a) $\frac{9}{16}t^2 + \frac{3}{4}t - 42$ b) $t^4 - 14t^2 + 40$

c) $z^4 - \frac{2}{3}z^2 + \frac{1}{9}$ d) $r^2z^2 - \frac{1}{25}$

e) $\frac{1}{9}r^4 + \frac{1}{2}r^2x^2 + \frac{9}{16}x^4$ f) $-\frac{49}{100}r^4 + \frac{25}{9}$

g) $t^2x^2 + \frac{12}{5}tx + \frac{36}{25}$ h) $\frac{4}{9}t^2y^2 - \frac{20}{9}ty^2 + \frac{25}{9}y^2$

i) $r^2y^2 - \frac{25}{36}$ j) $\frac{64}{25}y^2 + \frac{152}{5}y + 90$

Corrigé 66

a) -31 b) 23 c) $98 + 12\sqrt{66}$ d) $279 - 20\sqrt{11}$ e) $90 - 36\sqrt{6}$

Corrigé 67

Par exemple, $23^2 = (20 + 3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^9 = 400 + 120 + 9 = 529$.

Corrigé 68

a) $a + b$ b) $a^2 + 2ab + b^2$

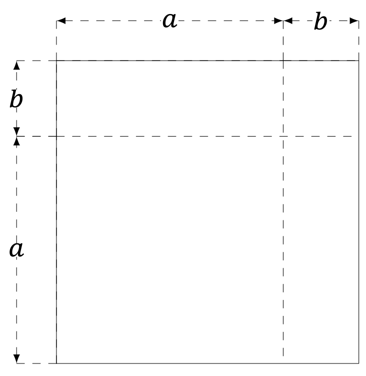
c) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ d) $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

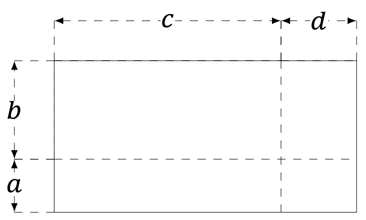
e) $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Corrigé 69

a) $ab + ac$ ou $a(b + c)$, d'où la distributivité simple.

b)





Écrire l'aire de deux manière à chaque fois pour prouver les identités.

Corrigé 70

a) $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$
b) $125a^3 - 75a^2b + 15ab^2 - b^3$
c) $x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$
d) $a^8 + 4a^6b^2 + 6a^4b^4 + 4a^2b^6 + b^8$
e) $8a^9 - 12a^6b^4 + 6a^3b^8 - b^{12}$
f) $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5x^2y^4 + y^5$
g) $a^6 - 12a^5b + 60a^4b^2 - 160a^3b^3 + 240a^2b^4 - 192ab^5 + 64b^6$
h) $\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{6}x^3y + \frac{1}{6}x^2y^2 + \frac{2}{27}xy^3 + \frac{1}{81}y^4$
i) $x^{3m} + 3x^{2m}y^n + 3x^my^{2n} + y^{3n}$

5.3.6 Factorisation

Corrigé 71

On factorise l'expression pour obtenir (par la mise en évidence)

$$4a^2 + 6a = 2a \cdot (2a + 3)$$

Ainsi, la longueur vaut $2a + 3$.

Corrigé 72

a) $4x^2 + 12x + 9$
b) $2(2x + 3y^2)$
c) $(3b + 2)^2$
d) $(x - 1)(x + 7)$
e) $(3y - 1)^2$
f) $8h^3 + 12h^2$
g) $x^2 - 2x + 1$
h) $(4a - 5)(4a + 5)$
i) $16a^2 - 25$
j) $(x - 1)^2$
k) $4h^2(2h + 3)$
l) $9y^2 - 6y + 1$
m) $x^2 + 6x - 7$
n) $9b^2 + 12b + 4$
o) $4x + 6y^2$
p) $(2x + 3)^2$

Corrigé 73

a) $2x(y + 1)^2$
b) $5(3a - 1)^2$
c) $5x^2(x - 2)(x + 2)$
d) $3y(x + 2)(x + 8)$
e) $7a^2x(a - x)^2$
f) $a(3a^2 + 4b^2)^2$
g) $4xy(x - 2y)^2$
h) $2ax(ax - 1)^2$
i) $3x(x - 2)(x + 4)$
j) $ab^2(3c^2 - 2b)(3c^2 + 2b)$
k) $x^2(a - 2bx)(a + 2bx)$
l) $(a - 2)(a + 2)(x + 2y)$

Corrigé 74

a) Calculer.
b) $x^2 - (x - 3)(x + 3)$
c) 9
d) Factoriser permet de calculer rapidement.

Corrigé 75

a) $2(4t^2 - 3)(10t + 3)$
b) $-t(3t + 7)$
c) $(-10y + 7)(3y + 2)$
d) $-11r(-3r + 10)$
e) $7t^2(5t + 7)$
f) $-14z^2(4z + 7)$
g) $(-8s^2 + 3)(-s + 6)$
h) $2(-9t + 5)(-4t + 5)$
i) $(-9r^2 + 5)(-7r + 8)$
j) $r(3r - 2)(r + 3)$
k) $2(2s + 3)(7s + 10)$
l) $4(-7x^2 + 8)(x + 2)$
m) $20x(4x - 3)$
n) $10s(-s + 2)(4s - 1)$
o) $28y^2(-3y + 4)$

Corrigé 76

a) $(5s^2 - 2)^2$
b) $(3stx + 8)^2$
c) $(st - 6r)^2$
d) $(2 + 9y)^2$
e) $(stz - 1)(stz + 1)$
f) $(5xy - 9r)^2$
g) $-3yz(zt + 10y)^2$

Corrigé 77

a) $9x(x + y)$
b) $(3a - 8)(3a - b)$
c) $5a(ab - 3b)(a - 2b)$
d) $x(9x + 13)(x + 2)$
e) $(4 - 2x)(x - y)$
f) $-2x^2(2x - 1)$

Corrigé 78

a) $(m+n)(a-b)$

b) $(x-y)(2a-b)$

c) $(a+1)(x-y)$

d) $(-2a+b)(x-3y)$

e) $(a+b-1)(a+b)^2$

f) $(x-3)(x+1)-(x-3)+2(x-3)^2=(x-3)(3x-6)=3(x-3)(x-2)$

g) $(a-b)((a-b)^2-1)=(a-b)(a-b+1)(a-b-1)$

h) $(x-y)(1-(a+b)^2)=(x-y)(1-a-b)(1+a+b)$

Corrigé 79

a) $x(y-1)(y+1)(a+b)$

b) $(4x-a)(2x+y)$

c) $(u^2-1)(u+1)$

d) $(x^2+1)(a-1)$

e) $(x^2+1)(x-2)$

f) $(x^2+x+1)(x+1)$

g) $(x-1)(x+4)$

h) $(a-b)(a+b-5)$

i) $(a-1)(a+1)(b^2+1)$

j) $(x+2)^2(x-2)$

k) $(b-1)(b+1)(a^2+1)$

l) $(x-2)(x+2)(x-7)$

Corrigé 80

a) $(a-6)(2x+y)$

b) $(5x^2-1)(x-2)$

c) $(x+y+ax-ay)(x-y)$

d) $(7x-3)(x^2-3)$

e) $(b-a)(5x+y)$

f) $x(x-y)$

g) $(6-a)(x^2-y)$

h) $(x-8)(5x-3)$

i) $(1+x^2)(y-1)(y+1)$

j) $x(3x^2+2)(x+2)$

Corrigé 81

a) $-8xy-4y$

b) $16x^2$

c) $-xy$

d) x^3+6x+9

Corrigé 82

a) $4\,(x^2+1)\,(x+1)(x-1)$

b) $(x-1)(x+2)(x-2)$

c) $(4x^2+3y)\,(4x^2-3y)$

d) $3(x+4)(x-2)$

e) $2x(2x-1)^2$

f) $(x+y+2u)(x+y-2u)$

g) $x(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$

h) $(x^2+8)\,(x+\sqrt{8})(x-\sqrt{8})$

i) $(2y-3)^2$

j) $(a-b)(a-1)$

k) $(x+8)(7x-10)$

l) $x^2y^2\,(4ay-a^2+5bx)$

Corrigé 83

a) $x(x+2)$

b) $2(xy-1)(xy+1)$

c) $x(x^2+4)$

d) $(2ax-1)(2ax+1)(4a^2x^2+1)$

e) $(a+3)(b-c)$

f) $(a-m)(x+y)$

g) $\left(3a-\frac{1}{2}b^3\right)^2$

h) $3(x-3)(x+3)(x^2+9)$

i) $(x+1)(x+2)$

j) $(xy-4)(xy-3)$

k) $(x-6)(x-5)$

l) $x^3-3x^2+4x-22$

m) $(x+1)(x+15)$

n) $(x-5)(x+4)$

o) $(2x-2y+z)(2x+4y-z)$

p) $(4x-9y)(8x+3y)$

q) $-8y(x-y)(x^2-2xy+2y^2)$

r) $(10x-13)(2x^2-12x+19)$

s) $\left(x^2y-ab^3\right)^2$

t) $(3x+1)(8x-3)$

Corrigé 84

a) $(2x+7)(4x-3)$
b) $(2x-3)(12x+1)$
c) $(2x-15)(2x+5)$
d) $4(x+4)(3x+1)$
e) $2(x-7)(4x-7)$
f) $(2x-1)(9x-4)$
g) $4(x-2)(2x-7)$
h) $(x-2)(1-4x)$
i) $5(x+1)(3x+1)$
j) $(x-3)(1-3x)$
k) $4(x-4)(x+1)$
l) $(x-4)(4x-9)$
m) $(x-2)(5x+1)$
n) $(2x-3)(5x+1)$
o) $(x-1)(3x-2)$
p) $4(x-1)(2x-3)$
q) $-2(x-2)(3x+2)$
r) $(2x-7)(5x-2)$
s) $-(x-1)(4x+5)$
t) $(x+3)(5x-2)$
u) $-(x-3)(x-2)$
v) $(x+8)(7x-10)$
w) x^2+4
x) $(x-2)(x+3)$

Corrigé 85

a) $(a-b)(m+n)$
b) $(2a-b)(x-y)$
c) $(a+1)(x-y)$
d) $(2a-b)(3y-x)$
e) $(a+b)^2(a+b-1)$
f) $3(x-3)(x-2)$
g) $(a-b)(a-b-1)(a-b+1)$
h) $(x-y)(1-a-b)(1+a+b)$
i) $-4a(a-1)$
j) $4b(a+b)$
k) $3a(a+b)$
l) $\dfrac{(x-1)(2-3x)}{6}$
m) $3a(a-2)^2(a+2)$
n) $5a(a+4)^2$
o) $3(x-3)(x-1)(x+1)$
p) $(a-b)(5x-8)$
q) $a(x^2-5)(x^2+5)$
r) $(a-1)(a+1)(b+1)$
s) $\left(\dfrac{2}{3}a^2+\dfrac{1}{5}x^2\right)^2$
t) $8x(x-y)(x+y)$
u) $2ay^3(2a^3-7y^2)(2a^3+7y^2)$
v) $(16-x^8)(16+x^8)$
w) $(x-y+1)(x-y+5)$
x) $(2x-y-1)^2$

Corrigé 86

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$\begin{aligned}a^3+b^3&=(a+b)^3-3a^2b-3ab^2\\&=(a+b)^3-3ab(a+b)\\&=(a+b)((a+b)^2-3ab)\\&=(a+b)(a^2+2ab+b^2-3ab)\\&=(a+b)(a^2-ab+b^2)\end{aligned}$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$
$$\begin{aligned}a^3-b^3&=(a-b)^3+3a^2b-3ab^2\\&=(a-b)^3+3ab(a-b)\\&=(a-b)((a-b)^2+3ab)\\&=(a-b)(a^2-2ab+b^2+3ab)\\&=(a-b)(a^2+ab+b^2)\end{aligned}$$

5.4 Équations

Corrigé 87

a) oui
b) oui
c) non
d) oui

5.4.1 Équations du premier degré

Résolution d'équations

Corrigé 88 Appliquer à chaque fois l'opération indiquée à l'équation a).

b) [PE2] 5 c) [PE1] 2 d) [PE2] $\frac{5}{2}$

Corrigé 89

a) $3x = x + 2$, $S = \{1\}$ b) $x + 3 = 2x - 2$, $S = \{5\}$ c) $2x = \frac{2}{3}x + 10$, $S = \left\{\frac{15}{2}\right\}$

d) $\frac{x}{4} - \frac{x}{10} = x - 2$, $S = \left\{\frac{40}{17}\right\}$ e) $3x - 5 = \frac{x+3}{2}$, $S = \left\{\frac{13}{5}\right\}$

Corrigé 90

a) $S = \{-9\}$ b) $S = \emptyset$ c) $S = \left\{-\frac{55}{17}\right\}$ d) $S = \left\{-\frac{19}{28}\right\}$

Corrigé 91

a) $S = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$ b) $S = \left\{2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6}\right\}$

c) $S = \left\{\frac{2 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - \sqrt{6}}{7}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right\}$

Résolution de problèmes

Corrigé 92 $370, 250, 1480$

Corrigé 93 Fortune totale 12000 livres et chaque fille reçoit 3000 livres.

Corrigé 94 64 et 65

Corrigé 95 Albrecht 1,5 million ; Brecht 0,8 million ; Carl 1,35 million.

Corrigé 96 20000

Corrigé 97 $\frac{21}{338}$ m²